

UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
MESTRADO EM EDUCAÇÃO
VIVIANE MENDONÇA GOMIDES ROSA

**APRENDIZAGEM DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU – UMA ANÁLISE DA
UTILIZAÇÃO DA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**

GOIÂNIA-GO
2009

VIVIANE MENDONÇA GOMIDES ROSA

**APRENDIZAGEM DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU – UMA ANÁLISE DA
UTILIZAÇÃO DA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**

Dissertação apresentada à Banca Examinadora de defesa do Mestrado em Educação da Universidade Católica de Goiás como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação, sob a orientação da Professora Doutora Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas.

GOIÂNIA-GO
2009

FOLHA DE APROVAÇÃO

VIVIANE MENDONÇA GOMIDES ROSA

**APRENDIZAGEM DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU – UMA ANÁLISE DA
UTILIZAÇÃO DA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**

BANCA EXAMINADORA

Professora Doutora Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas (Orientadora)

Professor Doutor Wellington Lima Cedro (membro externo – UFG)

Professora Doutora Beatriz Aparecida Zanatta (UCG)

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos homens da minha vida: meu PAI por ser para mim, o exemplo de vida, formando junto à minha mãe minha formação pessoal, religiosa e profissional; meu ESPOSO por ser companheiro em todos os momentos acreditando em mim, até quando eu não acreditava mais ser capaz e ao MEU FILHO, por ser para mim o motivo primordial de continuar desejando aprender, aprender e aprender sempre.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela sua infinita misericórdia.

Aos meus pais, Heleno e Nilza, eles foram os meus primeiros educadores e me ensinaram as primeiras lições de direitos humanos e de luta por um mundo melhor e mais justo. Trabalharam intensamente e sacrificaram seus sonhos em favor dos meus, quantas noites mal dormidas, dias de angústia e espera, com compreensão e paciência. Hoje ao meu lado, vivem novamente esses momentos na parceria de cuidar e educar agora o meu filho. Obrigada em especial, a você mamãe, por tudo que tem feito e sei que ainda fará por nós, você tem sido perfeita. Amo vocês.

Ao meu amado e companheiro esposo Renato, que desde o início do nosso relacionamento tem sempre sido parceiro nas minhas escolhas e conquistas. Obrigada por compartilhar dos meus momentos de alegrias e tristezas e mesmo entre choros e lamentações, esteve sempre presente me apoiando, concordando em adiar os planos, em deixar para depois, com jeitinho especial, me acalmava e fazia tudo parecer possível. Valeu, você foi fundamental para que eu conseguisse chegar aqui!

Ao meu pequeno Vinícius, que ainda no ventre foi peça essencial na construção deste estudo. Junto ao exame de gravidez recebi o resultado de aprovação no processo seletivo do mestrado, e juntos fomos crescendo dia-a-dia. No ventre uma nova vida meu primeiro filho e na minha vida, uma nova concepção na atividade de aprendizagem e na metodologia de vida. Durante seus primeiros anos de vida, estive envolta numa montanha de livros, dissertações, teses e artigos, tornamos-nos companheiros de estudos nas madrugadas, intercalando-os com troca de fraldas, mamadeiras, gols, cantorias e brincadeiras. E na lembrança de um lindo sorriso, da voz meiga e das travessuras, retomava o trabalho com maior ânimo. Filho, você é o sentido da minha vida.

As minhas irmãs: Adriana e Luciana, tão queridas e especiais na minha vida, desculpem se por muitas vezes me fiz distante de vocês. E a vocês, meus estimados cunhados e amados sobrinhos, muito obrigada por ser presente nessa trajetória.

Em especial ao meu irmão Emerson Luiz, que durante meus estudos, análises e observações, foi sempre lembrado na proposição, que aprender e mudar é sempre possível.

A todos os meus professores que compartilharam da minha vida acadêmica e cultivaram em mim o desejo de trilhar pelo caminho da educação, de cada um trago um pouquinho.

À Prof^a. Dr^a. Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas, minha orientadora, exemplo de serenidade que, com sua sabedoria, ponderação e firmeza, orientou-me e soube valorizar minhas produções e respeitar minha trajetória, tão tumultuada e cheia de imprevistos, com paciência, companheirismo e competência profissional. Muito Obrigada!

Ao Prof. Dr. José Carlos Libâneo pela amizade, pelos ensinamentos, pelas sugestões e contribuições feitas ao meu trabalho.

À professora e amiga Dr^a. Beatriz Aparecida Zanatta, pelo seu carinho e atenção, acreditando sempre em minha vitória. Eternamente agradecida.

Ao Prof. Dr Wellington Lima Cedro, pela participação tão calorosa e enriquecedora na minha qualificação e defesa.

Aos colegas da caminhada que em momentos de alegria, tensão e perda estivemos juntos na realização de um ideal. Obrigada!

A todos os professores e funcionários do Mestrado em Educação da UCG, pelos ensinamentos, respeito e apoio em todos os momentos.

A Beth, professora regente da turma onde realizei a pesquisa, pela presteza e atenção, dispensada ao meu trabalho.

A todos os professores, funcionários da escola campo e principalmente aos alunos que me receberam e permitiram participar de momentos de sua vida escolar, uma rica experiência para esta pesquisa. Que Deus acompanhe os passos de cada um de vocês.

SUMÁRIO

RESUMO.....	8
ABSTRACT.....	9
INTRODUÇÃO.....	13
CAPÍTULO I – CONCEPÇÕES ACERCA DO ENSINO DE MATEMÁTICA.....	25
1.1 <i>O ensino e aprendizagem da matemática no contexto atual</i>	25
1.2 <i>As práticas na Matemática Escolar</i>	29
1.3 <i>Educação matemática na perspectiva histórico-cultural</i>	32
CAPÍTULO II - FORMAÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO MATEMÁTICO.....	38
2.1 <i>O papel do ensino na aprendizagem e no desenvolvimento do aluno</i>	38
2.2 <i>A atividade psicológica humana como base para se compreender o ensino e a aprendizagem</i>	45
2.3 <i>A atividade de aprendizagem como base para a organização do ensino</i>	52
CAPÍTULO III – A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE ÁLGEBRA SEGUNDO A TEORIA DE DAVYDOV	60
3.1 <i>Caracterização geral da pesquisa</i>	60
3.2 <i>Os sujeitos e a atividade de aprendizagem no contexto da aula</i>	64
3.3 <i>A atividade principal dos alunos como um desafio para o ensino</i>	71
3.4 <i>A organização do ensino e para a aprendizagem conceitual da equação do segundo grau completa</i>	73
3.4.1 <i>Descoberta do princípio geral da equação do 2º grau – deslocando o foco no resultado para o foco na formação de ações mentais</i>	80
3.4.2 <i>Criação do modelo representativo do princípio geral – o desafio de representar o próprio movimento de pensamento</i>	84
3.4.3 <i>Transformação do modelo e estudo de suas propriedades: “matando a charada”</i>	87
3.4.4 <i>Aplicação do conceito de equação de 2º grau completa</i>	90
3.4.5 <i>Examinando e avaliando as próprias as ações mentais</i>	94
O ENSINO DE ÁLGEBRA SEGUNDO A TEORIA DE DAVYDOV: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	99
REFERÊNCIAS.....	104
ANEXOS.....	109

RESUMO

A matemática tem se destacado como a disciplina que os alunos consideram difícil de aprender, referem não gostar, apresentam baixo desempenho na aprendizagem. Além desses, diversos são os fatores que interferem na sua aprendizagem. A presente pesquisa privilegiou a forma da organização do ensino de um conteúdo de álgebra como fator para melhorar a aprendizagem dos alunos, a partir das seguintes questões: De que modo pode ser organizar o ensino de álgebra para que os alunos alcancem melhor aprendizagem? O ensino desenvolvimental seria uma possibilidade para ajudar a melhorar a aprendizagem de equação do segundo grau completa? Que contradições marcariam a concretização desse tipo de organização do ensino? Fundamentando-se principalmente nas teorias de Vygotsky, Leontiev e Davydov, consideraram-se também idéias de teóricos seus seguidores. Os objetivos da pesquisa foram: - analisar a aplicação prática da organização do ensino de um conteúdo da álgebra, segundo a teoria do ensino desenvolvimental, para que os alunos alcancem à aprendizagem; - analisar os resultados de aprendizagem dos alunos com esse tipo de organização do ensino; - identificar as contradições que se manifestam na concretização desse tipo de organização do ensino. Realizou-se uma pesquisa qualitativa que consistiu num experimento didático-formativo de acordo com os pressupostos de Davydov (1988). Foram coletados dados por meio de observações, entrevistas semi-estruturadas, instrumentos de avaliação da aprendizagem. Os sujeitos da pesquisa foram a professora de matemática e os 19 alunos de uma turma de 9º ano, de uma escola pública. A análise dos dados mostrou que a maioria dos alunos demonstrou melhor aprendizagem do conteúdo, no entanto alguns não a obtiveram. No contexto pesquisado, revelaram-se contradições importantes que interferiram no uso dessa forma de organização do ensino: - fatores socioculturais próprios ligados às sujeitos afetam o contexto institucional da aprendizagem; - o lugar da atividade de aprendizagem na vida dos alunos; - a análise lógica e histórica do conteúdo. A principal contribuição desta pesquisa consistiu em mostrar que é possível, pelo ensino desenvolvimental, que os alunos aprendam de modo mais efetivo um conteúdo da álgebra, particularmente da equação do segundo grau completa, mas o professor deve estar atendo às contradições que envolvem sua realização. Acredita-se que seus resultados são úteis também a todos que se preocupam com o tema da didática de matemática.

Palavras-chave: ensino e aprendizagem de álgebra; ensino e aprendizagem de equação do segundo grau; teoria histórico-cultural; ensino desenvolvimental; didática de matemática

ABSTRACT

The mathematics has if outstanding as the discipline that the students consider difficult to learn, they refer not to like, they present low acting in the learning. Beyond of those, several they are the factors that interfere in learning. To present research it privileged the form of the organization of the teaching of an algebra content as factor to improve the students' learning, starting from the following subjects: That way can be to organize the algebra teaching for the students to reach better learning? Would the developmental teaching be a possibility to help to improve the learning of equation of the second degree completes? What contradictions would mark the materialization of that type of organization of the teaching? Being based mainly in the theories of Vygotsky, Davydov and Leontiev, they were also considered ideas of theoretical their followers. The objectives of the research were: - to analyze the practical application of the organization of the teaching of a content of the algebra, according to the theory of the developmental teaching, for the students to reach the learning; - to analyze the results of the students' learning with that type of teaching organization; - to identify the contradictions that show in the materialization of that type of teaching organization. The qualitative research, that it consisted of a didactic-formative experiment in agreement with the presuppositions of Davydov (1988). Data were collected through observations, semi-structured interviews and instruments of evaluation of the learning. The subjects of the research were the mathematics teacher and the 19 students of a 9th year-old group, of a public school. The analysis of the data showed that most of the students demonstrated better learning of the content, however some didn't obtain her. In the researched context, important contradictions were revealed that you/they interfered in the use in that way of teaching organization: - own sociocultural factors linked the subjects affect the institutional context of the learning; - the place of the learning activity in the students' life; - the logical and historical analysis of the content. The main contribution of this research consisted of showing that it is possible, for the developmental teaching, that the students learn in a more effective way a content of the algebra, particularly of the equation of the second degree it completes, but the teacher be assist to the contradictions that involve his/her accomplishment. It is believed that their results are useful also to all that worry about the theme of the mathematics didacticism.

Keywords: algebra teaching and learning; teaching and mathematics learning; historical-cultural theory; developmental teaching theory; mathematics didacticism.

LISTA DE SIGLAS

EF - Ensino Fundamental

EVA- Borracha composta de Etil

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

INEP- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC - Ministério da Educação e Cultura

NDR- Nível de Desenvolvimento Real

OCDE - Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico

PISA- Program for International Student Assessment

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PDE – Plano de Desenvolvimento da Educação

PPP – Projeto Político Pedagógico

SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

ZDP - Zona de Desenvolvimento Proximal

ZDR- Zona de Desenvolvimento Real

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Estrutura da atividade para Leontiev	51
Figura 2	Organização dos alunos na sala	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Resultado final Prova Brasil/SAEB – 2007.....	15
Tabela 2	8ª série: Proficiência de Matemática dos alunos de escola urbanas, não federais – 1995-2005	15
Tabela 3	Resultados do PISA 2000-2003.....	16
Tabela 4	Aspectos sociais e familiares dos alunos	120
Tabela 5	Alguns aspectos dos alunos e sua vida na escola.....	121
Tabela 6	Os alunos e a relação com atividade escolar	122
Tabela 7	A Matemática, a equação e o pensamento dos alunos	124

INTRODUÇÃO

Este trabalho enfoca o tema do ensino e da aprendizagem de matemática e por isso o primeiro aspecto a ser tratado nesta sessão diz respeito ao ensino de matemática no Brasil. Tem-se como premissa que, entre tantos outros, um dos indicadores da qualidade do ensino é o resultado da aprendizagem dos alunos. Tomando como indicador o desempenho na aprendizagem dos alunos, pode-se afirmar, sem sombra de dúvida, que o ensino da Matemática no Brasil, vem apresentando baixo nível de qualidade e essa é uma das razões que o coloca como tema de debate entre os educadores.

A partir de 1990, a qualidade e evolução da educação básica brasileira passaram a ser acompanhadas por meio do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)¹. O SAEB produz informações sobre a realidade educacional, especificando-as por região geopolítica, por unidade da federação e caráter da rede de ensino (pública privada). O SAEB foi criado com a finalidade de coletar dados e conhecer as reais condições da educação brasileira. Seus instrumentos buscam captar dados que abrangem todos os atores da instituição escolar (professores, alunos e equipe pedagógica) detectando informações sobre as condições físicas da instituição, os recursos didáticos e pedagógicos, os processos escolares de ensino e de aprendizagem². A partir de 2005 foi criada a avaliação denominada Prova Brasil que possibilita retratar a realidade de cada escola, em cada município. Assim como o SAEB, a metodologia aplicada pela Prova Brasil visa avaliar competências construídas e habilidades desenvolvidas e detectar dificuldades de aprendizagem. A implantação desta avaliação se deu com base na necessidade de se apreender e analisar toda a diversidade e especificidades das escolas brasileiras.

¹A avaliação é feita a cada 2 anos, por amostragem, a alunos 5^a e 9^a anos do ensino fundamental e da 3^a série do ensino médio, abrangendo conteúdos de Matemática e Língua Portuguesa (leitura). Os instrumentos utilizados para a avaliação são elaboradas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) sob a orientação do Ministério da Educação e Cultura (MEC).

² A Portaria n.º 931, de 21 de março de 2005, instituiu a composição do SAEB em dois processos: a Avaliação Nacional da Educação Básica - ANEB, e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar –. A referida portaria estabelece as diretrizes desses processos. A realização da ANEB é por amostragem das Redes de Ensino, por unidade da Federação e com foco na gestão do sistema educacional. Já a ANRESC volta seu foco para a unidade escolar, sendo mais extensa e detalhada. (Cf. <http://www.inep.gov.br/basica/saeb/default.asp>).

Em 2007 O Governo Federal lançou o Plano de Desenvolvimento da Educação³ (PDE)

com o objetivo de melhorar substancialmente a educação nas escolas brasileiras. No que se refere à avaliação da educação básica criou-se o IDEB, para servir de indicador mais geral da qualidade da educação básica em todos os estados, municípios e escolas no Brasil, combinando dois indicadores específicos: fluxo escolar, ou seja, a passagem dos alunos pelas séries sem repetir, que é avaliado pelo Programa Educa Censo; e o desempenho dos estudantes, avaliado pela Prova Brasil nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática. (Brasília:MEC;SAEB:INEP,2008).

No que se refere à aprendizagem de matemática, de acordo com as orientações do INEP⁴, prioriza-se a resolução de problemas. A Matriz de Referência é apresentada em duas dimensões, sendo na primeira expressos os temas relacionados a cada área do conhecimento (Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Números e Operações /Álgebra e Funções; Tratamento da Informação) e na segunda descritas as habilidades a serem desenvolvidas ao longo de cada ciclo, e que resultam nos descritores avaliados nos testes. Os resultados da Prova Brasil são apresentados em uma escala de desempenho por disciplina, composta por níveis designados por numerais.

Os últimos resultados, referentes aos conhecimentos matemáticos, do SAEB e da Prova Brasil indicam um avanço no ensino brasileiro quanto às notas alcançadas pelos alunos, entretanto, se considerada a média ideal de pontos conforme os critérios do próprio SAEB percebe-se que ainda persiste um baixo desempenho e carências de conceitos fundamentais para o desenvolvimento cognitivo nesta disciplina.

³O PDE sistematiza várias ações na busca de uma educação equitativa e de boa qualidade e se organiza em torno de quatro eixos: educação básica; educação superior; educação profissional e alfabetização. O PDE dispõe de um instrumento denominado Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) (Brasil, PDE/Prova Brasil, 2008, p. 4).

⁴O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) é uma autarquia federal vinculada ao Ministério da Educação (MEC), cuja missão é promover estudos, pesquisas e avaliações sobre o Sistema Educacional Brasileiro com o objetivo de subsidiar a formulação e implementação de políticas públicas para a área educacional a partir de parâmetros de qualidade e equidade, bem como produzir informações claras e confiáveis aos gestores, pesquisadores, educadores e público em geral.

Tabela 1 – Resultado final Prova Brasil/SAEB – 2007

IDEB - Prova Brasil/SAEB 2007									
Unidade de Federação	Etapa de Ensino	Matemática			Diferença Média de pontos em relação à Média Ideal (300)	Nota Padronizada Matemática		Nota média de Matemática 2005/2007	Variação Nota
		2005	2007	Média pontos		2005	2007		
Brasil	8º EF	239,52	247,39	243,45	56,54	4,65	4,91	4,78	+ 0,26
Goiás	8º EF	234,86	244,84	239,85	60,15	4,50	4,83	4,66	+ 0,33

Fonte: INEP/MEC - Resultado final IDEB 2007 proficiência pb saeb.

A escala de mensuração dos dados vai de 0 a 425 pontos, e uma média satisfatória para a 8ª série do EF, de acordo com os critérios do SAEB seria de, pelo menos, 300 pontos. Como a média nacional em 2007 ficou em 243,45 percebe-se que grande parte dos alunos desta série, apresenta desempenho abaixo do satisfatório. No Estado de Goiás a média ficou abaixo da nacional, com 239,1 pontos, o que indica defasagem no aprendizado de matemática.

Na região Centro-Oeste, ao se verificar os resultados da avaliação de proficiência em matemática no decênio 1995-2005, comparando-se a primeira e a última avaliação, percebe-se queda no desempenho dos alunos, como mostra a tabela a seguir.

Tabela 2 – Proficiência de Matemática dos alunos da 8ª série de escolas urbanas, não federais - 1995-2005

UF	1995	1997	1999	2001	2003	2005
Brasil	253,75	250,68	246,36	243,40	244,83	239,38
Centro Oeste	253,53	255,61	248,46	244,82	246,17	239,72
Mato Grosso do Sul	246,76	263,15	248,01	250,77	251,81	244,89
Mato Grosso	245,33	235,84	242,69	238,92	236,80	231,62
Goiás	248,75	259,59	247,93	240,31	245,13	234,86
Distrito Federal	277,45	259,46	256,46	257,57	257,73	260,81

Fonte: SAEB – INEP/MEC – <http://www.inep.gov.br/basica/saeb/anosanteriores.htm>

Pode-se perceber também a variação entre as médias, indicando a inconstância na aquisição dos conhecimentos matemáticos. No ano de 2005, em relação a 2003, houve uma queda na média nacional de 5,45, o que é bastante significativo. Goiás não fugiu à regra, apresentando decréscimo de 10,27 pontos no aprendizado dos alunos, quando comparados os anos de 2005 e 2003. Esses dados mostram a necessidade de ações eficazes na busca da melhoria da aprendizagem de matemática.

Outra fonte importante em relação à aprendizagem de matemática é o Programa Internacional de Avaliação de Alunos-PISA⁵. Os dados do PISA do ano de 2006 demonstram a defasagem dos alunos brasileiros em relação aos alunos de outros 57 países participantes da pesquisa. Em matemática, o Brasil ficou na 53ª posição. Segundo dados do INEP⁶ o Brasil mostrou, em sua terceira participação no PISA, uma melhora significativa no desempenho em Matemática, com elevação de 14 pontos.

Tabela 3 – Resultados do PISA 2000-2006

<i>Ano da avaliação</i>	<i>Pisa 2000</i>	<i>Pisa 2003</i>	<i>Pisa 2006</i>
Número de alunos participantes	4.893	4.452	9.295
Ciências	375	390	390
Leitura	396	403	393
Matemática	334	356	370

Fonte: INEP - http://www.inep.gov.br/imprensa/noticias/internacional/news_07_05.htm

Por mais que alguns especialistas critiquem essas avaliações e apontem seu viés quantitativo, os dados que elas fornecem indicam, no mínimo, que está faltando eficácia do sistema de ensino. Os dados mostrados anteriormente indicam, pelo menos, que o ensino brasileiro ainda está num estágio de evolução e que necessita não só de políticas educacionais mais eficientes, mas também de promoção de melhoria efetiva na qualidade do ensino na sala de aula, para que os alunos de fato se apropriem dos conhecimentos básicos e alcancem melhor aprendizagem.

