Adelino Candido Pimenta

# O ENSINO DE FUNÇÕES LINEARES
# NUMA ABORDAGEM DINÂMICA E ITERATIVA

Universidade Católica de Goiás

Goiânia, 2001

ADELINO CANDIDO PIMENTA

# O ENSINO DE FUNÇÕES LINEARES
# NUMA ABORDAGEM DINÂMICA E ITERATIVA

UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
GOIÂNIA, 2001

ADELINO CANDIDO PIMENTA

# O ENSINO DE FUNÇÕES LINEARES NUMA ABORDAGEM DINÂMICA E ITERATIVA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Educação da Universidade Católica de Goiás, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre.

Orientador: Dr. Ovidio Cândido de Oliveira Filho

GOIÂNIA

2001

**Esta dissertação foi orientada, avaliada e aprovada pela Comissão de Dissertação do candidato e aceita como parte dos requisitos da Universidade Católica de Goiás para obtenção do grau de**

**MESTRE EM EDUCAÇÃO**

**Prática Educativa**
**Área de Concentração**

**O ENSINO DE FUNÇÕES LINEARES**
**NUMA ABORDAGEM DINÂMICA E ITERATIVA**

**Adelino Candido Pimenta**

______________________________________
**Candidato**

______________________________________
**Programa de Pós Graduação em Educação *Stricto Sensu***

**Comissão:**

______________________________________
**Prof. Dr. OVIDIO CÂNDIDO DE OLIVEIRA FILHO** **Orientador**
**Universidade Católica de Goiás**

______________________________________
**Prof. Dr. JOSÉ CARLOS LIBÂNEO**
**Universidade Católica de Goiás**

______________________________________
**Prof. Dr. SADDO AG ALMOULOUD**
**Pontifícia Universidade Católica de São Paulo**

______________________________________
**Data**

**A meus pais, Jair e Rosa, meus irmãos, Ademir e Adelício, e minhas irmãs, Marlene e Marta Regina, que sempre demonstraram muito respeito e admiração pelo meu trabalho.**

**A minha esposa Sandra, meu filho Thales e minha filha Ana Carolina, que me confortaram, sobretudo pela preocupação com as noites mal dormidas.**

**A todos os colegas da primeira turma do Programa de Mestrado em Educação da UCG, por suas valiosas contribuições e apoio irrestrito.**

**A todos vocês, eu dedico este trabalho.**

## AGRADECIMENTOS

**Aos colegas professores do Departamento de Matemática e Física da UCG e aos colegas da Coordenação de Matemática do Centro Federal de Educação Tecnológica de Goiás, que compreenderam e me apoiaram nesta árdua tarefa;**

**à Universidade Católica de Goiás e ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Goiás, que viabilizaram as condições e a oportunidade para a defesa desta dissertação;**

**em especial, ao amigo e orientador, Prof. Dr. Ovídio Cândido de Oliveira Filho, que sempre esteve disponível na orientação, com ensinamentos, incentivo e dedicação em todos os momentos da elaboração deste trabalho.**

**Deus os contemple por tudo.**

**Senhor, conceda-me serenidade para aceitar as coisas que não posso mudar; coragem para mudar as coisas que posso e sabedoria para perceber a diferença.**

**Venturi**

## SUMÁRIO


LISTA DE ILUSTRAÇÕES ........................................................................ vii

RESUMO ........................................................................................ x

ABSTRACT ...................................................................................... xi

INTRODUÇÃO .................................................................................. 1

1 FUNÇÕES LINEARES E OS CONCEITOS TRADICIONAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS ........................................................................................ 4

1.1 Necessidade de Propostas Alternativas ............................................ 8

1.2 Considerações Gerais e o Tema Estudo de Funções ............................ 9

1.3 O Computador ............................................................................ 12

1.4 O Professor ................................................................................ 12

1.5 O Aluno ..................................................................................... 14

1.6 A Metodologia ............................................................................ 14

1.7 A Proposta Alternativa ................................................................. 17

2 FUNÇÕES LINEARES: PRESSUPOSTOS TEÓRICOS ................................ 20

2.1 Fenômenos Ligados à Formação de Conceitos e Significados de Funções ..................................................................................... 25

2.2 Fatos Históricos e Epistemológicos sobre Noção de Função ................ 27

2.3 Tipos de Problemas no Ensino de Funções ......................................... 38

3 A INFORMÁTICA E O ENSINO DE FUNÇÕES ......................................... 41

3.1 Uma Visão a partir dos Anos 90 ..................................................... 41

3.2 A Influência na Educação Matemática ............................................. 43

3.3 O Aplicativo *Linear Web Applet*......................................................45

4 FUNÇÕES LINEARES EM UMA ABORDAGEM DINÂMICA E ITERATIVA...48

4.1 Dinâmica das Funções Lineares......................................................49

4.2 Um Pouco Mais sobre Conceitos Tradicionais e Novos ..............................57

4.3 Viagem do Parâmetro *a* na Reta ......................................................66

4.4. Crescimento e Decrescimento e os Novos Conceitos ................................69

4.5 A Dinâmica do Crescimento e Decrescimento ...........................................70

5 A DINÂMICA DAS FUNÇÕES LINEARES

E A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA ..........................................................75

CONCLUSÃO

UMA PROPOSTA ABERTA ....................................................................86

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS ..........................................................90

APÊNDICE A – FUNÇÕES: SÍNTESE DOS CONTEÚDOS ENCONTRADOS

NOS LIVROS CONVENCIONAIS..........................................................97

APÊNDICE B – CORPO CONCEITURAL PREDOMINANTE NOS LIVROS

DIDÁTICOS ...................................................................................120

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES


**Figura 1 – Padrão de Perseguição (Novo Sistema)......................................17**

**Figura 2 – Sistema Cartesiano Ortogonal (Tradicional)................................18**

**Figura 3 – Gráfico Ilustrativo da Reação do Mercado (19 abr. a 26 abr. 2001).................................................................................................35**

**Figura 4 – Gráfico das Iteradas........................................................................50**

**Figura 5 – Gráfico do Membro y = 0,6x e das Iteradas da Semente $x_o$ = 8...........................................................................50**

**Figura 6 – Gráfico do Membro y = 0,6x e das Iteradas da Semente $x_o$ = 7...........................................................................50**

**Figura 7 – Gráfico do Membro y = 1,3x e das Iteradas da Semente $x_o$ = 3...........................................................................51**

**Figura 8 – Gráfico do Membro y = 1,2x e das Iteradas da Semente $x_o$ = 3...........................................................................51**

**Figura 9 – Caixa Controladora, Membro y = 0,6x ..........................................52**

**Figura 10 – Caixa Controladora, Membro y = 1,3x ..........................................52**

**Figura 11 – Caixa Controladora, Membro y = 0,8x ..........................................52**

**figura 12 – Caixa Controladora, Membro y = - 1,2x ........................................53**

**Figura 13 – Gráfico das Soluções Correspondente ao Membro y = 0,6x , Semente $x_o$ = 8 ..................................................53**

**Figura 14 – Gráfico das Soluções Correspondente ao Membro y = - 0,8x , semente $x_o$ = 7 ................................................53**

Figura 15 – Gráfico das Soluções Correspondente ao Membro y = 1,3x , Semente $x_o$ = 3 ....54
Figura 16 – Gráfico das Soluções Correspondente ao Membro y = - 1,2x , Semente $x_o$ = 3 ....54
Figura 17 – Seqüência Equivalente à Órbita Da Semente $x_o$ = 8, pelo Membro y = 1,3x ....54
Figura 18 – Seqüência Equivalente à Órbita da Semente $x_o$ = 7, pelo membro y = 0,8x ....55
Figura 19 – Seqüência Equivalente à Órbita da Semente $x_o$ = 3, pelo Membro y = 1,3x ....55
Figura 20 – Seqüência Equivalente à Órbita da Semente $x_o$ = 3, pelo Membro y = 1,2x ....56
Figura 21 – (a = 2; na Família 1). Gráfico das Iteradas (Esquerda) e Gráfico das Soluções (Direita)....62
Figura 22 – (a = 2; na Família 1). Gráfico das Iteradas (Esquerda) e Gráfico das Soluções (Direita)....63
Figura 23 – (a = 1/3; na Família 1). Gráfico das Iteradas (Esquerda) e Gráfico das Soluções (Direita)....63
Figura 24 – (a = -1/4; na Família 1). Gráfico das Iteradas (Esquerda) e Gráfico Das Soluções (Direita) ....64
Figura 25 – (a = -2; na Família 1). Gráfico das Iteradas (Esquerda) e Gráfico das Soluções (Direita)....64
Figura 26 – (a = -1; na Família 1). Gráfico das Iteradas (Esquerda) e Gráfico das Soluções (Direita)....65
Figura 27 – Reta pela qual *Viajam* os Valores de *a* ....66
Figura 28 – Intervalo que Hospeda os Valores de *a*....66

Figura 29 – Intervalo que Hospeda os Valores de *a*......................................67

figura 30 – Intervalo que Hospeda os Valores de *a*......................................67

figura 31 – Intervalo que Hospeda os Valores de *a*......................................68

figura 32 – Gráfico das Iteradas, Gráfico das Soluções, Seqüência da Órbita $x_o = 1$, pelo membro y = - 2x .......................................................70

figura 33 – Gráfico das Iteradas, Gráfico das Soluções, Seqüência da Órbita $x_o = 10$, pelo membro y = - 0,5x ...................................................71

figura 34 – Gráfico das Iteradas, Gráfico das Soluções, Seqüência da Órbita $x_o = 10$, pelo membro y = 0,5x....................................................72

figura 35 – Gráfico das Iteradas, Gráfico das Soluções, Seqüência da Órbita $x_o = -1$, pelo membro y = 1,0x ....................................................73

figura 36 – Gráfico das Iteradas, Gráfico das Soluções, Seqüência da Órbita $x_o = 1$, pelo membro y = 1,5x........................................................74

figura 37 – Janela do Site do Aluno...............................................................77

figura 38 – Janela de Cadastro do Aluno para e-mail ....................................78

figura 39 – Tema da Aula Selecionada ..........................................................79

figura 40 – Gráfico das soluções da função *f(x)* = 0,6x + 1............................81

figura 41 – Gráfico das soluções da função *f(x)* = - 0,8x + 1 .........................81

tabela 1 – Generalização das Seqüências Numéricas Constituídas em Decorrência da Perseguição Exercida por p Membros da Família 1..........................................................................61

tabela 2 – Comportamento Gráfico dos Membros da Família *f(x) = ax*, na Viagem Realizada pelo Parâmetro *a* Desde - ∞ até + ∞..........68

## RESUMO

**Este trabalho apresenta uma nova abordagem no estudo de funções lineares. Analisa, também, os aspectos mais relevantes da história do tema e suas articulações com a informática. Inicialmente, procedeu-se a um levantamento nas principais escolas de ensino médio de Goiânia para identificar os livros didáticos por elas indicados. Nessa etapa, foi realizada uma identificação dos conceitos predominantes nos livros. Procurou-se fundamentar teoricamente essa proposta mantendo diálogo, do início ao fim, com as idéias dos principais pesquisadores que se preocupam com a temática eleita. No que diz respeito ao aspecto histórico e epistemológico, este trabalho apoiou-se especialmente nas análises de Almouloud, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, ao passo que na área de informática a interlocução deu-se, permanente e atentamente, com a produção de Borba e seus discípulos e outros investigadores. O texto, objeto principal desta pesquisa, baseia-se nas publicações de Oliveira Filho. Finalmente, mediante a utilização do *software Linear Web Apllet*, elaborou-se uma proposta que norteia o estudo de funções lineares de forma dinâmica e iterativa, ao mesmo tempo que agrega novos conceitos.**

**Palavras-chave: educação matemática; funções lineares; iteradas de funções; padrão de perseguição; novas tecnologias na educação.**

## ABSTRACT

**this paper presents a new approach in the study of linear functions. In addition, a brief analysis is made of the most relevant aspects of the history of the theme and its articulation with informatics. Initially, a survey was carried out in Goiânia's principal secondary schools in order to identify the textbooks they use. At this stage, a detailed examination of the predominant concepts in these books was undertaken. An attempt was made to give the proposal a theoretical foundation, maintaining, from start to finish, a dialogue with the ideas of the principal researchers involved with the chosen theme. With regard to the historical and epistemological aspects, these were based on works orientated by Almounloud of the Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, while in the context of informatics there was a constant attentive dialogue with the works of Borba and his disciples and other investigators in the field. With regard to the text, the principal objective of the research, this was based on the publications of the orientator Oliveira Filho. Finally, by using the Linear Web Aplett software, a proposal, which dynamically directs the study of linear functions, was drawn up, while at the same time new concepts were added to those already consolidated.**

**Key words: Math education; linear functions; follow-up patterns; new educational technology.**

# INTRODUÇÃO

Este trabalho iniciou-se tendo como inspiração uma experiência realizada, ainda nos anos 90 do século XX, no Centro Federal de Educação Tecnológica do Estado de Goiás (Cefet), em Goiânia, envolvendo alunos do ensino médio, nas aulas de Matemática, usando *softwares* para ensinar funções.[1]

A tecnologia, entendida como a convergência do saber (ciência) e do fazer (técnica), e a Matemática são intrínsecas à busca solidária de sobreviver e de transcender. A geração do conhecimento matemático não pode, portanto, ser dissociada da tecnologia disponível (D'Ambrosio, 2000, p. 2).

Com base nessa experiência, desenvolveu-se o presente trabalho distribuído em cinco capítulos.

O capítulo I mostra a necessidade de novas investigações nesse campo, ante o desenvolvimento da tecnologia e o quadro atual vivenciado na utilização dos livros didáticos na quase totalidade do sistema escolar brasileiro. Evidencia, por meio de uma revisão bibliográfica, a caracterização do tema e sua estreita vinculação com diversos *softwares* que se encontram acessíveis a quem quer e deseja utilizá-los no estudo de funções e, da mesma forma, com outros assuntos da Matemática. O mesmo capítulo apresenta ainda a metodologia.

O capítulo II apresenta a fundamentação deste trabalho que, de modo específico, aborda o tema *funções lineares*. Também mostra uma visão abrangente da maneira como a questão vem merecendo a atenção de pesquisadores em educação matemática, no Brasil e no mundo, desde determinados aspectos históricos até suas relações no cotidiano de uma escola. Procura ressaltar, de certa forma, aspectos fenomenológicos, epistemológicos e até problemas daí decorrentes no dia-a-dia do aluno e do professor, e procura, também, contextualizar

---

[1] Apresentou-se o resultado da experiência na IX Conferência Interamericana de Educação Matemática, em julho de 1995, em Santiago, Chile, sendo publicado nos anais do evento.

a importância da temática no ensino de Matemática, baseando-se em pesquisas já produzidas e publicadas em congressos, dissertações e teses.

No capítulo III, identifica-se o cenário no qual o estudo de funções, tendo como ferramenta de ensino a informática constitui objeto de sucessivas pesquisas. Inicialmente, apresenta-se um panorama a partir dos anos 90 até bem recentemente, buscando identificar as relações que possam amparar teoricamente este estudo, sobretudo no campo da educação matemática. Em seguida, apresenta a definição do *software* empregado na proposta da pesquisa. Ainda nesse capítulo, aborda-se o aplicativo *Linear Web Applet* (LWA), sua caracterização e importância no desenvolvimento deste trabalho.

Deve-se destacar que a fundamentação teórica mantém-se presente do início ao fim do trabalho, em um diálogo muito próximo com pesquisadores da área de Teorias da Educação, por intermédio de suas mais recentes publicações, destacando-se as obras de Libâneo (1994, 1995, 1996, 1998, 1999). Procurou-se estabelecer relações e conexões bem claras e objetivas para sustentação desta proposta, sem esquecermos de focalizar os aspectos históricos e epistemológicos que envolvem o estudo de funções lineares. Nesse sentido, encontrou-se apoio nos variados resultados publicados, em nível de mestrado e doutorado, pela Universidade Estadual de São Paulo (Unesp) Campus Rio Claro, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro ( PUC-RJ), Universidade de Campinas (Unicamp) e outras mais.

Ainda foram estudadas as obras de pesquisadores como Borba (1998), Almouloud (2000), Frant (1994), Masetto (1980) e outros, nas quais se encontrou o necessário suporte para, conseqüentemente, desenvolver a proposta objeto desta dissertação, a qual se apresenta no capítulo IV, e, no último , sugere-se a simulação de uma aula, com a nova concepção,  e efetiva-se a transposição didática.

No capítulo IV procura formalizar a proposta deste estudo, visando sobretudo que o ensino das funções lineares seja feito de forma dinâmica e iterativa, apoiado pelo aplicativo LWA ou outro equivalente. Além desses aspectos, defendeu-se que as atividades inseridas nos livros didáticos sejam adaptadas ao momento, uma vez que as novas tecnologias, com expressiva presença na sala de aula, exigem dos professores novos conceitos e alternativas de mediação no processo ensino-aprendizagem. A exploração de novos e atualizados conceitos pode exercer o poder de atração e sedução que se faz necessário no ambiente em que o processo ocorre, e, nesse sentido, os novos conceitos são inseridos no trabalho e ilustrados por meio de gráficos, tabelas etc.

CAPÍTULO I

## FUNÇÕES LINEARES E OS CONCEITOS TRADICIONAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS

A tecnologia, com sua incontestável influência na sala de aula, saiu do discurso e passou a assumir papel de componente essencial na relação ensino-aprendizagem. Ela ocupa cada vez mais espaço na intermediação, transformando-se em ferramenta crescentemente poderosa. Para Bertrand (1991), esse movimento tecnológico na educação está marcado por duas grandes tendências, a sistêmica e a hipermediática, características do paradigma tecnológico.

A propósito dessa questão, também aponta Moran (2000, p. 61): "Na sociedade da informação, todos estamos reaprendendo a conhecer, a comunicar-nos, a ensinar; reaprendendo a integrar o humano e o tecnológico; a integrar o individual, o grupal e o social".

Nas diversas áreas do conhecimento – ciências humanas, sociais, exatas, tecnológicas etc – a Matemática coloca-se, em muitos casos, como ferramenta praticamente indispensável, empregando seus conceitos pontuados em cursos básicos. Inegavelmente, a ela cabe a função de oferecer condições que contribuam para a observação, dedução, análise e interpretação de questões do cotidiano e, juntamente com outras disciplinas, colaborar para a melhoria do ensino e da aprendizagem dos alunos. Atualmente, para a maioria dos professores responsáveis por essa disciplina, o desenvolvimento da tecnologia moderna gera uma outra problemática que, de forma geral, pode assim ser apresentada: como utilizar o computador no processo ensino-aprendizagem da Matemática, respeitando a realidade curricular – conteúdos, livros didáticos, grades curriculares etc?

Há uma expectativa de que as novas tecnologia possam trazer soluções rápidas para o ensino. Sem dúvida, as tecnologias permitem ampliar o conceito de aula, de espaço e tempo, de comunicação audiovisual, e estabelecer pontes novas entre o presencial e o virtual, entre o estar juntos e o estar conectados a distância. Mas se ensinar dependesse só de tecnologias melhores soluções já teriam sido encontradas há muito tempo. Elas são importantes mas não resolvem as questões de fundo. Ensinar e aprender são os desafios maiores que enfrentamos em todas as épocas, particularmente agora, em que se está pressionado pela transição do modelo de gestão industrial para o da informação e do conhecimento (Moran, 2000, p. 12).

Reconhece-se que a disponibilidade de recursos tecnológicos está se tornando tão intensa que é praticamente impossível dedicar o tempo necessário à exploração de cada um deles. Compete aos pesquisadores da área de educação, criar novas possibilidades e hábitos em relação à tecnologia, para que cada um de seus meios possa ser utilizado na ocupação do tempo livre ou no trabalho, com maior eficiência.

Um dos recursos tecnológicos é, sem dúvida, o computador, que, por sua vez, tem grande poder de polarização e capacidade de ativar processos de dependência por parte de quem o opera. Sua capacidade de agregação, exercida em sala de aula, chega a impressionar. Sua presença estimula a operosidade do grupo, a troca de opiniões, o oferecimento de hipóteses previsíveis, discutidas com liberdade, e a diminuição dos níveis de ansiedade gerados por estilos competitivos.

Nesse contexto, desenvolveu-se este trabalho de pesquisa, a fim de oferecer alternativas que possibilitem a utilização de *softwares* no ensino da Matemática, priorizando aqueles que proporcionam condições de interatividade criativa do aluno, objetivando os resultados almejados, em concordância com a fundamentação teórica defendida por Papert (1980), para quem a formação profissional de uma pessoa deve acontecer sempre no interior da prática na qual ela quer se inserir.

Ferramenta para o ensino, o computador, assim como os *softwares*, pode apresentar os mais variados efeitos, positivos ou negativos. No primeiro caso, pode tornar o aluno mais autoconfiante, estimulando e diversificando atividades cognitivas, pois, segundo Assmann (1998, p. 27) “o novo *insight* consiste na equiparação radical entre processo vitais e processos cognitivos. Não há verdadeiros processos de conhecimento sem conexão com as expectativas e a vida dos aprendentes. O ponto de partida fundante de toda uma nova visão do conhecimento consiste em entender a profunda identidade entre os processos de conhecimento". Dessa forma, permitindo que o processo de construção do conhecimento seja mais objetivo. Por outro lado, o aluno vê o computador como um professor eletrônico, e o computador pode condicionar e controlar os alunos, induzindo-os à passividade (Papert, 1980).

Deve-se ter consciência de que, com o processo de globalização, o professor apenas com formação inicial[2] não está devidamente preparado para lecionar até o fim de sua carreira, pois o ritmo de trabalho não o permite.

Quanto ao ensino, é evidente que, na relação computador-aluno, é indispensável a utilização de um *software*. Nas décadas de 60 e 70, os *softwares* utilizados nas atividades de ensino subdividiam-se praticamente em duas vertentes, segundo Castro (1988):

*a)* *software tutoria*l, com o qual o aluno avança pelo seu próprio ritmo (multimídia, textos interativos com links);

*b)* *software prático*, cujos exercícios têm o objetivo de consolidar conhecimentos.

A combinação desses dois tipos de *softwares* é conhecida na literatura como Ensino Assistido pelo Computador (CAI) (Papert, 1980; Kanapp e Glenn, 1996; Ponte, 1992; Castro, 1988), o qual apresenta vários problemas relacionados à aprendizagem: não atinge muitos objetivos educacionais; incide em um tipo muito restrito de competência (por isso não ser aceito por muitos educadores); quem controla o processo é o computador (ou quem o programou); o aluno não assume responsabilidade no processo de aprendizagem e passa a desenvolver uma atitude passiva e de dependência; o método não permite que o aluno desenvolva sua capacidade de criatividade e exploração do computador (Ponte, 1992).

---

[2] Entende-se por formação inicial o primeiro nível de preparação exigido para o exercício da profissão; no caso do professor de Matemática, a licenciatura em Matemática (nível de graduação).

Dessa maneira, os *softwares* tutoriais e práticos possuem reduzida utilização educacional, especialmente caso se considere a abordagem constante nos livros didáticos (LD) disponíveis no mercado, que não contemplam esta nova realidade. Apesar disso, experiências mostram que, quando usados como complemento ao ensino tradicional, os resultados são favoráveis. Por causa da carência de textos apropriados, os *softwares* tutoriais não são capazes de sobrepor, verdadeiramente, a prática educativa, uma vez que, nessa relação, o elemento específico é a informação.