O destaque inicial aos resultados de aprendizagem feito nesta seção introdutória, teve o objetivo de explicitar dados acerca do problema implicado nesta pesquisa e que mobilizou o interesse da pesquisadora. Licenciada em matemática, a pesquisadora já ensinou matemática desde o ensino fundamental primeira fase até o ensino superior, perfazendo 14 anos de experiência na docência da disciplina específica. Em sua experiência docente, o que mais chama à atenção é o que já foi

⁵ Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) é um programa de avaliação internacional padronizada, desenvolvido conjuntamente pelos países participantes da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), aplicada a alunos de 15 anos. Além dos países da OCDE, alguns outros são convidados a participar da avaliação, como é o caso do Brasil. O PISA, cujas avaliações são realizadas a cada três anos, abrange as áreas de Linguagem, Matemática e Ciências, não somente quanto ao domínio curricular, mas também quanto aos conhecimentos relevantes e às habilidades necessárias à vida adulta.

⁶ Disponível em <http://www.inep.gov.br/imprensa/noticias/internacional/news07_05.htm>

ilustrado com dados oficiais: a precariedade da aprendizagem de matemática no sistema de ensino brasileiro.

Moura e Sousa (2004) já apontaram como um problema no ensino da matemática o fato de serem ignorados os aspectos que permitem ao aluno conhecer a gênese e a natureza dos conceitos. Assim, o ensino limita-se na descrição de um tipo de pensamento empírico-discursivo. Para as autoras essa tendência, muito comum nas práticas escolares, tem como principal conseqüência negativa a cristalização, desde o início da vida escolar do aluno, de um pensamento racional baseado somente nos aspectos empíricos. O pensamento de base predominantemente empírica não contribui para que o aluno desenvolva suas funções cognitivas e, esse pode ser um fator que afeta negativamente a aprendizagem de matemática.

Particularmente, o que motivou a realização desta pesquisa foi a busca da aplicação prática de um método de ensino que se caracteriza por conceber o aluno como sujeito ativo e que contribua para mudanças qualitativas no pensamento do aluno. Obviamente que o método de ensino não é o único fator de melhoria da aprendizagem e que a adoção de um método de ensino não pode ocorrer de forma isolada, sem a contextualização do aluno, do professor, da escola. Todavia, permanece como um fator importante e que merece mais atenção tanto do ponto de vista da política educacional, quanto do ponto de vista da investigação científica voltada ao tema da aprendizagem da matemática.

Assim, juntando experiências vivenciadas na prática docente na disciplina de matemática com dados oficiais, ocorreu a esta pesquisadora tratar deste tema a partir de um foco no ensino de matemática, pois, como já se anunciou modificar a aprendizagem requer antes modificar o ensino. Considerando-se que hoje as mudanças gerais na sociedade vêm resultando na exigência de conhecimentos habilidades que não se restringem à mera aquisição mecânica de conteúdos, é necessário que o ensino de matemática sirva como fator de envolvimento ativo do aluno no processo de sua aprendizagem, no desenvolvimento de seu pensamento matemático.

Durante o curso de mestrado em educação o contato com a teoria histórico-cultural e, especificamente com a teoria do ensino desenvolvimental, de V. V. Davydov, fez com que esta pesquisadora estabelecesse uma relação entre sua experiência docente, o baixo desempenho dos alunos, as exigências de melhoria do

ensino e o tipo de ensino que tenha a possibilidade de ajudar a responder às novas demandas educativas e de formação no contexto de hoje, ajudando a superar a aprendizagem mecânica de conteúdos. Surgiu então uma curiosidade teórico-metodológica envolvendo a teoria do ensino desenvolvimental, encaminhando a pesquisadora ao estudo aprofundado desta teoria e, finalmente à delimitação do problema de investigação no marco desta teoria.

A teoria do ensino desenvolvimental de V.V. Davydov é um desdobramento e, ao mesmo tempo, uma aplicação da teoria histórico-cultural de L. S. Vygotsky, combinada à teoria da atividade de A. N. Leontiev. As duas últimas são teorias que, para explicarem a formação e o desenvolvimento psicológico do ser humano, utilizam como fundamento o método dialético. Com base nesse método, afirmam a natureza histórico-social e o caráter mediador da atividade humana em geral e, em particular, da atividade mental e do processo cognitivo. Como neste trabalho uma sessão é dedicada a tratar especificamente do referencial teórico, para o momento é necessário apenas destacar aspectos que auxiliam a explicitar o foco desta pesquisa.

Em síntese, a teoria histórico-cultural, embora tenha como foco principal a explicação do desenvolvimento psicológico humano, atribui grande valor ao ensino e à aprendizagem escolar, considerando o ensino como mediação entre o aluno (sujeito ativo) e o objeto da aprendizagem (conteúdo cultural, científico, ético etc.). Portanto, torna-se relevante o papel do docente, pois grande parte da mediação da aprendizagem do aluno cabe ao docente buscar meios de promover. A teoria de Vygotsky ocupou-se da explicação do modo como se formam e se desenvolvem as funções mentais do ser humano, dando relevância ao papel das relações sociais e das mediações culturais. Por sua vez, a teoria do ensino desenvolvimental, formulada por V. V. Davydov, ocupou-se do problema da relação entre o desenvolvimento das funções mentais da criança e o modo pelo qual elas são ensinadas. Essa teoria tem como pressuposto básico a ideia de que o ensino é a forma essencial do desenvolvimento da mente da criança, de seu pensamento e de sua personalidade. Portanto deve ser dada atenção especial ao modo pelo qual o ensino se efetiva para que promova uma aprendizagem que resulte na mudança da qualidade do pensamento dos alunos. Davydov (1988a) defende que o ensino escolar deve ter como resultado a formação, nos alunos, da capacidade de pensar com independência,

mas, sobretudo, deve promover uma formação mais ampla, tanto no nível teórico como no nível ideológico.

[...] formar nas crianças representações materialistas firmes para produzir nelas o pensamento independente e melhorar significativamente a formação artística e estética, elevar o nível ideológico e teórico do processo de ensino e educação, expor claramente os conceitos básicos e principais ideias das disciplinas escolares, erradicarem quaisquer manifestações de formalismo no conteúdo e métodos de ensino e no trabalho de formação e aplicar amplamente as formas e métodos ativos de ensino, etc. (DAVYDOV, 1988e, p. 44).

Nesse sentido, Davydov estudou e aprofundou o estudo da teoria histórico-cultural e da teoria da atividade realizando investigações empíricas que lhe possibilitaram propor um método de ensino, denominado por ele de “ensino desenvolvimental”.

Como se pode perceber, a problematização do tema a ser investigado foi se encaminhando para o campo da Didática, considerando-se especificamente o ensino e a aprendizagem de matemática com foco na metodologia de ensino. A vivência na docência da disciplina Matemática, somada à observação da realidade do ensino e aprendizagem de matemática e à leitura de pesquisas e estudos sobre o tema, permitiram à pesquisadora deduzir com clareza que um dos problemas a serem enfrentados na melhoria da aprendizagem de matemática diz respeito ao método de ensino. Destaca-se o fato de os alunos, por não compreenderem os conceitos matemáticos simplesmente os memorizam e vão acumulando dúvidas e dificuldades ao longo de sua vida escolar, que se tornam mais evidente quando são aplicadas as avaliações do SAEB e do PISA.

É comum no cotidiano das salas de aula que os alunos, ao tentarem resolver problemas matemáticos, não consigam identificar neles os conceitos envolvidos e associá-los às ações e operações a serem realizadas na sua solução. O estudo realizado por Panossian e Moura (2008) pode exemplificar esse problema. Com base em Vygotsky, Leontiev e Davydov, eles investigaram o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica de alunos de sexta série, por meio de situações problema. Partiram do pressuposto de que a estruturação de uma situação problema apresenta-se como ação relevante para abrir possibilidade ao processo de generalização, abstração e formação de conceitos pelo aluno. Entre outras conclusões, a pesquisa apontou que o conhecimento aritmético dos alunos não era

suficiente para que resolvessem as questões e avançassem no conhecimento algébrico.

Sabe-se que a não aprendizagem de conteúdos matemáticos resulta de uma multiplicidade de fatores cuja origem se enraiza no processo social mais amplo, envolvendo desde condições materiais de vida, universo cultural e político, relações afetivas, crenças, valores etc. até os fatores internos da escola, em particular os processos pedagógicos e didáticos, notadamente o ensino. Sem dúvida, ao adotar uma metodologia de ensino o professor está optando por promover determinado tipo de aprendizagem em seus alunos, que pode variar entre o tradicional e uma diversidade de métodos que se definem como não tradicionais.

A experiência docente desta pesquisadora, acrescida de leituras das produções científicas da área da educação matemática permite-lhe afirmar que ainda há muitos professores de matemática que continuam ensinando pelo método tradicional. Seu ensino se resume no seguinte: escrevem conceitos no quadro, os alunos copiam e memorizam. A participação do aluno se resume a receber informações e a memorizá-las não havendo, portanto, uma contribuição significativa ao desenvolvimento de outras dimensões de seu pensamento. O ensino se torna desinteressante para o aluno, pouco atrativo e, como conseqüência, o aluno não encontra motivo para aprender. Essa constatação levou a ressaltar que deve-se agir conforme essa fala do Libâneo: “experiências de aprendizagem que mobilizem o aluno a pensar por conceitos, lidar praticamente com conceitos, argumentar, raciocinar logicamente, encadear ideias, pensar sobre o que se aprende” (LIBÂNEO, 2001, p. 7).

Considerando-se a afirmação do autor acima e, ainda, tentando explicitar a origem do problema desta pesquisa e o caminho de sua delimitação, descreve-se a seguir algumas ideias teóricas que contribuíram para o recorte do tema e a definição do problema.

De acordo com Vygotsky, o desenvolvimento psíquico⁷ do indivíduo ocorre com a aquisição de conceitos científicos acumulados historicamente. Disse ele que o ensino é bom quando se adianta ao desenvolvimento do aluno (VYGOTSKY, 1998a) ou, em outras palavras, é aquele que ajuda o aluno a mudar para um patamar de conhecimento mais elevado do que aquele em que ele se encontra no momento atual

⁷De acordo com Facci (2004, p. 65), o psiquismo humano desenvolve-se por meio da atividade social, que tem como traço principal a mediação de instrumentos que se interpõem entre o sujeito e o objeto de sua atividade.

de seu desenvolvimento. Para o autor, ensinar consiste em prover provimento aos alunos a cultura humana historicamente produzida e acumulada. É isso principalmente que deve acontecer na escola, pelos métodos formais e sistematizados de ensino, que contribuam para a internalização de conceitos pelos alunos, pela sua apropriação das formas e modos de aprender, num processo dialético de mediações entre os sujeitos, na sua relação ativa uns com os outros e com os conteúdos de conhecimento.

Seguidor de Vygotsky e Leontiev, Vasili Vasilievich Davydov (1930-1998) baseou-se nos trabalhos desses autores para desenvolver sua formulação da teoria da atividade de aprendizagem. O ponto central de sua tese está no entendimento de que o ensino e a educação determinam os processos de desenvolvimento mental dos sujeitos, de suas capacidades e qualidades mentais. Em outras palavras, o indivíduo, ao apropriar-se dos conhecimentos socialmente construídos, “reproduz em si mesmo as formas histórico-sociais da atividade” aprendida (DAVYDOV, 1988, p.7).

Já admitindo a influência dos pressupostos da teoria do ensino desenvolvimental no delineamento do problema da investigação, a pesquisadora passou a buscar, no Brasil, pesquisas realizadas acerca do ensino/aprendizagem escolar de matemática fundamentadas especificamente na teoria de Davydov. Na revisão da literatura foram localizados trabalhos que se fundamentaram principalmente na teoria da atividade de Leontiev (SFORNI 2003; CEDRO, 2004; TOMAZ, 2006; DAMAZIO, 2006; MORETTI, 2007; MORAES, 2008; ZANELATO, 2008). Estes trabalhos envolvem temas diversos como a formação de conceitos pelo aluno, a formação do professor, a implantação de proposta curricular baseada na teoria histórico-cultural para o ensino de matemática, a organização coletiva da ação docente, educação de jovens e adultos, entre outros.

A existência de poucos estudos baseados especificamente nos postulados de Davydov foi um fator que incentivou ainda mais o interesse da pesquisadora e ressaltou a relevância da presente pesquisa, uma vez que ainda há uma carência de estudos que privilegiem a questão da operacionalização dos procedimentos de ensino desta teoria na educação matemática. A importância deste estudo decorre principalmente da possibilidade de evidenciar o impacto qualitativo da metodologia proposta por Davydov no ensino de um conteúdo de matemática.

A teoria do ensino desenvolvimental postula a conexão essencial entre a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem dos alunos. A

apropriação de conceitos em relação a determinado objeto deve levar ao desenvolvimento de capacidades cognitivas relacionadas a esse objeto. O ensino deve promover a apropriação, pelos alunos, dos conceitos centrais do objeto estudado de modo que eles possam, posteriormente, utilizar os conceitos aprendidos e, mais que isso, as capacidades e habilidades cognitivas desenvolvidas no processo de aquisição desses conceitos. Assim, cada objeto, cada conteúdo adquirido favorece novas aprendizagens. A premissa básica de Davydov é a de que o melhor ensino é o que promove o desenvolvimento do pensamento do aluno, o que requer um método adequado. Todavia, como explica Davydov (1988), o ensino de determinada ciência e seus objetos deve ocorrer de modo adequado a essa ciência e seus objetos. Cada objeto possui um núcleo central que deve ser apropriado pelo aluno. Desse modo, o ensino de matemática, por exemplo, deve ser organizado de modo que o aluno, ao aprender, se aproprie daquilo que constitui o núcleo dos objetos da matemática.

Sendo professora de matemática esta pesquisadora acumulou, em sua atividade docente no Ensino Fundamental, muitas inquietações, com já mencionado. A essas inquietações entrelaçaram-se os conteúdos de depoimentos cotidianos emitidos por colegas professores de matemática acerca do baixo desempenho dos estudantes na aprendizagem de matemática. Deste entrelaçamento surgiu a reflexão sobre a necessidade de explorar possibilidades mais efetivas para a melhoria da aprendizagem dos alunos.

Tomando-se por base a premissa de Davydov de que o ensino deve ajudar a desenvolver o pensamento do aluno na dependência do conteúdo estudado, surgiram as seguintes questões: de que modo o professor pode organizar o ensino de determinado conteúdo específico de matemática para que os alunos formem em si o pensamento adequado a este conteúdo e, desse modo alcançar a aprendizagem? O ensino desenvolvimental seria uma possibilidade para ajudar na melhor aprendizagem de matemática? Que contradições marcariam a concretização desse tipo de organização do ensino num contexto de baixa aprendizagem dos alunos de uma escola pública?

Estas questões conduziram ao desafio teórico e prático de propor uma pesquisa, com o objetivo principal de operacionalizar os procedimentos formulados por Davydov (1988) para o ensino de um conteúdo. Faltava então a seleção de um

conteúdo de ensino e de um campo para a pesquisa, uma vez que a natureza das questões requeria uma pesquisa do fenômeno em seu contexto natural.

Quanto ao campo, optou-se por escolher uma escola tendo como critério o baixo desempenho no SAEB 2006 na aprendizagem de matemática. Tendo sido selecionada a escola, a seleção do conteúdo foi feita mediante indicação dos próprios alunos sujeitos da pesquisa, alunos do 9º ano. Foi solicitado a eles que apontassem um conteúdo que considerassem difícil de ser aprendido. O conteúdo apontado foi “equação do segundo grau completa” que se situa na álgebra. Assim, o foco da pesquisa recaiu sobre o ensino e a aprendizagem de álgebra, tendo como objeto a “equação do 2º grau completa” e, como campo, uma escola da Rede Estadual de Educação de Anápolis-GO, incluindo-se a professora de matemática e seus alunos.

Como vem sendo explicitado nesta introdução, partiu-se do pressuposto de que a metodologia de ensino de determinado conteúdo deve ser, entre outros, um fator interveniente no seu desenvolvimento mental. Esse pressuposto está ligado à compreensão de Vygotsky (1998b) de que a aprendizagem precede o desenvolvimento mental. Nesse sentido, Libâneo assim se manifesta:

Na base do pensamento de Davydov está a ideia mestra de Vygotsky de que a aprendizagem e o ensino são formas universais de desenvolvimento mental. O ensino propicia a apropriação da cultura e o desenvolvimento do pensamento, dois processos articulados entre si, formando uma unidade. (LIBÂNEO, 2004, p. 14)

As questões de pesquisa foram então reformuladas e desta feita, assim recolocadas: - de que modo se pode organizar o ensino de álgebra para que os alunos alcancem a melhor aprendizagem? O ensino desenvolvimental seria uma possibilidade para ajudar a melhorar aprendizagem de equação do 2º grau completa? Que contradições marcariam a concretização desse tipo de organização do ensino para alunos?

Diante dos pressupostos e das questões já descritas, ficou estabelecido como objetivo geral da pesquisa analisar o ensino de álgebra, organizado de acordo com os procedimentos formulados por V. V. Davydov, tendo como objeto de aprendizagem a equação do 2º grau completa. Os objetivos específicos foram: - analisar a aplicação prática da organização do ensino de um conteúdo da álgebra, segundo a teoria do ensino desenvolvimental, para que os alunos alcancem à aprendizagem; - analisar os

resultados de aprendizagem dos alunos com esse tipo de organização do ensino do ensino; identificar as contradições que se manifestam na concretização desse tipo de organização do ensino.

A natureza do problema formulado e os fundamentos da teoria adotada encaminharam necessariamente para uma pesquisa de abordagem qualitativa e, nesse sentido, buscou-se apoio principalmente em Ludke e André (1986) e Bogdan & Biklen (1994). A pesquisa ocorreu sob forma de experimento didático e os dados foram obtidos por meio de entrevistas, observação direta não-participante, testes de verificação da aprendizagem dos alunos. O conteúdo do material obtido foi analisado com base em Bogdan & Biklen (1994). Acredita-se que o desafio de planejar e realizar o experimento didático, explorando-se as possibilidades do ensino desenvolvimental como teoria a ser operacionalizada a fim de melhorar aprendizagem da álgebra representa uma das principais contribuições desta pesquisa.

Este texto descreve a pesquisa em seu conjunto e encontra-se organizado em três capítulos. No primeiro capítulo destaca-se a problemática do ensino da matemática nos dias atuais, a matemática como objeto de ensino e de aprendizagem. No segundo capítulo descrevem-se a teoria histórico-cultural e a teoria do ensino desenvolvimental, com foco em suas bases e nos principais conceitos utilizados na investigação. No terceiro capítulo analisam-se os resultados obtidos mediante a aplicação da teoria do ensino desenvolvimental ao ensino de equação do 2º grau completa. Por fim, apresentam-se as considerações finais, em que são destacadas as conclusões acerca das possibilidades do ensino desenvolvimental para melhorar a aprendizagem do conteúdo “equação de 2º grau completa”.

CAPÍTULO I – CONCEPÇÕES ACERCA DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Verifica-se que na produção científica da área da educação matemática há uma tendência marcante de oposição ao ensino do tipo conservador, memorístico, que não considera a experiência social e cultural dos alunos, que não lhes serve para melhor enfrentar os problemas cotidianos, que não contribui pra seu desenvolvimento. Há uma tendência comum em defender a superação do ensino tradicional livresco, mecânico e socialmente descontextualizado. Todavia, há distintas posições acerca do que deve ser valorizado no ensino escolar de matemática. Assim, este capítulo tem o objetivo de descrever algumas das posições acerca desse assunto presentes na literatura sobre educação matemática caracterizando-as.

1.1.O ensino e aprendizagem da matemática no contexto atual

PALANGANA, GALUCH & SFORNI (2002), em análise sobre a relação entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento no âmbito escolar, concluíram que o ensino hoje deve ir além das demandas imediatas e vislumbrar o desenvolvimento, nos alunos, do pensamento capaz de apreender a realidade social em suas contradições, em seus fundamentos, ou seja, deve ser voltado para questionamentos e compreensão da realidade atual. Sendo assim as formas de pensamento não têm um conteúdo próprio, pois estão intimamente ligadas às relações sociais de trabalho, às condições particulares do ambiente físico e cultural em que o sujeito vive. De acordo com esta perspectiva o sujeito aluno se apropria do conhecimento segundo suas vivências e suas percepções individuais e histórico-sociais. Portanto, a escola precisa se atentar para a qualidade do conteúdo mediado na relação professor/aluno, pois o educador não está simplesmente transmitindo informações, mas formando opiniões e criando situações de aprendizagem.

As autoras argumentam que as discussões e escritos acerca dos processos de aprendizagem e desenvolvimento, bem como sobre as implicações mútuas entre esses processos e o ensino, se intensificaram nas últimas décadas por duas fortes razões. Em primeiro lugar, pelo avanço tecnológico que vem causando, desde a década de 1970, profundas mudanças na vida dos homens, redimensionando o tempo e o espaço sócio-individuais, o que requer certas habilidades intelectivas e de

relacionamento com as quais não se tem familiaridade. A escola, neste contexto, é convocada a rever o ensino que oferece, mais especificamente, a formação que vem promovendo.

Antigos conceitos, princípios, valores e posturas vigentes, próprios de concepções positivistas e naturalistas estão sendo questionados e repensados, desequilibrando o trabalho docente. Assim, educadores e pais estão pondo a pergunta sobre que espécie de ensino a escola deve perseguir para que a formação não se limite às exigências mercadológicas. Questiona-se a natureza dos processos de aprendizagem e de desenvolvimento, busca-se uma formação que vá além da mera adaptabilidade. Dessa forma o ensino deve passar a buscar resultados em melhores níveis de desenvolvimento (PALANGANA, GALUCH, & SFORNI, 2002).

Acerca das finalidades do ensino escolar de matemática Pereira (1989) defende que este deveria cumprir pelo menos três objetivos: 1) servir de instrumento que dá segurança para o homem comum resolver seus problemas; 2) fornecer condições para o entendimento do modo como se estrutura o mundo científico-tecnológico no qual se vive; 3) fornecer a noção de como se produz o conhecimento matemático e as potencialidades e limitações inerentes a esse tipo de conhecimento.

Todavia, a maior parte dos programas de ensino se organiza de modo absolutamente fora do contexto em que os alunos vivem o que não desperta o seu interesse e a sua motivação para aprender. Como descrevem Parra e Saiz (1996), isto vai contra um dos objetivos essenciais do ensino da matemática apontados por Charnay: o que se ensina deve ter sentido para o aluno.

Estudos têm indicado como solução o estabelecimento de uma relação entre duas correntes: a da matemática escolar e da matemática da vida cotidiana. Para Moysés (1997, p. 78), isso possibilitaria ao professor trabalhar de forma que os alunos estabelecessem uma relação com a matemática e pudessem “vê-la como um saber que os cativa e os instiga a conhecer melhor as situações à sua volta”. Essa posição se justifica em razão de que muitos alunos desenvolvem atitudes negativas em relação à matemática, o que estaria ligado à falta de conexão entre os conteúdos e a vida dos alunos.

A cerca desta questão, Soares (2008), ao analisar pesquisas acerca das atitudes de estudantes do Ensino Fundamental e Médio em relação à Matemática,

concluiu que os resultados da maioria dos estudos permitem reforçar a ligação entre as atitudes dos alunos em relação à Matemática como o professor, o conteúdo e o próprio aluno. Em relação ao professor, destacaram-se o método de ensino, as características pessoais e a relação interpessoal com o aluno; em relação ao conteúdo, a maior ou menor complexidade dos conceitos, como a álgebra na 7ª série, que é considerado pelos alunos um conceito complexo; em relação ao aluno, se ele apresenta baixo ou alto desempenho no aprendizado de Matemática ele apresenta também diferentes atitudes em relação à disciplina.

Com base nessas pesquisas o autor investigou a relação entre estes fatores e as atitudes de alunos do ensino básico em relação à Matemática e como resultado obteve que os alunos com aproveitamento abaixo da média apresentaram maior frequência de atitudes negativas em relação à Matemática quando comparados aos alunos com aproveitamento acima da média. Ao passarem do Ensino Fundamental I para o Ensino Fundamental II as atitudes tornaram-se mais negativas entre os alunos que sempre apresentaram desempenho abaixo da média e, mais positivas entre os que sempre tiveram aproveitamento acima da média. Nas entrevistas, os alunos fizeram várias referências negativas às séries da segunda fase do Ensino Fundamental II, principalmente à 7ª série (antiga), responsabilizando o conteúdo matemático. Os que sempre se apresentaram acima da média e se consideravam responsáveis pelo seu sucesso na disciplina, consideraram também que o professor e os métodos de ensino não influenciaram de maneira significativa esse processo. Os que sempre tiveram dificuldades em aprender matemática atribuíram essa dificuldade ao conteúdo matemático. Já os que, ao longo da escolarização sofreram alterações no seu aproveitamento, para melhor ou para pior, atribuíram com mais frequência aos professores à responsabilidade por essa mudança. O estudo de Soares nos permite perceber que são múltiplos os fatores que o grau de aprendizagem do aluno é um fator que influencia, positivamente ou não, em sua atitude em relação à matemática na escola. Por sua vez, essa atitude acaba por interferir na qualidade de sua aprendizagem.

Acerca da qualidade da aprendizagem, há autores que ressaltam o papel do professor para tornar o ensino mais efetivo. Entre estes, D'Ambrosio (1996) defendem que para a melhoria da qualidade do ensino da matemática, o professor exerce um papel relevante. O autor aponta as características desejáveis para o professor de matemática na contemporaneidade:

- a) visão do que vem a ser a matemática;
- b) visão do que constitui a atividade matemática;
- c) visão do que constitui a aprendizagem da matemática;
- d) visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem da matemática.

No contexto contemporâneo, a função do professor deve ser a de mediador entre os alunos e a busca de novos conhecimentos, o que levará ao crescimento social e intelectual de todos os envolvidos no processo (D'AMBROSIO, 1996).

Observa-se que o pensamento de D'Ambrósio está muito próximo do que aponta Libâneo (2001) quando destaca os traços marcantes de uma didática crítico-social que visa superar uma didática meramente instrumental. Para este último autor o trabalho docente é o trabalho de mediação entre a cultura elaborada, convertida em saber escolar e o aluno, compreendido como um sujeito psicológico e, mais que isso, um sujeito de prática social viva. Considerando-se o ensino e a aprendizagem de matemática pode-se dizer então que o trabalho do professor de matemática é a mediação entre a ciência matemática convertida em saber escolar e o aluno, um sujeito cujas práticas sociais incluem a prática social viça da matemática. Se assim fosse, na escola se delinearía um caminho promissor para um ensino significativo para o aluno e com melhor qualidade.

Também Moysés (1997, p. 73) se ocupa do tema da qualidade do ensino, tratando especificamente do ensino de matemática. Defende que, para haver um ensino de qualidade nas escolas de Ensino Fundamental é necessária a adoção de algumas estratégias, tais como:

- a) contextualizar o ensino da matemática, fazendo com que o aluno perceba o significado de cada operação mental que faz;
- b) facilitar a relação dos significados particulares com o sentido geral da situação envolvida;
- c) que nesse processo se avance para a compreensão dos algoritmos envolvidos;
- c) propiciar meios para que o aluno perceba, na prática, possibilidades de aplicação desses algoritmos.

Assim, percebe-se a presença de uma crítica veemente às formas tradicionais de ensinar matemática, sendo apontados elementos para que o ensino escolar de

matemática cause repercussões qualitativamente superiores na aprendizagem e na vida dos alunos.

1.2. As práticas na Matemática Escolar

Autores como Giardinetto (2002) entendem haver uma distinção entre matemática na escola e fora da escola. A matemática escolar é definida como um corpo de conhecimentos científicos, “um conhecimento sistematizado que requer um local – a escola – e procedimentos específicos para que possa ser apropriado pelos indivíduos” (GIARDINETTO, 2002, p. 07). Já a matemática da vida cotidiana consiste na matemática que o indivíduo utiliza na sua vida diária, ao calcular o troco recebido nas compras, ao medir a distância de um lugar ao outro e em outras circunstâncias. Giardinetto compreende a matemática cotidiana como aquela utilizada no “decorrer das atividades da prática social do indivíduo, consistindo em um saber espontâneo e não intencional que pode ser aprendido no dia-a-dia”. Para ele a contextualização da matemática é um ponto imprescindível para a apropriação dessa ciência. Porém, a contextualização deve acontecer pela busca de mecanismos que explicitem a relação entre a matemática produzida em diferentes contextos sociais e a matemática na sua versão escolar que se coloca acessível mediante o trabalho pedagógico realizado pelo professor. Cabe ao professor identificar, nas situações cotidianas que envolvem a matemática, nos diferentes contextos sociais, aquilo que pode ajudar na apropriação, pelo aluno, da versão sistematizada e escolar da matemática (GIARDINETTO, 2002).

Ainda na linha da valorização do conhecimento cotidiano, Carraher, Schliemann e Carraher (1988) conduziram várias pesquisas relacionadas à contextualização do ensino de matemática. Algumas delas estão no livro organizado por eles e intitulado *Na vida dez, na escola zero*. Uma dessas pesquisas, desenvolvida por Carraher (1988), evidencia as divergências existentes na forma com que mestres-de-obras e estudantes da sétima série do Ensino Fundamental realizam cálculos de proporções. Nos resultados, pode-se constatar a superioridade dos cálculos dos mestres-de-obras em relação aos estudantes. Os estudantes, além de evidenciarem incapacidade na utilização do algoritmo da proporção, também mostraram estar desprovidos de espírito crítico para analisar as respostas que obtiveram. A autora concluiu, com essa

pesquisa, que os estudantes aprenderiam melhor se fossem motivados a aprender por meio de situações presentes na vida cotidiana.

D'Ambrósio (2001, p. 02), explica que a corrente denominada etnomatemática denota "os modos, estilos, artes, técnicas de explicar, aprender, conhecer, lidar com (mathema) o ambiente natural, social, cultural e imaginário (ethno)". Para essa linha teórica da matemática, toda e qualquer manifestação da produção da matemática em contextos sociais diversos seria "uma forma de matemática". A etnomatemática define-se como uma compreensão da matemática numa perspectiva "pluralista". Sendo a matemática concebida como uma manifestação cultural, a matemática escolar e acadêmica é um produto cultural da civilização européia, mais propriamente da Europa Ocidental com permeações árabes, que acabou por ser imposta, juntamente com várias outras manifestações culturais, às colônias, no período das colonizações das Américas, Ásia e África. Daí considerar-se a Matemática como sendo de caráter "universal" (D'AMBRÓSIO, 2001).

Seguindo esta linha de pensamento, D'Ambrósio considera que as investigações etnomatemáticas são uma forma de "dar voz" aos colonizados e aos excluídos, uma luta contra o etnocentrismo dos conhecimentos científicos e acadêmicos, uma expressão contra a colonização, a cultura colonizadora e elitista.

A dimensão "pluralista" da etnomatemática, afirma o autor, conduz a uma interpretação da matemática escolar como fruto de uma interpretação etnocêntrica dessa ciência. Nesse sentido, a matemática escolar seria a "matemática ocidental", em contrapartida ao eurocentrismo imposto no período das colonizações, como descrito a seguir:

1. Apropriou-se das contribuições das culturas não ocidentais, ao mesmo tempo em que as tornavam invisíveis. Antes do "milagre grego" havia um vazio total e entre isso e o "Renascimento da Europa" do século XVI foi o grande vazio. Esta é a abordagem européia clássica.
2. A Europa definiu de certa maneira a matemática e declarou que grande parte da contribuição das outras civilizações não era "verdadeira matemática". As tradições matemáticas não européias eram descritas como inteiramente empíricas e ditadas por objetivos puramente utilitários - portanto não era matemática real especulativa.
3. Legitimou o relato "tradicional" do desenvolvimento da matemática como um produto puramente europeu e institucionalizou-a na educação matemática. (SARDAR, 2000, p.164)

No âmbito destes estudos etnomatemáticos foram atribuídas várias denominações à matemática propagada na escola e além do termo matemática

ocidental, mais utilizado, surgiram outros similares como matemática ocidental-grega. Essa diferenciação revela uma tendência, por parte dos estudiosos dessa área, em explicitar os mecanismos ideológicos implícitos na aprendizagem escolar, e a forma enganosa de se pensar numa mesma matemática para todos impondo-se a matemática escolar como expressão "única" de matemática (D'AMBRÓSIO, 2001).

Observa-se, em alguns trabalhos etnomatemáticos, o emprego de expressões negativas dirigidas à matemática escolar. Scandiuzzi (2002) emprega o termo "Matemática do invasor"; Gerdes (1991) refere-se à matemática "importada de fora da África" e D'Ambrósio (2001) fala em "etnomatemática do branco". Para se referir as "outras matemáticas" de forma a utilizar um termo relacionado a esse processo ideológico, é possível encontrar em trabalhos dessa linha de pesquisa, termos como "matemática oprimida", "matemática escondida ou congelada" (GERDES, 1991), dentre outros.

Os que comungam com a corrente etnomatemática acreditam na necessidade de resgatar "outras" matemáticas, matemáticas "esquecidas", "negligenciadas". Esse resgate é entendido como um processo de recuperação da dignidade de um grupo social.

Cabe aqui evidenciar que a etnomatemática insiste numa perspectiva "pluralista" de entendimento da matemática. No entanto, é inegável a existência de uma universalidade no saber construído historicamente e transformado em conteúdo escolar. Exemplo disso é o sistema decimal de numeração. O conhecimento matemático é historicamente produzido e sistematizado e vai para as escolas. O conhecimento matemático (assim como o conhecimento de qualquer outro campo científico) em si não pode ser tachado de ideológico e dominador. O que deve ser criticado como ideológico e dominador é o tipo de uso desse conhecimento que historicamente foi adotado, em que diversas vezes esteve a serviço de fato da dominação, do poder, da injustiça social. Embora seja inegável a necessidade de uma visão crítica acerca do papel que os conteúdos escolares desempenham nas relações sociais, não se pode negar também que a apropriação consistente de conhecimentos é um fator de melhoria das condições de um indivíduo para lutar por seus direitos e por um tratamento social mais igualitário.

1.3. Educação matemática na perspectiva histórico-cultural

Não resta dúvida de que o conhecimento da matemática, sendo um produto cultural historicamente construído pela humanidade, é social e, portanto, pertence à dimensão coletiva do homem. Todavia, ao sofrer a chamada transposição didática, geralmente em uma concepção tradicional, o que se verifica é uma grande ênfase nas representações simbólicas como fórmulas, equações, algoritmos e outros que devem ser aprendidos de forma descontextualizada. Esse seria um dos fatores que contribuem para que o ensino se torne mera aplicação de regras, mecânico, enunciativo, memorístico, incapaz de motivar o aluno a aprender. Deste modo, não fica posta para o aluno uma necessidade pessoal de aprender matemática. Diante disso, sem motivação para aprender, o aluno está sempre se questionando: “Onde vou usar isso na minha vida?” “Para que tenho que estudar isso?”

Defende-se nesta pesquisa que a abordagem histórico-cultural possibilita tanto a superação do ensino tradicional, memorístico e livresco da matemática quanto à consideração dos conhecimentos matemáticos que o aluno já carrega de sua experiência sociocultural.

Na literatura sobre a educação matemática, os registros revelam autores preocupados com a melhoria da qualidade do ensino dessa disciplina em sala de aula e que tratam desta problemática a partir de uma abordagem histórico-cultural. Entre tantos, destacamos alguns para o presente estudo: Moysés (1997), Sforzi (2003), Cedro (2004), Asbahr (2005), Lins e Gimenez (2005), Damazio (2006), Tomaz (2006), Rosa (2006), Moretti (2007), Soares (2007) e Zanelato (2008).

Moysés (1997) partiu do reconhecimento das potencialidades da corrente sócio-histórica⁸ da psicologia em relação a problemas existentes no âmbito pedagógico. Ela estudou a relação dos conteúdos curriculares e o desenvolvimento das funções mentais superiores dos alunos. Essa pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública de Niterói e se voltou para o ensino de matemática da quinta série do Ensino Fundamental. O objetivo da pesquisa foi verificar a possibilidade de aplicação das ideias centrais do enfoque sócio-histórico da psicologia ao processo de ensino/aprendizagem da matemática. Com base na perspectiva sócio-histórica, a pesquisadora e os professores da turma planejaram atividades de aprendizagem de

⁸ Alguns autores utilizam o termo sócio histórico para se referir à teoria histórico-cultural de Lev S. Vygotsky.

alguns conteúdos do currículo. Os professores aplicavam as atividades no decorrer de suas aulas e a pesquisadora observava e acompanhava o processo de ensino-aprendizagem dos alunos. A aprendizagem dos alunos era verificada por meio de avaliações formais e informais. A conclusão foi que os pressupostos teóricos do enfoque sócio-histórico da psicologia podem prover meios para enriquecer e tornar mais significativa a aprendizagem para o aluno (MOYSÉS, 1997).

Acerca da formação de conceitos, Sforni (2003) pesquisou alunos da terceira série do ensino fundamental e com foco no ensino de Geometria. Com apoio principalmente na teoria da atividade de Leontiev, a pesquisadora investigou a relação entre a apropriação conceitual e o desenvolvimento psíquico do aluno, procurando evidenciar o impacto qualitativo do ensino sobre o desenvolvimento psíquico dos alunos. Os resultados indicaram que, para o ensino promover o desenvolvimento psíquico, o professor deve proporcionar aos alunos situações em que eles possam interagir com objetos ou descrições concretas desses objetos. A pesquisa concluiu que a metodologia de ensino utilizada pelo professor é relevante para que o aluno supere as dificuldades e consiga avançar, na aprendizagem, da percepção para a representação do objeto e assim compreender o conceito.

Cedro (2004) investigou o ensino e a aprendizagem de matemática de alunos do ensino fundamental. Partindo da consideração de que o desenvolvimento do pensamento matemático é fundamental no processo criativo humano, o autor argumentou que na maior parte das escolas o ensino da matemática restringe-se ao estudo de regras operacionais e que a aprendizagem produz baixo impacto na formação dos alunos, pois o conhecimento escolar não se mostra relevante para eles. Considerando a insuficiência das práticas de ensino para a educação algébrica e partindo dos pressupostos teóricos da abordagem histórico-cultural e da teoria da atividade realizou um experimento didático para o ensino de equações do primeiro grau. O objetivo da pesquisa foi investigar as ações constituintes da aprendizagem dos alunos segundo Davydov, Rubtsov e Semanova, ou seja, a reflexão e análise. Buscou também perceber e compreender as contribuições da teoria da atividade para o desenvolvimento do pensamento do aluno na aprendizagem de álgebra. O autor concluiu que os modos de ação que compõem um espaço de aprendizagem caracterizam-se pela interdependência das ações de professor e alunos ao compartilharem um objeto (no caso, a formação do conceito científico).

Damazio (2006) também realizou investigação voltada à formação de conceitos. O autor analisou a aprendizagem do conceito de potenciação, a partir da explicação fornecida por Vygotsky sobre o processo de formação de conceitos na criança. A conclusão do autor foi que a estruturação do ensino deste conteúdo com base na formação de conceitos segundo Vygotsky resultou num processo em que os alunos aprenderam conscientemente o conceito de potenciação, pela articulação de ideias, princípios e significações. Além disso os alunos expandiram o conceito para noções fundamentais de exponencial e logaritmo.

Com foco na organização do ensino e com base na teoria da atividade de Leontiev, e no conceito de aprendizagem situada de Lave, Tomaz (2006) investigou a constituição de um sistema coletivo de atividades em sala de aula de sétima série do ensino fundamental para o estudo do tema “conta de água” utilizando-se o conteúdo regra de três e porcentagem. A autora concluiu que o sistema de atividades constituído na sala de aula envolvendo a conta de água constituiu processos de atividade sociocultural que incluíram a participação ativa dos alunos e da professora em práticas sociais de leitura da conta, em propostas de economia de água, ressaltando a idiossincrasia entre os alunos e o mundo social (escola, família), como aspectos de um mesmo sistema. A aprendizagem do conteúdo regra de três, foi viabilizada pela análise histórica de seu uso em diferentes momentos de sala de aula.

Já Rosa (2006) tratou de analisar a implantação de uma proposta curricular baseada na abordagem histórico-cultural para o ensino de matemática, ocorrida no estado de Santa Catarina. A proposta curricular visou o ensino para o desenvolvimento de conceitos matemáticos segundo a abordagem histórico-cultural. A autora tomou-a para estudo com o objetivo de analisar sua operacionalização. Como resultado identificou que, embora fosse fundamentada no enfoque histórico-cultural, a proposta promoveu uma inversão quanto às orientações metodológicas e a seqüência dos conceitos, estando estes apresentados de modo oposto ao sugerido por Vygotsky (relação entre conceitos científicos e espontâneos) e Davydov (relação entre pensamento teórico e o pensamento empírico).

Acerca da formação do professor, Moretti (2007) focou a formação contínua de professores de matemática do ensino médio para investigar organização coletiva de propostas de ensino e a promoção de mudanças nas ações dos professores. Sua conclusão foi de que os professores atribuíram novos sentidos às suas ações, pela apropriação de formas de realização coletiva da atividade de ensino.

Asbahr (2005), também com foco nos sentidos pessoais atribuídos pelo professor à atividade pedagógica, desenvolveu uma reflexão teórica visando apontar as contribuições da teoria da atividade para a pesquisa pedagógica docente. A autora partiu da consideração de que, embora a teoria da atividade se constitua como referencia em potencia para a pesquisa educacional, poucos pesquisadores brasileiros a tomam como referência para investigar a educação. Com base nessa consideração a autora, privilegiou na sua pesquisa somente a teoria da atividade de Leontiev para analisar privilegia as relações entre a significação social e o sentido pessoal da atividade do professor. Para a autora, a significação social da atividade do professor é garantir que o aluno se aproprie de modo sistemático dos conhecimentos, tenha acesso à produção do conhecimento e, também, que desenvolva sua criticidade. Destaca que o aluno, sendo objeto da atividade de ensino é, antes de tudo, sujeito da atividade de ensino/aprendizagem, participando ativamente e intencionalmente do processo de apropriação sistemática de conhecimentos e de superação do modo espontâneo de aprender. Por fim, aponta o projeto pedagógico como projeto coletivo a ser entendido como uma atividade em que os sujeitos professores podem articular-se em torno de objetivos comuns e passarem a realizar ações encadeadas e coordenadas, fazendo a convergência entre seus motivos individuais e os motivos coletivos do ensino, da aprendizagem, da organização escolar.

Zanelato (2008) analisou, com base na da teoria da atividade, o contexto gerador do motivo dos estudantes da Educação de Jovens e Adultos para o estudo da matemática. A autora procurou identificar o modo pelo qual os alunos se apropriam das generalizações socialmente produzidas, ou seja, os conhecimentos matemáticos. A conclusão foi de que os estudantes atribuem um valor meramente utilitário à matemática em sua vida e trabalho, que sua formação permanece voltada ao processo produtivo e ao trabalho e, portanto, não chega a promover seu desenvolvimento para a formação do pensamento teórico.