Resumindo, esses métodos conduzem quase sempre ao cansaço e ao desinteresse, uma vez que a abordagem vigente não é adequada ao que se pretende explorar. A adesão de alunos, quando existe, é passageira (Bossuet, 1985; Borba, 1996; Ponte, 1992) e, como assinala D'Ambrosio (1997), entusiasmo não significa aprendizagem. De modo geral, são eficazes se correspondem ao nível de capacidade e conhecimentos de quem os vai utilizar, sobretudo se a orientação é bem conduzida. Entretanto, não se deve induzir a sua rejeição, uma vez que eles são ou se tornam extremamente úteis, e até mesmo indispensáveis, em outras áreas profissionais.

Este trabalho pretende propor alternativas que possam se transformar em novas expectativas metodológicas úteis na sala de aula, na discussão e na organização das idéias (D'Ambrósio, 1997). Uma dessas alternativas seria a inteligência artificial, considerando que com o seu desenvolvimento, surge um sopro de animação – passa a existir um modelo da matéria a ensinar e um modelo de quem aprende – e o aluno possa planejar as atividades de seu próprio interesse.

Compreendendo a dimensão desse quadro, Moran (2000, p. 62) aponta possibilidades factíveis, quando escreve:

> Na educação, escolar ou organizacional, precisamos de pessoas que sejam competentes em determinadas áreas do conhecimento, em comunicar esse conteúdo aos seus alunos, mas também que saibam interagir de forma mais rica, profunda, vivencial, facilitando a compreensão e a prática de formas autênticas de viver, de sentir, de aprender, de comunciar-se. Ao educar, facilitamos, num clima de confiança, interações pessoais e grupais que ultrapassam o conteúdo para, por meio dele, ajudar a construir um referencial rico de conhecimento, de emoções e de práticas.

Entende-se assim que indispensável se torna a elaboração de textos apropriados, de tal maneira que a abordagem conceitual promova condições para a relação professor-*software*-aluno, de modo a favorecer a fixação e exploração dos conteúdos, em particular no assunto em que se pretende concentrar.

### 1.1 Necessidade de Propostas Alternativas

Propõe-se desenvolver projetos alternativos respaldados pelo rigor teórico/ conceitual vigente, objetivando a compreensão da diversidade nas representações que requer o tema escolhido para objeto deste trabalho, estudo de funções lineares, contando com o auxílio de *softwares* aplicativos cuidadosamente selecionados e adequados ao tema.

A abordagem dos conceitos relativos a funções lineares, nos livros didáticos, desenvolve concepções inadequadas e impróprias para a utilização dos *softwares* interativos disponíveis no mercado. Aliás, a problemática na qual o livro didático está inserido é bastante complexa. De sua concepção ao correto uso, o livro didático passa, no mínimo, pela formação do autor, por recomendação da Secretaria de Educação, pelas exigências da editora, pela agilidade na distribuição, pela formação do professor e, finalmente, pelo aluno. Para o professor, o livro é, em grande parte, uma base em que se apóia; para o aluno, geralmente é o que não pediu, queria ou merecia.

Apesar de tudo, o livro didático permanece um fator de forte influência no processo educacional e, por isso, é importante que seja de qualidade e de utilidade prática.

Nessa perspectiva, o livro didático deixa de assumir uma função física nos moldes tradicionais – papel, encadernação etc – transformando-se em um novo objeto. Um objeto dinâmico em que, por exemplo, $2x + 1$ e $x^2 + 1$ não representam apenas uma expressão matemática, mas possibilita a exploração mais aprofundada de tais expressões por outros meios, como gráfico, pontos extremos, derivadas etc.

Entretanto, os livros didáticos consultados mantêm a mesma concepção, com atividades repetitivas e mecânicas, quase sempre alheias à realidade do aluno. Essa condição inviabiliza sua exploração mediante a utilização do computador como ferramenta de intermediação do processo ensino-aprendizagem.

A elaboração de um texto requer cuidados, sobretudo ao se considerar corretamente o referencial teórico-conceitual. Os livros devem estar centrados basicamente em três vertentes: a sociológica, a psicopedagógica escolar e a tecnológica. Nossa proposta procura aproveitar o rigor conceitual vigente tratado em cada livro didático e, compreendendo a diversidade das representações gráficas, entendemos que, mais do que nunca, faz-se necessário na escola um texto apropriado que requer a utilização do computador como ferramenta de ensino, com *softwares* aplicativos e, em particular, o *Linear Web Applet* e o *Arvore*[3].

## 1.2 Considerações Gerais e o Tema Estudo de Funções

O estudo de funções mostra-se um ponto nevrálgico da álgebra, seja no ensino fundamental, no médio ou até mesmo no superior. Sua aplicação é ampla – em Física, Química, Biologia, Economia e em muitas outras áreas – embora seja pouco explorado, priorizando-se a técnica, em detrimento do entendimento dos conceitos e de suas múltiplas aplicações.

Este trabalho procura investigar, de forma diferenciada, o aspecto conceitual predominante nos livros didáticos que avaliamos, introduzindo um novo padrão que possibilite a sua exploração e observação, com exemplos de situações que

---

[3] *Árvore*: processador desenvolvido em projeto de pesquisa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC)/Conselho Nacional de Pesquisa (CNPq), Universidade Federal de Goiás/ Catalão, por Kelen Cristina Aires de Melo, orientada por Ovídio Cândido de Oliveira Filho.

ocorrem no cotidiano, mediante a idéia de modelagem. Assim, apresenta uma abordagem apropriada para que os *softwares* sejam empregados visando a internalização desses conceitos, pois na perspectiva apontada por Valente (1993, p. 7), "a simulação oferece a possibilidade do aluno desenvolver hipóteses, testá-las, analisar resultados e refinar os conceitos. Esta modalidade de uso do computador na educação é muito útil para trabalho em grupo, principalmente os programas que envolvem decisões".

As disciplinas da área das ciências exatas contam com uma diversidade de processadores matemáticos merecedores da atenção daqueles que se preocupam com o ensino, em particular o da Matemática. A esse respeito, escreve Brun (1997, p. 11):

> Como se sabe, as disciplinas que compõem o ensino de exatas e também quaisquer outras que se utilizem recursos matemáticos em seus arcabouços explanatórios carregam consigo dificuldades didáticas comuns com a dificuldade de elaboração em loco de gráficos, figuras, tabelas, etc – pois nem sempre são elaboradas com a clareza de detalhes e com a qualidade necessárias para sua compreensão – o desperdício de tempo na elaboração do quadro negro com inscrições, figuras, etc. os processadores matemáticos são capazes de suprir essas deficiências, transformando o ambiente de ensino incorporando a ele qualidade e produtividade.

De outra parte, não se está abandonando por completo os exercícios dos livros didáticos. No entanto, torna-se necessário que a eles se acrescentem outras atividades, dentre as quais se destacam os projetos de estudos (PE), que integram o componente laboratório, no estudo de funções lineares. O desenvolvimento completo de um projeto envolve o aluno em uma investigação que o leva a um agradável passeio por vários campos de aplicação, nos quais ele é conduzido a participar da solução do problema, desde sua concepção até a conclusão final.

Esta pesquisa está inserida na prática educativa, com ênfase ao estudo de funções lineares em Matemática. Dessa maneira, o projeto de pesquisa teve como principal objetivo reestudar, reconstruir, reescrever e produzir, na forma de dissertação, uma nova temática que possa se transformar em alternativas na utilização do computador e *softwares*, como ferramentas de ensino, em particular no ensino da Matemática.

Para isso, deve-se defender a utilização de textos apropriados, recomendados neste trabalho, por intermédio de simulações, mediante a técnica denominada de Projetos de Estudos (PE) individuais ou coletivos, mas respeitando as estratégias que cada docente utiliza para promover e reforçar as conexões entre teoria e prática, sem prejuízo dos métodos empregados para as relações que se estabelecem até hoje.

Após a seleção dos conceitos comuns e não comuns nos diversos livros didáticos (LD), esta pesquisa procura elaborar uma proposta de texto cuja abordagem conceitual seja apropriada para a utilização de *softwares* específicos, dentre muitos, indica *Modelus, Derive, Calculus, Maple, Árvore* e, sobretudo, o *Linear Web Applet*, em conformidade com as idéias do CAI, bem como aquelas relacionadas à linguagem estruturada de programação, segundo Papert (1980).

Uma premissa básica desta pesquisa é que os professores somente utilizam o computador e *softwares* adequados na sala de aula, com o mínimo domínio do equipamento, como a utilização de *softwares e* o razoável conhecimento de linguagem de programação. Como não se pode esperar que esses ingredientes surjam do nada, esta iniciativa pretende oferecer instrumentos de apoio àqueles que se preocupam em se atualizar e familiarizar-se com os softwares úteis no ensino de Matemática, da forma mais amigável possível.

Segundo Marques (1995, p. 35-39), “a aprendizagem resulta de um sutil entrelaçamento entre o desejo e as capacidades do uso da razão, que se reconstroem ao reconstruírem seus objetos e atestam tanto a singularidade do sujeito que aprende quanto a natureza social dele e do que ele aprende.”

Algumas hipóteses tornaram-se indispensáveis ao tratamento e ao desenvolvimento da pesquisa, fundamentalmente no que diz respeito às funções do computador, do professor e do aluno nas diversas relações de interação.

## 1.3 O Computador

Diante de tantas possibilidades tecnológicas, o computador transforma-se, segundo Moran (2000, p. 44):

> Cada vez mais poderoso em recurso, velocidade, programas e comunicação, o computador nos permite pesquisar, simular situações, testar conhecimentos específicos, descobrir novovs conceitos, lugares, idéias. Produzir novos textos, avaliações, experiências. As possibilidades vão desde seguir algo pronto (tutorial), apoiar-se em algo semidesenhado para completá-lo até criar algo diferente, sozinho ou com outros.

O computador deve ser visto mais como um meio que como um fim, de modo a torná-lo instrumento de valor formativo. De maneira geral, pode-se destacá-lo conforme as seguintes caracterizações:

a) ferramenta auxiliar (elaboração de textos, análise estatística de dados, geração de gráficos, base de dados etc);

b) meio de comunicação (*Internet, Intranet* etc);

c) ferramenta principal (neste caso, considerando o aspecto de produção/aperfeiçoamento de software para intermediar a resolução de problemas).

Nessa perspectiva, um dos papéis do professor é assumir a responsabilidade de possibilitar alternativas apropriadas para os seus alunos e, em particular, a definição da melhor maneira de utilizar o computador.

## 1.4 O Professor

No que diz respeito à missão do professor, cabe a recomendação de Moran, Masetto e Behrens (2000, p. 71):

> A produção do saber nas áreas do conhecimento demanda ações que levem o professor e o aluno a buscar processos de investigação e pesquisa. O fabuloso acúmulo da informação em todos os domínios, com um real potencial de armazenamento, gera a necessidade de aprender a acessar as informações. O acesso ao conhecimento e, em especial, à rede informatizada desafia o docente a buscar nova metodologia para atender às exigências da sociedade. em face da nova realidade, o professor deverá ultrapassar seu papel autoritário, de dono da verdade, para se tornar um investigador, um pesquisador do conhecimento crítico e reflexivo. O docente inovador precisa ser criativo, articulador e, principalmente, parceiro de seus aluno no processo de aprendizagem. Resta nova visão, o professor deve mudar o foco do ensinar para reproduzir conhecimento e passar a preocupar-se com o aprender e, em especial, o 'aprender a aprender', abrindo caminhos coletivos de busca e investigação para a produção do seu conhecimento e do seu aluno.

A relação professor-aluno é afetada com a presença do computador. O professor envolve-se em um processo de aprendizagem, de forma contínua, e de aproximação de maneira interativa com seus alunos. Determinados aspectos desta pesquisa devem ser destacados:

a) nas simulações (principal objetivo na composição dos PE e outras estratégias afins), o professor, para responder a dúvidas e questões apontadas pelos alunos, deve se preparar estudando os temas propostos, procurando compreender as idéias que caracterizarão o esforço para o processo de aprendizagem com o aluno;

b) professor e aluno transformam-se em companheiros, com atribuições e bases de experiências diferentes, no mesmo processo de aprendizagem;

c) o professor constitui-se pela formação básica nos aspectos científico, educacional e na prática pedagógica; necessariamente, deve ser preparado para as modernas práticas pedagógicas e para as novas tendências tecnológicas e, conseqüentemente, estabelecem-se novas relações para as práticas educativas, definindo o perfil do novo professor.

d) nesse modelo, o computador posiciona o professor ante a necessidade de habilidades diversificadas e, especialmente, de competência e de novos conhecimentos, tais como:

– compreensão do seu papel nas várias áreas das atividades sociais

– capacidade de encontrar, selecionar textos apropriados e utilizar softwares disponíveis no mercado

– capacidade de ler, escrever e adaptar *softwares* considerados simples.

## 1.5 O Aluno

Adotando ainda a visão de Moran, Masetto e Behrens (2000, p. 71), o aluno, por sua vez,

> precisa ultrapassar o papel de passivo, de escutar, ler, decorar e de repetidor fiel dos ensinamentos do professor e tornar-se criativo, crítico, pesquisador e atuante, para produzir conhecimento. Em parceria, professores e alunos precisam buscar um processo de auto-organização para acessar a informação, analisar, refletir e elaborar com autonomia o conhecimento. O volume de informações não permite abranger todos os conteúdos que caracterizam uma área do conhecimento. Portanto, professores e alunos precisam aprender a aprender como acessar a informação, onde buscá-la e o que fazer dela.

O aluno deve apresentar atitudes fundamentais, como:

a) cuidadosa delimitação do que lhe compete fazer;

b) reconhecimento crítico de que as atividades produzem resultados satisfatórios;

c) comparar situações e diversificar procedimentos ou soluções.

Esta pesquisa constatou que essas condições pontuadas contribuem para o desenvolvimento da sua capacidade de avaliação e de controle dos seus próprios processos cognitivos. Além disso, pretendeu-se viabilizar também a participação ativa e responsável do aluno no processo, empregando o texto apropriado de forma criativa, reforçando, recuperando e agilizando sua preparação, mediante o envolvimento com problemas do cotidiano.

## 1.6 A Metodologia

A proposta do texto alternativo no ensino de funções lineares pressupôs a programação do trabalho em etapas seqüenciais. A primeira delas foi dedicada a uma revisão bibliográfica básica relacionada ao assunto por intermédio de pesquisas na área de educação matemática. A segunda à seleção dos livros didáticos (LD) adotados para o ensino de Matemática em unidades escolares do ensino médio, em Goiânia. As unidades escolares consultadas foram as seguintes:

a) Centro Federal de Educação Tecnológica de Goiás;
b) Colégio Santo Agostinho;
c) Colégio Agostiniano;
d) Colégio Estadual Liceu de Goiânia;
e) Colégio Estadual Rui Barbosa;
f) Colégio Ateneu de Goiânia;
g) Colégio Estadual Presidente Costa e Silva.

Ainda nessa etapa foram definidas as obras a serem analisadas, particularmente no que diz respeito aos capítulos dedicados ao estudo de funções lineares, sem levar em consideração os critérios utilizados pelas unidades escolares para a definição delas como texto didático a ser empregado pelos seus professores. As obras selecionadas são as seguintes:

a) GENTIL, N. et al. *Matemática para o 2º grau. São* Paulo: Ática, 1997. v. 1.

b) GENTIL, N.; SANTOS, C. A. M. dos; GRECO, A. C.; BELLOTO FILHO, A.; GRECO, S. E. *Matemática para o 2º grau*. São Paulo: Ática, 1998.

c) GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R. *Matemática 1*. São Paulo: FTD, 1992. v. 1.

d) GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JR. J. R. *A conquista da Matemática*: teoria e aplicações: 8ª série. ed. ren. São Paulo: FTD, 1997.

e) GIOVANNI, J.; BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JR., J. R. *Matemática fundamental*: 2º Grau. São Paulo: FTD, 1997.

f) GUIDORIZZI, H. L. *Um curso de cálculo.* 2 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1994. v. 1.

g) IMENES, L. M.; LELLIS, M. *Matemática*: 8ª série. São Paulo: Scipione, 1998.

h) JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. *Matemática na medida certa*: 8ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

i) KIYUKAWA, R. S., SWIDE, K. C. S. *Matemática*. São Paulo: Saraiva, 1998. v. 1.

j) PAIVA, M. R. *Matemática*. São Paulo: Moderna, 1995. v. 1.

k) PIERRO NETO, S. di. Ma*temática*: conceitos e operações: 8ª série, 1º grau. São Paulo: Saraiva, 1998.

l) SMOLE, K. C. S.; KIYUKAWA, R. *Matemática*. São Paulo: Saraiva, 1998. v. 1.

Nessas obras, procedeu-se a um levantamento do corpo conceitual nelas constante, especificamente nos capítulos que abordam a temática do estudo de funções lineares, cujo levantamento se encontra distribuído no Apêndice A.

Ainda no Apêndice A, realizou-se uma síntese dos conceitos básicos que constam de cada um dos livros já citados, na qual se indica a unidade correspondente em cada um dos conceitos relacionados.

Baseando-se no Apêndice A, construiu-se o Apêndice B, em que se mostra, de forma resumida, como os conceitos encontram-se distribuídos nos livros didáticos selecionados, assim como sua presença neles.

Nessa etapa, evidenciaram-se os conceitos comuns em todas as obras, os não-comuns e aqueles que, porventura, constaram apenas em uma delas (Apêndice A).

Com base nessa seleção, identificaram-se as atividades que oferecem condições de exploração mediante a utilização de *softwares* aplicativos, em consonância com o corpo conceitual defendido por Papert (1980). Dentre os muitos *softwares*, pode-se mencionar, por exemplo:

a) *Derive*
Versão 3.0 – produzido pela Softwarehouse, Estados Unidos da América, em 1994.

b) *Maple VI*
*Software* matemático para computação algébrica utilizado nas versões anteriores a 80 por intermédio dos pesquisadores Gaston Gounet e Reith Geddes, da Universidade de Waterloo, Canadá.

b) *Mathemática*
Versão 3.1 – produzido por Woltran Research, Estados Unidos da América, em 1994.

Enfim, desenvolveu-se esta proposta para o ensino de funções lineares apoiada no aplicativo *Linear Web Applet* e incorporando o *Padrão de Perseguição* (figura 1). Ao mesmo tempo, associa-se os conceitos de dinâmica, iterações, trajetória, gráfico das soluções, pontos atrator e repulsor e outros que vêm sendo introduzidos no ensino de Matemática.

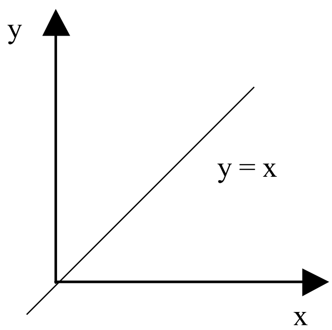



Figura 1 - Padrão de Perseguição (Novo Sistema)
Fonte: o autor.

## 1.7 A Proposta Alternativa

Imagina-se e sugere-se uma proposta que incorpore os novos conceitos, de tal maneira que representem o salto na direção de alternativas atualizadas e apropriadas àqueles que concebem o computador como ferramenta de ensino.

Ao conceito de função, pretende-se associar os de dinâmica, iterações e outros, sustentados pelo *padrão de perseguição* (figura 1).

Também, da forma como os conteúdos são elaborados e sistematizados (Apêndices A e B), deve-se propor idéias a fim de que os novos *conceitos* sejam trabalhados e as atividades programadas adaptadas ao novo padrão que se está acrescentando ao tradicional sistema cartesiano ortogonal (figura 2), utilizado até então. A esse novo padrão, preliminarmente, confere-se o nome *padrão de perseguição* (figura 1).

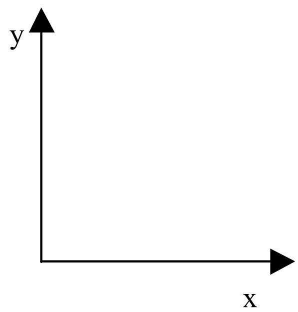



Figura 2 - Sistema Cartesiano Ortogonal (Tradicional)
Fonte: o autor.

A incorporação do padrão de perseguição pode transformar-se em um referencial apropriado para estudar as funções de forma dinâmica e iterativa, determinando uma concepção que preserve o aspecto conceitual preponderante até agora e abrindo novas perspectivas para o futuro.

Nesse padrão, não se pode ter uma visão de função na forma $f(x) = ax$ como um objeto estático, mas que esse objeto se apresente de uma forma dinâmica, de tal modo que os conceitos de domínio e imagem (ver Apêndice A), até então predominantes, passem a assumir uma roupagem ampla. Por exemplo, o domínio pode ser pensado como uma população em que o destino de cada um de seus integrantes seja controlado por uma função dada por uma condição $f(x)$ qualquer. Desse modo, para um dos integrantes – membro dessa família – considere-se um indivíduo x = 1, de tal forma que o seu futuro seja definido por intermédio da seqüência $(a, a^2, a^3, ..., a^n)$. Percebe-se que, dependendo do valor do parâmetro *a*, extraem-se várias alternativas (variação de destinos). Esta questão é tratada no capítulo IV, e constitui a proposta desta dissertação. A organização da proposta alternativa dá-se com base na elaboração dos conceitos produzidos, tendo como inspiração o padrão de perseguição (figura 1), bem como do *software* mais amigável e aderente, cuja definição foi feita com base nos resultados auferidos na etapa inicial. Deve-se ressaltar que a importância desta proposta se concentra na necessidade de apoio aos novos conceitos, de tal forma que os *softwares* sejam utilizados exclusivamente em condição que vise promover a mediação no processo ensino-aprendizagem.

Esta proposta foi elaborada de modo a possibilitar que docentes, alunos e curiosos que se preocupam com o ensino de Matemática tenham condições de promover a mediação no processo ensino-aprendizagem de forma mais dinâmica e, ao mesmo tempo, bem-sucedida, respeitando as relações que nela se estabelecem.

Pretende-se também que esta proposta possa abrir caminhos para uma transição do ambiente de ensino de exatas, nesta e em outras instituições, para um ambiente atualizado, que utiliza recursos tecnológicos disponíveis, possibilitando ao aluno um aprendizado dinâmico, motivante, coerente, significativo e aplicado ao nosso cotidiano.

CAPÍTULO II

## FUNÇÕES LINEARES: PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Vários estudos tratam, com muita propriedade, o ensino de funções nos diversos níveis do sistema escolar vigente. A abordagem dos conceitos inseridos nos livros didáticos, conforme já tratado no capítulo anterior, desenvolve concepções inadequadas para sua exploração em nossa proposta. Inúmeras pesquisas em educação matemática adotam a temática como objeto de investigação (Castro, 2000; Borba, 1996). Uma certa preocupação em relação ao assunto motivou o desenvolvimento do presente trabalho, já que ele se encontra inserido no dia-a-dia.

Evidentemente, para se tornar objeto de pesquisa, o ensino dos conceitos matemáticos não os deve apresentar e os considerar como verdades absolutas e incontestáveis, como um corpo de conhecimentos congelado ao longo do tempo, e que não pode responder a enorme curiosidade de jovens e nem a própria dinâmica da elaboração do conhecimento (D'Ambrosio, 1997).

Entende-se ser a investigação da aprendizagem dos conceitos matemáticos, particularmente aqueles relacionados a funções, comprometida por circunstâncias as mais diversas. Por essa razão, procura-se evidenciar alguns fatores que, de certa forma, contribuem para transformar tais circunstâncias em obstáculos. Esses obstáculos aparecem enraizados no processo ensino-aprendizagem e acabam comprometendo qualquer iniciativa dos atores envolvidos em viabilizar uma intermediação bem sucedida. Conseqüência direta desse conflito é o baixo desempenho no ensino de funções, a inadequação para a exploração das riquezas que os diversos modelos proporcionam e, dessa maneira, sua transformação em meros modelos numéricos e práticos entediantes e repetitivos.

Este trabalho apóia-se na noção de obstáculo que, segundo Brousseau (1983), se caracteriza por um conhecimento, uma concepção, e não por uma dificuldade ou uma falta de conhecimento que produza respostas falsas. Assim, cada conhecimento é suscetível de ser um obstáculo à aquisição de novos conhecimentos. Pode-se dizer que os obstáculos se manifestam pela incompreensão de certos problemas ou pela impossibilidade de resolvê-los corretamente, ou até mesmo pelos erros que, para serem superados, devem conduzir ao estabelecimento de um novo conhecimento (Almouloud, 2000).

É necessária a incorporação de novas estratégias dirigidas a professores e alunos, com o intuito de incentivá-los à adoção de novas atitudes e definição de objetivos mais criativos e inseridos num contexto mais abrangente.

O baixo desempenho no ensino de funções é uma questão complexa no trabalho do professor, mas afeta, de modo mais grave, aquele que deveria estar aprendendo, o aluno. O baixo desempenho dos alunos indica que não estão capacitados para relacionar conceitos a situações reais, tampouco a desenvolver o raciocínio dedutivo. Na maioria das vezes, os alunos não sabem ler o texto de funções (Mendes, 1994). É possível que isso seja conseqüência do ensino centrado no discurso e na repetição de regras e procedimentos desprovidos de seus objetivos (significados). Pesquisadores como Freire, Demo, Lorenzato e Vila e Batomi examinam essa forma de ensinar, demonstrando sua inadequação em formar cidadãos criativos e empreendedores. As habilidades necessárias para a produção do conhecimento matemático – deduzir, observar, comparar, interpretar, organizar, estabelecer relações de forma iterativa e dinâmica, dentre tantas outras – tornam-se necessárias ao seu ensino, não apenas na sua dimensão formal, mas em termos de comportamentos e condutas, em particular no cotidiano.

Apoiando-se em pesquisas realizadas desde a década de 80 e, sobretudo, reconhecendo que o professor, como profissional, expressa diferentes habilidades, conhecimentos, crenças, visões, modos de agir, atitudes, preocupações e interesses durante a carreira, pode-se dizer que ele é um dos principais atores que promovem mudança e desenvolvimento na vida de cada indivíduo que depende da escola (Polentini, 1996). Nesse sentido, atribui-se à precária formação dos professores parte da responsabilidade na questão do maior ou menor desempenho dos alunos.

Os resultados das pesquisas iniciadas na década de 70, a princípio, deixaram alarmados pesquisadores que pretendiam mostrar a existência de uma relação direta entre o conhecimento do conteúdo matemático e a aprendizagem dos alunos e serviram de alerta para a importância de se discutir o que se entende por conhecimento do conteúdo matemático e por sua aprendizagem. Atualmente, existe uma visão mais ampla do que representam ou significam tanto o conhecimento do conteúdo quanto sua aprendizagem. Pollentini (1996) aponta que a falta do conhecimento do conteúdo pode ser obstáculo para mudanças na prática e que mudanças mais abrangentes ocorrem quando há apoio de forma sistemática ao trabalho do professor. Não se pode desconsiderar o contexto em que o aluno se insere – unidades de ensino em precárias condições, insuficiência de recursos financeiros e, conseqüentemente, dificuldade para atrair professores qualificados.

Persistem programas que não se preocupam com uma composição curricular que possibilite a formação de professores de que a sociedade globalizada e informatizada necessita. Certamente as questões são pertinentes, e a intenção de aglutiná-las exige tomar uma postura reflexiva. Tais questões já vêm merecendo investigação profunda, e, apesar de se reconhecer que este não é o objeto desta pesquisa, não se pode virar as costas à realidade que se está tentando situar diante de um quadro no qual as funções – e a forma de ensiná-las, compreendê-las, representá-las e, por fim, aplicá-las – vêm sofrendo danos em face do cenário do qual fazem parte a formação e a qualificação dos professores de Matemática.

Constata-se, por intermédio do levantamento feito nos Apêndices A e B, que, apesar de estar inter-relacionado a uma série de outros conceitos do ensino médio, na prática o conceito de função é trabalhado apenas na primeira série desse nível, na idéia elementar de par ordenado e no estabelecimento de relações entre conjuntos. Pesquisas mais específicas (Mendes, 1994, e Oliveira, 1997) reforçam essa percepção.

É comum os livros didáticos abordarem tal conteúdo na seguinte cadeia linear: par ordenado, produto cartesiano, conceito de relação, gráfico de uma relação, conceito de função.[4] Ainda nessa abordagem, há livros que definem a função por meio de dois conjuntos, o domínio e o contradomínio, e por uma regra

---

[4] Como no exemplo: “dados dois conjuntos não vazios A e B, uma função de A em B é uma relação que a cada elemento x de A faz corresponder um único elemento y de B” (cf. Anexo 1).

que associa a cada elemento do domínio exatamente um único elemento do contradomínio. Essa é a idéia, e até mesmo a estratégia, que se constata ao analisar todos os livros didáticos examinados, conforme se pode verificar nos Apêndices A e B. Felizmente, conta-se com sistemáticas investigações (Mendes, 1994, e Oliveira, 1997) denunciando que essa forma de abordagem dos conteúdos tem trazido, na sala de aula, resultados extremamente desanimadores.

Essas limitações comprometem a internalização de conteúdos (Libâneo, 1999). Conseqüência disso é a acumulação de deficiências na aprendizagem dos conteúdos ensinados na primeira série do ensino médio, que se traduz em motivos para queixas de professores no ensino superior.

O conceito de função – e não se exclui daí nenhum tipo de função – é abordado nas escolas e livros didáticos com ênfase a protótipos de expressões analíticas e a teoria de conjuntos como caso particular das relações binárias, sempre utilizando gráficos padronizados. Essa abordagem *mecanicista* não contribui para que o aluno compreenda e explore a iteratividade e a dinâmica própria de cada modelo. Essa postura despreza a origem histórica do conceito de função e também sua conexão com outros conteúdos inter-relacionados, até mesmo em uma perspectiva de verticalização, ou seja, não se levam em conta os níveis de compreensão desses conceitos, sua compreensão intuitiva, sua abstração e, por fim, sua formalização.

Os currículos atuais, na formação de professores de Matemática, apontam a inadequação dessa postura tradicional, indicando a necessidade de um trabalho que prepare os alunos para a formalização do conceito de função incluindo-se a análise de fenômenos significativos, explorando exaustivamente as linguagens corrente e gráfica e a passagem de uma para a outra, respeitando os níveis já citados e atingindo o nível máximo de abstração possível, e, mais ainda, com objetivos bem definidos e instrumentalizados numa perspectiva iterativa e dinâmica. Há que se considerar aí a preocupação de professores em relação à extensão dos programas e ao tempo disponível para cumpri-los.

Para Araújo, a problemática da formação de professores de Matemática guarda coerência com a situação político-social do país. As questões que permeiam a problemática são marcadas por um número variado de fatores que influenciam a formação de novas gerações para o magistério da Matemática. Na verdade, uma das questões não solucionadas na formação de professores é a relação entre os níveis de formação geral, específico e pedagógico. Essa é uma problemática para o qual as instituições de formação de professores de Matemática devem estar atentas, uma vez que as novas tecnologias invadem com maior intensidade o dia-a-dia do professor, em particular, o de Matemática.

As modalidades de formação continuada implementadas até agora não alcançaram ainda inteiramente o objetivo de mudar a prática na sala de aula. A maioria das iniciativas trata de casos isolados e sem consistência. Muitas são as experiências, e poucos os resultados que merecem a sua socialização.

Enfim, a formação de professores de Matemática e, de maneira especial, daqueles que hoje atuam no ensino fundamental e médio, se insere em um contexto em que a diversidade de causas se entrelaçam. Inicia-se no desrespeito pela profissão de professor, que, não tendo garantidas as mínimas condições de trabalho e nem salários dignos para se manter, vê-se obrigado a trabalhar em duas ou mais escolas. Com isso, não dispõe de tempo para preparar sua aula, e a capacitação passa a ser objetivo inalcançável. Atualmente, qualquer profissional que tenha uma graduação universitária julga estar habilitado a lecionar e acha oportunidade de trabalho no magistério exatamente pelo abandono em que ele se encontra.

O professor de Matemática, em grande parte, demonstra, em sua prática, o desconhecimento dos principais objetivos e finalidades do ensino dessa disciplina. Realidade que não é diferente no ensino de funções. A rotina que se estabelece, com o decorrer dos anos, é aquela consolidada no princípio de que, para ensinar Matemática, é suficiente conhecer as proposições e as teorias que a estruturam. Porém, muito mais do que isso, é preciso buscar a compatibilização dos modelos que a Matemática proporciona aos problemas do cotidiano. Entretanto, essa dialética é comprometida pela falta de vontade de renovação, de atualização, de adaptação e de interação entre conteúdos e novas tecnologias. Para isso, exigem-se estudo, trabalho e pesquisa na mesma direção. Mas, ao contrário dessa vertente, publicações na área mostram que a tendência da grande maioria dos professores é a de ensinar *o que* e *como* lhes foi ensinado, sem reflexão, apropriação e adaptação prática dos modelos.

Ainda nesse contexto, no tocante ao professor de Matemática, tornam-se cada vez mais necessários, além do domínio do conteúdo específico a ser ministrado, uma boa formação, conhecimento e visão crítica para adequar os conteúdos à realidade dos alunos e selecionar as estratégias de ensino adequadas à realidade sociocultural com que o aluno vai deparar no dia-a-dia. Assim, o professor deve procurar, constantemente, atualizar-se e renovar, sem modismo, aprofundando seus conhecimentos. Os pesquisadores devem assumir, cada vez mais, o papel de fomentador de fontes novas e alternativas para esse fim.

## 2.1 Fenômenos Ligados à Formação de Conceitos e Significados de Funções

Do ponto de vista da investigação, diversas publicações indicam a preocupação dos pesquisadores a respeito do ensino de funções, especialmente do ensino fundamental e médio, níveis que têm merecido especial atenção de pesquisadores atuantes em educação matemática, dentre eles Ferreira (1998), Borba (1996) Frant (1994) e Oliveira Filho (1991).

As pesquisas apontam as dificuldades predominantes e que se transformam em obstáculos comprometedores para o sucesso do processo ensino-aprendizagem. Bittencourt (1998, p. 16) assinala:

> Um obstáculo (...) pode ser tanto de natureza psicológica quanto epistemológica ou didática e muitas vezes um obstáculo epistemológico é reforçado pelo obstáculo didático. Se é relativamente simples identificar um erro, já a análise de sua estrutura, revelando a rede de concepções de modo a criar bons instrumentos didáticos são tarefas extremamente complexas.

Entende-se que a instrumentalização com recursos didáticos atualizados pode promover uma mediação mais interativa e até mesmo sistematizada dessas relações. Também, assume-se que os alunos encontram muitas dificuldades na assimilação dos conceitos próprios da matéria. As dificuldades evidenciadas são decorrentes, em um primeiro momento, por terem de lidar com múltiplas representações. A esse respeito, escreve Frant (1994, p. 6),

> a aprendizagem de conceitos científicos na escola básica tem por objetivo último sua utilização pelo indivíduo em todas as instâncias da vida social, ou seja, a formação global do indivíduo para uma sociedade complexa. Portanto, espera-se que essa aprendizagem se reflita na maneira como o indivíduo se relaciona em seu ambiente.

Para a pesquisadora – e é essa também a concepção presente neste trabalho – a teoria das representações sociais pode apresentar importantes subsídios em respostas às questões apresentadas.

Em uma perspectiva mais estrutural, identifica-se que a grande quantidade de conceitos matemáticos – variável, taxa de variação, crescimento, decrescimento, vértice, domínio, imagem, periodicidade etc, como demonstrado nos Apêndices A e B – é apresentada em atividades cansativas, que não se tornam atrativas ao aluno. Além do mais, sua seqüência e ordenamento nos livros didáticos, de modo geral, provocam nos alunos uma percepção de diferentes visões, até mesmo do grau de exigência, nos diversos níveis e momentos do seu estudo.

Percebe-se, sobretudo, a dificuldade que os alunos demonstram quando são conduzidos a lidarem com variáveis. Nesse momento, pode-se, porém, explorar e utilizar as variáveis em uma perspectiva de um ambiente em que predomine o aspecto conceitual dinâmico. Entretanto, a realidade é aquela em que prevalece a exploração em ambiente eminentemente estático.

Ainda nesse mesmo campo, procura-se o apoio em pesquisas já consolidadas. Elas sustentam que se está na direção que se pretendia trilhar desde o início deste trabalho de investigação. Esses estudos evidenciam aspectos que, para este trabalho, são extremamente relevantes.

Um breve resumo histórico, a questão epistemológica, assim como a transposição didática são aspectos que permeiam o processo ensino-aprendizagem e, em particular, o que se refere à noção de função, sua gênese e a evolução do seu conceito (Oliveira, 1997; Mendes, 1994).

## 2.2 Fatos Históricos e Epistemológicos sobre Noção de Função

Na Antigüidade, aparecem as primeiras idéias de funcionalidade. Entre os babilônios (2000 a. C.), foram localizadas tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas que revelaram o que se pode caracterizar como *um instinto funcional* (Almouloud, 2000).

Na Grécia Antiga, foram identificadas novas formas do aparecimento da concepção de função na Matemática, assim como nas ciências naturais. Esse conhecimento aparecia em métodos práticos, não-formulados, mas comunicados de mestre para aprendiz, de uma geração para outra, imediatamente subseqüente.

Nesse mesmo estudo, verifica-se que entre os pitagóricos aparece a idéia de função, especialmente da interdependência quantitativa de diferentes quantidades físicas, bem como do comprimento e altura da nota emitida por cordas de mesma espécie, pinçados com a mesma tensão. A interpretação de tais fatos revela a clara interdependência, até mesmo inesperada, entre número, espaço e harmonia.

Durante o período alexandrino, os astrônomos desenvolveram uma trigonometria completa de cordas correspondentes à circunferência de raio fixo, obtendo tabelas equivalentes a outras, que, por sua vez, denotavam a interdependência entre os dados nelas registrados e, alguns séculos depois, foram usadas pelos hindus, na condição de tabelas do seno.

No século II d. C., Ptolomeu utilizou métodos numéricos e de interpolação de funções de duas variáveis na construção de tabelas.

Estudos realizados (Mendes, 1994; Almouloud, 2000) mostram que a noção de função apareceu, em uma forma mais genérica, pela primeira vez, no século XII, mais especificamente nas escolas de Filosofia Natural de Oxford e de Paris. Destacam-se, nesse período, as contribuições de Roger Bacon e Robert Grossetete, que estudaram fenômenos como calor, luz, cor, densidade e outros, utilizando a idéia de função em suas publicações.

Ainda com o suporte do estudo investigativo desses pesquisadores e visando sobretudo contextualizar a noção de função na história, no século XVI, Nicole Oresme desenvolveu a teoria das latitudes e longitudes das formas, a qual pode ser considerada inspiradora e/ou precursora da representação gráfica de função. Pretendia já possibilitar às pessoas a compreensão mais ágil e de maneira mais simplificada da natureza das mudanças representadas por intermédio das tabelas. Suas representações marcaram um passo à frente na direção do conceito de função e notadamente no que concerne à variável dependente. Suas idéias foram amplamente apreciadas, requeridas e estudadas nos séculos XV e XVI e, muito provavelmente, contribuíram e influenciaram direta ou indiretamente Descartes (Silva, 1999).

Destaca-se também que Galileu Galilei (1564-1642) participou efetivamente da evolução da noção de função. Foi, com certeza, uma grande e inegável contribuição. Sua experimentação foi facilitada pelo advento dos instrumentos de medida e, conseqüentemente, pelo surgimento do quantitativo, já que até então apenas o qualitativo - por exemplo, calor e frio – prevalecia. Para auxílio na formulação de leis, Galileu procurou a aglutinação de diferentes conceitos, objetivando a compreensão mais rápida e fácil dos fenômenos.

No século XVII, nova interpretação fez-se presente. Introduziu-se um novo método, denominado analítico, por intermédio de fórmulas e de equações, contribuindo significativamente para a evolução da noção de funcionalidade. Fermat e Descartes, trabalhando independentemente, apresentaram o método analítico na mediação ou aplicação do que se poderia denominar de *nova álgebra* na Geometria. Atribui-se a Descartes o fato de, pela primeira vez, efetivamente, mostrar uma relação de dependência entre quantidades variáveis, em que todos os elementos essenciais se fizeram presentes.

O termo *função* apareceu pela primeira vez com Leibniz, em 1673, em um manuscrito. No entanto, ele não o utilizou para a representação de uma relação formal que vincula a ordenada de um ponto com a abscissa do mesmo ponto. Entretanto, para ele, o conceito geral de função já era evidente.

De acordo com Oliveira (1997, p. 20), Jean Bernoulli (1667-1748) apresentou a primeira definição explícita de uma função na forma de expressão analítica: “Chamamos função de uma grandeza variável uma quantidade composta de qualquer maneira que seja desta grandeza variável e constantes.” É ele também o primeiro a propor a utilização de letras para a representação simbólica, ou seja, a notação algébrica. A letra empregada para indicar uma função foi a grega φ, adotando-se a simbolização φ*x*, no lugar do que se adota atualmente – f(x).

No século XVIII, Euler tornou-se personalidade fundamental para que o conceito de função evoluísse e se transformasse em ferramenta cada vez mais útil. Coube-lhe iniciar a definir noções primárias, discriminando as quantidades variáveis das variáveis constantes. Em seguida, passou a distinguir/identificar as funções, de acordo com outra caracterização: as contínuas e as descontínuas. E passou a identificar uma função usando como símbolo a letra *f* com os parênteses, *(f(x))*, notação empregada usualmente. Euler, no século XVIII, definiu assim função: “Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta, de qualquer modo que seja, desta quantidade e números ou quantidades constantes.”

Observa-se que as definições apresentadas tanto por Bernoulli quanto por Euler são bastante semelhantes.

Os trabalhos produzidos até então e, mais especificamente, os de Euler, influenciaram e inspiraram muitos outros estudiosos daquele tempo, dentre eles se destacam Condorcet (1778), Cauchy (1789), Lacroix (1797), Fourier (1821) e Lobatchevsky (1837), que se aprofundaram no estudo, promovendo o aprimoramento da concepção de função, corrigindo, assim, alguns aspectos considerados limitados na produção de Euler.

Uma definição mais ampla de função foi sugerida, em 1837, por Dirichlet, da seguinte forma: “se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra segundo a qual um único valor de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x” (Boyer, 1974, p. 405).

Essa definição apresenta uma boa aproximação da noção moderna de correspondência entre dois conjuntos de números, mesmo considerando que os conceitos de conjunto e de número real não tivessem sido formulados até então.

Weyl *apud* Oliveira (1997), na era da Matemática Moderna, afirmava que "Ninguém jamais soube explicar o que é uma função. Mas uma função f é definida se por um meio qualquer podemos associar a um número a, um número b (...) dizemos então que b é um valor da função f para o valor a do argumento".

Já para a Matemática denominada Conjuntivista, a definição que até então predomina praticamente em todos os livros didáticos no mercado, além de alcançar o maior grau de abstração, é, por exemplo, a seguinte: "Uma função f de um conjunto A em um conjunto B é um subconjunto do produto cartesiano A x B que a cada x em A associa um único elemento y em B tal que $(x, y) \in f$ ".

Conforme Cotret *apud* Oliveira (1997), dos anos 30 até os dias atuais, em face da constante evolução do assunto, as definições são cada vez mais abstratas e extremamente formais. Para ela, torna-se necessário deixar claro, na função, suas componentes de variação, dependências e correspondência. Aponta conclusões que se transformaram e transformam em obstáculos/dificuldades relacionadas ao conceito de função e descritos por Oliveira (1997).

Cabe o registro das principais preocupações da pesquisadora em relação às dificuldades que se transformaram em obstáculos para o contexto do conceito de função. Dentre elas, assume-se, assim como Oliveira (1997), que pontos essenciais – proporção, homogeneidade, incomensurabilidade e separação entre grandezas – merecem atenção e tratamento especiais.

O desempenho dos alunos nas disciplinas básicas dos cursos, especialmente nos das ciências exatas, não evidencia que estão capacitados a estabelecer relações dos conceitos com situações concretas e tampouco desenvolvem o raciocínio dedutivo. Na maioria das vezes, os alunos sequer conseguem ler o texto matemático.

Segundo Frant (1994, p. 9),

> Nas relações estabelecidas entre as representações gráfica e algébrica de uma função do 1º grau, percebe-se, nitidamente, a importância dada pelos alunos a aspectos geométricos. Assim, os coeficientes da representação algébrica ganham uma dimensão

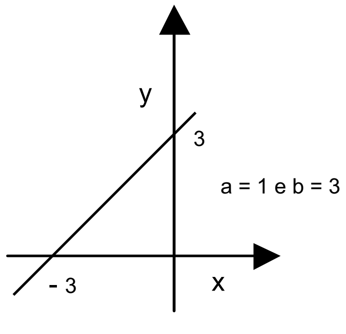
geométrica ao serem associados aos valores em que a reta intercepta oa eixos; por outro lado, a inclinação (crescente ou decrescente) da reta ganha uma dimensão algébrica ao ser associada ao sinal dos coeficientes. Isto sem falar na própria estrutura da equação, que é uma para as retas que passam pela origem e outra para as demais retas.

Procura-se entender o significado que as representações produzem nos estudantes. Nesse sentido, considera-se o fundamental suporte que o uso da representação cartesiana lhes proporciona. Sua importância, mais do que nunca, vem merecendo o alvo de pesquisas em torno da forma como os alunos a interpretam e a utilizam. A todo instante, depara-se com informações que são transmitidas e mediadas por intermédio de representações gráficas, as quais se tornaram comuns nos livros, jornais, revistas, cinema, televisão, Internet etc. Comprova-se que as representações gráficas são usadas por especialistas de muitas áreas, além da Matemática, a fim de facilitar e objetivar a ilustração dos fatos ou fenômenos estudados e a sua compreensão. Ilustrações nesse sentido são apresentadas em seguida.