Como se percebe, a aplicação do enfoque histórico-cultural na área da educação matemática vem se ampliando nas pesquisas no Brasil, com grande contribuição para o conhecimento na área. Grande parte dos trabalhos apóia-se em Vygotsky, Leontiev e outros. Estudos baseados especificamente na teoria ou nos conceitos formulados por Davydov para tratar de questões do ensino/aprendizagem de matemática já são mais raros e no levantamento realizado para esta pesquisa encontrou-se Lins e Gimenez (2005) e Soares (2007).

Lins e Gimenez (2005) desenvolveram uma pesquisa procurando identificar as relações existentes entre a aritmética e a álgebra. O pressuposto da pesquisa foi que o trabalho com álgebra deve começar mais cedo para que aritmética e álgebra desenvolvam-se juntas, e se favoreçam mutuamente. Os autores, com base no pensamento davydoviano estabeleceram uma raiz comum para a álgebra e a aritmética: as relações quantitativas. Partindo dessa teoria eles deduziram que aprender álgebra concomitantemente com a aritmética pode ser uma possibilidade de apreender o essencial, o nuclear na formação do pensamento matemático, que são as relações quantitativas. Ao discutirem sobre o ensino da aritmética e da álgebra, Lins e Gimenez (2005) também ressaltam a falta de conexão existente entre o que a escola ensina e a utilidade desses conteúdos na vida do aluno. Dessa forma o ensino da matemática na escola torna-se abstrato para os alunos, que opera com números e situações com pouco ou nenhum significado na prática cotidiana.

Soares (2007) a investigação teve como objeto o ensino e a aprendizagem de matemática nas séries iniciais. Partindo do pressuposto de que as dificuldades de aprendizagem de matemática resultam de uma multiplicidade de fatores, sendo um deles a insuficiência do modelo de ensino vigente para causar impacto positivo na qualidade da aprendizagem dos alunos. A questão central da sua pesquisa foi: como organizar o ensino de matemática para que ocorra melhor aprendizagem dos alunos? A pesquisadora buscou na Teoria do Ensino Desenvolvimental formulada por V. V. Davydov um aporte para tentar responder a esta questão. Ela teve como objetivo geral propor e implementar as etapas do ensino desenvolvimental para a aprendizagem do conteúdo: divisão de números naturais. A pesquisa de abordagem qualitativa apresentou como resultado que quase totalidade dos alunos conseguiu alcançar a aprendizagem do conceito ensinado.

Verifica-se que entre os autores dessas pesquisas existe uma preocupação em estudar o processo de ensino-aprendizagem da matemática, demonstrando uma linha de pensamento que comunga uma visão crítica em relação ao ensino da matemática e a forma como vem sendo concretizado nas salas de aula. Percebe-se que o teor da discussão está no fato de que a matemática sistematizada pelo ensino escolar não contribui para que os alunos aprendam significativamente. Em comum também apresentam a defesa da ruptura com o ensino memorístico, com as aulas enfadonhas nas quais somente o professor fala e o aluno escuta, sugerindo um ensino que torne o

aluno sujeito da aprendizagem. Além disso, ressaltam que a prática pedagógica deve ser permeada pela compreensão teórica da aprendizagem dos alunos, para que o professor avance na mediação das relações entre o aluno e o objeto de conhecimento.

É pertinente destacar aqui que, sendo a matemática uma ciência, seus objetos tornam-se objetos de aprendizagem escolar para os alunos. De acordo com o referencial teórico orientador desta pesquisa, a teoria do ensino desenvolvimental, ao aprender um objeto científico, o aluno deve reproduzir a lógica do pensamento realizado pelo pesquisador ao investigar este objeto. Esse postulado remete à necessária compreensão do conteúdo a ser ensinado em sua relação com a ciência viva que o originou (DAVYDOV, 1988). É em torno desta formulação que a presente pesquisa buscou focar o problema da aprendizagem da álgebra, destacando o conteúdo equação do segundo grau.

Em seus estudos de V. V. Davydov revela a preocupação em fazer com que o aluno de fato se aproprie do conteúdo de aprendizagem e, sobretudo, que ao se apropriar do conteúdo, forme em si novas funções mentais, novos modos de pensar, novos instrumentos de pensamento. Logo, pode-se defender que o uso dessa teoria pode ajudar no avanço qualitativo da aprendizagem matemática dos alunos, notadamente dos conteúdos que os alunos consideram mais difíceis de aprender, como é o caso do que foi apontado nesta pesquisa: dentro da álgebra, equações do 2º grau completas.

No capítulo seguinte descrevem-se de modo mais aprofundado as contribuições da teoria histórico-cultural para a mudança do modo tradicional de organização do ensino, explicitando-se, particularmente, a proposta de Davydov.

CAPÍTULO II - FORMAÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO MATEMÁTICO

Já foi explicitado que a presente pesquisa fundamentou-se na teoria da atividade de aprendizagem, também denominada de teoria do ensino desenvolvimental. Este capítulo é dedicado à descrição desta teoria, com destaque para os principais conceitos com que se buscou trabalhar o tema do ensino da álgebra. Assim, o autor privilegiado nesta parte do trabalho é V. V. Davydov, sendo descritas também ideias de outros autores que enfocam o ensino com base na abordagem histórico-cultural.

2.1. O papel do ensino na aprendizagem e no desenvolvimento do aluno

De acordo com Góes (2001), o desenvolvimento e a aprendizagem são processos interdependentes que se originam das interações sociais que a criança vivencia. Dessa forma, a criança se desenvolve e aprende num processo pelo qual elas “penetram” na vida intelectual das pessoas que as cercam. Assim, “um papel essencial é atribuído aos outros, tanto na criação do desenvolvimento proximal quanto na transformação do desenvolvimento proximal em real”. Portanto, a escola não deve se limitar a trabalhar somente o que as crianças já sabem. Priorizando as relações dos alunos entre si e deles com o professor, o objetivo da escola deve ser o de fazer com que os conceitos espontâneos, que as crianças adquirem em seu contexto sociocultural, evoluam para o nível dos conceitos científicos. Por isso o professor é um mediador privilegiado no desenvolvimento do aluno, particularmente em seu processo de conhecimento.

Para Davydov (1988) a tarefa da escola contemporânea consiste em ensinar os alunos a orientarem-se independentemente no conhecimento científico e em qualquer tipo de conhecimento. Ensinar os alunos a pensarem, mediante um ensino que impulse o seu desenvolvimento mental é a tarefa da escola. Os estudos de Davydov apontam para a necessidade de organização do ensino para o alcance dessa finalidade.

Vasili Vasilievich Davydov (1930-1998) destaca-se como psicólogo russo que se insere entre os continuadores dos estudos de L. S. Vygotsky e A. N. Leontiev, que juntamente com A. R. Luria fundaram a teoria histórico-cultural. (LIBÂNEO, 2004).

Esta teoria está na base da constituição de uma corrente histórico-cultural formada por continuadores de Vygotsky como Elkonin, Galperin e Davydov, entre outros. Para explicar o desenvolvimento humano a abordagem histórico-cultural utiliza-se do materialismo histórico dialético e adota como conceito central a atividade humana.

A atividade humana (material ou psicológica) está na base do processo de conhecimento humano. Segundo o referencial histórico-cultural, enquanto sujeito do conhecimento, o homem não tem acesso direto aos objetos, mas acesso mediado. Portanto, o conhecimento resulta da interação mediada por várias relações. O conhecimento resulta da mediação exercida por outros sujeitos e pela cultura. Na constante interação com o meio social o homem desenvolveu as funções psicológicas superiores que, para Vygotsky (2000), são relações sociais internalizadas e a relação entre funções psicológicas superiores foi outrora relação real entre pessoas.

Nesses processos mentais sofisticados, exclusivos dos seres humanos, desenvolvem-se as ferramentas psicológicas que possibilitam o controle do comportamento e dos processos cognitivos dos indivíduos. As funções psicológicas aparecem na interação dos aspectos biológicos, que são parte da constituição física do homem, com os fatores sócio-culturais, que evoluíram historicamente.

Para a explicação da formação mental humana, Vygotsky recorreu aos conceitos de ontogênese e filogênese, como duas linhas que se cruzam no curso histórico do desenvolvimento humano. Para ele, as funções psicológicas elementares têm origem biológica (filogênese) enquanto que as funções psicológicas (superiores) se constituem nas relações entre os indivíduos e seu contexto histórico, cultural e social (ontogênese). Vygotsky concebia o desenvolvimento psicológico como um processo contínuo de “reprodução” e apropriação das atividades e capacidades historicamente construídas em que o desenvolvimento cultural é fruto do desenvolvimento social da pessoa, como um processo de transformação das estruturas mentais que ocorre de fora para dentro, do social para o individual, sendo que a força motriz essencial deste processo são as relações entre os processos filogenético e ontogenético (VYGOTSKY, 2000).

Torna-se importante, então o conceito de interiorização. Sobre este conceito Davydov (1988a, p.19) descreveu a interpretação dada por Vygotsky ao conceito de interiorização como “transição da função mental superior do plano externo social (plano das relações das pessoas) para o plano interno individual de sua realização”. Portanto, o ser humano ao longo de sua existência construiu e desenvolveu

instrumentos que utiliza para transformar o mundo e garantir sua sobrevivência nele. Estes instrumentos (físicos/práticos, mentais/psicológicos) são transmitidos de geração para geração, por meio do processo de comunicação entre os indivíduos. É nesse constante movimento dialético, que o homem se constitui enquanto ser, por meio da apropriação e interiorização “das práticas histórico-sociais do gênero humano, ou seja, a atividade laboral, coletiva, adequada, sensório-objetal, transformadora das pessoas. Na atividade se revela a universalidade do sujeito humano” (DAVYDOV, 1988a, p.17). Este conceito está fortemente demarcado pela concepção marxista de que o homem ao estabelecer relações com a natureza e com os outros homens e por intermédio de instrumentos transforma a realidade e a si mesmo.

Com base em Vygotsky, Davydov (1988a) escreveu que os processos psicológicos superiores são construídos a partir das interações com o meio físico e social, interações essas mediadas por instrumentos, signos e pelos outros seres humanos. Nesse processo mediado o indivíduo vai se apropriando do conteúdo da cultura historicamente acumulada e também das atividades cognitivas que lhes correspondem, dando forma aos processos psicológicos. Vygotsky se preocupou em explicar o processo de conversão da atividade externa (interpsicológica) em atividade interna (intrapsicológica). Para ele, as funções psicológicas superiores aparecem inicialmente nas relações sociais, ou seja, no nível intersíquico e depois como atividades psíquicas individuais internalizadas.

(...) qualquer função psicológica superior foi externa – significa que ela foi social; antes de se tornar função, ela foi uma relação social entre duas pessoas. Meios de influência sobre si – inicialmente meio de influência sobre os outros e dos outros sobre a personalidade (VYGOTSKY, 2000, p.24-25).

Nesse entendimento o ensino, sendo processo de transmissão da cultura humana historicamente produzida e acumulada, deve ser promovido mediante processos formais e sistematizados visando a internalização de conceitos, formas, modos de aprender e pensar, em um processo dialético, onde o sujeito reconstrói e reinterpreta a realidade. Para Vygotsky: “o bom ensino é o que se adianta ao desenvolvimento”, é aquele que ajuda o aluno a mudar para um patamar mais elevado de pensamento, tendo como ponto de partida o conhecimento que o aluno já possui, suas ideias e leituras do mundo, de forma geral ou especificamente do meio em que vive (VYGOTSKY, 1999, p.117). Nessa perspectiva, o desenvolvimento individual (ontogenético) do cérebro humano, passa por constantes mudanças estruturais, ao

incorporar os conhecimentos, conteúdos e formas evoluídas da cultura humana (sociogenético).

Para Vygotsky, na aprendizagem escolar o objetivo é o domínio dos símbolos e instrumentos culturais presentes na vida social. Esse domínio se dá pela aprendizagem de objetos de conhecimento (conteúdos) criados ao longo do desenvolvimento histórico das distintas áreas do saber humano. Libâneo (2004) descreveu as conclusões de Davydov acerca das ideias fundamentais de Vygotsky e Leontiev

1. A educação e o ensino de uma pessoa, em seu sentido mais amplo, consistem em que esta pessoa realize a apropriação e a reprodução das capacidades dadas histórica e socialmente; 2. A educação e o ensino são formas universais de desenvolvimento humano; 3. A apropriação e o desenvolvimento são a forma e o conteúdo do processo de desenvolvimento mental humano e, portanto, não podem atuar de forma independente (LIBÂNEO, 2004, p. 12).

Portanto, para Davydov, a atividade de aprendizagem deve ser o elemento nuclear da escola, pois dela depende em grande parte o desenvolvimento cognitivo do aluno. Neste aspecto, compreende a atividade de aprendizagem como a atividade principal da criança em idade escolar, tal como descreveu D. B. Elkonin.

Esses estágios ou períodos do desenvolvimento humano estabelecidos por Elkonin são descritos por Davydov (1998). Não há uma sequência arbitrária entre eles e um serve de base ao desenvolvimento do outro. São eles:

1- Comunicação emocional direta – primeiras semanas até por volta de 1 ano. Por meio dessa comunicação forma-se no bebê a necessidade de comunicação com outras pessoas, à atitude emocional para com elas, a apreensão como base das ações humanas e uma série de ações perceptivas.

2- Atividade objetual-manipulatória – 1 a 3 anos É uma atividade que a criança realiza inicialmente em colaboração com o adulto, reproduzindo os procedimentos e modos de agir com as coisas e que são socialmente elaborados. Surge a linguagem, a atribuição de sentido às coisas, a percepção categorial generalizada do mundo objetual e o pensamento concreto em ações. Ofator mental mais importante neste estágio é o surgimento da consciência, que aparece para os outros na forma do Eu infantil.

3- Atividade do jogo – 3 a 6 anos. Aí surge na criança a imaginação e a função simbólica, a orientação no sentido geral das relações e ações humanas, a capacidade

de separar aspectos de subordinação e direção. Também se formam as vivências generalizadas e a orientação consciente da criança nestas vivências.

4-. Atividade de estudo (ou de aprendizagem) – 6 a 10 anos. Pela atividade de estudo surge nos escolares a consciência e o pensamento teórico, se desenvolvem as capacidades correspondentes ao pensamento teórico que são a reflexão, a análise, o planejamento mental. Também surgem as necessidades e motivos do estudo para assimilar conhecimentos que ainda não possui.

5- Atividade socialmente útil – 10 aos 15anos. Inclui formas como atividade laboral, de estudo, atividade organizativo-social, desportiva, artística. Nestes tipos de atividade socialmente útil surge nos adolescentes a aspiração a participar por um trabalho socialmente necessário.

6. Atividade de estudo profissional – 15 a 17-18anos. Essa atividade desenvolve a necessidade de trabalhar, os interesses profissionais. Começam a formar-se as atitudes investigativas, a capacidade de construir projetos de vida, as qualidades ideológico-morais e cívicas e uma concepção mais estável do mundo. Meninas e os meninos adquirem suas primeiras qualificações em alguma profissão.

Pode-se então, aqui dizer que a questão central da aprendizagem escolar é o desenvolvimento mental dos alunos por meio do ensino e da educação, o que ocorre com a cooperação entre adultos e crianças na atividade de ensino. O objetivo do ensino é desenvolver nos estudantes as habilidades de pensamento para que se ponham num processo de aprenderem por si mesmos. Em outras palavras, a aprendizagem deve resultar, para o aluno, no domínio de ferramentas mentais para pensar sobre determinado objeto, conteúdo ou fenômeno. Esse domínio tem caráter de generalização, possibilitando ao aprendiz utilizar a generalização como princípio aplicável a vários outros casos particulares que envolvam o objeto ou conteúdo ou fenômeno aprendido.

Mas, o processo de assimilação da ciência e da cultura por parte dos alunos tem caráter ativo. A condição essencial para a plena efetivação desse processo ativo de assimilação é o desenvolvimento de ações de aprendizagem. E as ações de aprendizagem sempre devem ser construídas ativamente pelas pessoas que cercam o aprendiz (DAVYDOV, 1988). Este princípio está de acordo com a ideia vygotskyana de mediação.

O desenvolvimento dos processos cognitivos superiores é explicado por Vygotsky (1998) como resultado de uma atividade mediada. Igualmente, a

aprendizagem é um produto da ação mediadora dos adultos sobre a criança. No processo de mediação, o adulto usa ferramentas culturais que já domina (linguagem, conceitos, significados, valores etc.), comunicando-os à criança. Essas ferramentas têm o papel de mediar o desenvolvimento das funções mentais da criança, que as internaliza, as reproduz em si como processo de recriação, apropria delas e as dominadas, utilizando-as e atribuindo a elas um sentido pessoal.

Os conteúdos da cultura, portanto, nunca são absorvidas diretamente do meio externo. São sempre intermediados, explícita ou implicitamente, pelas pessoas e objetos que rodeiam a criança, carregando significados sociais e históricos. Os conteúdos da cultura intermediados são reelaborados numa espécie de linguagem interna, pois a criança é também um sujeito psicologicamente ativo, interativo, porque forma conhecimentos e se constitui nas relações interpessoais. Na troca com os outros sujeitos vai internalizando conhecimentos, papéis e funções sociais, o que lhe possibilita a formação de novos conhecimentos e da sua própria consciência. Portanto, a aprendizagem e, por conseqüência, o desenvolvimento, são processos que caminham do plano externo, social – relações interpessoais – para o plano interno, individual – relações intrapessoais. Na teoria histórico-cultural esse processo é designado de internalização.

O processo de internalização é fundamental para o desenvolvimento das funções mentais humanas. A internalização envolve uma atividade externa que deve ser modificada para converter-se em atividade interna. Ou seja, a atividade interpessoal torna-se intrapessoal. Nesse processo, que ocorre de fora para dentro, o desenvolvimento cognitivo se dá por meio da atividade do sujeito no mundo, com outros sujeitos e com objetos práticos e signos originados na cultura.

A cultura fornece os sistemas simbólicos de representação da realidade, o universo de significações que permite desenvolver a interpretação do mundo real. Um dos signos mais importantes da cultura é a linguagem. Para Vygotsky (1998), a linguagem é duplamente importante: além de ser o principal instrumento de mediação do conhecimento entre os seres humanos, a cultura tem relação direta com o desenvolvimento psicológico. Assim, a linguagem representa um salto qualitativo na evolução da espécie. É ela que fornece os conceitos, as formas de organização do real, a mediação entre o sujeito e o objeto do conhecimento. É graças à linguagem que as funções mentais superiores são socialmente formadas e culturalmente transmitidas.

O aluno, então, imerso nas relações sociais, antes de ingressar na escola já passa por processos mediacionais que resultam em, sendo esta significativa. A criança, em seu processo vital, adquire conceitos em seu dia a dia, que Vygotsky denominou de cotidianos ou espontâneos, porque são formados espontaneamente, em situações informais de aprendizagem. Ao contrário, na sua vida escolar, a criança adquire os conceitos científicos, aqueles que resultaram dos processos investigativos científicos sistemáticos e que são transmitidos a ela por meios sistematizados. Desse modo, Vygotsky (1998) atribuiu valor considerável à aprendizagem escolar, entendendo que é ela que introduz algo fundamentalmente novo no desenvolvimento da criança, em relação à sua aprendizagem cotidiana. Para o autor, o desenvolvimento intelectual caracteriza-se pela transição de um nível de conhecimento cotidiano para um nível de conhecimento científico. A fim de explicar esse processo, ele desenvolveu os conceitos de Zona de Desenvolvimento Real (ZDR) e de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP).

A ZDR, segundo Vygotsky (1998), é a capacidade que a criança tem de realizar tarefas de modo independente. São aquelas capacidades ou funções que a criança já domina completamente e exerce de forma independente, sem a ajuda de outras pessoas. A ZDP é a distância entre o nível de desenvolvimento real (NDR), determinado por aquilo que a criança é capaz de fazer sozinha, e o nível de desenvolvimento potencial (NDP), determinado por aquilo que a criança ainda não é capaz de fazer sozinha, mas que, com o auxílio de alguém mais experiente, conseguirá fazer. Conforme Vygotsky (1998a), a escola somente desempenhará com sucesso o seu papel na ação pedagógica se intencionalmente organizar sua atuação para, com base no nível de desenvolvimento real, dirigir o ensino para níveis intelectuais ainda não totalmente incorporados pelo aluno, ou seja, seu nível de desenvolvimento potencial.

Ao analisar o papel da escola e do ensino na formação e desenvolvimento das funções mentais, Vygotsky (1999) afirma que o ensino somente se justifica quando incide sobre a zona de desenvolvimento proximal, ou seja, quando auxilia o aluno no desenvolvimento de funções que estão em processo de amadurecimento. Afirma também que a escolarização deve constituir-se como meio de aquisição de habilidades de pensamento, promovendo a melhor interação do sujeito com o meio social, interação esta organizada pela linguagem. A função da educação, portanto, é a de possibilitar que o aluno avance, pois, quanto mais houver aprendido, mais

haverá desenvolvimento mental. Nas situações informais de aprendizagem, a criança aprende por imersão em um ambiente cultural. Ao contrário, no aprendizado pela mediação do professor, este deve interferir no processo para provocar avanços nos alunos, o que é possível pela atuação docente sobre a ZDP do aluno. Ao observar a ZDP, o professor pode orientar o aprendizado no sentido de adiantar o desenvolvimento potencial da criança, tornando-o real.

Dessa forma, o ensino deve passar do grupo coletivo ao indivíduo. Nesse sentido, de acordo com Libâneo (2004, p.6), o suporte teórico de partida da atividade de aprendizagem constitui-se como “o princípio vygotskiano de que a aprendizagem é uma articulação de processos externos e internos, visando à internalização de signos culturais pelo indivíduo, o que gera uma qualidade auto-reguladora às ações e ao comportamento dos indivíduos.”

Em outras palavras, o contexto de aprendizagem deve influenciar na internalização das atividades cognitivas pelo indivíduo, de modo que o aprendizado gere o seu desenvolvimento. É desse modo que o desenvolvimento mental realiza-se por intermédio do aprendizado formal

Em sua teorização acerca da organização do ensino, Davydov considerou que o conceito de zona de desenvolvimento proximal pode ser utilizado como um parâmetro para o professor saber como orientar as crianças e que o ensino deve ser organizado de modo a criar relações entre conceitos científicos e conceitos cotidianos, oferecendo aos alunos novas possibilidades de ação.

2.2. A atividade psicológica humana como base para se compreender o ensino e a aprendizagem

Como já referido, Davydov formulou a teoria do ensino desenvolvimental (ou da atividade de aprendizagem) a partir de conceitos presentes nas teorias de Vygotsky e Leontiev. Em sua teoria, Davydov tratou de explicitar a atividade de aprendizagem como em atividade em particular, tendo por referência a explicação da estrutura geral da atividade humana, apresentada por Leontiev. Para se compreender a atividade de aprendizagem faz-se necessário retomar a estrutura geral da atividade humana descrita por Leontiev.

Como se sabe, os psicólogos acima citados fundamentaram-se no materialismo histórico-dialético, tomando como central para a investigação do desenvolvimento psicológico humano o conceito de atividade humana. O psicólogo russo A. N. Leontiev (1903-1979), adotando as bases teóricas marxistas e as ideias de Vygotsky, dedicou-se ao estudo da atividade humana para formular a teoria da atividade.

Libâneo (2004) relata que os trabalhos de Leontiev realizados no período de 1930 a 1940 tiveram como objetivo investigar o desenvolvimento do psiquismo humano, os processos psicológicos superiores, o processo de internalização, a estrutura da atividade global da atividade humana e seu desdobramento em outras atividades, das emoções e dos processos de comunicação. No conjunto desta teoria descreveu em detalhes os elementos componentes da estrutura da atividade psicológica humana.

Como Vygotsky, Leontiev também adota a explicação do desenvolvimento humano como processo histórico com base em condições biológicas e sociais. Sob essas condições, no decorrer do processo de evolução, o psiquismo humano desenvolve-se por meio da atividade. A atividade humana, por sua natureza consciente, determina, nas diversas formas de sua manifestação, a formação de capacidades, motivos, finalidades, sentidos, sentimentos etc. Enfim produz um conjunto de processos pelos quais o indivíduo adquire existência psicológica (MARTINS, 2004).

Leontiev (1979) definiu a atividade humana como o processo no qual ocorrem às mútuas transformações entre os pólos sujeito-objeto na vida humana. É na atividade que ocorre o trânsito de um objeto de sua forma concreta (objetiva) para sua forma subjetiva. Sendo a vida humana o conjunto formado por sistemas de atividades que se substituem umas às outras, a atividade do indivíduo surge como um sistema incluído no sistema de relações da sociedade e jamais existe fora dessas relações. A atividade de cada ser humano depende do lugar que ele ocupa na sociedade, das condições em que vive. É na sociedade que se encontram as condições externas que acomodam a atividade humana dos indivíduos e estas condições sociais carregam em si os motivos, as finalidades (objetivos) e os meios da atividade.

Um dos principais fatores determinantes no desenvolvimento da atividade e da consciência é, de acordo com Leontiev (1978), este lugar que o indivíduo ocupa no sistema de relações sociais. O sujeito participa na sociedade de vários sistemas de atividade, sua atividade vai depender do lugar que ele ocupa concretamente nesse

sistema de relações, sendo que suas funções e papéis sociais se alteram no decurso de sua vida, mediante a alteração dos conteúdos das suas atividades reais e influenciando, com isso, o desenvolvimento dos seus processos cognitivos. Portanto, explica o autor, o desenvolvimento psicológico humano origina-se da vida social objetiva, em relações sociais reais e caracterizam os homens a partir de seus contextos.

Para Leontiev (1983) a atividade psicológica humana é mediada pelo reflexo psíquico da realidade. Assim há uma unidade entre a vida espiritual que orienta o sujeito no mundo objetivo e o próprio mundo objetivo. Logo, a principal característica constitutiva da atividade psicológica humana é seu caráter objetual. Essa natureza objetual da atividade estende-se à esfera das necessidades, à esfera das emoções. A necessidade é o que dirige e regula a atividade concreta do sujeito em um meio objetual. Entretanto, uma necessidade, seja ela de sobrevivência básica e/ou material ou de cunho emocional, não é capaz de provocar nenhuma atividade de modo definido. Apenas quando um objeto corresponde à necessidade, esta pode orientar e regular a atividade.

A estrutura da consciência do homem se transforma com a estrutura da sua atividade, por isso é importante compreender as relações vitais dos homens, as formas como produziram e produzem sua existência por meio de suas atividades. Dessa forma a consciência é o produto subjetivo da atividade dos homens com os outros homens e com os objetos. Portanto, a atividade constitui a substância da consciência. Para estudar a consciência humana é necessário investigar as particularidades da atividade humana. (LEONTIEV, 1978)

A consciência de um ser humano está associada ao convívio social e à sua relação pessoal com o mundo externo. A partir de seu nascimento, cada ser percebe as significações sociais e linguagens de uma forma singular conferindo um sentido próprio à sua existência, vinculado diretamente à sua vida concreta, às suas necessidades, motivos e sentimentos (ASBAHR, 2005). Na atividade subjetiva humana, a significação tem particular importância porque é ela que fixa na mente, a existência material do ser humano. Como analisou Asbahr (2005, p. 111), “a significação é a generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. É a forma ideal, espiritual, da cristalização da experiência social e da prática social da humanidade”. Enfim, as significações são socialmente produzidas, mas cada ser humano as incorpora em sua

atividade psicológica de maneira singular. Por isso, a atividade produzida por um sujeito no decorrer de sua existência é única.

Ao explicar o processo do conhecimento como relação mediada entre o sujeito e o mundo objetivo, Leontiev defende que não há relação direta entre o sujeito e o mundo com o qual ele interage. Essa relação sempre se dá por meio de artefatos concretos ou simbólicos que trazem consigo a sua história de desenvolvimento e, por conseguinte, os traços e valores culturais da sociedade em que são utilizados (ASBAHR, 2005).

Neste ponto existe uma distinção entre suas idéias e as Vygotsky. A divergência mais importante é que, enquanto para Vygotsky o problema central é a mediação da consciência e da mente, para Leontiev, central é a orientação ao objeto, tanto nas atividades mentais internas quanto nas atividades externas. Por isso, na interpretação de Zinchenko (1998), existem duas linhas dentro da abordagem histórico-cultural: a psicologia histórico-cultural de Vygotsky e a Teoria Psicológica da Atividade de Leontiev.

Vygotsky explicou o comportamento e a mente humana considerando que os objetos da experiência humana são social e culturalmente significativos. A mediação semiótica, sobretudo a linguagem, ocupa um lugar entre o sujeito e o objeto, quando se trata de atividade psicológica. Na teoria de Leontiev, a atividade material prática é que ocupa o lugar entre o sujeito e o objeto (KOZULIN, 2002). Leontiev conferiu à atividade prática “muito mais importância do que o modelo histórico-cultural desenvolvido por Vygotsky” (LIBÂNEO, 2004, p. 11).

Apesar destas distinções entre as duas teorias, elas apresentam muitas premissas comuns: reconhecem a aprendizagem e o desenvolvimento humano como processos mediados; indicam orientações metodológicas para a identificação dos processos e formas em que os fatores sociais, culturais e históricos afetam o desenvolvimento humano; realçam os contextos em que se dão as mediações cognitivas (DANIELS, 2002).

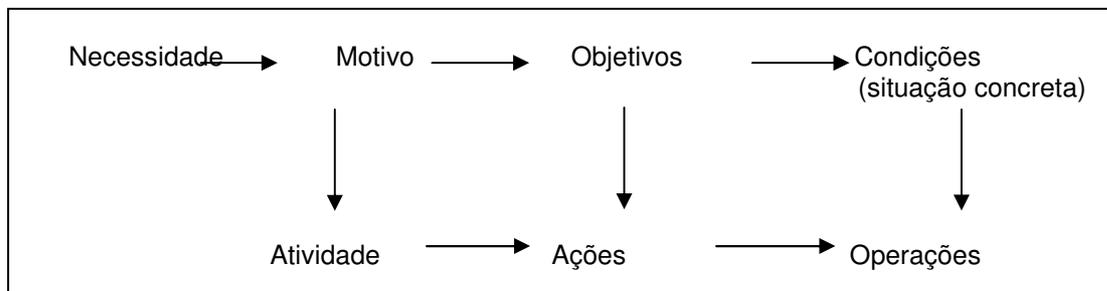
Sobre a estrutura da atividade psicológica humana, Leontiev explicou que a atividade se constitui como processos que buscam satisfazer uma necessidade específica nas relações do ser humano com o mundo real. Dessa forma, toda atividade é dirigida a um objetivo, e deste objetivo deriva o motivo do sujeito para executar tal atividade.

Por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige, coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar, isto é, o motivo (LEONTIEV, 1978, p. 68).

Portanto, a atividade é um sistema coletivo derivado de um objeto e de um motivo. A atividade de um sujeito, ou grupo de sujeitos, realiza-se por meio de ações dirigidas por objetivos. As ações são realizadas por meio de operações que, por sua vez, dependem de determinadas condições (ASBAHR, 2005).

GARNIER (1996) elaborou uma representação gráfica da estrutura da atividade segundo a explicação de Leontiev, como expresso na figura a seguir.

Figura 1 – Estrutura da Atividade Humana



Fonte: GARNIER et al, 1996, p. 13

Analisando essa estrutura, fica claro que a necessidade é, segundo Leontiev, o elemento motor da atividade; está ligada a um motivo que, por sua vez, está em relação direta com a atividade; o motivo é aquilo para o qual a atividade se orienta. Já a atividade se realiza por meio de ações que visam a um objetivo a ser atingido. Mas para que as ações se realizem são requeridas determinadas operações e estas operações também requerem determinadas condições para se realizarem. O homem nasce dotado de necessidades biológicas que inicialmente são satisfeitas pelas ações de outras pessoas. À medida que o indivíduo começa a desenvolver-se, ele estabelece vínculos cada vez mais dinâmicos entre as necessidades e os objetos relacionados à satisfação dessas necessidades. De acordo com Martins (2004, p. 87), esses vínculos evidenciam que o estado de necessidade do sujeito não está inscrito no objeto capaz de satisfazê-lo, ou seja, esse objeto precisa ser descoberto. Mediante o resultado dessa descoberta, a necessidade vai adquirir sua objetividade e o objeto, que é representado por esse processo de descoberta, adquire a função estimuladora e orientadora da atividade, quer dizer, converte-se em motivo.

Exemplificaremos essas relações inspirados na situação dada por Leontiev (1983): um sujeito está com fome (necessidade de comer) e pode satisfazer essa necessidade se buscar comida (objeto). Encontra-se motivado para a atividade de buscar comida quando sente a necessidade de comer e quando idealiza um objeto que possa satisfazê-lo. Propõem-se, então, objetivos: o que poderá fazer (ações) para satisfazer sua necessidade? As ações possíveis dependerão das condições concretas de vida do indivíduo, e são engendradas historicamente (ASBAHR, 2005, p. 110).

De acordo com Asbahr (2005), as ações apresentam, além do aspecto intencional, o aspecto operacional, isto é, a forma como se realizam as operações. Cada ação inclui diferentes operações que dependem das condições de execução da ação. No exemplo citado, as operações referem-se aos inúmeros procedimentos que o sujeito realizará para alcançar seu objetivo.

O que caracteriza uma atividade é o fato de que ela sempre se orienta para um objeto e corresponde a um propósito específico. A força de direção da atividade é seu motivo: o motivo é o que direciona a atividade. Leontiev defendeu a ideia de que não há atividade sem um motivo. A ação é o componente básico da atividade, um meio de realizar a atividade e, conseqüentemente, de satisfazer o motivo. O que caracteriza a ação é o fato de estar sempre orientada para um objetivo. A parte operacional de uma ação refere-se às circunstâncias específicas que envolvem seu acontecer. As operações constituem o meio pelo qual uma ação é realizada.

A atividade, mediada pelo reflexo psíquico da realidade, é a unidade da vida que orienta o sujeito no mundo dos objetos. Sua principal característica constitutiva é o caráter objetual.

A natureza objetual da atividade não se restringe aos processos cognoscitivos, mas estende-se à esfera das necessidades, à esfera das emoções. Para a psicologia histórico-cultural, a necessidade é o que dirige e regula a atividade concreta do sujeito em um meio objetual. Uma necessidade seja ela proveniente do estômago ou da fantasia (Marx, s.d.), primeiramente, não é capaz de provocar nenhuma atividade de modo definido. Somente quando um objeto corresponde à necessidade, esta pode orientar e regular a atividade (ASBAHR, 2005, p. 109).

As atividades humanas diferem-se umas das outras conforme se diferenciam seu modo de realização, o grau de tensão emocional envolvida, as formas que assume, entre outros fatores. Todavia, o fator mais fundamental para se distinguir uma atividade de outra é o seu objeto. Nas palavras de Leontiev, "o objeto da atividade é seu motivo real" (LEONTIEV, 1983, p. 83). A necessidade que origina uma determinada atividade só pode ser satisfeita quando encontrado o objeto que a satisfaça plenamente, ou seja quando há um motivo para sua existência enquanto

uma atividade no contexto das relações sociais e históricas. O motivo é o que impulsiona uma atividade, é o que articula uma necessidade a um objeto. Objetos e necessidades isolados não produzem atividades, a atividade só existe se há um motivo:

A primeira condição de toda a atividade é uma necessidade. Todavia, em si, a necessidade não pode determinar a orientação concreta de uma atividade, pois é apenas no objeto da atividade que ela encontra sua determinação: deve, por assim dizer, encontrar-se nele. Uma vez que a necessidade encontra a sua determinação no objeto (se 'objetiva' nele), o dito objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que o estimula (LEONTIEV, 1978, p. 107-108).

Necessidade, objeto e motivo são componentes estruturais da atividade. Além desses, a atividade não pode existir senão pelas ações, constituindo-se pelo conjunto de ações subordinadas a objetivos parciais advindos do objetivo geral. Assim como a atividade relaciona-se com o motivo, as ações relacionam-se com os objetivos.

Para Leontiev (1978), tanto as atividades externas quanto as internas apresentam a mesma estrutura geral. A atividade interna é constituída na atividade prática sensorial externa, ou seja, a forma primária fundamental da atividade é a forma externa, sensório-prática, não apenas individual, mas essencialmente social. A transformação da atividade externa em atividade interna acontece por meio do processo de internalização. A passagem do externo para o interno dá lugar a uma forma específica de reflexo psíquico da realidade: a consciência. Leontiev (1978) define a consciência como conhecimento partilhado, como uma realização social. A consciência individual só pode existir a partir de uma consciência social.

Em seus diversos períodos de vida, o ser humano realiza diferentes tipos de atividade; desenvolve a atividade principal de acordo com o período da vida em que se encontra e as atividades secundárias. A atividade principal é para Leontiev (1983, p. 65).

[...] a atividade cujo desenvolvimento governa mudanças mais importantes nos processos psíquicos e nos traços psicológicos da personalidade da criança, em um certo estágio de seu desenvolvimento.

Um exemplo disso é quando a criança vai à escola pela primeira vez. Sua atividade principal deixa de ser a brincadeira e passa a ser a de estudar (realizar as atividades propostas pela escola). Essa mudança envolve também as pessoas próximas à criança que agora passam a olhá-la e a se relacionar com ela como uma estudante.

A mudança da atividade principal ocorre quando os objetivos se tornam os motivos, contudo, anterior a esta conseqüência, a ação torna-se a atividade. No momento em que uma ação transforma-se em atividade, os objetivos tornam-se os motivos.

Como já mencionado, Davydov partiu dessas explicações fornecidas por Leontiev sobre a atividade humana em geral para investigar e explicar a atividade de aprendizagem, utilizando-se também de ideias de Vygotsky.

2.3. A atividade de aprendizagem como base para a organização do ensino

Vem sendo defendida neste trabalho a idéia de que proposta de organização do ensino formulada por Davydov é capaz de ajudar na superação da aprendizagem do tipo “imediate”, tão comum nas escolas, e, particularmente, no ensino de matemática, que toma superficialmente os conteúdos científicos. Esse tipo de aprendizagem superficial não contribui para o desenvolvimento do aluno, não tem efeito na dimensão qualitativa de suas funções mentais, mas é o que continua predominando na maioria das escolas. Por isso, Davydov argumenta que a escola deve ensinar os alunos a pensarem, utilizando estratégias capazes de desencadear nos alunos o desenvolvimento de seu pensamento, em uma perspectiva que supere a mera apreensão superficial dos conteúdos ensinados.

Davydov propõe que o aluno seja colocado em atividade de aprendizagem. Todavia, como alerta o autor, colocar o aluno em atividade de aprendizagem não significa meramente colocá-lo para manusear ou operar com materiais e objetos em sua forma já pronta, ou seja, como conhecimentos já prontos. Desse modo, o ensino não estará organizando sua atividade no sentido de influenciar o desenvolvimento de seu pensamento. A verdadeira atividade de aprendizagem é aquela que leva o aluno a investigar e analisar o objeto para perceber as diferentes relações que o envolvem.

Quando as crianças precisam apropriar-se de certo conhecimento já formado e é dado a elas como algo já estabelecido, sua atividade de aprendizagem não pode acontecer se elas não realizam realmente algum “trabalho de aprendizagem”. Muitos livros didáticos tradicionais e técnicas de aprendizagem admitem esse tipo de “trabalho” que não envolve qualquer componente, em larga escala, da atividade escolar das crianças. Um traço característico da nova forma pedagógica de pensar que pode contribuir para superar estas tradições negativas consiste na exigência de que a abordagem da atividade tem que estar aplicada à organização do processo ensino-aprendizagem (DAVYDOV, 1988, p. 3).

Colocar o aluno em “atividade de aprendizagem” exige que o professor dirija sistematicamente a situação na sala de aula possibilitando aos alunos compreenderem a relação entre os aspectos gerais e particulares do conteúdo a ser aprendido. Essas relações só podem ser compreendidas e apropriadas se o aluno reproduz o processo pelo qual foi obtido o objeto como um conhecimento resultante de investigação. Em outras palavras, na atividade de aprendizagem o aluno deve estar voltado para as ações mediante as quais outras pessoas descobriram e conceituaram o objeto (DAVYDOV, 1988).

Essa forma de organização da atividade de aprendizagem deve iniciar-se fazendo surgir, nas crianças, as necessidades de aprenderem tal conteúdo. Segundo esse autor, não se pode forçar as crianças na escola a entrarem em uma atividade de aprendizagem se elas não sentem a necessidade de fazê-lo. Sem essa necessidade de aprender, as crianças podem, de fato, apropriar-se de vários conhecimentos, no entanto, afirma Davydov (1988), elas não são capazes de transformar o material de aprendizagem criativamente porque não possuem a habilidade de formular questões críticas vitais que possam ser respondidas somente mediante a investigação do objeto. Esses experimentos reveladores organizados pelo professor é que propiciam ao aluno transformar o material a ser aprendido. Resolvendo essas tarefas de aprendizagem, as crianças descobrem as relações originais ou relevantes inerentes ao respectivo material. É o que se depreende da colocação de Davydov (1988, p. 4) sobre a elaboração pelo professor dessas tarefas de aprendizagem:

Metaforicamente falando, não se deveria estudar uma ‘árvore’ particular como tal, mas em vez disto, deveria primeiro se dirigir à célula-germe da árvore, a semente, e só então tentar relacionar as diferentes árvores entre si. Não estamos falando das tarefas que o professor expõe para as crianças na aula (assim como para resolver uma determinada tarefa ou recontar algum texto). Ao invés disso, a organização adequada da atividade de aprendizagem implica que o professor deveria formular um objetivo para as crianças de tal forma que ao tentar alcançá-lo elas analisariam, por meio de seus experimentos mentais ou materiais, a ‘semente’, primeiro, e não somente investigariam como a semente poderia ser transformada em uma ‘árvore’ (DAVYDOV, 1988, p. 4).

Daniels (2001, p. 31) sintetizou contribuições pedagógicas fornecidas pelas investigações realizadas por Davydov:

- A educação, que é constituída pelo ensino e pela aprendizagem dos seres humanos, destina-se ao desenvolvimento da personalidade como um todo;
- O desenvolvimento da personalidade pela educação exige a criação de condições para descobrir e criar as potências criativas dos alunos;

- Os alunos tornam-se sujeitos da atividade de aprendizagem;
- Os professores e educadores devem dirigir e guiar a atividade individual do aluno, mas não devem forçá-las ou ditar sua própria vontade para eles. O ensino e aprendizagem devem se constituir como colaboração ativa entre adultos e crianças e crianças e adolescentes.
- Os métodos de ensino e aprendizagem devem atender à diversidade e particularidades dos alunos.

Portanto, na atividade de ensino cabe ao professor organizar meios e situações que influenciem na aquisição dos conteúdos pelos alunos. Quanto a isso Moura (2000) afirma que o professor não pode ficar restrito à compreensão do como fazer, somente no sentido de operacionalização das atividades, é preciso tornar-se sujeito desse processo interagindo por meio de ações que promovam a aprendizagem dos alunos. A atividade de ensino quase sempre está associada à ideia de busca do professor por um modo de fazer com que o aluno aprenda determinado conteúdo escolar.