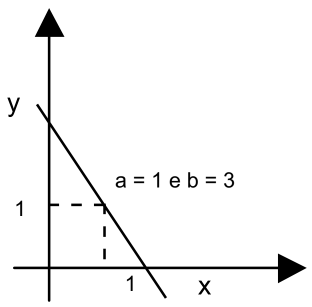
Exemplos:

1. Encontre os valores de 'a' e 'b' da função y = ax + b representada pelos gráficos abaixo (Gentil, Marcondes, Greco, Bellotto, 1997, p. 32):

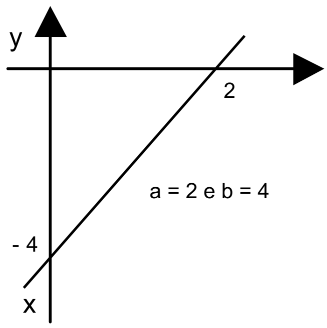
a)



b)

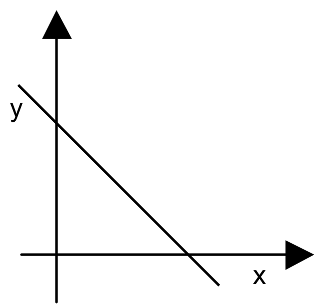



c)

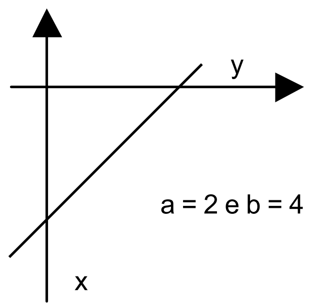



2. Qual é o sinal do coeficiente ‘a’ da função y = ax + b representada pelos gráficos ilustrados abaixo (Gentil, Marcondes, Greco, Bellotto, 1997, p. 32)?

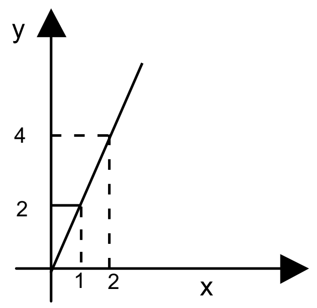
a)



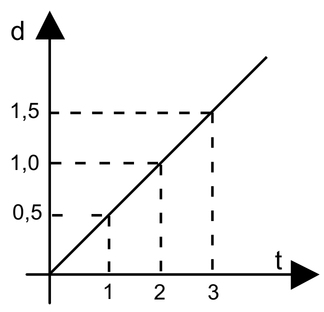
b)



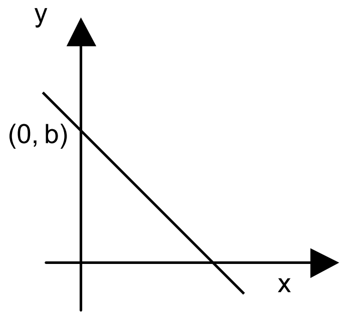

3. Dê o comprimento da circunferência de raio r. (C = 2pr)




4. Dê a distância *d* percorrida por um móvel com velocidade constante v = 0,5km/h em função do tempo *t* (Gentil, Marcondes, Greco, Bellotto, 1997, p. 33):



5. Um desses pontos pode facilmente ser determinado, bastando para isso ler a expressão da função: $y = ax + b$ (Gentil, Marcondes, Greco, Bellotto, 1997, p. 33).

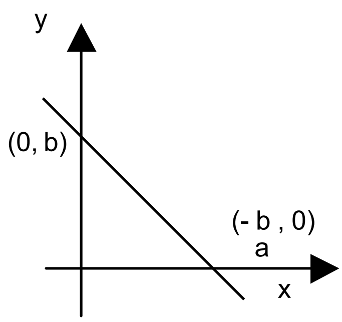



Se $x = 0$, então $y + a. 0 + b = 0 + b = b$
Ou seja, sempre que $x = 0$, $y = b$.

Já sei! O ponto (0, b) é o ponto de ibntersecção do gráfico com o eixo das ordenadas.

6. O ponto de intersecção com o eixo das abscissas é um ponto em que $y = 0$. Logo, para encontrar a abscissa x, basta encontrar a raiz da equação (Gentil, Marcondes, Greco, Bellotto, 1997, p. 33).

$$ax + b = 0$$
$$ax = - b$$
$$x = \frac{-b}{a}$$




Ah! O ponto $(-\frac{b}{a}, 0)$ é o ponto de intersecção com o eixo das abscissas.

Os exemplos comprovam que grande parte das atividades propostas são elaboradas com o propósito de exercitar as práticas operatórias. Parece que a representação gráfica, manual ou mecânica não oferece condições suficientes para que o aluno estabeleça as relações na vinculação do texto com sua representação simbólica.

A figura 3 mostra uma representação importante de situações do cotidiano envolvendo segmentos de reta na produção de significados (Frant, 2000) e que merece tratamento conveniente quando se estudam funções lineares.

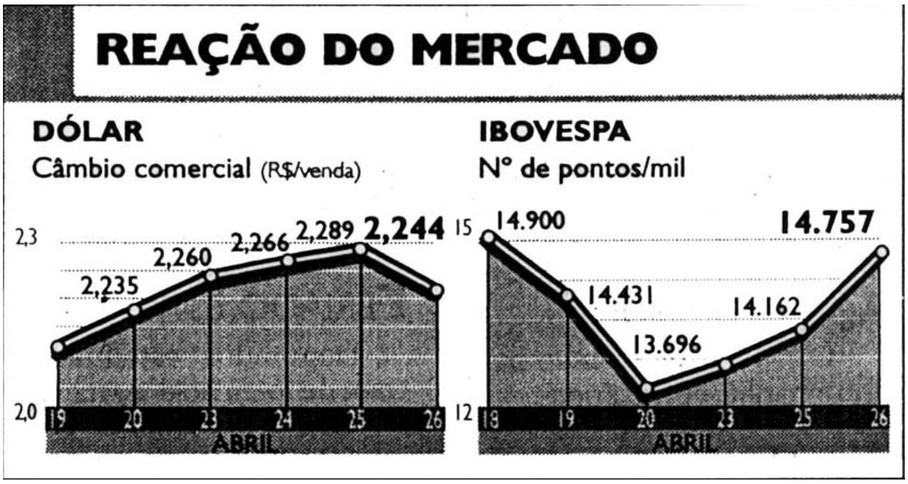



Figura 3 - Gráfico Ilustrativo da Reação do Mercado (19 abr. a 26 abr. 2001)
Fonte: *O Popular,* 27 abr. 2001

Muito embora as representações gráficas sejam utilizadas como instrumento para facilitar e possibilitar uma assimilação mais objetiva, não se podem ignorar os contratempos e as dificuldades que se evidenciam no momento de sua interpretação. Com isso, reconhece-se que as representações gráficas podem facilitar, e até mesmo dificultar, a compreensão dos significados que se pretende produzir por seu intermédio. Resultados mais abrangentes e pormenorizados foram publicados por Ferreira (1998).

Sobre representações gráficas, deve-se ressaltar que a visualização se apresenta, nesse contexto, como um recurso de aproximação ou até mesmo mediação da teoria e a prática. Por essa razão, a exploração dos modelos algébricos, mediante a representação gráfica, transforma-se em peça de atração visual, uma visualização entendida como processo que examina o espaço-representação da ilustração de uma afirmação. Nesse aspecto, a contribuição, como processo de mediação é rica e produtiva, viabilizando a consolidação da internalização (Libâneo, 1999) dos conteúdos envolvidos no modelo representado.

Pesquisas como as de Mendes (1994), Oliveira (1997), Frant (1994) e Castro (2000) comprovam, ao longo dos tempos, que a percepção e visualização, associadas à representação, possibilitam a criatividade e a construção de um conceito e passam a se constituir em um espaço de descoberta e de construção.

Além desses aspectos, recorreu-se a Maia (2000, p. 6), que assim se posiciona em relação à contribuição da teoria das representações sociais para a educação:

> Reconhecendo o homem como agente do seu próprio conhecimento do mundo, diversos modelos psicológicos tem levado em consideração a importância da imagem que o homem faz de si mesmo e de seu meio na determinação da maneira de se conduzir ou de explicar as experiências vividas ou pensadas. O ato, propriamente humano, de se representar um objeto, um semelhante, uma ou várias situações, de aceder aquilo que está ausente e de compartilhar com o seu semelhante, pelas palavras ou expressão artística, por exemplo, assume importância na psicologia como elemento a ser considerado para a explicação do comportamento humano.

Esse posicionamento mostra claramente a forte interligação que deve ocorrer entre a teoria e a prática, e que depende substancialmente dos métodos e meios incorporados na mediação, no decorrer do processo.

Outra vertente a ser ponderada é a da construção de gráficos, como representação visual do comportamento de uma função. Naturalmente, até bem pouco tempo, sem recursos tecnológicos, os gráficos constituíam-se em modelos estáticos e suas construções não denotavam o que se tinha algebricamente bem definido. Na construção de configurações matemáticas, que se tornam modelos a serem trabalhados, as ações representadas e os resultados observados são ligados aos objetos, e, efetivamente, representados por intermédio de construções gráficas.

Uma estruturação esquematizada, bem ordenada, de forma seqüenciada e lógica, conduz o estudante a refletir a relação entre o processo do discurso para a extensão do conhecimento e a formalização elaborada dos conceitos, assim como as interpretações.

Essa compreensão decorre do que muito bem escreve Forquin (1992, p. 32):

> A educação escolar não se limita a fazer uma seleção entre os saberes e os materiais culturais disponíveis num momento dado numa cidade. Ela deve também, a fim de tornar efetivamente transmissíveis para as jovens gerações, se entregar a um imenso trabalho de organização, de reestruturação, de transposição didática.

Para este trabalho, foi de fundamental importância esse posicionamento, pois o estudo de funções e suas representações merecem especial atenção para a transposição didática.

Torna-se necessário perceber com clareza esses conceitos e, ao mesmo tempo, incorporá-los à dinâmica própria deste trabalho. Procura-se relacioná-los à questão concernente ao ensino de Matemática e, em particular, ao tema desta dissertação para, sobretudo, entender os bloqueios rotineiramente manifestados pelos estudantes.

Nesse contexto, não se pode ignorar a dimensão que envolve o objeto desta pesquisa como matéria que depende da visão aqui denominada *saber sábio*, o qual pode ser entendido como o conjunto de conhecimentos socialmente disponíveis, por meio de publicações em revistas científicas ou até mesmo apresentados nos meios de comunicação, reconhecidos como válidos para toda uma comunidade e transmissíveis de forma não-sistematizada. Para esse saber vir a ser ensinado de forma sistematizada, são necessárias transformações e adaptações. Ao conjunto dessas transformações e adaptações atribui-se o que se denomina *transposição didática*.

Está aí o maior e mais fabuloso desafio: a pretensão de propiciar meios que favoreçam a transposição didática no ensino da Matemática. As transformações e adaptações neste ensino tornam-se até certo ponto traumáticas nos momentos em que se manifestam os processos do saber. Aí são envolvidos objetos a ensinar – conceitos, propriedades, aplicações e outros – o saber ensinar, o saber escolar, o saber ensinado e o saber disponível. E, nessa perspectiva, encontra-se em Forquin (1993, p. 121) o apoio necessário para essa compreensão:

> Esta noção de valor intrínseco da coisa ensinada, tão fácil de definir e de justificar quanto de refutar ou rejeitar, está no próprio centro daquilo que constitui a especialidade da intenção docente como projeto de comunicação formadora. É por isso que todo questionamento ou toda crítica envolvendo a verdadeira natureza dos conteúdos ensinados, sua pertinência, sua consistência, sua utilidade, seu interesse, seu valor educativo ou cultural, constitui para os professores um motivo privilegiado de inquieta reação ou de dolorosa consciência.

Existe clareza de que se trata de um grande empenho com o objetivo de buscar a superação de dificuldades a fim de possibilitar a aproximação dos saberes no interior do processo. Nessa direção, enxerga-se a contribuição do saber científico como aquele que configura o conjunto de conhecimentos produzidos socialmente e disponibilizados por intermédio de publicações em revistas científicas ou em outros instrumentos de divulgação reconhecidamente válidos para toda uma comunidade. Um saber que, para se tornar um saber escolar, ou seja, passar a ser ensinado, deve sofrer transformações e adaptações já denominadas de transposição didática. O saber escolar – saber a ser ensinado – é aquele que se encontra nos manuais escolares, livros didáticos, apostilas etc. Dessa maneira, cabe aos pesquisadores e/ou professores promoverem ações que favoreçam a adaptação do saber escolar, a fim de estabelecer meios que contribuam para a construção de situações de aprendizagem que favoreçam a transposição didática e, conseqüentemente, o saber ensinado.

Incontestavelmente, uma das situações em que se concentra significativa apreensão é a construção ou descrição de gráficos com o objetivo de reproduzir modelos das diversas áreas do conhecimento. O trabalho com gráficos não deve ser feito simplesmente como instrumento complementar das atividades de classificação, ordenação e visualização das operações aritméticas simples; é necessário que toda ação seja desenvolvida de forma seqüencial e dinâmica, a fim de oferecer aos alunos as condições instrumentais suficientes para suas interpretações estruturais e até mesmo figurativas. Essas circunstâncias permitem-lhes a eles irem além dos aspectos formais e teóricos que constam nos manuais didáticos, hoje utilizados nas escolas.

### 2.3 Tipos de Problemas no Ensino de Funções

No processo de aprendizagem, surgem erros e obstáculos. De certa maneira, predominam os problemas decorrentes de congruência operatória no tratamento matemático, aqueles em que a apreensão discursiva é necessária porque não há maior congruência com os gráficos ou porque são explicitamente solicitadas demonstrações. Surgem outros problemas que exigem, mais que uma apreensão discursiva, o recurso aos esquemas formais lógicos específicos, como o raciocínio disjuntivo, o raciocínio por contraposição.

A propósito da problemática, Almouloud (2000, p. 124) assinala:

> os problemas de formulação matemática estão longe de serem resolvidos, constituindo sérios obstáculos lingüísticos. Estes situam-se no nível do vocabulário (vocabulário inadequado, confuso), da leitura (os alunos lêem pouco e mal os enunciados) e da redação (os alunos têm raciocínio correto, entrevêem a solução da questão, mas são incapazes de formular a resposta). O trabalho de escrita deve ser proposto, nas mais variadas modalidades, nas atividades de demonstração, como estratégia de respostas aos obstáculos.

Há também, por outro lado, textos, obras didáticas e *softwares* educacionais matemáticos, dos quais trataremos adiante, tidos como rigorosos, que trazem vocabulário obscuro e expressões que não são, muitas vezes, compreensíveis aos alunos. Agrava-se mais ainda a névoa escura em que se transforma o ensino de funções no dia-a-dia do professor.

Pesquisas em educação matemática mostram que, para os diretamente envolvidos com o ensino de funções – no ensino fundamental e no ensino médio – são evidentes as deficiências desse ensino e claras as frustrações decorrentes e a enumeração de certos motivos não surpreende:

a) o professor, em geral, resiste ao desenvolvimento de tópicos vinculados a aplicação de modelos, preferindo se alongar em operações aritméticas e em outros assuntos do programa;

b) o relacionamento de funções a outros assuntos de Matemática, e mesmo com outras disciplinas, é muito pequeno, o que contribui para que o pouco aprendido seja rapidamente esquecido;

c) a maioria dos alunos tem aversão pela maneira – forma dedutiva – com que é apresentada a parte relativa a funções;

d) quando desenvolvidas, as deduções não são em geral apresentadas ou intuídas pelo aluno, mas literalmente impostas e com exagero de formalizações;

e) o método comum de ensino de funções não instrumentaliza o aluno com, pelo menos, uma idéia razoável de sistema dedutivo;

f) embora predominem no ensino fundamental e médio os métodos tradicionais de álgebra pura, outras ferramentas e técnicas algébricas e analíticas se encontram disponibilizadas e socializadas em alguns setores.

Naturalmente, os professores de Matemática estão conscientes das dificuldades encontradas pelos alunos nos problemas relativos a demonstrações e até mesmo nas próprias aplicações. A aversão, o temor e até mesmo o pouco caso de certos alunos em relação à aprendizagem das demonstrações podem ter origem nos métodos inadequados de trabalho, como também nos propósitos dos livros didáticos que são comercializados para esses níveis de ensino.

Além desses aspectos, a complexidade dos conceitos que interferem na aquisição do raciocínio não permite teorizar estratégias pedagógicas e, nesse sentido, o tempo é o maior adversário, uma vez que não há receitas milagrosas para eliminar o fracasso dos alunos. Aposta-se em uma ação em que a solução para as dificuldades esteja na busca de uma aprendizagem fundamentada em uma atividade na qual o aluno possa construir o seu próprio conhecimento.

Vivendo e lidando com a clareza dessa situação é que se persegue, com muita firmeza, a produção de ferramentas que se tornem atividades diversificadas a serem propostas, para favorecer um comportamento de busca e de conjecturas e que despertem o raciocínio e evitem o formalismo excessivo das formulações matemáticas. Assim, a expectativa é apontar questões para uma profunda e necessária reflexão sobre a forma como são transmitidos os conceitos fundamentais no ensino de funções, a fim de que possamos tentar mudar o cenário, pois, conforme afirma Oliveira (1997, p. 163),

> Constatamos que a transposição didática do conceito de função proposta pelos livros didáticos não está de acordo com a proposta curricular. Esta, por sua vez, não resolve os problemas ligados ao ensino do conceito de função e às suas representações, mas achamos que ela deve ajudar na mudança de postura do professor, pois a proposta curricular é uma referência importante, de caráter oficial, e a atual propõe inovações quanto a metodologia. A forma de apresentação do conceito de função não é afetada pelo recurso à História, nem pela Proposta Curricular, nem pelos livros didáticos e muito menos pela maioria dos professores de Matemática.

A situação de algum tempo atrás é a mesma de hoje.

CAPÍTULO III

# A INFORMÁTICA E O ENSINO DE FUNÇÕES

## 3.1 Uma Visão a partir dos Anos 90

Quando se iniciou essa pesquisa, já no levantamento bibliográfico identificou-se um grande esforço na construção de ambientes educacionais que proporcionem a seus usuários uma forma lúdica e mais apropriada na construção de conceitos normalmente considerados de difícil compreensão nas mais diversas áreas do conhecimento humano. Os trabalhos publicados na década de 90 assumiam serem os computadores máquinas da cognição e que, por isso, permitem aos aprendizes se apropriarem do conhecimento e o recriarem, de forma cada vez mais efetiva e natural. Nessa concepção, os computadores constituíam-se uma ferramenta privilegiada para a avaliação somativa, formativa e diagnóstica. Palis (1995, p. 25) afirma:

> Acredito que o emprego de tecnologia computacional, libertando o aluno da execução de algoritmos e procedimentos demorados, pode oferecer oportunidades de desenvolvimento de conceitos e de habilidades de resolução de problemas através de experimentações diversas (numérica, gráfica etc), em um nível mais aprofundado do que seria viável sem ferramentas computacionais rápidas. O computador facilita, em certos casos, o trabalho ‘experimental’ em Matemática, podendo-se planejar atividades nas quais os alunos adquiram habilidades e prática de observação, explorando, controlando variáveis, fazendo conjecturas, testando hipóteses, etc.

Já se tornava evidente que seria possível *aprender brincando*, no entanto, não com a significação de que o tempo se exauriria em uma atividade qualquer e que o conhecimento fluiria naturalmente. *Aprender brincando* significa que seria possível aprender, por intermédio de atividades realmente interessantes e significativas. A aprendizagem deveria provir da ação efetiva do aprendiz, mediante uma ação motora ou uma ação intelectual. Assumia-se, então, que o conhecimento buscado não se restringe à sala de aula, ele faz parte do cotidiano, e as pessoas estão nele inseridas.

Vários estudos abordando a utilização de computadores no processo ensino-aprendizagem têm sido publicados em eventos da maior importância. Ponte (1992, p. 19) assinala que, em sua relação com a sociedade,

> o computador estabelece uma interligação inesperada entre atividades antes completamente dissociadas, como os jogos, a televisão, a consulta de informação, as comunicações interpessoais, a escrita e a gestão dos nossos recursos financeiros. Dessa forma, sugere novos conceitos e altera as relações que mantemos com o mundo à nossa volta. Não é exagero pensar que o computador virá a influenciar decisivamente, e quiçá de formas basicamente ainda insuspeitas, a maneira de viver e de pensar da sociedade de amanhã.

Particularmente no que diz respeito à Matemática, aceita-se inteiramente o posicionamento de D'Ambrosio (2000, p. 1):

> Com a disponibilidade de calculadoras e dos computadores, o ensino de ciências e de matemática deve mudar radicalmente de orientação. Uma vez aceita a calculadora sem restrições, estaria desfeito o nó gordio da educação de hoje. Isto porque a calculadora sintetiza as grandes transformações de nossa era e a entrada de uma nova tecnologia em todos os setores da sociedade. A incorporação de toda a tecnologia disponível no mundo de hoje é essencial para tornar a Matemática uma ciência de hoje.

Essa visão demonstra claramente a necessidade de pesquisas nessa direção. Devem-se criar meios que permitam buscar produtividade em educação e eficiência nos processos de ensino, preocupação predominante no ensino de Matemática nos últimos anos.

É evidente a grande contribuição que a tecnologia será capaz de oferecer, em especial para a educação. Ela já se transformou em poderosa ferramenta em todas as áreas do conhecimento, demonstrando, assim, que o cenário atual não é o mesmo verificado nas décadas de 50 e 60, conforme reconhece Masetto (1980, p. 135):

> a desvalorização da tecnologia em educação tem a ver com experiências vividas nas décadas de 1950 e 1960 quando se procurou impor o uso de técnicas nas escolas, baseadas em teorias comportamentalistas, que, ao mesmo tempo em que defendiam a auto-aprendizagem e o ritmo próprio de cada aluno nesse processo, impunham excessivo rigor e tecnicismo para se construir um plano de ensino, definir objetivos de acordo com

determinadas taxionomias, implantar a instrução programada, a estandardização de métodos de trabalho para o professor e de comportamentos esperados dos alunos. Esse cenário tecnicista provocou inúmeras críticas dos educadores da época e uma atitude geral de rejeição ao uso de tecnologias na educação.

Os profissionais da educação, hoje, dependem sistematicamente da tecnologia e dos instrumentos por seu intermédio disponibilizados.

## 3.2 A Influência Na Educação Matemática

Uma síntese dos diferentes pontos de vista e das mais diversas abordagens usadas por pesquisadores na área de educação matemática, especialmente no que tange ao estudo das relações entre novas tecnologias e o aprendizado em Matemática, constitui um trabalho muito difícil.

Nos últimos anos, o Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), de Rio Claro, SP, tem desenvolvido pesquisas que possuem como objeto a relação entre a informática e a educação matemática. As investigações ocorrem nos diversos níveis de ensino, desde a educação infantil ao universitário, e os resultados são publicados nos eventos de maior relevância em todo o país e, conseqüentemente, nos periódicos dessa área do conhecimento (Borba, 2000).

Desde 1993, o GPIMEM desenvolve pesquisas de como os estudantes utilizam e pensam com calculadoras, computadores e softwares que priorizam o tema funções, bem como as relações pertinentes ao tema no cotidiano de uma escola e, mais recentemente, o papel que o professor deve desempenhar nesse contexto.