As ideias defendidas por Ariza e Toscano (2001, p.37) a respeito das fontes do conhecimento profissional do professor vêm ao encontro do anteriormente exposto. Para esses autores o saber dos professores não pode reduzir-se ao conhecimento acadêmico e formal de uma disciplina. O saber profissional deve organizar-se ao menos de quatro fontes de conteúdos profissionais:

a) Das diversas disciplinas científicas, analisadas cada uma delas da perspectiva lógica, histórica, sociológica e epistemológica, o que constituiria a dimensão científica do saber profissional.

b) Das diferentes disciplinas que estudam os problemas do ensino e da aprendizagem de uma forma geral, o que constituiria a dimensão pedagógica desse saber.

c) Da própria experiência, dos professores e alunos, o que constituiria a dimensão empírica do saber.

d) Das didáticas específicas que atuam como disciplinas de síntese que integram as três dimensões anteriores.

Essas fontes de conhecimento reúnem os fundamentos básicos da prática pedagógica de um professor. Davydov, que se ocupou da investigação da atividade de aprendizagem organizada pelo professor, também indicou os conhecimentos que o professor necessita para orientar a organização do ensino. Ele apontou que o

professor deve saber realizar a análise epistemológica do conteúdo do ensino, a análise psicológica do aluno e a análise didática do ensino (RENSHAW, 2009).

Na teoria de Davydov o papel do professor é de fundamental importância para que os alunos sejam os sujeitos da sua atividade de aprender. A condição para o aluno ser sujeito é que a atividade formulada pelo professor deve gerar nele a necessidade de aprender em íntima união com o motivo para aprender.

(...) a necessidade da atividade de estudo estimula os escolares a assimilar os conhecimentos teóricos; os motivos, a assimilar os procedimentos de reprodução destes conhecimentos por meio das ações de estudo, dirigidas a resolver as tarefas de estudo. (DAVYDOV, 1988, p.178)

Davydov postulou, então, que ao organizar a atividade de aprendizagem do aluno, o professor formule tarefas a fim de que, resolvendo-as, os alunos analisem o objeto de aprendizagem a partir das relações entre seu conteúdo interno (essência) e seu conteúdo externo (aparência). Desse modo, explicou que a atividade de aprendizagem consiste em o aluno proceder mentalmente com o objeto realizando um movimento que parte de seus aspectos mais abstratos ou mais gerais para chegar aos seus aspectos mais concretos ou mais particulares. É o chamado movimento de ascensão do abstrato ao concreto. Nesse processo, o pensamento dos alunos deve se assemelhar ao raciocínio dos cientistas quando expõem os resultados de suas investigações por meio de abstrações, generalizações e conceitos teóricos, que têm um papel decisivo no processo de ascensão do abstrato ao concreto (DAVYDOV, 1988).

Os conhecimentos são compreendidos por Davydov como o resultado das ações mentais e, ao mesmo tempo, o processo de obtenção desse resultado, no qual se expressa o funcionamento das ações mentais. Por isso Davydov (1988), atribui ao termo “conhecimento” tanto o resultado do pensamento (o reflexo da realidade), quanto o processo pelo qual se obtém esse resultado (ou seja, as ações mentais). Deste ponto de vista, um conceito é, ao mesmo tempo, um reflexo do objeto e, também, um procedimento da operação mental pela qual se reflete o objeto na mente do aluno.

Com esta compreensão do processo de conhecimento, Davydov (1988) descreveu a existência de dois tipos de conhecimentos: os empíricos e os teóricos. A cada um corresponde, respectivamente, o desenvolvimento de um tipo de pensamento: pensamento empírico e pensamento teórico. O pensamento empírico,

segundo Davydov (1988), é derivado da atividade sensorial das pessoas em relação aos objetos da realidade. Esse tipo de pensamento leva ao conhecimento imediato da realidade. “O conhecimento empírico é o movimento na esfera desta exterioridade, a assimilação do aspecto da realidade descrito pela categoria de existência” (DAVYDOV, 1988, p. 123). A qualidade do conhecimento que é acessível ao ser humano por esse tipo de pensamento se vincula diretamente ao plano concreto das imagens. O contrário acontece com o pensamento teórico, pois seu conteúdo peculiar são as relações do objeto considerado como uma totalidade de relações.

O pensamento teórico é um tipo de pensamento que busca penetrar nas relações internas do objeto e que o toma a partir de aspectos que não podem ser observados em sua existência presente e observável. Dessa forma, o pensamento teórico pode chegar à complexidade de manifestações do todo do objeto, reproduzindo o processo de desenvolvimento e formação do sistema que integra o objeto do pensamento, expressando encadeamentos, leis e necessidades de aspectos coisas singulares em relação com o aspecto mais universal.

Tendo distinguido os dois tipos de conhecimento, Davydov (1988) ressalta a insuficiência do ensino focado no pensamento empírico, como é o caso do ensino tradicional. Para ele o ensino tradicional somente possibilita chegar ao pensamento empírico, descritivo e classificatório. Sendo assim, os professores devem elevar o nível ideológico e teórico do processo de ensino e educação e cultivar nos escolares o pensamento independente.

A tarefa posta pela prática pedagógica é a de melhorar o conteúdo e métodos de trabalho educacional (acadêmico) e de educação (social) com as crianças, de modo a exercer uma influência positiva sobre o desenvolvimento de suas capacidades (por exemplo, seus pensamentos, desejos, etc.) e a permitir, ao mesmo tempo, a criação das condições necessárias para superar o retardamento (atraso), frequentemente encontrado nos escolares, no desenvolvimento de certas funções mentais (DAVYDOV, 1988, p.16).

Davydov (1988) explica o conhecimento teórico como uma combinação de abstração substancial, generalização e conceitos teóricos, e constitui o objetivo principal da atividade de ensino. O pensamento teórico envolve reflexão, análise e plano interior das ações. Esse tipo de pensamento deve ser o foco da atividade de aprendizagem. Por meio da atividade de aprendizagem, os alunos aprendem a pensar teoricamente acerca de um objeto de estudo formando, com isso, um conceito teórico apropriado desse objeto para utilizá-lo em situações concretas (SFORNI, 2003).

Portanto, o conteúdo da atividade de aprendizagem são os conhecimentos teóricos. Mas, de que modo os alunos assimilam conhecimentos teóricos? Para esta questão Davydov estabelece a tese de que a aquisição de conhecimentos teóricos dá-se mediante a realização de tarefas de aprendizagem os alunos resolvam por meio de ações específicas de aprendizagem envolvendo o objeto (transformação dos dados do problema, modelação, controle, avaliação, etc.).

Davydov (1988) propõe que, ao iniciar o domínio de qualquer matéria, os alunos, com a ajuda dos professores, analisem o conteúdo da matéria e identifiquem nele a relação geral principal. E mais: descubram que esta relação se manifesta em muitas outras relações particulares encontradas nesse determinado material.

Em seguida, ao registrar, por meio de alguma forma referencial, essa relação geral principal identificada, os alunos constroem uma abstração substantiva do conteúdo estudado. Continuando a análise do material curricular, eles detectam a vinculação regular dessa relação principal com suas diversas manifestações obtendo, assim, uma generalização substantiva do conteúdo.

Desse modo, as crianças utilizam consistentemente a abstração e a generalização substantivas para deduzir (uma vez mais com o auxílio do professor) outras abstrações mais particulares, bem como para uni-las ao objeto integral (concreto) estudado. Na tentativa de deduzir e unir outras abstrações, elas convertem a formação mental inicial num conceito que registra o “núcleo” do conteúdo estudado. Esse “núcleo”, segundo Davydov (1988), serve posteriormente às crianças como um princípio geral pelo qual elas podem se orientar em toda a diversidade do material curricular factual que têm que assimilar, em uma forma conceitual, por meio da ascensão do abstrato para o concreto. Esse percurso de assimilação do conhecimento tem dois aspectos característicos:

a) o pensamento dos escolares se move de forma orientada do *geral para o particular* (no começo buscam identificar o “núcleo” inicial do material de estudo; depois, tendo por base este núcleo, deduzem as diversas particularidades do material dado);

b) tal assimilação está orientada para que os escolares explicitem as condições de origem do conteúdo dos conceitos que estão assimilando. Ou seja, os alunos primeiramente descobrem a relação geral principal em certa área, constroem sobre sua base a generalização substantiva e, graças a ela, determinam o conteúdo do

“núcleo” do conteúdo estudado, convertendo-o em meio para deduzir relações mais particulares, isto é, um conceito.

Segundo Davydov (1988) a organização adequada da atividade de aprendizagem exige que o professor, considerando a necessidade e a prontidão das crianças para aprender o conhecimento teórico, utilize meios para promover sua capacidade de receber uma tarefa de aprendizagem e executar ações de aprendizagem. O professor deve ensinar as matérias por meio da solução, pelos alunos, de tarefas de aprendizagem organizadas especificamente para a atividade de aprendizagem de determinado objeto. A atividade de aprendizagem é concretizada pelos alunos mediante o cumprimento de ações de aprendizagem:

- 1) Transformação dos dados da tarefa a fim de revelar a relação universal do objeto;
- 2) Modelação da relação diferenciada em forma objetivada, gráfica ou literal;
- 3) Transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura”;
- 4) Construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral;
- 5) Controle da realização das ações anteriores;
- 6) Avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada.

Cada uma destas ações deve ser organizada pelo professor em operações correspondentes, sendo que o conjunto muda conforme mudem as condições concretas em que se resolve uma ou outra tarefa de aprendizagem. O autor lembra que é natural que no início os alunos não saibam realizar de maneira autônoma as ações de aprendizagem e solucioná-las. Dessa forma, o professor deverá ajudá-los até certo momento, pois gradualmente eles adquirirão capacidades para realizá-las sem depender totalmente do professor. Portanto, o processo da aprendizagem assume a seguinte forma: inicialmente o grupo de alunos, sob a direção do professor, realiza as ações de aprendizagem coletivamente distribuídas, paulatinamente, ocorre à interiorização destas ações, sua conversão na solução individual das tarefas de aprendizagem.

Conforme o próprio Davydov (1988, p. 6), alguns professores, conscientemente ou espontaneamente, utilizam essas técnicas em sua prática, muito embora, freqüentemente, isso não aconteça em seqüência completa e, por isso, não totalmente

bem sucedida. Segundo ele, a instrução nem sempre é bem sucedida porque os livros didáticos e as recomendações metodológicas para a instrução de matérias escolares específicas não correspondem às exigências do material de aprendizagem. Outro dado é o modo pretendido de como apresentar a matéria no processo de ensino e aprendizagem que nem sempre vai ao encontro das exigências das seqüências completas da atividade de aprendizagem e das exigências do método de resolução de tarefas de aprendizagem.

Para Davydov (1988) este é o único caminho para as crianças identificarem as inter-relações que existem entre o conteúdo interno e externo do objeto da aprendizagem. A atividade de aprendizagem só é efetivada quando os alunos realizam as ações de aprendizagem correspondentes ao procedimento mental apropriado para lidar mentalmente com o objeto. Tomemos como exemplo o conteúdo utilizado na presente pesquisa: equação do 2º grau completa. Para os alunos se apropriarem do conceito de equação do 2º grau completa eles têm que, primeiramente, depararem-se com um problema cuja solução requer a aquisição da lógica científica geral presente nesta equação. O primeiro passo é identificar essa lógica geral (abstrata). Em seguida devem formar uma representação mental desta lógica, explicitando-a externamente por meio de um modelo; em seguida devem lidar com este modelo para verificar se de fato sustenta a lógica geral do tipo de equação; por fim devem realizar tarefas como ações objetivas concretas (particulares) envolvendo equação do 2º grau completa. Durante todas essas ações, eles devem analisar criticamente suas ações a fim de identificar se estão de fato mantendo-se no “caminho de aprendizagem” proposto pelo professor. Por fim, é feita a avaliação do resultado que obtiveram na solução da tarefa. Assim, realizam o movimento do geral ao particular, do abstrato ao concreto. Assim, os alunos interiorizam interiorização mentalmente a equação do segundo grau completa como uma ferramenta teórica, um conhecimento teórico, abstrato, geral, ao qual recorrerão sempre que se depararem com uma necessidade em sua vida concreta cuja solução se dá por esse objeto científico.

Desse modo, as teses da teoria histórico-cultural e, particularmente da teoria de Davydov descritas neste capítulo foram à referência orientadora da presente pesquisa. No próximo capítulo são apresentados os resultados obtidos, com foco nos desdobramentos resultantes do experimento didático que envolveu a aprendizagem do conteúdo “equação do 2º grau completa”.

CAPÍTULO III – A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE ÁLGEBRA SEGUNDO A TEORIA DE DAVYDOV

Este capítulo tem o objetivo de apresentar o experimento didático por meio do qual se organizou o ensino de um conteúdo de álgebra com apoio em procedimentos postulados na teoria do ensino desenvolvimental de V. V. Davydov. Busca-se descrever com mais detalhes em que consistiu a pesquisa em seu conjunto, particularmente o experimento didático. Em seguida apresentam-se os resultados obtidos.

3.1. Caracterização geral da pesquisa

Na introdução deste texto foi explicitado o problema e os objetivos da presente pesquisa. Estes são aqui lembrados a fim de permitir uma caracterização geral da pesquisa. A pesquisadora foi motivada por indagações surgidas acerca do baixo desempenho na aprendizagem de matemática, considerando-se sua experiência docente, os resultados de indicadores da aprendizagem de matemática produzidos pelo SAEB e pelo PISA. Estas indagações ganharam um aporte teórico com o estudo da teoria do ensino desenvolvimental. Assim foram postas as seguintes questões: - de que modo se pode organizar o ensino de álgebra para que os alunos alcancem a aprendizagem formando o conceito? O ensino desenvolvimental seria uma possibilidade para ajudar a melhorar aprendizagem de equação do segundo grau completa? Que contradições marcariam a concretização desse tipo de organização do ensino?

A escolha da escola que serviu de campo para a pesquisa foi intencional e seguiu como critério o resultado do SAEB 2006, em que a mesma apresentou o pior desempenho entre as Escolas Estaduais localizadas na cidade de Anápolis. A pesquisadora reside e atua como docente nesta cidade, sendo este o critério que interferiu na escolha de Anápolis, por permite-lhe aproximação com a realidade social e escolar, inclusive por sua experiência docente em escolas na cidade.

Também para escolha da turma a ser pesquisada foi aplicado o critério do baixo desempenho na aprendizagem de matemática, tendo sido identificado, naquele momento da pesquisa, que a turma com o desempenho mais baixo era a do 9º ano. A

própria turma indicou o conteúdo que faria parte do experimento didático, quando foi solicitada a apontar aquele considerado como o mais difícil de ser aprendido.

Ficou estabelecido como objetivo geral da pesquisa analisar o ensino de álgebra, organizado de acordo com os procedimentos formulados por V. V. Davydov, tendo como objeto de aprendizagem a equação do segundo grau completa. Os objetivos específicos foram: - analisar a aplicação prática da organização do ensino de um conteúdo da álgebra, segundo a teoria do ensino desenvolvimental, para que os alunos alcancem a aprendizagem pela formação do conceito; Analisar os resultados de aprendizagem dos alunos com esse tipo de organização do ensino; identificar as contradições que se manifestam na concretização desse tipo de organização do ensino.

É nítida a importância de se analisar o que se passa em sala de aula, especialmente na situação de ensino e aprendizagem, usando metodologias de cunho mais qualitativo. Como se tem visto em todo o âmbito da investigação educacional, é a pesquisa qualitativa que se volta mais para o interior da escola, procurando captar o seu cotidiano e daí extrair dele os elementos capazes de construir novos conhecimentos a respeito desse universo. Assim, nesta pesquisa a opção pela abordagem qualitativa levou em conta sua pertinência para uma investigação educativa que, neste caso, voltou-se para processos didáticos, consistindo em um tipo de organização do ensino que visa como resultado a melhor aprendizagem do aluno, tendo como objeto um conteúdo da álgebra. Com base nas características da investigação qualitativa descritas por André & Lüdke (1986), a presente investigação apresenta, os seguintes traços que a incluem nesta:

- A aula de matemática no 9º ano do ensino fundamental como ambiente natural e fonte direta dos dados;
- A presença da pesquisadora na aula de matemática, no ambiente próprio dos sujeitos pesquisados, alunos e professora.
- O contato direto e prolongado da pesquisadora com o objeto investigado, o processo de aprendizagem da matemática;
- A atuação da pesquisadora como principal meio de coleta dos dados, utilizando-se de observação, entrevistas semi-estruturada com a professora e os alunos da turma.

Os dados e informações foram coletados por meio de entrevistas semi-estruturadas, observação direta não-participante e realização de experimento didático sustentado na abordagem histórico-cultural.

As entrevistas foram realizadas com o objetivo de identificar alguns aspectos socioculturais da escola, da professora e dos alunos, a visão de matemática que a professora e os alunos apresentavam, as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de matemática, especificamente na turma envolvida na pesquisa. Como principais sujeitos, foram entrevistados os alunos e a professora de matemática da turma, tendo como foco de investigação a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem. Essas entrevistas buscaram a obtenção dos seguintes aspectos:

- Aluno – informações sociais e familiares, inserção na escola, relação com o professor, participação no processo de ensino-aprendizagem, visão da matemática no contexto da vida escolar;
- Professora - formação acadêmica e profissional, inserção na escola, dimensão didática do seu trabalho, estratégias que adota para o ensino, como vê a matemática no contexto social da escola e das relações com seus alunos.

Aspectos do cotidiano da escola, da aula de matemática, da atividade de aprendizagem e da atividade de ensino foram obtidos por meio da observação direta não-participante.

No período de fevereiro a junho de 2008 durante 80 aulas, foram realizadas as observações da escola como um todo e das aulas de matemática. Esse conjunto possibilitou testemunhar acontecimentos dentro e fora da sala de aula que auxiliaram na composição dos traços socioculturais dos sujeitos da pesquisa.

A coleta de dados concretizou-se da seguinte forma: a pesquisadora assistia às aulas da professora e depois conversavam sobre as dificuldades encontradas, a participação dos alunos na aula, os alunos que não se envolviam nas ações de aprendizagem e outras questões. Essas conversas eram aproveitadas para orientar a professora a adquirir um conhecimento básico sobre as premissas principais da Teoria do Ensino Desenvolvidamental, através de apresentação de textos e trocas de informações, uma vez que ela teria que pôr em prática os procedimentos propostos por essa teoria para ensinar aos alunos o conteúdo equação do 2º grau completa. A participação da professora pode deste modo, ser caracterizada como uma participação colaborativa, pois coube-lhe a execução do plano de ensino

desenvolvimental e a condução das ações e interações dos alunos. Nesse sentido, sua colaboração foi uma das condições essenciais para a concretização da pesquisa, cabendo-lhe realizar as ações de ensino para que a pesquisadora pudesse dedicar-se à observação dos sujeitos em ação.

As observações dos sujeitos eram registradas em caderno de campo pela pesquisadora: interações, diálogos, comentários, respostas; cenas e episódios envolvendo alunos e professora. Nas primeiras observações, a pesquisadora permaneceu intencionalmente no fundo da sala de aula, visando conhecer os alunos, identificar cada um deles.

No período de agosto e setembro a escola esteve paralisada, com a manifestação de greve realizada pelo corpo docente. Com a suspensão da paralisação, no mês de outubro, foram retomadas as observações, que prosseguiram até dezembro de 2008. Neste período também foram realizadas as entrevistas semi-estruturadas com alunos e professores e a análise de documentos da escola.

Elas foram realizadas com todos os alunos da turma, na biblioteca da escola, pois era o único lugar disponível em que os alunos poderiam ficar à vontade para responder as questões. Em todas as entrevistas estiveram presentes apenas a bibliotecária, a pesquisadora e o aluno entrevistado.

A escola selecionada fica em um bairro periférico de Anápolis e funciona nos três turnos do dia. No Matutino têm-se oito turmas e, no Vespertino e no Noturno, cinco turmas.

O período de permanência da pesquisadora na escola foi fevereiro de 2008 a dezembro do mesmo ano. De fevereiro a junho de 2008, a pesquisadora iniciou as observações, partindo da observação geral: pátio, quadra esportiva, recreio, cantina, corredores, sala dos professores, e outros locais. Nesse período de observação a pesquisadora esteve presente nos horários de entrada, recreio e saída dos alunos, participou dos conselhos de classe e trabalho coletivo, acompanhando sempre que possível as conversas dos professores referentes às dificuldades de aprendizagem e o comportamento em geral dos alunos.

As turmas eram compostas, em sua maioria, de estudantes residentes em outros bairros, embora próximos da escola. Tal fato pode ser explicado por ser essa a única Escola Estadual da redondeza.

Entre as quatro turmas de 9º ano da escola foi escolhida uma pela amostragem de conveniência, pois, a professora que trabalha nas duas turmas do 9º matutino, não aceitou fazer parte da pesquisa. Na turma do noturno não foi possível, pois a pesquisadora não dispunha de tempo nesse horário, sendo assim, ficou o 9º ano do turno vespertino onde obtive a disponibilidade de horário da pesquisadora e já na primeira conversa com a professora sobre o trabalho a ser realizado, seus objetivos e procedimentos, a professora concordou.

Assim, participaram da pesquisa os alunos e a professora de matemática dessa turma, que no início era composta por 22 alunos e depois passou a ter apenas 19. Os alunos estavam na faixa entre 13 e 18 anos de idade.

Como característica mais marcante da turma, a pesquisadora identificou a agitação, no sentido de muita movimentação, desassossego, inquietação, juntamente com o interesse pouco ou ausente, pelo ensino da professora. Apesar disso, a professora de matemática mantinha-se procurando incentivar o envolvimento e a participação dos alunos.

A análise dos dados teve como apoio as orientações de Lüdke e André (1986) e Bogdan & Biklen (1994). Foram realizadas leituras prévias do material e, posteriormente, leitura atenta e aprofundada em busca de elementos para a composição de categorias. Etapa de grande dificuldade, principalmente para uma pesquisadora iniciante, habituada à análise mais direta e quantitativa.

Inicialmente buscou-se analisar os dados das diferentes fontes de forma isolada (observações do ensino da professora, entrevistas, observações do ensino desenvolvimental). Posteriormente buscou-se integrar os elementos identificados a partir das distintas fontes. Só então foi possível ir compondo as categorias de análise, num processo de entrelaçamento dos dados das distintas fontes. A seguir são descritos os resultados principais da pesquisa, sendo inicialmente mostrados aspectos relacionados à aula de matemática e aos sujeitos. Posteriormente apresenta-se o experimento didático envolvendo o ensino de equação do 2º grau completa.

3.2. Os sujeitos e a atividade de aprendizagem no contexto da aula

A professora que participou do estudo, professora Beth, sempre demonstrou preocupação com a aprendizagem dos alunos e desde a primeira conversa com a

pesquisadora esteve receptiva à pesquisa. Ela residia em local muito distante da escola, o que dificultava para que cumprisse com pontualidade seus horários de aula.

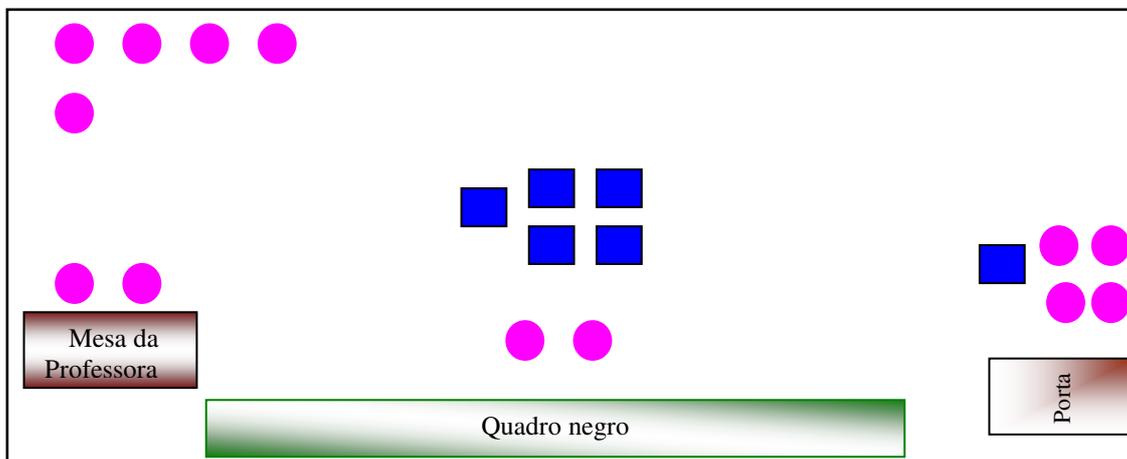
Nessa escola a professora regente da turma sujeito da pesquisa iniciou suas atividades no ano de 2008, por necessidade de completar a carga horária exigida pela Secretaria Estadual de Educação. No entanto, ela possuía ampla experiência no ensino de matemática, sendo graduada e pós-graduada em matemática. A professora Beth já exercia a profissão há 22 anos, e nesse período esteve sempre em contato com as escolas estaduais, ensinando conteúdo de matemática da 2ª fase do ensino fundamental para alunos da faixa etária entre 13 e 18 anos. Em conversas sobre a pesquisa foi possível à pesquisadora perceber que a professora Beth apresentava domínio aprofundado no conhecimento da matemática. Já o mesmo não ocorria em relação ao conhecimento pedagógico e didático. Em seus relatos, a professora ressaltou para a pesquisadora que sempre buscou por em prática seus conhecimentos teóricos, aperfeiçoar suas práticas. Esta busca pode ter sido um fator que a influenciou na alta receptividade com sua participação na pesquisa, mostrando, desde o início, interesse em conhecer a teoria que serviria de base para a organização do ensino de equação do segundo grau.

Na medida em que foi ocorrendo maior aproximação da pesquisadora com o campo e com a professora, esta passou a utilizar os períodos de tempo entre uma aula e outra para estudos e diálogo com a pesquisadora sobre o ensino de matemática e a aprendizagem dos alunos. Nesses diálogos, a professora Beth relatava fatores que, segundo sua percepção, interferiam negativamente na aprendizagem dos alunos, por exemplo, o desinteresse por aprender. No período de observação a pesquisadora pode perceber, tanto em sala de aula como nas conversas cotidianas com a professora Beth, seu esforço para sanar esses problemas e principalmente para fazer com que os alunos se interessassem em aprender matemática e percebessem as relações da matemática com suas vidas. Essas informações serviram para que a pesquisadora, ao elaborar o plano de ensino experimental, considerasse a necessidade de influenciar na motivação dos alunos para aprender.

Um dos aspectos importante para a aprendizagem são as condições do ambiente escolar e, em especial da sala de aula. Na escola pesquisada as salas de aula apresentavam tamanho adequado para acomodar os alunos, embora com

estrutura física simples. O piso era de cimento vermelho, as paredes pintadas de amarelo, mas já descascadas e muito rabiscadas, com uma aparência de sujeira. A sala de aula em que se deu o experimento didático possuía três grandes janelas de um lado, onde fora colocado papel pardo para bloquear os raios solares. Do outro lado havia duas janelas menores. O teto era de madeira, a iluminação com lâmpadas fluorescentes grandes (todas as salas apresentavam lâmpadas queimadas). Havia na sala dois ventiladores grandes de teto, ambos quebrados, ficando para a pesquisadora a impressão de que teria sido por vandalismo. Algumas salas de aula contavam com jogos de cadeiras e mesinhas amarelas; outras com carteiras comuns, rabiscadas e visivelmente desgastadas pelos próprios alunos. A figura a seguir foi elaborada para representar a posição dos sujeitos na sala de aula pesquisada.

Figura 2: Organização dos alunos na sala de aula



Legenda: ■ Meninos ● Meninas.

Como a sala era bem ampla, os grupos tinham espaço suficiente para distanciar-se uns dos outros. Com isso havia uma separação física entre eles, fato este que dificultava a interação. Por mais que a professora procurasse envolver todos os alunos na atividade de aprendizagem, cada grupo agia isoladamente, sendo que uns desconsideravam estar em aula. Era nítida a diferença de comportamento e a rivalidade entre os grupos de alunos. Esta distribuição dos alunos na sala permaneceu.

As aulas de Matemática da turma que participou da pesquisa aconteciam duas vezes por semana, sendo duas aulas seguidas, com duração de 1 hora e 40 minutos. O fato de serem duas aulas seguidas era agravante para o desinteresse e indisciplina dos alunos durante as aulas de matemática. Mesmo nos dias em que os alunos

estavam inicialmente participativos na aula, com o passar do tempo demonstravam cansaço e logo a atenção era dispersa. Por mais que a professora Beth tentasse mantê-los em atividade, já não conseguia.

Quase todos os dias, ao iniciar a aula, a professora encontrava a sala com poucos alunos. Além de serem comuns as ausências de alunos, eles costumavam entrar a sala depois da aula iniciada, sem nenhuma preocupação em interromper ou em perder alguma parte da aula. Tal fato parece que já havia sido incorporado como uma prática comum pra a turma e para a professora. Sem dúvida, representava um elemento desfavorável à atividade da professora e dos alunos, pois contribuía para a desordem, a indisciplina e o não encaminhamento da atenção dos alunos para a aprendizagem. Contraditoriamente, em distintos momentos a professora se esforçava para a participação dos alunos, para despertar em cada um o interesse em aprender. Nesse sentido, procurava utilizar exemplos dos mais diversificados, tentava motivar os alunos com premiação pela participação.

Ao serem solicitados a falar sobre a professora de matemática, os alunos afirmaram “gostar” da professora, considerá-la “boa, paciente, legal, inteligente”, que “ensina bem”, que “faz com que aprendam”. Nenhum aluno referiu que a professora não ensina, ou ensina mal. As falas dos alunos comprovam-se nas observações das aulas realizadas pela pesquisadora.

No início do 3º bimestre do ano, a professora apresentou um desafio à turma: se no encerramento do referido bimestre a turma conseguisse ter uma melhora no desempenho em relação à avaliação anterior, ela os premiaria com um festival de sorvete. Com esse desafio surgiu uma alteração considerável no interesse e participação deles numa visão geral, durante todo o período alguém lembrava e cobrava da professora Beth, talvez querendo garantir que a promessa seria cumprida. A professora sempre aproveitava para reafirmar que se todos alcançassem a meta eles teriam um “big festival”. No fechamento do bimestre ela apresentou as notas no quadro e discutiu junto com os alunos o merecimento ou não do prêmio. Essa ação da professora, além de torná-los responsáveis pelo resultado, também os envolveu na decisão do merecimento da premiação. Depois de cálculos, conversas e análises ficou decidido que a melhora não tinha atingido 100% dos alunos, mas já houvera um progresso. Então ficou resolvido que o festival ocorreria. A professora fez suspense e demorou um pouco para concretizar a promessa. O festival foi como um fato

importantíssimo na vida deles, o comportamento da turma parecia o de uma criança numa festa de aniversário rodeada de doces, brincadeiras e presentes. A professora Beth caprichou, fez decoração na sala, levou taças, cobertura, recheios, e entregou um cartão para cada um, escrito assim: “quando você quer você consegue”. O clima foi de comemoração e contentamento. Mas, nas outras aulas, a alegria e motivação da premiação alcançada foram ficando distantes. Logo voltou-se a perceber aquela apatia e desinteresse da maioria dos alunos.

Tanto a avaliação dos alunos sobre a professora Beth, quanto o empenho da professora para que aprendessem, mostraram-se contraditórios com os resultados de aprendizagem na disciplina de matemática apresentados no SAEB de 2006, em que maioria da turma apresentou um nível baixo de aprendizado.

Em conversas informais com outros professores, estes mencionaram ser comum a falta de envolvimento dos alunos nas aulas e o não compromisso com a atividade de aprendizagem, na maioria das disciplinas. Mencionaram ainda que, para manter a motivação, buscavam continuamente formas de fazer os alunos se interessarem, geralmente por meio de assuntos que não eram matéria de ensino para, por meio deles, fazer com que os alunos se envolvessem na aprendizagem.

Pode-se interpretar que, mesmo com atitude com o comportamento de compromisso e esforço da professora Beth (e dos demais professores), suas ações não chegavam a afetar a aprendizagem dos alunos, pois não se voltavam de fato para a atividade de aprendizagem. Por exemplo, ao introduzir a premiação e o festival do sorvete, os alunos passaram orientar suas ações ao prêmio e à concretização do festival e não à aquisição de aprendizagem.

Como explicou Leontiev (1979) toda atividade humana visa atender a uma necessidade e é isso que dá origem a esta a atividade. A atividade acontece por meio de ações, sendo que cada ação tem seu objetivo próprio. As ações de uma atividade dirigem-se aos seus objetivos enquanto que a atividade está ligada ao motivo do sujeito, articulado também à necessidade. Para caracterizar-se como estando em uma atividade é preciso que, conscientemente, o sujeito oriente-se para o objeto que atende a necessidade, visando obtê-lo e, desse modo, resolver a necessidade. No caso da atividade de aprendizagem, é preciso que o aluno tenha a necessidade de aprender ligada ao motivo da aprendizagem. Quando o sujeito age orientando-se para um objetivo (obter o prêmio, concretizar o festival do sorvete) que não articula-se com

sua necessidade interna e seu motivo, isto não caracteriza-se como atividade, mas como ação. Para estar verdadeiramente em atividade de aprendizagem, deve haver uma conjugação entre a necessidade de aprender e o motivo do aluno que o encaminha para o objeto da aprendizagem. O verdadeiro motivo da atividade do aluno deve ser apropriar-se do objeto devido a uma necessidade interna de adquiri-lo e não, como ocorreu neste caso, obter o prêmio ou o festival do sorvete. Este pode ter sido um dos fatores pelo qual os alunos não se punham de fato em atividade de aprendizagem nas aulas de matemática.

Outro dado que sustenta essa interpretação é que, ao serem perguntados sobre o conhecimento de matemática os alunos expressaram que deve ser adquirido para: aprender mais e viver melhor; melhorar o raciocínio; fazer compras; contar dinheiro; para a vida; para o cotidiano. Outros referiram que o conhecimento de matemática é importante porque está em tudo, em qualquer lugar porque traz vários outros conhecimentos. No entanto, houve alunos que referiram que conhecer matemática não serve para nada. Ao falarem sobre a importância da matemática nas suas vidas, a maioria dos alunos emitiu respostas que revelam um sentido mais prático e objetivo. Mencionaram que serve para fazerem compras e contar dinheiro, resolverem contas, ajudar no supermercado, dar troco. Também relacionaram com a possibilidade de ingresso em curso de graduação e na vida laboral: “serve para passar na faculdade”; “serve para arrumar trabalho”; “para conseguir exercer a profissão que eu quero”. Também nesse caso houve aqueles que não relacionaram importância nenhuma da matemática em suas vidas e aqueles que atribuíram uma importância genérica: para tudo, na vida, no cotidiano.

Apesar de predominar a visão que valora positivamente o conhecimento da matemática entre a maioria dos alunos, ao se cotejar essa visão com suas atitudes nas aulas observadas verificou-se que a prática dos alunos contradiz seu discurso, pois, mesmo referindo a importância da disciplina matemática, o desinteresse dos alunos pelas aulas era evidente. Percebeu-se também que eles afirmaram a importância da escola em suas vidas, mas, igualmente, embora reconhecendo a necessidade de aprender, de envolver-se na atividade de aprendizagem, o comportamento dos alunos contrariava suas falas. Ao responderem a pergunta “o que mais gosta na escola?”, apenas quatro citaram o estudo, a aprendizagem. O restante apontou outros aspectos da escola não ligados à atividade de aprendizagem

propriamente. Estes aspectos foram: os colegas, os professores, os amigos, o tratamento da diretora com os alunos, a leitura dos livros da biblioteca, as conversas, as brincadeiras e jogos, o recreio. Uma única aluna mencionou gostar de debates para a exposição de idéias. Quanto ao gosto por outras disciplinas, também apenas uma aluna mencionou, citando a Geografia.

Percebe-se que ao relacionarem a matemática e a escola com suas vidas, os alunos não as associam ao motivo de aprender, ao domínio do conteúdo, à aquisição do objeto. Nota-se, neste caso, que a relação com a escola, com o conhecimento, com a matemática possui para eles um sentido pessoal não associado ao significado social da aprendizagem da matemática. Portanto, torna-se muito mais difícil entrarem verdadeiramente em atividade de aprendizagem.

A respeito da educação e da escola, quase todos os alunos expressaram uma visão positiva e o entendimento de que ela é exerce papel importante em suas vidas, é “uma base da vida”, influenciando em seus processos cognitivos, na aquisição de conhecimentos, na aquisição da linguagem culta, na possibilidade de ingressar no mundo do trabalho, na sua condição futura. No entanto um aluno referiu que a educação é precária; outra disse que a educação não muda. Um deles (Micael) permaneceu com pouco envolvimento na atividade de aprendizagem, tanto durante as aulas da Professora Beth quanto durante as aulas do experimento didático. Assim permanece a contradição, pois embora valorizem a educação e a escola na sua formação, na aquisição de condições para a vida e o trabalho, essa valorização não repercute de fato em sua atividade de aprendizagem, parecendo ser apenas a repetição de um discurso comum na sociedade.

Assim, podem ser apontados pelo menos três elementos que contribuíam para a não ocorrência da atividade de aprendizagem dos alunos. A baixa interação entre os alunos, a não valorização de um contexto de disciplina e atenção para o objeto da aprendizagem e, por fim a ausência de orientação dos alunos para o objeto da aprendizagem pelo motivo para aprender.

3.3. A atividade principal dos alunos como um desafio para o ensino

Antes de tratar a periodização do desenvolvimento, considera-se importante apresentar alguns aspectos identificados acerca da condição social dos alunos⁹ que ajudam na compreensão de sua situação social e econômica. Na impossibilidade de uma observação mais aprofundada das relações familiares dos alunos, a pesquisadora buscou obter informações básicas relacionadas à configuração familiar. A síntese destas informações apresenta-se no Quadro 1 (Anexo).

As famílias, em quase totalidade, apresentavam a configuração familiar tradicional (pai, mãe e irmãos), sendo que apenas dois não viviam com os pais. Um deles vivia com avós devido aos pais estarem separados conjugalmente (o pai trabalhava fora do Brasil e a mãe residia em outra cidade). O outro vivia com a tia.

Para obter um indicativo da condição social dos alunos foi identificado como um fator importante a profissão ou ocupação dos pais. Na análise da profissão ou ocupação dos pais nota-se, quase na totalidade, que exerciam atividades com remuneração mais baixa, havendo aí indícios de que a maioria dos alunos faz parte de uma classe social menos favorecida. Este poderia ser um fator para despertar o desejo nos alunos pelo estudo e a aprendizagem, como um meio de se prepararem para realizarem mudanças em sua condição social. No entanto, os alunos não expressavam este tipo de aspiração.

Ainda sobre a ocupação dos pais, merece ser destacada a presença do fenômeno da migração para trabalhar em outros países, o que é comum em nosso país, particularmente em Goiás¹⁰. Esse fenômeno é, sabidamente, gerado pela falta de emprego, que por sua vez está ligada à baixa escolaridade e não-formação profissional, por um lado, ou à defasagem entre formação profissional e novas exigências do mundo do trabalho, por outro lado.

Entre as mães, nota-se que quase metade não realiza trabalho remunerado. As poucas que trabalham com remuneração estão em atividades laborais domésticas e/ou outras igualmente com baixa remuneração.

⁹ Os nomes usados na apresentação dos resultados são apelidos escolhidos pelos próprios alunos, orientação dada pela pesquisadora desde seus primeiros contatos com os alunos. Para controle da pesquisadora esses apelidos foram enumerados a fim de relacioná-los com o aluno dentro da sala de aula durante as observações realizadas, as entrevistas e o experimento didático.

¹⁰ Notícias da mídia indicam que Goiás é um dos estados com grande fluxo de pessoas se deslocando outros países, principalmente Estados Unidos e países da Europa.

Acerca da relação idade/série, de um modo geral os alunos estão na faixa etária esperada para o 9º ano, havendo somente uma aluna, Karla, que se encontrava em defasagem idade/série (18 anos). Como já mencionado, uma característica marcante dos alunos verificada durante a observação das aulas de matemática da professora Beth (antes do experimento de ensino) era o não envolvimento com a aprendizagem.

A aluna Karla, a única que se encontrava em defasagem idade/série, além de não se envolver na atividade de aprendizagem em sala de aula, faltava muito às aulas e quando estava presente quase sempre não participava, mostrava-se alheia, sem interesse, com o pensamento distante, sem receptividade para as mediações da professora. Quando a professora a questionava em particular, procurando trazê-la para a atividade, ela respondia com rispidez: “não quero”, “não gosto”, “não me interessa”. Karla também não se envolvia nem nas conversas e brincadeiras dos colegas. Talvez a distorção idade/série possa ser relacionada à sua não participação e não envolvimento, inclusive com os colegas. Karla já não tinha como atividade principal a atividade de aprendizagem, nem a atividade socialmente útil (esta última era o caso da maioria da turma). Assim, para ela talvez não fizessem sentido os interesses, assuntos e comportamentos dos colegas. Também não se apresentava motivada para aprender.

Destaca-se também o caso de Wender (16 anos), que já apresentava em seu comportamento indícios que permitem inferir que se encontrava, em termos da periodização do desenvolvimento, voltado mais para a atividade profissional. Aparentemente possuía autonomia, se deslocava para escola de motocicleta, tinha um discurso de valorização da aprendizagem, dizia já ter perdido muito tempo com brincadeiras, dizia querer trabalhar e ser independente. Justificava que o fato de estudar no turno vespertino dificultava sua possibilidade de uma atividade laboral remunerada já que metade do dia estava na escola. Contraditoriamente a esse discurso, Wender faltava muito às aulas, o que leva a concluir que, muito provavelmente, estivesse em processo de desligamento da vida escolar em função da busca pela atividade de trabalho ou de outras atividades que o motivassem mais que a aprendizagem escolar.

Tal como explicou Elkonin, citado por Davydov (1998), a atividade de aprendizagem é a atividade principal de crianças de 6 a 10 anos. Os alunos

participantes do experimento de ensino encontravam-se em dois períodos de desenvolvimento. O primeiro, da atividade socialmente útil (10 a 15 anos) em que, além da atividade de aprendizagem escolar, diversas outras se apresentam, incluindo atividade laboral, atividade organizativo-social, desportiva, artística. Neste período, os adolescentes aspiram pelo um trabalho socialmente necessário. E tendem a organizar-se em diferentes grupos de acordo com normas e inter-relações neles aceites. Também já apresentam uma reflexão sobre seu próprio comportamento, já têm consciência de si o sentimento de maturidade. O outro período corresponde à da atividade de estudo profissional (15 a 17-18 anos). Essa é a atividade que desenvolve nos jovens a necessidade de trabalhar e os interesses profissionais. Desenvolvem atitudes investigativas, constroem projetos de vida, apresentam posições ideológico-morais e cívicas e uma concepção de mundo. Em geral já começam a se qualificar em determinada profissão.