Os resultados demonstram que se deve envidar esforços cada vez mais consistentes para intensificar as investigações que possam contribuir para a compreensão da relação ser humano versus tecnologia. Este trabalho tenta promover uma ação que aproxime o estudante da teoria, por intermédio da visualização, na perspectiva apontada por Borba (1998, p. 125):

> a visualização pode desempenhar papel fundamental na Matemática desenvolvida pelos alunos quando o computador é usado por eles; a experimentação propiciada por diversos ambientes informáticos pode ser um veículo poderoso para que os estudantes a conectem com a álgebra e com gráficos; conhecimento pode ser visto como a capacidade que se tem de coordenar diversas representações e desenvolver justificativas que relacionem tais representações ou contra-exemplos para derrubar conjecturas previamente estabelecidas; aprender, portanto, dentro desta visão significa desenvolver a capacidade de coordenar representações múltiplas; o papel a ser desempenhado pelos professores vai depender fundamentalmente da capacidade que o sistema educacional tenha de implementar uma política de formação continuada para que os professores possam compreender as possibilidades dessa nova mídia nos processos de ensino e de aprendizagem e organizar sua prática de acordo com o conhecimento destas possibilidades.

Este trabalho apóia-se por inteiro nesse posicionamento, já que se assume a responsabilidade de indicar alternativas que respondam às expectativas colocadas até aqui. Espera-se gerar resultados que possam ser somados a tantos outros defendidos pelos autores já citados neste trabalho; enfim, em defesa de idéias que colocam as novas tecnologias da informação em uma condição de ferramentas privilegiadas para melhorar o aprendizado de Matemática, sobretudo atualizando abordagens concatenadas com os nossos dias, tendo em vista vivermos todos em uma aldeia globalizada.

Ainda nesse sentido, Frant (1994, p. 38) assinala:

> a importância do uso denovas tecnologias no estudo de funções possibilita resultados satisfatórios quando trabalhamos com *softwares* educativos. Isto não significa, de forma alguma, que estejamos atribuindo o surgimento de determinado significado ao uso deste ou daquele software. O significado não está no *software*. Ete é apenas um meio de expressão, como tantos outros, para os quais os alunos produzem significados. O que queremos dizer é que o ambiente de trabalho tanto pode favorecer o surgimento de certos significados, quanto pode inviabilizar o aparecimento de outros.

O interesse em investigar o estudo de funções utilizando a informática vai muito além dos aspectos tradicionais, cujas principais características são o conceito de função como expressão analítica e a introdução do conceito como conjunto de pares ordenados e como caso particular de relações. Deve-se ter em mente que muitos conceitos matemáticos ensinados estão, explícita ou implicitamente, presentes nas mais diversas situações do dia-a-dia e, de modo muito particular, no caso de funções. Os gráficos de vários tipos e as tabelas se tornarão objetos de nossa proposta, tendo como ferramenta de exploração os *softwares*, de maneira a oportunizar o exercício intuitivo, a matematização de situações, a abstração e, enfim, a formalização dos modelos. Além do mais, nos últimos anos aumenta consideravelmente o número de trabalhos desenvolvidos e que incorporam o uso de computadores e *softwares* educativos na prática de sala de aula. Adiciona-se ainda novos conceitos que irão compor textos matemáticos sobre funções.

### 3.3 O Aplicativo *Linear Web Applet*

Este trabalho apóia-se no software *Linear Web Applet*, desenvolvido por Adrian Vajiac e Robert L. Devaney, de Boston University.

Dentre os inúmeros *softwares* existentes e muito utilizados, adota-se esse aplicativo em razão de ser construído e disponibilizado com uma concepção bastante moderna e atual diante dos conceitos que iremos agregar, sobretudo no que diz respeito à dinâmica de composição de funções. Por intermédio dele, aborda-se a representação gráfica de uma função linear, incluindo-se a importância da escala adotada, bem como a compreensão dos efeitos na representação gráfica e propriedades correlatas.

Do mesmo modo que qualquer *software*, o *Linear Web Applet tam*bém tem suas limitações. Entretanto, não se podemos deixar de considerar as suas vantagens:

a) pode ser assimilado rapidamente e sem prévio conhecimento de programação de computadores;

b) seu formato visual permite clara representação, visualização e exatidão de cálculos;

c) permite a modificação de situações na simulação e a visão instantânea dos efeitos dessas mudanças;

d) libera o estudante da manipulação trabalhosa de números, permitindo a exploração dos significados a que se propõe cada modelo, sem preocupação com os cálculos complexos necessários que revelam a essência da Matemática aí envolvida.

Na resolução de problemas, serão exploradas a representação gráfica a visualização matemática, provocando e atraindo os estudantes para a elaboração de diagramas e gráficos apropriados a cada problema apresentado. Nessa perspectiva, os estudantes podem criar uma imagem mental de um conceito matemático, interiorizando-o, para depois exteriorizar e aplicar as diferentes representações mentais de um determinado conceito por intermédio de diagramas, gráficos, símbolos, frases etc.

De certo modo, adotam-se o computador e os *softwares* na condição de mediação no ato de ensinar ou, como escreve Valente (1993, p. 5): “Esta modalidade pode ser caracterizada como uma versão computadorizada dos métodos tradicionais de ensino. As categorias mais comuns desta modalidade são os tutoriais, exercício-e-prática, jogos e simulação”.

Este trabalho encaminha-se na modalidade de simulação de modelos e situações em que o estudo de funções esteja inserido na compreensão do mesmo pesquisador:

> Simulação envolve a criação de modelos dinâmicos e simplificados do mundo real. Estes modelos permitem a exploração de situações fictícias, de situações com risco, como manipulação de substância química ou objetos perigosos; de experimentos que são muito complicados, caros ou que levam muito tempo para se processarem, como crescimento de plantas; e de situações impossíveis de serem obtidas, como um desastre ecológico. (Valente, 1993, p. 7)

Trata-se de uma atividade que permite ao aluno desenvolver hipóteses, testá-las, analisar os resultados e refinar os conceitos, e, portanto, enquadra-se perfeitamente na proposta de ensino de funções com a incorporação de novos conceitos. Além disso, por meio da modelagem e simulação, permite que os estudantes construam modelos com base na representação dada por expressões quantitativas – como no nosso caso, as funções – e de relações entre as variáveis que descrevem o processo fenômeno. Transforma-se, assim, em um meio para a mediação em que são favorecidas a explicitação, a manipulação e a compreensão das relações entre as variáveis que controlam o fenômeno. Ela permite a realização de experimentos envolvendo os conceitos, respeitando a complexidade analítica dos modelos e ampliando as possibilidades para a exploração qualitativa das relações matemáticas que se evidenciam na dinâmica das representações.

O próximo capítulo introduz os conceitos indispensáveis a esta proposta de trabalho, além das informações básicas relativas ao aplicativo adotado na proposta.

CAPÍTULO IV

## FUNÇÕES LINEARES EM UMA ABORDAGEM DINÂMICA E ITERATIVA

Procedeu-se a um levantamento do corpo conceitual constante nos livros didáticos selecionados e relacionados nos Apêndices A e B, especificamente nos capítulos que abordam a temática do estudo de funções lineares. Além disso, foram evidenciados os conceitos comuns e os não-comuns em todos eles e aqueles que, porventura, constaram apenas em um deles. Com base nessa seleção, identificam-se as atividades que oferecem condições de exploração mediante a utilização do aplicativo *Linear Web Applet* identificado com o corpo conceitual predominante nesta pesquisa.

De certa maneira, os exercícios dos livros didáticos não devem ser desprezados, porém, em grande parte, eles são impróprios e não se enquadram em nosso propósito. Trata-se, por assim dizer, de uma proposta que, além dos conceitos atuais, incorpora novos conceitos, de maneira a se apresentarem como um salto na direção de alternativas atualizadas e apropriadas àqueles que concebem o computador como importante ferramenta de ensino.

Com essa convicção, o presente trabalho propõe e mostra a associação do conceito de função linear[5] ao conceito moderno de dinâmica, suas respectivas representações e simulações.

Baseia-se em um contexto que considera a inadequação da forma como os conteúdos são elaborados e sistematizados, para propor situações inovadoras, de modo que os *novos conceitos* sejam explorados e as atividades a serem programadas sejam adaptadas em referência a um novo padrão. Incorporamos o novo padrão ao tradicional sistema cartesiano ortogonal (figura 2) utilizado até então. Esse novo padrão denomina-se *padrão de perseguição* (figura 1).[6]

---

[5] Uma função linear é representada na forma $y = ax + b$, onde $a$ e $b$ são números reais.

[6] Tal denominação foi inspirada no efeito gráfico que se vê diante de um novo comportamento gerado por uma família de funções lineares, conforme será apresentado mais adiante.

Indagações como as que se seguem, além de propiciarem a internalização (Libâneo, 1999) dos conceitos tradicionais e a incorporação de novos conceitos – por exemplo, ponto fixo atrator, ponto fixo repulsor e ponto fixo não atrator – que fazem parte da linguagem atual advindas das mudanças ocorridas no uso de tecnologias no ensino de Matemática, oferecem condições propícias ao desenvolvimento da criatividade de quem se propõe a aprender o assunto.

– Para que valores de *a* se obtém um *ponto fixo atrator*?

– para que valores de *a* se obtém um *ponto fixo repulsor*?

– para que valores de *a* se obtém uma *órbita* de período 2?

– que alterações se pode perceber quando se trocam os valores de *b* nas perguntas anteriores?

### 4. 2 Um Pouco Mais sobre Conceitos Tradicionais e Novos

No padrão de perseguição, a representação gráfica das funções lineares denota o sentido de um objeto matemático capaz de realizar uma ação de movimento, o que quer dizer, de forma figurativa, que se assumem *novas associações* com elementos de um conjunto-domínio das mesmas funções lineares.

Com essa perspectiva, considera-se a família de funções lineares tais que, em uma linguagem matemática, sejam equivalentes à sua forma geral:

$f(x) = ax + b$ (1)

Sendo os valores de *a* e *b* números reais.

Na família descrita em 1, atribuem-se ao parâmetro *a*, respectivamente os seguintes valores:

$a = 2$

$a = - 1/2$

a = 1/3

a = -1/4

a = -1

a = -2

Sem perder o sentido de generalização, uma vez que somente uma translação dos comportamentos dinâmicos é estabelecida, considere-se b = 0. Nessas condições, obtêm-se os seguintes membros da família de funções lineares (1):

*f(x)* = 2x (2)

*f(x)* = 1/2 x (3)

*f(x)* = 1/3 x (4)

*f(x)* = - 1/4 x (5)

*f(x)* = - *x* (6)

*f(x)* = - *2*x (7)

A questão proposta e desenvolvida é que as expressões de 2 a 7 sejam representantes da família de funções lineares 1 e, mais ainda, que cada uma delas se encarregue de determinar ou estabelecer o destino projetado para as sementes[8] cuja perseguição se desenvolve, segundo uma seqüência de segmentos horizontais e verticais (ver figuras de gráficos de iteradas), por força de uma ação específica e própria de cada membro da família *n*, obtido desde o momento em que o valor do parâmetro *a* é escolhido.

Pretende-se, com essas situações bem definidas e entendidas, promover uma simulação, de tal modo que se possa ilustrar como esses modelos, e tantos outros, sugerem e possibilitam interpretações surpreendentes e que, em geral,

[8] Sementes aqui significam condição inicial do processo recursivo.

não são propiciadas nos exercícios que constam nos livros didáticos em circulação na atualidade, conforme constatado no levantamento que precedeu este capítulo, cujo quadro-resumo apresentamos nos Apêndices A e B.

Para os membros da família 1 – de 2 a 7 – adota-se a mesma condição inicial ($x_o$ = 6), então, faz-se uma análise bem detalhada, de maneira que o destino ou futuro da condição inicial – semente – seja observado mediante o que estabelece cada representante da família – 2 a 7. Pode-se, assim, acompanhar, graficamente, que se trata de uma ação exercendo uma perseguição que, em cada caso, pode ser ou não bem-sucedida.

Esse tipo de representação deve promover a intermediação entre os novos conceitos e agilizar as interpretações diante dos resultados obtidos. Para uma melhor compreensão dos significados, adota-se o *hoje*, isto é, o momento presente, identificado como momento inicial $x_o$ (condição inicial ou semente), e os momentos posteriores (subseqüentes) como: $n$ = 1 (dia seguinte); $n$ = 2 (dia subseqüente); e assim sucessivamente; em um p-ésimo dia depois, como: $n = p$.

Resumidamente, $n$ indica que cada dia assume os valores (1, 2, 3,..., p). De modo que, supondo a necessidade de examinar o destino ou futuro da semente $x_o$ = 6 a cada dia p (p = 1, 2, 3, ...), obtêm-se os resultados que fornecem a interpretação das situações de perseguição, nos diversos membros – 2 a 7 – da família 1.

O professor que fizer uso desta proposta pode utilizar de representações e significados do cotidiano do aluno com uma linguagem adequada e criativa.

Cada membro – de 2 a 7 – pode ser considerado um responsável pela condução do destino ou futuro da semente $x_o$ = 6 que são distintos. É o que se mostra em seguida.

A semente $x_o$ = 6, que, com já dito, caracteriza o momento inicial ou condição inicial, isto é, o *hoje*, persegue distintos valores numéricos. Ela não é aleatória, uma vez que depende exclusivamente das *regras* que são definidas e comandadas pelos membros – de 2 a 7 –, e a aprendizagem dos conceitos e conteúdos acontece quando o aluno consegue decifrar, por meio de raciocínios lógicos e numéricos, todas as possibilidades experimentadas pela semente $x_o$ = 6.

Vejamos mais detalhadamente de que forma ocorrem as perseguições:

O membro 2 – *f(x)* = 2x – promove uma perseguição em uma ação a partir do primeiro dia (n = 1), de tal modo que ela ocorre de $x_o$ = 6 ao valor obtido e denotado por:

$f^1(6) = 2 . 6 = 2 . 6 = 12.$

No próximo dia (n = 2), a semente xo = 6 perseguirá o valor numérico:

$f^2(6) = f^2(6) = f(f^1(6)) = f(12) = 2 . 12 = 2^2 . 6 = 24.$

No terceiro dia (n = 3), a perseguição prosseguirá da seguinte forma:

$f^3(6) = f(f^{2(}6)) = f(f(24)) = 2. 24 = 2^3 . 6 = 48.$

Observando a seqüência obtida, é possível entender que, no dia p (n = p), a perseguição atingirá o valor:

$f^p(6) = f(f^{p-1}(6)) = 2^p . 6$

De modo geral, os valores perseguidos pela semente $x_o$ = 6, por intermédio do membro 2, constituem o que já se definiu anteriormente como órbita de $x^o$ = 6, escrita assim:

$(6, 12, 24, 48,..., 2^p . 6).$

Em que p = (0, 1, 2, 3, ...)

Como comentado anteriormente, o professor que fizer uso desta proposta, pode, em sala de aula ou laboratório, utilizar-se de atividades em que o tempo seja uma variável envolvida.

É simples constituir seqüências como essa, tendo como regra os demais membros, de 3 a 7, e outros mais. A tabela 1 mostra a perseguição exercida para $x_0$ = 6 por meio de *n* membros da família 1.

Tabela 1 – Generalização das Seqüências Numéricas Constituídas em Decorrência da Perseguição Exercida por *p* Membros da Família 1

| MEMBROS | CONDIÇÃO INICIAL $x_o$ / TEMPO - p | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | ... | P |
| *f(x)* = 2x | $6 . 2^0$ | $6 . 2^1$ | $6 . 2^2$ | $6 . 2^3$ | $6 . 2^4$ | ... | ... | $6 . 2^p$ |
| *f(x)* = 1/2x | $6 . (1/2)^0$ | $6 . (1/2)^1$ | $6 . (1/2)^2$ | $6 . (1/2)^3$ | $6 . (1/2)^4$ | ... | ... | $6 . (1/2)^p$ |
| *f(x)* = 1/3x | $6 . (1/3)^0$ | $6 . (1/3)^1$ | $6 . (1/3)^2$ | $6 . (1/3)^3$ | $6 . (1/3)^4$ | ... | ... | $6 . (1/3)^p$ |
| *f(x)* = -1/4x | $6 . (-1/4)^0$ | $6 . (-1/4)^1$ | $6 . (-1/4)^2$ | $6 . (-1/4)^3$ | $6 . (-1/4)^4$ | ... | ... | $6 . (-1/4)^p$ |
| *f(x)* = - x | $6 . (-1)^0$ | $6 . (-1)^1$ | $6 . (-1)^2$ | $6 . (-1)^3$ | $6 . (-1)^4$ | ... | ... | $6 . (-1)^p$ |
| *f(x)* = - 2x | $6 . (-2)^0$ | $6 . (-2)^1$ | $6 . (-2)^2$ | $6 . (-2)^3$ | $6 . (-2)^4$ | ... | ... | $6 . (-2)^p$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| *f(x)* = ax | $6 . a^0$ | $6 . a^1$ | $6 . a^2$ | $6 . a^3$ | $6 . a^4$ | ... | ... | $6 . a^p$ |

Fonte: o autor
Nota: sinal utilizado:
... intervalo que continua.

Esta tabela reproduz, usando outra notação, as seguintes seqüências:

$f(x) = 2x \rightarrow (6, 12, 24, 48, ..., 6 . 2^p)$; $x_o = 6$ (8)

$f(x) = 1/2x \rightarrow (6, 3, 3/2, 3/4, ..., 6 . (1/2)^p)$; $x_o = 6$ (9)

$f(x) = 1/3x \rightarrow (6, 2, 2/3, 2/9, 2/27, ..., 6 . (1/3)^p)$; $x_o = 6$ (10)

$f(x) = -1/4x \rightarrow (6, -3/2, 3/8, -3/32, ..., 6 . (-1/4)^p)$; $x_o = 6$ (11)

$f(x) = - x \rightarrow (6, -6, 6, -6, ..., 6 (-1)^p)$; $x_o = 6$ (12)

$f(x) = -2x \rightarrow (6, -12, 24, -48, 96, ..., 6 (-2)^p)$; $x_o = 6$ (13)

De modo geral, a seqüência constituída para qualquer valor de *a* e uma condição inicial $x = x_o$ é assim obtida:

$f(x) = ax \rightarrow (x_o, x_o . a^0, x_o a^1, x_o a^{2,} x_o a^{3,} ..., x_o a^p)$ (14)

## 4. 3 Viagem do Parâmetro *a* na Reta

Exercitando esse raciocínio, imagine-se que o parâmetro *a* realiza uma viagem na reta real de - ∞ (menos infinito) até + ∞ (mais infinito), passando pela origem *0* (figura 27), e se observam os seus efeitos nas representações gráficas.

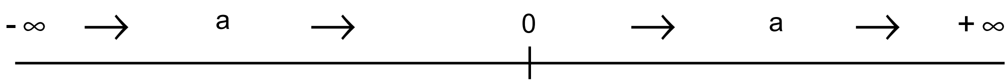



Figura 27 – Reta pela qual *Viajam* os Valores de *a*
Fonte: o autor.

Nota-se que, na primeira parte do trajeto (- ∞ , -1) para os parâmetros aí escolhidos, os membros da família 1 determinam sempre o mesmo destino ou futuro para cada semente $x_o$ (figura 28).

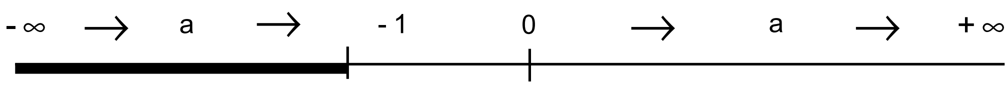



Figura 28 – Intervalo que Hospeda os Valores de *a*
Fonte: o autor.

A figura 25 mostra o que ocorre quando o parâmetro *a* viaja na faixa em destaque. Aí, o destino ou futuro da semente $x_o = 6$ é o da perseguição ao - ∞ e a + ∞, em dias alternados, conforme evidenciado na seqüência 7. De modo mais singelo, pode-se dizer então que, se hoje a perseguição parece estar próxima do sucesso em + ∞ (para *n* par), no dia seguinte poderá promover a perseguição para o - ∞ (para *n* ímpar).

Além disso, a perseguição nesses valores faz-se de forma mais branda, ou seja, menos intensa, tendo em vista que o parâmetro a se aproxima de – 1. É como se a perseguição já estivesse provocando cansaço, e este cansaço estimulando a idéia de desistência. De outra forma, pode-se dizer que, quando o parâmetro a se aproxima de – 1, torna-se necessário maior energia, a fim de que a ação de perseguição ocorra, buscando a aproximação do + ∞ ou então do - ∞.

Quando o parâmetro *a* atinge o valor – 1, na trajetória indicada na figura 26, depara-se uma situação muito interessante e crucial, uma vez que aí não há mais possibilidades para que a perseguição exercida para $x_o$ = 6 tenha como destino/futuro o + ∞ ou - ∞.

De certo modo, seria necessário enorme energização para revigorar e manter a perseguição. O membro da família 1 – *f(x)* = -x (5) – determina que a semente $x_o$ = 6 se mantenha eternamente em dois valores. Inicialmente, no seu próprio $x_o$ = 6, quando *n* for número par e em -6 quando *n* for ímpar, caracterizando assim que a perseguição somente ocorre e se mantém eternamente (infinitamente) nesses valores (figura 26). Evidencia-se uma situação de perseguição que se mantém fechada.

A reta mostrada na figura 27, ainda oferece outras condições merecedoras de apreciação, uma vez que interessa a *viagem* do parâmetro a desde - ∞ até + ∞. Nesse sentido, observa-se o efeito quando os valores do referido parâmetro são tomados no intervalo (-1, 0), conforme ilustra a figura 29. Para esses valores de *a*, a perseguição determinada não é a mesma verificada nas situações anteriores.

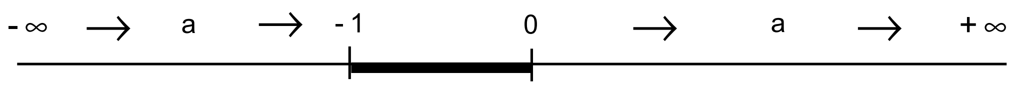



Figura 29 – Intervalo que Hospeda os Valores de *a*
Fonte: o autor.

Quando o intervalo (0, 1) hospeda o parâmetro a, em sua viagem (figura 30), ocorrem as situações gráficas ilustradas por intermédio das figuras 22 e 23, mostrando que, em ambos os casos, o zero se torna o ponto fixo atrator para cada semente escolhida. A aproximação do número 1 indica a velocidade em que acontece.

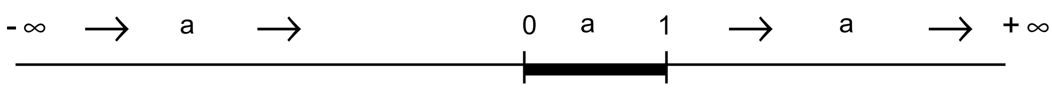



Figura 30 – Intervalo que Hospeda os Valores de *a*
Fonte: o autor.

Enfim, a viagem ilustrada na figura 31 encontra-se em sua última fase. Nessa etapa, os valores de *a* encontram-se hospedados no intervalo (figura 31):

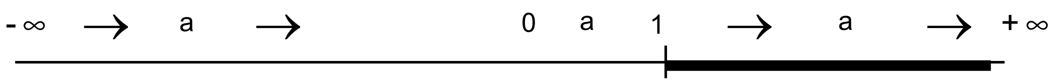



Figura 31 – Intervalo que Hospeda os Valores de *a*
Fonte: o autor.

Em tais circunstâncias, lida-se com membros da família 1 e outras similares que determinam, para cada semente $x_o$, sempre um ponto fixo repulsor. Até aqui, temos como exemplo a seqüência 8 e, graficamente, a figura 21. A perseguição, mais rápida ou mais lenta, depende exclusivamente do valor de *a* escolhido.

Evidentemente, a forma mais amigável de lidar com esses modelos é, sem dúvida, buscando a utilização de outras ferramentas na mediação didática, como aquelas concebidas pelas novas tecnologias na educação. Neste trabalho, o recurso fundamental utilizado é o computador, o qual se incorpora para promover a visualização da dinâmica ocorrida, tendo como referencial básico o padrão de perseguição.

A tabela 2 ilustra o comportamento gráfico decorrente do que foi descrito até aqui.

Tabela 2 – Comportamento Gráfico dos Membros da Família f(x) = ax, na Viagem Realizada pelo Parâmetro *a* Desde - ∞ Até + ∞

| INTERVALO | COMPORTAMENTO | POSICIONAMENTO | VELOCIDADE |
|---|---|---|---|
| $a \in (-\infty, -1)$ | Oscila, afastando-se do zero | Distante de –1<br>Próximo de –1 | Mais rapidamente<br>Mais lentamente |
| a = -1 | Oscila | Periódico (período inteiro 2) | Constante |
| $a \in (-1, 0)$ | Oscila, aproximando-se do zero | Distante de –1<br>Próximo de –1 | Mais rapidamente<br>Mais lentamente |
| $a \in (0, 1)$ | Aproxima-se do zero, exponencialmente | Distante de 1<br>Próximo de 1 | Mais rapidamente<br>Mais lentamente |
| a = 1 | Constante | Constante | Constante |
| $a \in (1, +\infty)$ | Afasta-se do zero, exponencialmente | Distante de 1<br>Próximo de 1 | Mais rapidamente<br>Mais lentamente |

Fonte: o autor.

### 4.4 Crescimento e Decrescimento e os Novos Conceitos

Uma das questões relevantes em funções lineares diz respeito à caracterização do seu crescimento e decrescimento (ver Apêndices A e B). Todavia, essa abordagem refere-se à exploração com foco exclusivo no sinal do parâmetro *a* de cada modelo, na forma:

$y = ax + b$ (1)[9]

Os membros 2, 3, 4 constituem exemplos de funções lineares crescentes (ver Apêndices A e B), propriedade atribuída a elas em razão do sinal positivo (+) ou ( - ) do parâmetro *a*:

$a = 2$

$a = 1/2$

$a = 1/3$

Os membros 5, 6 e 7 denotam funções lineares decrescentes, conforme teoria coletada no Apêndice A, em decorrência do sinal negativo (-) de cada valor de *a*:

$a = -1$

$a = - 1/4$

$a = -2$

---

[9] A esse respeito, consta no Apêndice A o levantamento da teoria desenvolvida nos livros didáticos. Praticamente, o tratamento teórico é repetido em todas as obras e, de certa maneira, também os exercícios.

Destacam-se também no Apêndice A os conceitos relativos a crescimento e decrescimento de funções lineares (1), em que se constata a necessidade de tratar esses conceitos com uma nova abordagem.

CAPÍTULO V

## A DINÂMICA DAS FUNÇÕES LINEARES E A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Apresentam-se, neste capítulo, situações em que possa acontecer a transposição didática no ensino de funções lineares. Transposição didática que Chevallard *apud* Oliveira (1997) chama de conjunto das adaptações e transformações que o saber sábio sofre para ser ensinado.

Na pesquisa de Oliveira (1997), a autora acrescenta que, do saber a ser ensinado à sua adaptação ao sistema didático, existe um processo gerador de deformações, de criação de objetos para o ensino, finalizando com o que se chama saber escolar. Trata-se o saber que consta nos programas e, em particular, nos livros didáticos (ver Apêndices A e B). Também as condições de transmissão do saber escolar determinam o que deve ser ensinado e de que forma deve se dar a assimilação. Daí decorre a importância de se propor, neste trabalho, o que se denomina situações para a transposição didática. Nesse sentido, tornou-se importante o levantamento dos conceitos predominantes nos livros didáticos consultados para a pesquisa. Nesses livros não foram identificadas atividades que contemplassem a incorporação dos novos conceitos, sob o ponto de vista de dinâmica e iteratividade, no ensino de funções lineares.

Esse contexto leva a assumir o posicionamento de Libâneo (1994, p. 89) quando escreve:

> O ensino é uma combinação adequada entre a condição do processo de ensino pelo professor e a assimilação ativa como atividade autônama e independente do aluno. Ou seja, o processo de ensino é uma atividade de mediação pela qual são providas as condições e os meios para os alunos se tornarem sujeitos ativos na assimilação de conhecimentos.

Ainda, segundo Libâneo (1994), o ensino constitui-se de três funções inseparáveis:

a) organizar os conteúdos para sua transmissão, de forma que os alunos possam ter uma relação subjetiva com eles;
b) ajudar os alunos a conhecerem as suas possibilidades de aprender, orientar suas dificuldades, indicar métodos de estudo e atividades que os levem a aprender, de forma autônama e independente;
c) dirigir e controlar a atividade docente para os objetivos da aprendizagem.

Com a compreensão de que o processo didático se dá pela ação recíproca de três componentes – os conteúdos, o ensino e a aprendizagem – mediante determinadas exigências sócio-culturais e pedagógicas, sujeitas a condições de uma situação didática concreta, propõe-se que os novos conceitos sejam transmitidos por intermédio de atividades que possibilitem a utilização de novas tecnologias e, em especial, um Laboratório de Informática, com equipamentos interligados em redes e preferencialmente com acesso a *Internet* ou, pelo menos, *Intranet*.

Pensa-se, então, que a transmissão dos novos conceitos conte com a mediação de um texto de apoio para cada aula, elaborado, previamente, pelo professor. Este texto deve ser disponibilizado nos equipamentos desse laboratório, de modo que cada aluno possa participar de uma aula presencial, ou até mesmo em outro momento, na condição de reforço em atividades extra-classe.

O texto a ser utilizado em cada aula deve contemplar informações e orientações quanto a conteúdos, a metas e a conexões com outros conteúdos, conforme a seqüência didática programada[12], além de propor, por meio de problemas, sobretudo, envolvendo situações do cotidiano dos alunos, devidamente estimulados mediante questionamentos nele inseridos.

No que diz respeito a suporte tecnológico, é possível o desenvolvimento de tais atividades com a utilização de linguagens de programação, desenvolvidas

---

[12] Nesta proposta, não há necessidade de exposição dos conteúdos de forma linear, como ocorre tradicionalmente nos livros didáticos utilizados atualmente pelos professores. O aluno deve ser estimulado a avançar ou a retroceder na seqüência do texto (este será o grande desafio do professor que optar por esta proposta didática, uma vez que, para a exploração de um mesmo conteúdo, as abordagens por meio do texto a ser disponibilizado devem, preferencialmente, serem diferentes para cada professor, ou seja, o texto não é estático, não é temporal...).

1) INTRODUÇÃO

Objetivos

- Providenciar uma coleção de conceitos necessários ao estudo de funções lineares.

- Apresentar notação convencional adotadas em todas as unidades.

- Introduzir o LWA contendo estrutura apropriada para operar funções lineares.

- Introduzir os conceitos de ponto atrator, repulsor, órbita exponencial e oscilatória, etc.

- Indicar métodos alternativos para a análise de gráficos de funções lineares.

- Identificar funções lineares crescentes e/ou decrescentes, observando o gráfico das soluções de cada membro da família 1.

- Estabelecer comparações entre os conceitos tradicionais e os novos conceitos.

- Assimilar os conceitos de funções lineares crescentes e decrescentes.

1.1 Conceitos básicos convencionais

- Providenciar levantamento dos conceitos tradicionais que constam no livro didático utilizado pelo aluno.

NOTA 1: Do livro texto, o aluno deverá listar os conceitos tradicionais de uma função crescente e também o de uma função decrescente.

NOTA 2: Possivelmente, o aluno encontrará notações diferentes. Neste caso, essas notações deverão ser relacionadas e comparadas.

- Escreva o que você observa, no gráfico das soluções, quanto ao efeito das órbitas (espera-se que as constatações sejam a identificação de órbitas oscilatória ou exponencial).

- Utilizando o aplicativo o LWA ou DF, altere o valor do parâmetro *b*.

- Escreva o que você observa, no gráfico das soluções, quanto ao efeito das órbitas (espera-se que as constatações sejam a identificação de órbitas oscilatória ou exponencial).

Observe e responda que parâmetro é responsável pela órbita ser oscilatória ou exponencial e justifique exibindo outros gráficos gerados por membros da família 1, utilizando os mesmos aplicativos.

Observe e responda qual parâmetro caracteriza e é responsável por uma função linear crescente, e justifique sua resposta exibindo outros gráficos das soluções, utilizando os aplicativos.

Observe, e responda que parâmetro caracteriza e é responsável por uma função linear decrescente, e justifique sua resposta exibindo outros gráficos das soluções, utilizando os aplicativos.

Observe o comportamento de cada um dos gráficos exibidos e responda o que é necessário para se obter uma órbita oscilatória.

Observe o comportamento de cada um dos gráficos exibidos e responda o que é necessário para se obter uma órbita exponencial.

Estabeleça relação entre a órbita ser oscilatória ou exponencial e a função ser crescente ou decrescente.

Certifique-se de que uma função linear é crescente, se o parâmetro *a* é negativo e justifique essa constatação com argumentos extraídos das simulações obtidas em cada um dos gráficos das soluções, reforçando suas conclusões com base nos conceitos tradicionais, coletados no livro didático de sua preferência.

Certifique-se de que uma função linear é decrescente se o parâmetro *a* é negativo e justifique essa constatação com argumentos extraídos das simulações obtidas em cada um dos gráficos das soluções, reforçando suas conclusões com base nos conceitos tradicionais, coletados no livro didático de sua preferência.

Certifique-se de que os novos conceitos foram bem assimilados e, em seguida, reproduza-os mediante a emissão de um relatório a ser encaminhado ao professor, a fim de que seja devidamente avaliado. Nesse relatório, você deve apontar as facilidades e as dificuldades consignadas no transcorrer das atividades. O encaminhamento poderá ser feito por qualquer sistema ou meio eletrônico.

---

Enfim, neste contexto, resta dizer que se entende por novas tecnologias – suporte indispensável para este trabalho – o uso do computador, da *Internet*, dos aplicativos e de outras ferramentas, tais como *chats*, grupos ou listas de discussão, correio eletrônico etc, e de outros recursos de que se dispõe atualmente e que podem colaborar significativamente para promover a transposição didática do ensino de funções lineares, nessa nova abordagem.

Considera-se que essas condições assinaladas sejam relevantes diante de uma compreensão de Masetto (1980, p. 144) que assim se expressa:

> Por mediação pedagógica entendemos a atitude, o comportamento do professor que se coloca como o facilitador, incentivador ou motivador da aprendizagem, que se apresenta com a disposição de ser uma ponte entre o aprendiz e sua aprendizagem – não uma ponte estática, mas uma ponte “rolante”, que ativamente colabora para que o aprendiz chegue aos seus objetivos. É a forma de se apresentar e tratar um conteúdo ou tema que ajuda o aprendiz a coletar informações, relacioná-las, organizá-las, discuti-las e debatê-las com seus colegas, com o professor e com outras pessoas (interaprendizagem), até chegar a produzir um conhecimento que seja significativo para ele, conhecimento que se incorpore ao seu mundo intelectual e vivencial, e que o ajude a compreender sua realidade humana e social, e mesmo interferir nela.

Finalmente, novos conceitos passam a incorporar-se ao ensino de funções lineares, à medida que os recursos tecnológicos se tornam apropriados, na mesma dimensão em que a transposição se realiza como uma mediação favorável.

# CONCLUSÃO

## UMA PROPOSTA ABERTA

Esta dissertação apresentou uma proposta de ensino de funções que se transforma, a partir de agora, em novos desafios.

Seria muita pretensão chamar de conclusão as considerações apontadas como resultado desta pesquisa. De fato, são estimulantes as perspectivas de novos desdobramentos que se constituam em textos apropriados para ensinar funções lineares com nova abordagem e novo corpo conceitual.

As pesquisas mais atualizadas indicam a evolução histórica e os aspectos epistemológicos mais relevantes, os subsídios fundamentais para a compreensão da realidade no ensino de funções lineares no âmbito dos ensinos fundamental e médio e suas diversas representações no cenário tido como tradicional e praticado até o momento na maioria das unidades escolares.

Na etapa preliminar, tornou-se evidente que os livros didáticos adotados nas escolas, sobretudo em Goiânia – GO, tratam os conteúdos na forma tradicional do ensino de funções lineares, predominando o caráter formal dos conceitos e a sua exploração por intermédio de exercícios meramente algébricos e operatórios. Por conseqüência, os professores também seguem a mesma postura, ou seja, mantêm com fidelidade a retransmissão dos conceitos da forma como estão inseridos nos livros didáticos. De acordo com as observações no dia-a-dia, essa prática também foi confirmada na visão dos alunos, demonstrando que a maneira como os professores transmitem esses conceitos resulta de idéias extremamente abstratas e dissociadas de seu cotidiano. Os alunos parecem preocupar-se apenas em assimilar os procedimentos operatórios ensinados. A resolução dos exercícios transformam-se em rotinas repetitivas, cansativas e desinteressantes.

Todavia, observa-se que os alunos demonstram entusiasmo diante de novas perspectivas, especialmente quando têm como ferramenta instrumental o computador e aplicativos apropriados. Nesse contexto, a informática pode constituir-se em um instrumento de intermediação sedutor e atraente para que as funções lineares sejam ensinadas de forma dinâmica e iterativa. O computador e seus recursos exercem poder de atração; os softwares e outros aplicativos, a mediação; o conjunto professor/instrumento de mediações/aluno, a internalização dos conceitos.

Esta proposta adotou o *Linear Web Applet* (LWA) como aplicativo no desenvolvimento. Esse aplicativo foi o que mais agregou antigos e novos conceitos, além de inúmeras outras vantagens.

Também, as investigações realizadas desde a década de 90 mostram a necessidade de novas alternativas no ensino de funções lineares, sobretudo de alternativas que efetivamente contribuam para a intervenção na sala de aula, e que promovam, de fato, a mediação no processo ensino-aprendizagem. Novas propostas, desse modo, tornam-se indispensáveis, e, sem dúvida, as novas tecnologias estão aí para se incorporarem ao cotidiano das escolas, de modo definitivo. Enfim, não bastam as ferramentas, se os livros didáticos produzidos não forem adaptados a essa realidade.

Esse cenário foi assumido como pano de fundo, e produziu-se uma proposta de ensino, em virtude da necessidade de ensinar os conceitos básicos sobre funções lineares de forma diferente da tradicional, e em uma perspectiva dinâmica e iterativa, observando e analisando exemplos e situações que ocorrem no cotidiano.

É importante o tratamento gráfico das funções lineares, que leva em consideração a contribuição oferecida por meio da visualização, conforme evidenciado no capítulo IV.

A configuração dos gráficos e a associação das regras definidas pelas funções lineares constituem uma atividade bastante simples e atraente e que merece ser explorada e valorizada na sala de aula. Por isso, apresentam-se situações que podem ser resolvidas por meio algébrico, geométrico e, sobretudo, com a utilização de aplicativos adequados – nesta pesquisa, especialmente o *Linear Web Applet* (LWA).

Não foi possível incorporar à proposta um texto ideal, que possibilite a exploração mais abrangente no que diz respeito ao papel das constantes (parâmetros) *a* e *b*, nos gráficos das funções lineares, o que, entretanto, não constitui problema insuperável, até mesmo por se tratar de uma atividade aberta à percepção do aluno que venha a utilizar o LWA como aplicativo.

Com base nesta pesquisa, outros investigadores podem encontrar inspiração para criar e produzir textos apropriados e orientados para sua utilização em sala de aula. A produção de material para o ensino das funções lineares deve incorporar aplicativos como *ferramenta* de ensino, com o propósito de promover a mediação que se defende e que se considera necessária.

Nesse sentido, a presente proposta enfatiza a necessidade de se promoverem ações que consolidem a verticalização do ensino dos conceitos inerentes às funções lineares de forma dinâmica e iterativa, desde o ensino fundamental, indicando suas conexões com o ensino médio e superior. Defende também a exploração de conceitos vinculados à resolução de sistemas lineares com a apresentação de exemplos em sua introdução e suas soluções.

Também, este estudo propõe que, além da relação entre grandezas proporcionais e funções lineares – conceitos tradicionais – os textos didáticos devam incorporar os novos conceitos de órbita, processo iterativo, ponto fixo atrator, ponto fixo repulsor etc., nas atividades regulares dos alunos.

Dessa forma, processo iterativo – repetitivo, recursivo – e órbitas de elementos tornam-se indispensáveis nos livros didáticos, já que constituem conceitos básicos para iniciar os estudos de uma nova área que se desenvolve mo mundo.

A revisão bibliográfica mostra que, desde a antigüidade, cientistas investigam as leis da natureza tentando compreender, entender e descrever o mundo. Entretanto, a parte irregular da natureza como desordem nas diversas áreas do conhecimento – atmosfera, variação populacional, turbulências etc – representa um enigma para pesquisadores ao longo dos tempos. Esses são alguns dos fenômenos com os quais se preocupam os investigadores. As funções lineares e os novos conceitos aí se tornam indispensáveis.

Enfim, esta pesquisa não pretende oferecer uma proposta definitiva, mas espera que, com permanente avaliação e revisão, ela se concretize no futuro. Um futuro que já pode ser considerado presente diante das novas tecnologias, que devem ser empregadas na mediação do processo ensino-aprendizagem, sobretudo, na educação matemática, a fim de promover a internalização dos conteúdos ensinados, em busca de uma socialização do conhecimento.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


ALMOULOUD, S. A. *Fundamentos da didática da matemática.* São Paulo: Ed. da PUC-SP, 2000.

ANDRÉ, M. E. D. A. de. *Etnografia da prática escolar.* Campinas: Papirus, 1998.

ASMANN, H. Sobre a qualidade cognitiva das experiências de aprendizagem. In: Simpósio Brasileiro de Administração da Educação, 17., 1995, Brasília. *Anais...* Brasília, nov., 1995.

______. *Metáforas novas para educação*: rumo a sociedade aprendente. Petrópolis: Vozes. 1998.

BECKER, F. *Epistemologia do professor. Petrópolis:* Vozes, 1994.

BENEDITO, V. *Introdución a la didática*: fundamentación teórica y diseño curricular. Barcelona: Barcanova, 1987.

BERTRAND, Y. Teorias conte*mporâneas da educação. Lisboa*: Piaget, 1991.

______.; VALOIS, P. Os paradigmas industrial, racional e tecnológico. Paradigmas educacionais – *escola e sociedades. Li*sboa: Piaget, 1994.

BITTENCOURT, J. Obstáculos epistemológicos e a pesquisa em didática da matemática. *Matemática em Revista* – SBEM, São Paulo, n. 6, p. 16, 1998.

BORBA, M. C. A. Informática trará mudanças na educação brasileira? *Revista Zetetiré*, São Paulo, v. 4, n. 6, p. 123-134, 1996.

______. Pesquisa e implementação da informática noas escolas. In : ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 1998, São Leopoldo. *Anais...* São Leopoldo, RS, 1998, p. 124-125.

______. *A informática em ação : form*ação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho D'Água, 2000.

BOSSUET, G. *O computador na escola*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1985.

BOYER, C. B. *História da Matemática.* São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BROUSSEAU, G. *Les obstacles epistemologique et les problèms em mathématiques, recherches em Didactique des Mathématiques*. Paris, v. 4, n. 2, 1983.

BRUN, A .G. V. Utilizando o Mathemática e o Mathcad nas aulas de exatas. *Interciências*, São Paulo, v. 1, n. 4, p. 9-18, 1997.

BRZEZINSKI, I. *Formação de professores*: um desafio. Goiânia: Ed. da UCG, 1997.

CAMARGO, D. A. F. Conhecimento figurativo e operativo: dois aspectos da aprendizagem que pode dificultar o trabalho do professor. *Teoria e prática*, Rio Claro, v. 3, n. 4, p. 2-5, 1995.

CARVALHO, M. C. C. S. *Padrões numéricos e funções*. São Paulo: Moderna, 1998.

CASTELELS, M. *et al*. *Novas perspectivas críticas em educação*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

CASTRO, C. M. *O computador na escola*. São Paulo: Campus, 1988.

CASTRO, M. R. de; FRANT, J. B.; LIMA, F. M. Produção de significados, funções e representações sociais. ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO*. Anais...* Caxambu, 2000.

D'AMBROSIO, U. *Educação matemática*: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1997.

______. Informática, ciências e Matemática. Disponível em: <http://www.proinfo.gov.br/didatica/testosie/txtubiratan.shtm>. Acesso em: 8 ago. 2000.

DELORS, J. *et al*. *Educação, um tesouro a descobrir*. Relatório da Unesco, da Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI. Porto, Portugal: Asa, 1996.

DOUADY, R. A universidade e a didática da matemática: os IREM na França. *Cadernos da RPM,* Rio de Janeiro, SBM, mar. 1990.

FERREIRA, V. G. Games, conceito de função matemática explorando de forma dinâmica. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, v. 5, n. 6, p. 3-8, 1998.

FORQUIN, J. C. *Escola e cultura*: as bases sociais epistemológicas do conhecimento escolar. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

______. Saberes escolares, imperativos didáticos sociais. *Teoria e Educação,* São Paulo, n. 5, p. 28-49, 1992.

FRANT, J. A informática na formação de professores. *Educação Matemática em Revista – SBEM*, Blumenau, n. 3, p. 25-28, 1994.

.GATTI, B. A. Os agentes escolares e o computador no ensino. *Acesso-Informática & Escola*, p. 22-36, 1993.

GENTIL, N.; MARCONDES, G.; BELLOTTO, S. *nome da obra.* 6. ed. São Paulo : Ática, 1997.

______. SANTOS, Carlos Alberto Marcondes dos; GRECO, Antônio Carlos; BELLOTO FILHO, Antônio; GRECO, Sérgio Emílio. *Matemática para o 2º grau*. São Paulo: Ática, 1998.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R. *Matemática 1*. São Paulo: FTD, 1992. v. 1.

______. ; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR. José Ruy. *A conquista da Matemática*: teoria e aplicações: 8ª série. ed. ren. São Paulo: FTD. 1997.

______. ; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JR., José Ruy. *Matemática fundamental*: 2º Grau. São Paulo: FTD, 1997.

GLEICK, J. *Caos*: a criação de uma nova ciência. Tradução por Luiza X. de A. Borges. São Paulo: J. Zahar, 1991.

GOUVÊA, F. A. T.; ALMOULOUD, S. A. Demonstração: aspectos epistemológicos e de ensino/aprendizagem. In: ENCONTRO DE PROFESSORES DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4. 1996, São Paulo. *Anais...* São Paulo, 1996, p. 121-126.

GUIDORIZZI, H. L. *Um curso de cálculo.* 2 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1994. v. 1.

HERNÁNDEZ, F.; SANCO, J. M. Para enseñar no basta con saber la asignatura. Barcelona: Paidós, 1994.

IANNI, O. *Teorias da globalização.* Rio de Janeiro : Civilização Brasileira, 1995.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. *Matemática*: 8ª série. São Paulo: Scipione, 1998.

JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. *Matemática na medida certa*: 8ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

KIYUKAWA, R. S., SWIDE, K. C. S. *Matemática*. São Paulo: Saraiva, 1998. v. 1.

KNAPP, L. R.; GLENN, A. D. *Restructuring schools with technology*. [S. L.]: Allyn and Bacon, 1996.

KUTZLER, B. *Introduction to Derive*. USA: a book for teachers and students, 1994.

LEINHARDT, G.; ZASLAVSKY, O.; STEIN, M. K. Functions, graphs, and graphing : tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research,* v. 60, n. 1, p. 1-64, spring 1990.

LIBÂNEO, J. C. Contribuição das ciências da educação na constituição do objeto de estudo da didática. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 7.I, 1994, Goiânia. *Anais...* Goiânia, 1994. v. 2.

______. *Didática*. São Paulo: Cortez, 1995.

______. A didática crítico-social e as abordagens contemporâneas do processo de ensino e aprendizagem. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 1996, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis, 1996.

______. *Pedagogia e pedagogos, para quê?* São Paulo: Cortez, 1998.

______. *Adeus professor, adeus professora?:* novas exigências educacionais e profissão docente. São Paulo: Cortez, 1999.

LOLLINI, P. *Didática e computador, quando e como a informática na escola*. São Paulo: Loyola, 1991.

MACHADO, N. J. *Epistemologia e didática*. São Paulo: Cortez, 1995.

MAIA, L. de S. L. *Matemática concreta x matemática abstrata*: mito ou realidade. *In*: ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PROFESSORES, 2000, Caxambú. *Anais...* Caxambú, 2000.

MARQUES, M. O . *A escola no computador*: linguagens rearticuladas, educação outra. Ijuí: Ed. da Unijuí, 1999.

______. *A aprendizagem na mediação social do aprendido e da docência*. Ijuí: Ed. da Unijuí, 1995.

MASETTO, M. T.; ABREU, M. Célia de. *O professor Universitário em aula.* São Paulo: Cortez, Autores Associados, 1980.

MATURANA, H. *Emoções e linguagem na educação e na política.* Belo Horizonte: Ed. da UFMG, 1998.

MENDES, M. H. M. *O conceito de função*: aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau. 1994. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de janeiro, Rio de janeiro, 1994.

MESQUITA, C. G. R. *Deu branco, e agora?* : uma abordagem matemática. 1999. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 1999.

MISKULIN, R. G. S. *Concepções teórico-metodológicas baseadas em logo e em resolução de problemas para o processo ensino-aprendizagem da geometria*. 1994. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Campinas, São Paulo, 1994.

MOLE, K. C. S. et al. A interpretação gráfica e o ensino de funções. *Revista do professor de Matemática*, Rio de Janeiro, n. 14, p. 1-7, 1989.

MORAES, M. C. *O paradigma educacional emergente*. Campinas: Papirus, 1997.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T. BEHRENS, M. A. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas: Papirus, 2000.

MORIN, E. *Introdução ao pensamento complexo*. Lisboa: Piaget, 1991.

NAME, M. A. *Tempo de matemática.* São Paulo: Editora do Brasil, 1996.

OLIVEIRA FILHO, O. C. Uma classe de órbitas periódicas unimodais que refina a sequência de Sarkovskii-Carvalho. *In*: SEMINÁRIO BRASILEIRO DE ANÁLISE, 32., 1991, São Paulo. *Anais...* São Paulo, 1991. p. 225-246.

______. Interpolação de órbitas periódicas unimodais. In : SEMINÁRIO BRASILEIRO DE ANÁLISE, 33., 1991, Rio de Janeiro. *Anais...* Rio de Janeiro, 1991. p. 191-198.

______.; *et al*. *Árvore 1.0*. Goiânia: UFG, 1998.

______.; *et al*. *Árvore 2.0*. Goiânia: UFG, 1999.

______. PIMENTA, A. C. Função do 1º grau: proposta de um novo padrão com vistas a exploração de conteúdos... *In*: CONGRESSO ÍBERO-AMERICANO DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 5., 2000, Viña del Mar, Chile. *Anais...* Viña del Mar, Chile, 2000. p. 213-245.

OLIVEIRA, N. de. Estudo histórico, epistemológico e da transposição didática do conceito de função. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 1996, Catanduva. *Anais...* São Paulo, 1996. p. 157-164.

______.; *Conceito de função*: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem. 1997. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1997.

PÁDUA, E. M. M. de. *Metodologia da pesquisa, abordagem teórico-prática*. Campinas: Papirus, 2000.

PAIVA, M. R. *Matemática*. São Paulo: Moderna, 1995. v. 1.

PALIS, G. de la R. Computadores em cálculo, uma alternativa que não se justifica por si mesma. *Temas & Debates. In*: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 1995, Blumenau. *Anais...* Blumenau, 1995.

PAPERT, S. *Logo*: computadores e educação. São Paulo: *Brasiliense,* 1980. Tradução de: *Mindstorms : children, computers and powerful ideas*.

PEDRA, J. A. *Currículo, conhecimento e suas representações.* Campinas: Papirus, 1997.

PETRAGLIA, I. C. *Edgar Morin*: a complexidade do ser e do saber. Petrópolis: Vozes, 1995.

PIERRO NETO, S. di. Ma*temática*: conceitos e operações: 8ª série, 1º grau. São Paulo: Saraiva, 1998.

PIMENTA, A. C.; OLIVEIRA FILHO, O. C. *Texto alternativo para o ensino de funções*. *In*: JORNADA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2000, Goiânia. *Anais...* Goiânia: Ed. da UFG, 2000. (Resumo)

______. *Novo padrão para o ensino de funções*. *In*: FÓRUM INTEGRADO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO, 2000, Goiânia. *Anais...* Goiânia : Ed. da UCG, 2000. p. 75. (Resumo)

______. Proposta de um texto alternativo para o ensino de funções. *In*: SIMPÓSIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2001, Chivilcoy. *Anais...* Argentina, 2001.

PIMENTA, S. G. Para uma ressignificação da didática – ciência da educação, pedagoria e didática : uma síntese provisória. In: PIMENTA, S. G. (Org.). *Didática e formação de professores:* percursos e perspectiva no Brasil e em Portugal. São Paulo: Cortez, 1997.

PONTE, J. *O computador, um instrumento da educação*. Lisboa: Texto Editora, 1992. (Educação Hoje)

PONTES, J. P. O computador na educação matemática. *Cadernos de Educação Matemática*, São Paulo, n. 2, p. 1991.

SACRISTÁN, J. G.; GOMÉZ, A. I. P. *Compreender e transformar o ensino.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

SANTOS, B. de S. *Um discurso sobre as ciências*. Portugal: Afrontamento, 1989.

SAUPE, P. J. et al. *Fractals for the classroon.* New York: Springer-Verlag, 1992.

SILVA, C. M. S. da. *A matemática positivista e sua difusão no Br*asil. Vitória: Edufes, 1999.

SILVA, T. T. (Org.). *Teoria educacional crítica em tempos pós-modernos.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

SMOLE, K. C. S.; KIYUKAWA, R. *Matemática*. São Paulo: Saraiva, 1998. v. 1.

STEWART, I. *Será que Deus joga dados?* Tradução de Maria Luiza X. de A. Borges. [S. l.]: J. Zahar, 1991.

TURKLE, S. *The second self*: computers and the human spirit. New York: Simon & Schuster, 1984.

VAJIAC, A.; DEVANEY, R. L. *Linear Web Applet*. Disponível em: <http://math.bu.edu/dysys/applets/linear-web.html>

VALENTE, J. A. (Org.). *Computadores e conhecimento*: repensando a educação. Campinas: Ed. da Unicamp, 1993.

______. Diferentes usos do computador na educação. *Em Aberto*. Brasília, v. 12, n. 57, p. 3-15, 1993a.

VYGOSTY, L.S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: M. Fontes, 1989.

## APÊNDICE A – FUNÇÕES: SÍNTESE DOS CONTEÚDOS ENCONTRADOS NOS LIVROS CONVENCIONAIS

**I - PIERRO NETO, Scipione di. *Matemática* : conceitos e operações: 8ª Série. 1º Grau. São Paulo : Saraiva, 1998.**

### UNIDADE 4 – NOÇÕES SOBRE RELAÇÕES E FUNÇÕES

Conceito formal de função

Definição:

"Dados dois conjuntos A e B, chamamos função de A em B qualquer relação entre tais conjuntos que faça corresponder a cada elemento de A, um e um só elemento de B."

Indica-se a função de A em B com a notação

$f$: A $\rightarrow$ B ou A $\xrightarrow{f}$ B

Isto quer dizer que existe uma lei $f$ que leva os elementos de A aos elementos de B, de tal forma que:

todo elemento de A tem correspondente em B;

todo elemento de A tem um único correspondente em B;

A chama-se domínio da função e indica-se D($f$) = A;

B chama-se contra domínio da função e se indica CD($f$) = B.

Se x é um elemento de A e y é o seu correspondente em B, dizemos que y é a imagem de x obtida pela função $f$.

Indica-se y = $f$(x). Lê-se "y é igual a $f$ de x."

O conjunto de todos os valores y assim obtidos chama-se conjunto imagem da função e se representa por Im($f$)."

## UNIDADE 5 – A FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU.

A função constante

Definição:

“ Chama-se função polinomial constante aquela definida por :

$f$: R → R

x → y = K ( const).”

“ O gráfico de uma função constante cujo domínio é R é uma reta paralela ao eixo das abscissas.”

A função do 1º grau

Consideremos a seguinte função:

$f$: R → R

x → y = ax + b, com a e b reais e a ≠ 0 .

Observa-se que a expressão que define a função é ax + b, ou seja, um polinômio do 1º grau.

A esta função damos o nome de função do 1º grau ou função afim.

Raiz ou Zero da Função y = ax + b

“ Dada uma função y = ax + b, dizemos que x é uma raiz ou zero de y = ax + b quando e somente quando o valor correspondente a y é zero.”

$y = 0 \Rightarrow ax + b = 0 \Leftrightarrow x = - b / a.$

Valores e sinais da função Y = Ax + B

Sinais de y = ax + b

Seja como exemplo, y = 3x – 6. Deseja-se saber para quais valores de x haverá y maior que zero, ou ainda, para quais valores haverá y menor que zero.

y = 3x – 6

$y > 0 \Leftrightarrow 3x - 6 > 0 \Leftrightarrow 3x > 6 \Leftrightarrow x > 2$

$\therefore\ x > 2 \Rightarrow y > 0$

Graficamente:

$x_o = 2$ é raiz de $y = 3x - 6$

$y < 0 \Leftrightarrow 3x - 6 < 0 \Leftrightarrow 3x < 6 \Leftrightarrow x < 2$

$\therefore\ x < 2 \Leftrightarrow y < 0$

Graficamente:

$x_o = 2$ é raiz de $y = 3x - 6$

---

**II – GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR., José Ruy. *A conquista da Matemática: teoria e aplicações: 8ª Série*. São Paulo: FTD, 1997.**

**UNIDADE 5 – FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU**

CAPÍTULO 1 – A NOÇÃO DE FUNÇÃO

Domínio e imagem de uma função

O conjunto de valores que a variável x pode assumir chama-se domínio da função.

O valor da variável y que corresponde a um determinado valor x é chamado imagem do número x pela função.

CAPÍTULO 2 – FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

“ Uma função é chamada função polinomial do 1º grau quando é definida pela fórmula matemática $y = ax + b$ com $a \in R$, $b \in R$ e $a \neq 0$.”

CAPÍTULO 3 – GRÁFICO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

"O gráfico de uma função polinomial do 1º grau, no plano cartesiano é uma reta."

CAPÍTULO 4 – ZERO OU RAIZ DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

"O valor do número real x, para o qual se tem y = 0 ( ou ax + b = 0), denomina-se zero ou raiz da função polinomial do 1º grau."

CAPÍTULO 5 – ANALISANDO O GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

Função crescente:

o coeficiente a é um número real positivo ( a > 0)

– aumentando o valor de x, aumenta o valor correspondente de y.

Função Decrescente : o coeficiente a é um número real negativo (a < 0)

– aumentando o valor de x, diminui o correspondente de y.

---

**III – JAKUBOVIC, José, LELLIS, Marcelo. *Matemática na medida certa* : 8. Série. São Paulo: Scipione, 1997.**

CAPÍTULO 4 – FUNÇÕES

Conceito de função

Dados dois conjuntos A e B, chama-se função de A em B qualquer relação entre os elementos desses conjuntos, de modo que cada elemento de A se associe um único elemento de B.

Nomenclatura

Considere uma função de A em B. Nesse caso:

o conjunto A chama-se domínio

o conjunto B chama-se contradomínio da função

x representa um elemento qualquer de A

y representa um elemento qualquer de B

uma fórmula matemática que mostra cálculos que se deve fazer com cada valor de x para se encontrar y correspondente, é a lei de associação da função

diz-se que y é função de x

a função A em B costuma ser chamada de $f$, sendo indicada por $f$: A $\rightarrow$ B.

Estudo das funções

Menciona funções não-numéricas.

Utilização de funções

Mostra alguns casos de aplicação das funções.

Função constante – função de 1º e 2º Graus

Função constante

Função constante é toda função que tem uma lei de associação do tipo y = c, onde c é um número real.

Função do 1º grau

Função de 1º grau é toda função que tem uma lei de associação do tipo y = ax + b, onde a e b são números reais, com a $\neq$ 0.

Gráfico da função constante e da função do 1º Grau

Função constante

O gráfico de qualquer função constante, com domínio R, é uma reta horizontal.

Função do 1º grau

O gráfico de qualquer função do 1º grau, com domínio R, é uma reta (que não é horizontal nem vertical)

Nota: o gráfico de y = ax + b, com domínio R, sempre intercepta o eixo dos y no ponto (0, b).

---

**IV – IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Matemática*: 8. série. São Paulo: Scipione, 1998.**

Não define funções de nenhum tipo, apenas apresenta noções gerais de funções e suas aplicações através de exemplos.

---

**V – GENTIL, Nelson; SANTOS, Carlos Alberto Marcondes dos; GRECO, Antônio Carlos; BELLOTO FILHO, Antônio; GRECO, Sérgio Emílio. *Matemática para o 2º grau*. São Paulo: Ática, 1998.**

CAPÍTULO 4 – FUNÇÕES

Definição:

$f$ é uma função de A em B $\Leftrightarrow \forall$ x $\in$ A, $\exists |$ y $\in$ B $|$ (x, y) $\in f$.

Valor numérico de uma função:

Dados os conjuntos A = { -2, -1, 0 } e B = { 0, 1, 2} e a função $f$ : A $\rightarrow$ B, definida por $f$(x) = x + 2, chama-se valor numérico da função $f$(x) o valor que a variável y assume quando a variável x é substituída por um determinado valor que lhe é arbitrário.

Domínio e imagem de uma função

Domínio

Domínio de uma função $f$(D($f$)) é o conjunto formado pelos primeiros elementos dos pares ordenados (x, y) pertencentes a $f$.

Obs.: pela definição de função, todos os elementos de A têm um único correspondente em B; logo, o domínio de $f$ sempre é o conjunto A.

Imagem

Imagem de uma função $f(\mathrm{Im}(f))$ é o conjunto formado pelos segundos elementos dos pares ordenados (x, y) pertencentes a $f$.

Obs.: 1) O conjunto B é denominado contra domínio da função $f$. B = CD($f$).

2) Im $(f) \subset$ B.

Gráfico de uma função

Para esboçar o gráfico de uma função no plano cartesiano, deve-se atribuir alguns valores a variável x determinando valores numéricos de y.

O domínio corresponde a todos os valores determinados para x (eixo das abscissas); a imagem corresponde a todos os valores assumidos por y (eixo das ordenadas).

Funções crescentes e decrescentes

Função crescente

Diz-se que uma função y = $f$(x), de A em B, é crescente em um intervalo $[a, b] \subset A$ se, e somente se, para quaisquer $x_1$ e $x_2$ pertencentes ao intervalo [a, b], $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$.

Função decrescente

Diz-se que uma função y = $f$(x), de A em B, é decrescente em um intervalo $[a, b] \subset A$ se, e somente se, para quaisquer $x_1$ e $x_2$ pertencentes ao intervalo [a, b] temos: $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$.

Tipos de funções

Função injetora

Uma função $f$ : A $\rightarrow$ B é injetora se, e somente se, dois elementos distintos quaisquer do domínio de $f$ possuem imagens distintas em B. Sendo $x_1 \in$ A e $x_2 \in$ B, temos : $x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$.

# CAPÍTULO 5 – FUNÇÕES ELEMENTARES

Função constante

Uma função $f$ de R em R é constante se, a cada x $\in$ R, associa sempre o mesmo elemento p $\in$ R :

$f$: R$\rightarrow$ R definida por $f$(x) = p. Logo: D($f$) = R e Im($f$) = {p}

Função de 1º grau ou afim

Uma função $f$ de R em R é função do 1º grau ou função afim se, a cada x $\in$ R, associa o elemento (ax + b) $\in$ R, com a $\neq$ 0. Em uma função de 1º grau, D($f$) = Im($f$) = R.

Coeficiente da função de 1º grau

Dada a função real $f$(x) = ax + b, a é chamado coeficiente angular e b coeficiente linear.

No gráfico, o coeficiente angular indica se a função é crescente (a $>$ 0) ou decrescente (a $<$ 0) e o coeficiente linear indica a ordenada do ponto em que a reta intercepta o eixo y.

Função linear

Na função real $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, se $b = 0$, $f(x) = ax$ é denominada função linear.

Uma função $f$ de R em R é linear quando, a cada $x \in R$, associa o elemento $ax \in R$, $a \neq 0$

$f: R \rightarrow R$

$x \rightarrow ax$, $a \neq 0$

Em uma $f(x) = ax$, $D(f) = Im(f) = R$.

Função identidade

Uma função $f$ de r em r é identidade quando, qualquer $x \in r$ associa o elemento próprio x

$f: R \rightarrow R$

$x \rightarrow x$

Em uma função $f(x) = x$, $D(f) = Im(f) = R$

Estudo do sinal da função do 1º grau

Zero da função do 1º grau

De um modo geral, zero da função $f(x) = ax + b$ é o valor de x para o qual $f(x) = 0$.

Logo, fazendo $f(x) = ax + b = 0$, temos: $x = - b/a$ (zero da função)

Sinal da função de 1º grau

Para $x = - b/a$ , $f(x) = 0$

Para $x > - b/a$ , $f(x)$ tem o mesmo sinal de a.

Para $x < - b/a$ , $f(x)$ tem sinal contrário de a.

# CAPÍTULO 7 – FUNÇÃO MODULAR, FUNÇÃO COMPOSTA, FUNÇÃO INVERSA

## Função composta

Dados os conjuntos:

A = {-1, 0, 1, 2}

B = { 2, 3, 4, 5}

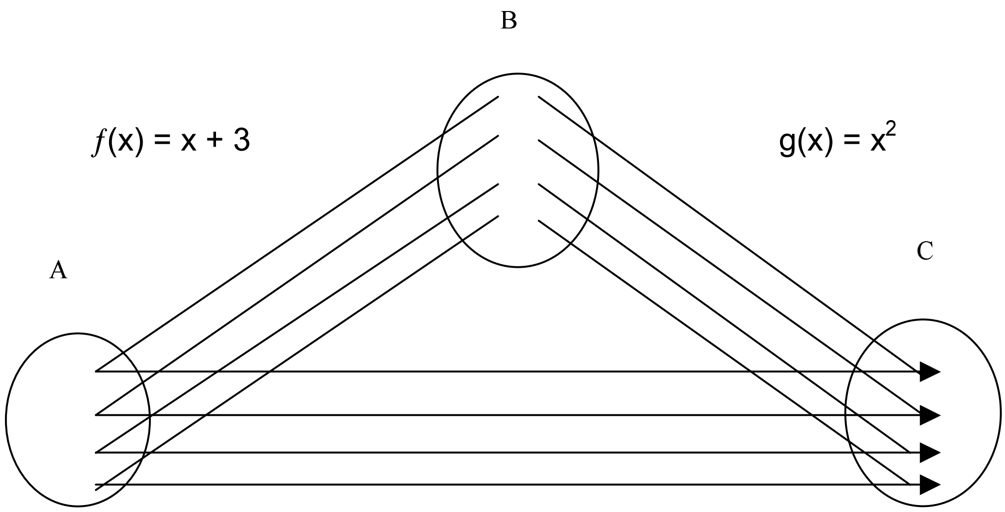
C = {4, 9, 16, 25}

e as funções:

$f$: A $\rightarrow$ B, definida por $f(x) = x + 3$

g: B $\rightarrow$ C, definida por $g(x) = x^2$

através de uma função h(x): A $\rightarrow$ C, composta de g e $f$, é possível levar cada elemento de A diretamente a C, como no esquema:




A função h(x) pode ser obtida aplicando $f(x)$ aos elementos de A: em seguida, essas imagens são transformadas por g(x).

Genericamente:

$h(x) = g(f(x)) = (g o f)(x)$

$h(x) = g(f(x)) = (g o f)(x)$, para todo $x \in A$

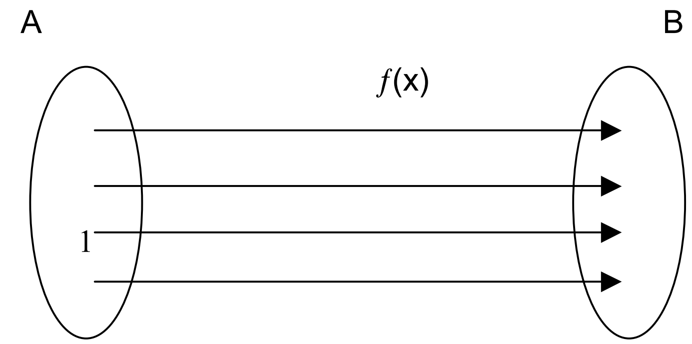
h(x) representa a função g composta com $f$.

## Função inversa

Sendo $f$ uma função inversa de A ={-1, 3, 7, 11} em B ={0, 4, 8, 12} a função de B em A, representado por g(x) = $f^{-1}$(x), é chamada inversa de $f$:

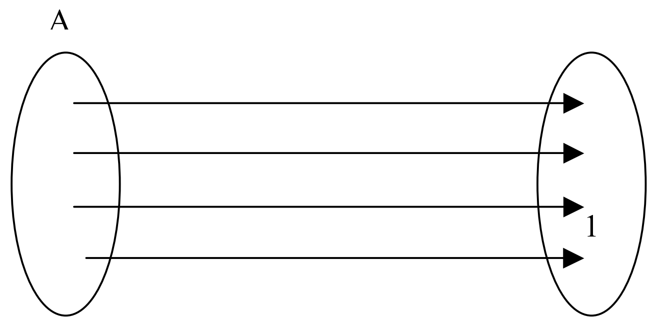
D($f$) = A

Im ($f$) = B




D(g) = B

Im (g) = A




Sendo $f$: A $\rightarrow$ B uma função bijetora que $f^{-1}$: B $\rightarrow$ A é função inversa de $f$ se, e somente se, para todo

(x, y) $\in f \Rightarrow$ (y, x) $\in f^{-1}$.

Atenção: só existe $f^{-1}$, inversa de $f$, se $f$ é bijetora.

Observações: 1) D($f$) = Im ($f^{-1}$) 2) Im($f$) = D ($f^{-1}$)

Regra prática para determinação da função inversa

Para obter-se a inversa de uma função $f$(x), basta reescrever a função, trocando de lugar as variáveis x e y, e, em seguida, expressar y em função de x.

Os gráficos de uma função e de sua inversa são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares ($1^{\underline{o}}$ e $3^{\underline{o}}$) de um plano cartesiano.

**VI - PAIVA, Manoel Rodrigues. *Matemática*. São Paulo: Moderna, 1995.**

CAPÍTULO 13 – FUNÇÕES

Formalização do conceito de função

Sejam A e B conjuntos diferentes do vazio. Uma relação $f$ de A em B é função se, e somente se, todo elemento de A estiver associado, por meio de $f$, a um único elemento de B.

CAPÍTULO 14 – IMAGEM DE UM ELEMENTO ATRAVÉS DE UMA FUNÇÃO

Imagem de um elemento através do diagrama de flechas

Se um elemento y de B estiver associado a um elemento x de A, por meio de $f$, então diremos que y é imagem de x.

Imagem de um elemento por meio da Lei $y = f(x)$

A lei $f(x) = 2x + 1$ nos diz que a imagem de cada x do domínio de $f$ é o número $2x + 1$ do contradomínio.

Imagem de um elemento por meio do gráfico de uma função

Estudo do sinal de uma função por meio do gráfico

Sendo $f$ uma função de domínio D, diz-se que:

$f$ é positiva para um elemento x, $x \in D$, se, e somente se, $f(x) > 0$;

$f$ é negativa para um elemento x, $x \in D$, se, e somente se, $f(x) < 0$;

$f$ se anula para um elemento x, $x \in D$, se, e somente se, $f(x) = 0$.

Note, portanto, que o sinal da função para um elemento x, $x \in D$, é o sinal de $f$(x), e não o sinal de x.

## CAPÍTULO 15 – ESTUDO DOS GRÁFICOS

### Análise gráfica – reconhecimento de uma função

Se uma reta paralela ao eixo Oy interceptar o gráfico de uma relação R em mais de um ponto, então R não é função.

Um gráfico representará uma função de A em B se, e somente se, qualquer reta paralela ao eixo Oy, passando por um ponto qualquer de abscissa x, $x \in A$ interceptar o gráfico num único ponto.

## CAPÍTULO 16 – FUNÇÃO REAL DE VARIÁVEL REAL

### Conceituação

Toda função $f$ em que o domínio e o contradomínio são subconjuntos de R denomina-se função real de variável real.

" Se o domínio de uma função $f$ for o mais amplo subconjunto de R onde $f$ pode ser definida, e o contradomínio de $f$ for R, então essa função pode ser apresentada simplesmente pela lei de associação y = $f$(x).

Assim sendo, ao representar a função y = $f$(x), ficam subentendidos como domínio e contradomínio de $f$ os conjuntos: D ($f$) = {$x \in R$ / $f(x) \in R$ } e CD ($f$) = R "

# CAPÍTULO 17 – FUNÇÃO CONSTANTE, CRESCENTE E DECRESCENTE

## Raiz de uma função

Chama-se raiz (ou zero) de uma função real de variável real, $y = f(x)$, todo número R, do domínio de $f$, tal que $f(R) = 0$.

## Função constante

Chama-se função constante toda função $f$: $R \rightarrow R$, tal que $f(x) = k$ (k, constante real).

## Função crescente e função decrescente

Uma função $f$, real de variável real, é crescente em A, $A \subset D(f)$, se e somente se, para quaisquer números $x_1$ e $x_2$ do conjunto A, ocorre $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$.

Uma função $f$, real de variável real, é decrescente em A, $A \subset D(f)$, se e somente se, para quaisquer números $x_1$ e $x_2$ do conjunto A, ocorre $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$.

As raízes de uma função $f$ são as abscissas dos pontos de intersecção do gráfico de $f$ com o eixo Ox.

# CAPÍTULO 18 – FUNÇÃO AFIM OU DO 1º GRAU

## Conceituação

"Toda função do tipo $f(x) = ax + b$ com $\{a, b\} \subset R$ e $a \neq 0$ é denominada função do 1º grau ou função afim."

Gráfico de uma função do 1º grau

Demonstra-se que o gráfico de uma função do 1º grau é uma reta.

O gráfico de uma função linear, isto é, $y = ax$ ($a \in R^*$), é uma reta que passa pela origem do sistema cartesiano.

CAPÍTULO 19 – VARIAÇÃO DO SINAL DA FUNÇÃO DO 1º GRAU

Estudo genérico da variação da função do 1º grau $f(x) = ax + b$

Raiz da função $f$

A raiz da função do 1º grau $f(x) = ax + b$ é a raiz da equação $ax + b = 0$, ou seja, $- b/a$.

Condição para que $f$ seja crescente

A função do 1º grau $f(x) = ax + b$ é crescente se, e somente se, $a > 0$.

Condição para que $f$ seja decrescente

A função do 1º grau $f(x) = ax + b$ é decrescente se, e somente se, $a < 0$.

---

**VII - SMOLE, Kátia Cristina Stocco; KIYUKAWA, Rokusaburo.b *Matemática*. São Paulo: Saraiva, 1998. V. 1.**

**UNIDADE 4 – FUNÇÕES DO 1º GRAU**

Funções do 1º Grau

Uma função $f$, de R em R, que todo número x associa o número $ax + b$, com a e b reais, e denominada função do 1º grau. $f: R \to R$

x $\rightarrow$ y = ax + b, a $\neq$ 0.

Gráfico Cartesiano da Função do 1º Grau

Se duas grandezas x e y são diretamente proporcionais, o gráfico cartesiano de y como função de x é uma reta do tipo y = ax.

E, em y = ax, temos b = 0, logo, a reta sempre passa pela origem do referencial.

Se y = ax + b, b $>$ 0, o gráfico de y = ax é transladado para cima do eixo y em b unidades (coeficiente linear) e continua sendo uma reta.

Se y = ax + b, b$<$ 0, o gráfico de y = ax é transladado para baixo do eixo y em b unidades, e continua sendo uma reta.

Observações:

O ponto em que o gráfico corta o eixo x mostra o valor de x tal que $f$(x) = 0. Neste caso x é chamado de zero ou raiz da função do 1º grau.

Na função do 1º grau $f$(x) = ax + b, a é o coeficiente angular ou declividade, porque determina a inclinação da reta, e b é o coeficiente linear do gráfico de $f$.

O gráfico de uma função do 1º grau y = ax + b passa sempre pela origem quando b = 0. Isso ocorre sem coeficiente linear, a reta não se " desloca" no plano cartesiano e a função se anula em x = 0. Nesse caso a função de 1º grau recebe o nome de função linear.

Função identidade

Se a função do 1º grau y = ax + b apresenta a = 1 e b = 0, ela fica reduzida a y = x e é conhecida como função identidade.

Função crescente e função decrescente

Função crescente é aquela em que aumentando o valor de x, o valor de y aumenta, e a função decrescente é aquela em que, aumentando o valor de x, o valor de y diminui.

Estudo do sinal de uma função do 1º grau

De um modo geral, estudar o sinal de uma função $f$ de domínio $D(f) \subset R$ significa descobrir os valores de x para os quais $f(x) < 0$ ou $f(x) = 0$ ou $f(x) > 0$.

## UNIDADE 9 – FUNÇÃO COMPOSTA, FUNÇÃO INVERSA

Função composta

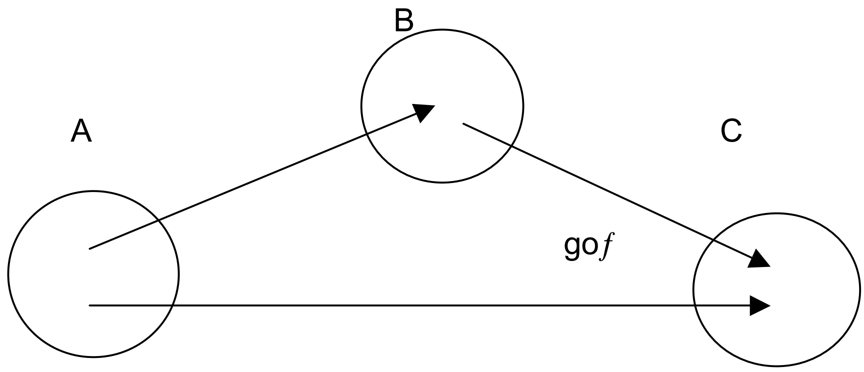
Sejam as funções $f$, de A em B, e g, de B em C.

Função composta de $f$ e g (notação: $gof$) é a função de A em C definida por:

$D = R$

$x \rightarrow (gof)(x) = g[f(x)]$

Esquematicamente, representa-se assim:



## Caracteristicas das funções

Uma função $f$, de A em B, é injetora (ou uma injeção) se quaisquer que sejam $x_1 \in A$ e $x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Uma função g, de C em D, é sobrejetora (ou uma sobrejeção) se CD(g) = Im(g).

Seja uma função h de H em I

$$\text{h é bijetora (bijeção)} \begin{cases} \Leftrightarrow \ \text{h é injetora} \\ \text{h é sobrejetora} \end{cases}$$

## Função Inversa

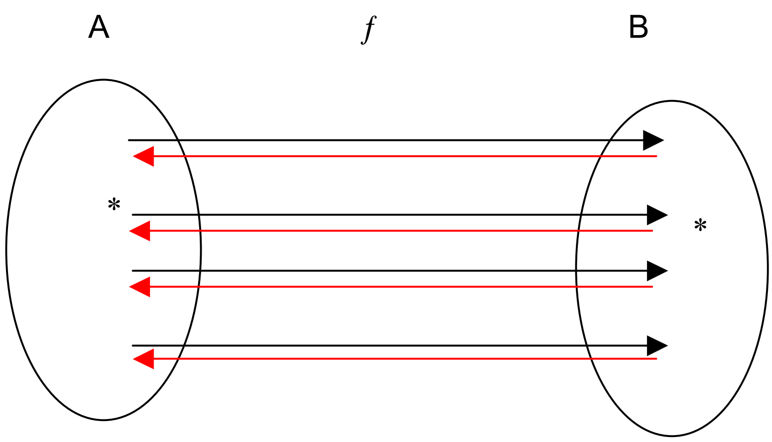
Se a função $f$: A $\rightarrow$ B é bijetora, então a relação inversa $f^{-1}$ é denominada função inversa de $f$ e

$x \rightarrow y = f(x)$

é descrita por: $f^{-1}: B \rightarrow A$

$y \rightarrow x = f^{-1}(y)$

note que $A = D(f)$ e $A = Im(f^{-1})$; $B = Im(f)$ e $B = D(f^{-1})$.



**VIII – GIOVANNI, José ; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JR., José Ruy. *Matemática Fundamental* : 2º Grau. São Paulo: FTD, 1997.**

CAPÍTULO 3 – FUNÇÕES

Noção intuitiva de função

A medida p do perímetro de um quadrado é dada em função da medida L do lado.

A relação p = 4L chama-se lei da associação ou fórmula matemática desta função.

Noção de função através de conjuntos

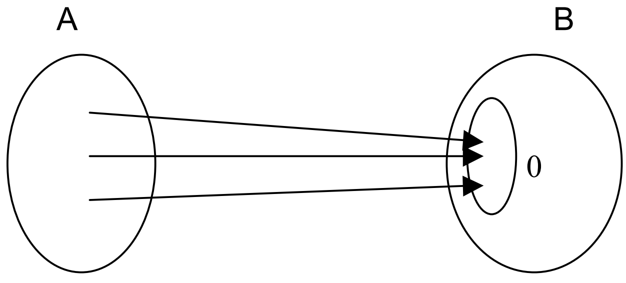
Sendo A e B dois conjuntos não vazios e uma relação $f$ de A em B, essa relação $f$ é uma função de A em B quando a cada elemento x do conjunto A esta associado um a um só elemento y do conjunto B.

Domínio, imagem e contradomínio

O conjunto A é denominado domínio da função, que indicamos por D. O domínio de uma função é, também, chamado campo de definição ou campo de existência da função.

conjunto {1, 2, 3} que é um subconjunto de B, é denominado conjunto imagem da função, que indicamos por: Im = {1, 2, 3}.

conjunto B, tal que Im $\subseteq$ B, é denominado contradomínio da função.



Estudo do domínio de uma função

Se é dado apenas $f$(x) = 2x – 5, sem explicitar o domínio D, está implícito que x pode ser qualquer número real, ou seja, D = R

Se é dado $f$(x) = 2x – 5, com 1 ≤ x ≤ 10, está explícito que o domínio da função dada consiste em todos os números reais entre 1 e 10, incluindo-os ou seja, D = {x ∈ R / 1 ≤ x ≤ 10}

Se é dado apenas $f$(x) = 2x – 3, sem explicitar o domínio D, está implícito que x pode ser qualquer x - 2 número real, com exceção de 2, pois, se x = 2, teremos: $f$(2) = 2 (2) – 3 = 1 e 1 não é definido.

2-2 0 0

logo D = { x ∈ R / x ≠ 2}

Se é dado apenas $f$(x) = √ x – 2 , sem explicitar o domínio D, está implícito que (x – 2) pode ser qualquer número real não negativo, ou seja, x – 2 ≥ 0 ou x ≥ 2, pois se (x – 2) < 0, obtém-se a raiz de um número negativo e, portanto, não existe um número real $f$(x) correspondente.

Logo D = {x ∈ R / x ≥ 2}.

Assim, quando o domínio de uma função não está explícito, deve-se considerar para esse domínio todos os valores reais de x que tornam possíveis em R as operações indicadas na fórmula matemática que define a função.

Gráfico de uma função no plano cartesiano

Estudo do gráfico no plano cartesiano

O domínio de uma função é o intervalo representado pela projeção do gráfico sobre o eixo das abscissas. E a imagem é o intervalo representado pela projeção do gráfico no eixo das ordenadas.

Função crescente e função decrescente

Função crescente

Uma função y = $f(x)$ é crescente num conjunto A se, e somente se, para quaisquer $x_1$ e $x_2$ pertencentes ao conjunto A, com $x_1 < x_2$ houver $f(x_1) < f(x_2)$.

Função decrescente

Uma função y = $f(x)$ é decrescente num conjunto A se, e somente se, para quaisquer $x_1$ e $x_2$ pertencentes ao conjunto A, com $x_1 < x_2$ houver $f(x_1) > f(x_2)$.

Função composta

A função h(x) chama-se composta de g com $f$. $h(x) = g \circ f = g(f(x))$.

Função inversa

A função g pode ser obtida invertendo-se a ordem dos elementos de cada um dos pares ordenados que pertencem à função $f$.

$D_f = Im_g$ e $D_g = Im_f$

A função g é chamada função inversa da função $f$.

Dada uma função bijetora $f$: A $\rightarrow$ B, chama-se função inversa de $f$ a função $f^{-1}$: B $\rightarrow$ A tal que

$(a, b) \in f \Leftrightarrow (b, a) \in f^{-1}$.

# CAPÍTULO 4 – FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

## Função constante

Toda função $f$: R $\rightarrow$ R, definida por $f$(x) = c, com c $\in$ R, é denominada função constante.

O gráfico da função constante é sempre uma reta paralela ou coincidente com o eixo x, passando pelo ponto (0, c).

## Função polinomial do 1º grau

Toda função polinomial representada pela fórmula matemática $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, com a $\in$ R, b $\in$ R e a $\neq$ 0, definida para todo x real, é denominada função do 1º grau.

Na sentença matemática y = ax + b, as letras x e y representam as variáveis, enquanto a e b são denominadas coeficientes.

1º caso: No caso de a $\neq$ 0 e b $\neq$ 0, a função polinomial do 1º grau recebe o nome de função afim.

2º caso: No caso de a $\neq$ 0 e b = 0, a função polinomial do 1º grau recebe o nome de função linear.

## Estudo do sinal da função do 1º grau

## Zeros da função do 1º grau

Denomina-se zero ou raiz da função $f(x) = ax + b$ o valor de x que anula a função, isto é, torna $f(x)=0$.

Geometricamente, o zero da função do 1º grau $f(x) = ax + b$, a $\neq$ 0, é a abscissa do ponto em que a reta corta o eixo x.

## APÊNDICE B – CORPO CONCEITUAL PREDOMINANTE NOS LIVROS DIDÁTICOS (Conclusão)

| | Matemática – conceitos e operações<br>* Scipione di Pierro Neto | A conquista da Matemática: teoria e aplicação<br>* José Ruy Giovanni | Matemática na medida certa<br>* José Jakubovic / Marcelo Lellis | Matemática<br>* Luiz Márcio Imenes / Marcelo Lellis | Matemática para o 2º Grau<br>* Nelson Gentil / Carlos Alberto Mar-condes dos Santos/ Antô-nio Carlos Greco / Antônio Bel-loto Filho/ Sérgio Emílio Greco | Matemática<br>* Manoel Rodrigues Paiva | Matemática<br>* Kátia Cristina Stocco Smole | Matemática Fundamental 2º grau<br>* José Ruy Giovanni/ José Roberto Bonjorno/José Ruy Giovanni Jr. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Função par | - | - | - | - | * | - | - | * |
| Função nem par nem ímpar | - | - | - | - | * | - | - | - |
| Coeficiente angular | - | - | - | - | - | - | * | - |
| Coeficiente linear | - | - | - | - | - | - | * | - |
| Função composta | - | - | - | - | * | * | * | * |
| Função inversa | - | - | - | - | * | * | * | * |
| Função modular | - | - | - | - | * | * | * | * |
| Função exponencial | - | - | - | - | * | * | * | * |
| Função logarítmica | - | - | - | - | * | * | * | * |

Fonte: o autor
Nota: Extraído das obras constantes no Cabeçalho do Quadro
Sinais utilizados:
* O conceito consta na obra.
- O conceito não consta na obra.

## APÊNDICE B – CORPO CONCEITUAL PREDOMINANTE NOS LIVROS DIDÁTICOS (continuação)

| | Matemática – conceitos e operações<br>* Scipione di Pierro Neto | A conquista da Matemática: teoria e aplicação<br>* José Ruy Giovanni | Matemática na medida certa<br>* José Jakubovic / Marcelo Lellis | Matemática<br>* Luiz Márcio Imenes / Marcelo Lellis | Matemática para o 2º Grau<br>* Nelson Gentil / Carlos Alberto Mar-condes dos Santos/ Antô-nio Carlos Greco / Antônio Bel-loto Filho/ Sérgio Emílio Greco | Matemática<br>* Manoel Rodrigues Paiva | Matemática<br>* Kátia Cristina Stocco Smole | Matemática Fundamental 2º grau<br>* José Ruy Giovanni/ José Roberto Bonjorno/José Ruy Giovanni Jr. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Função constante | * | - | * | - | * | * | - | * |
| Função crescente | - | * | - | - | * | * | * | * |
| Função decrescente | - | * | - | - | * | * | * | * |
| Função linear | - | - | - | - | * | - | * | - |
| Função identidade | - | - | - | - | * | - | * | - |
| Função injetora | - | - | - | - | * | * | - | - |
| Função sobrejetora | - | - | - | - | * | * | - | - |
| Função bijetora | - | - | - | - | * | * | - | - |
| Função ímpar | - | - | - | - | * | - | - | * |

(Continua)

## APÊNDICE B – CORPO CONCEITUAL PREDOMINANTE NOS LIVROS DIDÁTICOS (continuação)

| | Matemática – conceitos e operações * Scipione di Pierro Neto | *A* conquista da Matemática: teoria e aplicação * José Ruy Giovanni | Matemática na medida certa * José Jakubovic / Marcelo Lellis | Matemática * Luiz Márcio Imenes / Marcelo Lellis | Matemática para o 2º *G*rau * Nelson Gentil / Carlos Alberto Mar-condes dos Santos/ Antô-nio Carlos Greco / Antônio Bel-loto Filho/ Sérgio Emílio Greco | Matemática * Manoel Rodrigues Paiva | Matemática * Kátia Cristina Stocco Smole | Matemática Fundamental *2º* grau * José Ruy Giovanni/ José Roberto Bonjorno/José Ruy Giovanni Jr. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Estudo do sinal da função do 1º grau | * | - | - | - | * | - | * | * |
| Gráfico da função do 1º grau | * | * | * | - | - | * | * | - |
| Função pol. do 2º grau – quadrática | * | * | - | - | * | * | * | * |
| Raízes ou zeros de uma função 2º grau | * | * | * | - | * | - | * | * |
| Gráfico da função do 2º grau | * | * | * | - | * | - | * | * |
| Estudo do sinal da função de 2º grau | - | - | - | - | * | - | * | * |
| Extremos ou vértices da função do 2º grau | * | - | - | - | - | * | - | * |
| Estudo da concavidade da parábola | - | * | - | - | * | - | - | - |
| Ponto de máximo e de mínimo | * | * | * | - | * | * | * | - |

(Continua)

# APÊNDICE B – CORPO CONCEITUAL PREDOMINANTE NOS LIVROS DIDÁTICOS

| | Matemática : conceitos e operações<br>* Scipione di Pierro Neto | *A* conquista da Matemática : teoria e aplicação<br>* José Ruy Giovanni | Matemática na medida certa<br>* José Jakubovic / Marcelo Lellis | Matemática<br>* Luiz Márcio Imenes / Marcelo Lellis | Matemática para o *2º Grau*<br>* Nelson Gentil / Carlos Alberto Mar-condes dos Santos/ Antô-nio Carlos Greco / Antônio Bel-loto Filho/ Sérgio Emílio Greco | Matemática<br>* Manoel Rodrigues Paiva | Matemática<br>* Kátia Cristina Stocco Smole | Matemática fundamental 2º grau<br>* José Ruy Giovanni/ José Roberto Bonjorno/José Ruy Giovanni Jr. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Definição formal de função | * | - | * | - | * | * | - | - |
| Reconhecimento do gráfico de uma função | - | - | - | - | - | * | - | - |
| Domínio de uma função | - | * | * | - | * | * | - | * |
| Estudo do domínio de uma função | - | - | - | - | - | - | - | * |
| Imagem de uma função | * | * | - | - | * | * | - | * |
| Contradomínio de uma função | - | - | * | - | * | * | - | * |
| Função pol. do 1º grau – função afim | * | * | * | - | * | * | * | * |
| Raiz ou zero da função do 1º grau | * | * | - | - | - | * | * | - |

(Continua)