Estes dados conduzem à reflexão acerca de um desafio para a organização do ensino para alunos que já não tem a aprendizagem escolar como a atividade principal que demarca o curso de seu desenvolvimento. O fato de os alunos já se encontrarem inseridos em outras atividades, possuírem outros motivos influenciando e dirigindo suas vidas, interfere em sua necessidade e motivo para aprender, representando uma dificuldade a mais para os professores enfrentarem nesta fase do ensino fundamental. Esse é um fato que requer dos professores uma atenção especial na organização do ensino e a elaboração de estratégias para garantir o envolvimento e a participação dos alunos. Tal como se observou, a professora Beth tinha sempre que levar em consideração esse fator para conseguir promover interações e mediações na turma.

3.4. A organização do ensino e para a aprendizagem conceitual da equação do segundo grau completa

Em seu conjunto, a presente investigação consistiu na elaboração e realização de um experimento didático para o ensino do conteúdo de álgebra: equação do 2º grau completa. As observações realizadas na escola, as entrevistas semi-estruturadas realizadas com os alunos e com a professora, o planejamento e a

realização do experimento didático (ver anexos) permitiram a obtenção dos dados necessários ao propósito da pesquisa.

Aqui se faz necessário ressaltar que a pesquisa caracterizada como “experimento” é corrente na teoria histórico-cultural desde as investigações de Vygotsky. Conforme Freitas (2008) o termo experimento (ou estudo experimental) é frequente nos trabalhos de Vygotsky para designar suas pesquisas. Ele defendeu esse tipo de investigação como a chave para se compreender o processo de formação de conceitos na vida humana real.

Decidimo-nos por essa seqüência porque acreditamos que, para se iniciar o processo, é necessário confrontar o sujeito com a tarefa. A introdução gradual dos meios para a solução permite-nos estudar o processo total da formação de conceitos em todas as suas fases dinâmicas. A formação dos conceitos é seguida por sua transferência para outros objetos: o sujeito é induzido a utilizar os novos termos ao falar sobre outros objetos que não os blocos experimentais, e a definir o seu significado de uma forma generalizada. (VYGOTSKY, 1998, p. 72).

Todos os procedimentos do experimento foram elaborados pela pesquisadora sendo que o plano de ensino foi desenvolvido pela professora de matemática do 9º ano participante da pesquisa. A professora recebeu orientações e instruções da pesquisadora, sendo sempre esclarecidas suas dúvidas. A pesquisadora observou e registrou o desenvolvimento das ações de ensino e de aprendizagem durante o experimento.

Para a elaboração do plano de ensino, a pesquisadora considerou também a orientação de Davydov (1988), de que a primeira exigência para o professor iniciar o plano de ensino visando à formação do pensamento teórico (conceito) de determinado conteúdo é a análise, para estabelecer a gênese do conteúdo e seu movimento histórico de transformação, fruto das investigações que foram sendo feitas ao longo do processo investigativo desse conteúdo.

Atualmente já se percebe uma preocupação por parte dos pesquisadores e educadores em evidenciar a História que permeia o ensino da Matemática, em busca de perceber a lógica do movimento da construção do conceito. Dessa forma os conhecimentos matemáticos são inseridos num contexto mais amplo, dando-se uma conotação universal ao aprendizado dessa disciplina. Segundo Sousa (2004), a matemática faz parte da natureza humana, sendo assim, para os estudiosos as verdades matemáticas procuram desvendar os mistérios contidos nos objetos e entes

matemáticos que compõem o pensar matemático e que de alguma forma freqüentam as salas de aulas cotidianamente.

Ao aliar histórias da matemática ao conhecimento acadêmico, educadores e pesquisadores pretendem demonstrar que a matemática está presente no cotidiano da humanidade e que seu aprendizado pode ser construído num processo contínuo e histórico. Ao deslocar a discussão para o ensino da equação do 2º grau nas escolas, pretende-se ressaltar a relevância desses conhecimentos no cotidiano dos alunos.

Analisando os livros didáticos que são utilizados para o ensino de equação do 2º grau completa observou-se que a maioria inicia o tema por seu aspecto histórico. Relatam as formas de se resolver equações desde os tempos dos babilônicos (400 a.C.) até chegar à fórmula de *Bhaskara*, pois foi o estudioso *Bhaskara* (1114 - 1185 d.C.), quem preencheu algumas lacunas na obra de *Brahmagupta* dando uma solução ao problema da divisão por zero. *Bhaskara* em seu tratado conhecido como *Livati* compilou problemas de *Brahmagupta* e outros, acrescentando observações próprias e novas (PINEDO, 2003).

Todavia, verificou-se que este tipo de referência histórica parte do conhecimento pronto e não ajuda os alunos a criarem uma relação entre o conteúdo e sua origem em um processo de investigação.

Encontrou-se em Moura e Souza (2004) uma reflexão crítica sobre o ensino da álgebra, destacando a variável como elemento importante, mas que, no entanto, vem sendo ensinado prioritariamente com conceito lógico formal. Ao ensinar, o professor faz com que o conteúdo concreto do conceito de álgebra seja apreendido pelos alunos como algo pronto e acabado. Isso ocorre, segundo os autores, porque, nem o professor nem os alunos reconstróem para si, em sua subjetividade, o conceito de álgebra. Para os autores, para romper com este tipo de ensino, as atividades de ensino devem priorizar o lógico e o histórico do desenvolvimento do conceito de variável. É necessário que os professores compreendam a variável em todas as suas dimensões, para que elaborem atividades de ensino que ajudem os alunos a formarem um pensamento algébrico. Assim, os autores defendem que o ensino de álgebra seja planejado levando em conta a vida concreta.

Os mesmos autores oferecem uma análise do conceito de álgebra, identificando nele um aspecto que pode ser considerado como nuclear. Para eles, o

conteúdo conceitual da álgebra é o esforço do pensamento para criar o entendimento quantitativo do processo de variação. Assim referem:

Quando o aluno entende, por exemplo, que a expressão algébrica $a + b = b + a$ representa o movimento comutativo geral de qualquer adição e que, ao mesmo tempo, quando suas parcelas a e b assumem um valor numérico determinado, fixa um movimento numérico particular sem perder porém o aspecto mutável de sua natureza, ele compreende o movimento de permanência e mutabilidade que essa expressão algébrica representa. (MOURA E SOUSA, 2004, p. 2)

A pesquisadora procurou, na organização do ensino da equação do 2º grau completa, promover ações em de aprendizagem em que os alunos partissem das leis gerais da equação do segundo grau para seus aspectos mais particulares, como forma de conduzi-los de um modo investigativo. Essa elaboração exigiu um processo criativo por parte da pesquisadora a fim de buscar garantir que os alunos compreendessem, primeiramente, o aspecto geral da equação de 2º grau completa.

Assim, a “equação de 2º grau completa, conceito a ser aprendido pelos alunos, foi inicialmente objeto de análise da pesquisadora. Nessa busca, tentou-se explicitar o seu núcleo ou aspecto mais geral. Após a análise chegou-se à conclusão de que o aspecto nuclear da “Equação do 2º grau completa” é a relação entre os coeficientes da equação e suas raízes, entendendo que nesta relação expressa-se um movimento quantitativo de permanência e mutabilidade, como descreveram Moura e Souza (2004).

Assim, a elaboração do plano de ensino consistiu, antes de tudo, em um desafio teórico para a pesquisadora, exigindo-lhe a análise de conteúdo. Representou também um desafio criador mediante as características dos alunos, já descritas anteriormente. O plano de ensino foi elaborado e compartilhado com a professora de matemática regente da turma, com quem eram discutidas as idéias da pesquisadora, tendo como eixo principal o núcleo do objeto e a consideração dos desafios fornecidos pela própria turma.

Ao serem perguntados nas entrevistas, 10 dos 19 alunos expressaram acerca do conteúdo “equação” a visão de que é difícil e não gostam: “não gosto”, “é difícil”, “não gosto porque tem problemas”; “ruim porque tem problema”; “péssima, não entendo nada”; “sem graça e demorado”; “não consegui aprender”; “cansativa”. Dois referiram gosto por esse conteúdo, apesar de considerá-lo “chato”, “repetitivo”. Um

aluno considerou ser um conteúdo “sem utilidade nenhuma”. Os demais alunos disseram gostar de equação, considerando fácil, “moleza” e “interessante de calcular”.

Verifica-se aí o que mostrou a pesquisa de Soares (2008), sobre atitudes de estudantes do Ensino Fundamental e Médio em relação à Matemática, de que a maior ou menor complexidade dos conceitos, como por exemplo, a álgebra na 7ª série, considerada pelos alunos como complexa. Soares mostrou também que o aluno apresenta que apresenta baixo desempenho no aprendizado de Matemática tende a expressar que não gosta desta disciplina e atribuir seu insucesso ao professor ou ao método de ensino. Já os que apresentam bom desempenho tendem a gostar da disciplina e atribuírem seu sucesso ao esforço próprio. O estudo de Soares nos permite perceber que há uma estreita e mútua relação entre o “gosto” pela matemática e a aprendizagem da matéria. Neste estudo, a maioria dos alunos que disseram não gostar de matemática também referiram ter dificuldade de aprender, enquanto entre os que disseram gostar a maioria referiu não haver dificuldade para aprender (Anexo G).

A predominância do entendimento de que equação é um conteúdo “chato”, difícil, repetitivo, inútil, somada à característica geral da turma de pouco envolvimento e participação nas aulas e de não haver de fato em atividade de aprendizagem, representou um desafio a mais para a pesquisadora na organização do ensino visando à aprendizagem conceitual da “equação do segundo grau completa”.

O ensino deveria ser organizado de modo que os alunos apresentassem não só a necessidade de aprender equação do segundo grau completa, mas também um motivo para realizarem as ações de aprendizagem. Como destacou Davydov (1990), os motivos é que impulsionam os alunos a assimilarem o modo pelo qual se reproduzem os procedimentos mentais ligados a um conhecimento teórico. Ao cumprirem as ações de aprendizagem propostas pelo professor, os alunos desenvolvem conhecimento novo para eles, mas desenvolvem, sobretudo, os procedimentos mentais ligados a esses conhecimentos. Enquanto a necessidade de aprender estimula o aluno a assimilar os conhecimentos teóricos, o motivo para aprender estimula-o a assimilar o modo de reprodução desses conhecimentos, por meio das ações presentes nas tarefas de aprendizagem.

Para introduzir a necessidade de aprender em articulação com o motivo da aprendizagem, mesmo considerando as referências dos alunos de “não gostarem de matemática porque tem que resolver problemas”, a pesquisadora valeu-se da

estratégia de incluir a solução de problemas. Tal foi feito apresentando problemas que, para serem resolvidos, exigiriam o aluno ir apropriando-se do objeto equação do segundo grau completa. Para responder aos problemas os alunos teriam que utilizar a equação do segundo grau completa como conceito, ou seja, como um modo de proceder mentalmente. As ações de aprendizagem seguiram o modelo geral proposto por Davydov (descrito no capítulo II), sendo distribuídas em cinco encontros, numa seqüência de dez aulas, organizadas de modo a corresponder às ações de aprendizagem. O plano encontra-se descrito detalhadamente no Anexo C deste texto.

Antes da realização do experimento didático, quando questionados sobre o modo pelo qual aprendem mais facilmente matemática, a maioria dos alunos referiu que o modo mais fácil para aprender é com a explicação da professora, sendo citados também: quando a professora faz no quadro para o aluno ver; com comparações e exemplos; quando a professora fornece “macetes”; quando a professora faz correções dos exercícios da matéria; prestando atenção. Ainda que com menor expressividade também mencionaram a aprendizagem ser mais fácil “praticando a matemática”, “com trabalhos e pesquisas”, com diálogo. Nota-se aí o predomínio de um modo de aprender mais centrado nas ações da professora e menos na atividade dos alunos. A professora como “explicadora” do conteúdo, demonstradora, fornecedora de exemplos e de macetes e os alunos como expectadores das ações da professora.

Como destacaram PALANGANA, GALUCH & SFORNI (2002) a escola precisa se atentar para a qualidade do conteúdo mediado na relação professor/aluno, pois o educador não está simplesmente transmitindo informações, mas formando opiniões e criando situações de aprendizagem. O sujeito aluno se apropria do conhecimento segundo suas vivências e suas percepções individuais e histórico-sociais. É o que se pode observar em alguns alunos destacaram a importância de associar o ensino a exemplos e comparações, revelando a importância do aspecto da união do conteúdo da aprendizagem com suas vivências e percepções. Outros já destacaram a associação do conteúdo com aspectos práticos e por meio do diálogo, mostrando certa tendência para serem ativos na aprendizagem.

Os alunos foram questionados também acerca de que conteúdo achavam mais difícil aprender em matemática. Onze dos dezenove alunos declararam ser a resolução de problemas, por terem muita dificuldade em saber o “que o fazer com os dados nas fórmulas”. A pesquisadora pode perceber durante as observações das

aulas que eles de fato não conseguiam fazer a interpretação dos dados contidos nos enunciados do problema. Esse dado, confirmado pelos alunos na entrevista, reforçou a opção da pesquisadora por organizar ações de ensino em forma de problemas. Esta decisão se deveu também à intencionalidade de fazer surgir nos alunos a necessidade e o motivo da aprendizagem, elementos essenciais para torná-los sujeitos ativos no processo de ensino e aprendizagem.

Como analisou Asbahr (2005) o aluno deve ser, antes de tudo, sujeito da atividade de ensino/aprendizagem, participando ativamente e intencionalmente do processo de apropriação sistemática de conhecimentos e de superação do modo espontâneo de aprender. Por fim, aponta o projeto pedagógico como projeto coletivo a ser entendido como uma atividade em que os sujeitos professores podem articular-se em torno de objetivos comuns e passarem a realizar ações encadeadas e coordenadas, fazendo a convergência entre seus motivos individuais e os motivos coletivos do ensino, da aprendizagem, da organização escolar.

Em coerência com o conceito de zona de desenvolvimento proximal, de Vygotsky, também foi importante considerar o conhecimento prévio dos alunos acerca de *equação do segundo grau completa* para estabelecer em que nível de desenvolvimento se encontravam (real ou proximal), acerca do objeto *equação do 2º grau completa*. Mesmo considerando-se que já haviam estudado este conteúdo com a professora de matemática, quase totalidade dos alunos optou por não responder a nenhuma questão do pré-teste por acharam as questões difíceis. A maior dificuldade referida foi quanto à forma das questões. Os alunos não estavam habituados a responder questões que exigissem deles uma elaboração teórica para responder, indagações, interações e mediações, como as do pré-teste. Este aspecto inviabilizou a análise do conhecimento dos alunos pela pesquisadora, uma vez que não responderam às questões. Assim, confirmou-se mais uma vez que os alunos estão habituados a modo de aprendizagem centrado em relações imediatas, numa lógica formal, que não exige deles a utilização mais sistemática do pensamento, a produção de relações e a análise dos aspectos do objeto.

Já no pré-teste aplicado pode-se perceber que o raciocínio e questionamentos de Marcos, Allyne e Débora em relações aos outros se sobressaíram, mesmo não realizando as ações mentais propostas pela tarefa, conseguiram encontrar as respostas dos problemas propostos.

O experimento didático foi então desenvolvido numa seqüência de dez aulas, cada uma com tempo de 50 minutos. Cada aula foi organizada de modo a corresponder a um dos procedimentos propostos por Davydov (1988) para a atividade de ensino. Em todo o experimento, as ações criadas para os alunos realizarem representaram um esforço da pesquisadora para que o movimento da aprendizagem seguisse do geral ao particular e do coletivo ao individual. Os procedimentos, as ações de aprendizagem e os principais resultados são apresentados a seguir.

3.4.1. Descoberta do princípio geral da equação do 2º grau – deslocando o foco do resultado para o foco na formação das ações mentais

Na primeira aula foi apresentado aos alunos um problema envolvendo equação do 2º grau completa a fim de que identificassem a relação principal (princípio geral) desta operação matemática. Esse procedimento, conforme Davydov (1988) exige dos alunos que analisem os dados enunciados, identifiquem o objetivo da ação e busquem atingi-la. Os alunos devem buscar descobrir e distinguir o aspecto central do objeto, ou seja, seu núcleo. Foi apresentado um problema que exigia dos alunos um trabalho coletivo.

Nesta primeira aula a professora Beth contava com 16 alunos presentes. A professora fez uma introdução lembrando a trajetória do ensino de matemática já cumprido e ressaltando que voltariam ao estudo da equação de 2º grau.

A professora Beth, com a classe organizada em grupos de quatro alunos, ofereceu para cada grupo uma ficha em branco e um conjunto geométrico feito com EVA¹¹ colorido, contendo: 1 retângulo de 6 x 12; 4 triângulos retângulos de 6 x 6 e 12 quadrados de 3 x 3, todos medidos em centímetros. Os alunos foram orientados a elaborarem conclusões sobre as comparações entre as figuras.

Jaqueliney manifestou logo que teve o primeiro contato com o conjunto geométrico: “O que tenho que fazer? Montar? Isso é um quebra-cabeça”? Antes que a professora fizesse algum comentário Ellen, questionou: “O que isso tem a ver com a matéria que estamos estudando?”. Em seguida André (que não vê a matemática com

¹¹ Material de borracha composta pela mistura de etil, vinil e acetato, comumente usado nas escolas para produção de material didático.

bons olhos) disse, em tom de ironia: “A aula de hoje é passatempo”. Comentários desse tipo ocorreram nos vários grupos, indicando certa resistência dos alunos.

A professora dava continuidade, incentivando os alunos a explorarem o conjunto geométrico, procurando meios de despertar a participação, questionando-os para que estabelecessem as relações possíveis entre as figuras do conjunto geométrico.

Após certo tempo de manuseio das peças do conjunto geométrico os alunos começaram a fazer comentários. Déborah foi a primeira a afirmar: “posso perceber que se eu colocar uma peça em cima da outra terei figuras iguais”. A professora Beth, perguntou: “o que você quer dizer com igual?” Então, ela respondeu: “veja dois triângulos são iguais a um retângulo”. Assim, que ela completou esse raciocínio, Marcos que estava em outro grupo se manifestou: “É verdade e se eu colocar todos os quadrados em cima do retângulo eu tenho outro retângulo igual?”. “Certo” - disse a professora Beth - o que isso nos leva a pensar?” Marcos então respondeu que 8 quadrados é igual a 1 retângulo. Logo em seguida, Déborah questionou: ‘Isso você não pode afirmar, e se as medidas fossem outras?’ Marcos então disse: “estou dizendo nesse caso”.

A professora aproveitou a dúvida e perguntou: “Sendo assim, se eu mudasse o tamanho das figuras, as relações aqui estabelecidas mudariam”? A maioria dos alunos concordou que as relações mudariam, talvez pelos comentários realizados pelos colegas, ou por terem formado esse relação pela observação das peças. Mas Deborah, pegou uma régua mediu os lados de cada figura e disse: “Sim, professora! Aqui, posso afirmar, pois tenho o quadrado de 3×3 e 1 retângulo de 6×12 , logo se eu juntar 8 quadrados terei o retângulo”. A professora continuou indagando: “Então, que relação poderia estabelecer para que servisse também a outras figuras com medidas diferentes?” Os alunos não responderam, o que pode ser interpretado como sinal de que não tinham, de fato, identificado a relação principal. Caso contrário, deveriam responder que: é preciso conhecermos a relação entre a incógnita e suas raízes, seria possível.

A professora então incentivou-os a continuarem procurando resolver a tarefa proposta. Após um bom tempo Marcos, disse: “Professora, a não ser que a gente use aqui letras”. “Muito bem Marcos, mas as letras nos ajudariam em quê?”, questionou a professora. Depressa Marcos respondeu: “Assim para qualquer medida eu conseguiria

encontrar a relação”. Percebe-se que Marcos apresentou uma ZDP (Zona de Desenvolvimento Proximal) mais ampla, sendo assim a professora Beth tem o papel aqui de intervenção, a fim de possibilitar a Marcos que ultrapasse os conhecimentos que já possui, podendo assim fazer uma releitura crítica dos conhecimentos.

A professora aproveitou a fala de Marcos e entregou uma folha para cada grupo pedindo que demonstrassem (por meio de escrita, de desenhos, gráficos etc.) as conclusões encontradas utilizando as peças do conjunto geométrico. Ela orientou a turma com as perguntas: - Quantos quadrados formam o retângulo? - Com quantos triângulos retângulos forma-se o retângulo? - No caso de conhecer a área de uma das figuras é possível encontrar o perímetro de outra?

Não acostumados a esse tipo de tarefa, os alunos encontraram dificuldade, inclusive nos grupos em que Marcos e Deborah (alunos visivelmente mais ativos) participavam. Dinair, que fazia parte do grupo de Marcos comentou: “ah, pra que escrever, Marcos já falou o que precisava.” A professora respondeu: “então melhor ainda, se ele já falou ficou fácil, agora troquem ideias entre colegas do grupo e escrevam a conclusão do grupo” .

Adriana, que mesmo com as fórmulas costuma apresentar dificuldade na resolução das questões propostas, logo questionou; “E a fórmula você não vai dar? Sem fórmula é impossível!” A professora então manifestou que queria justamente que eles encontrassem esse caminho, oferecido pela fórmula.

Notou-se uma tensão nos grupos gerada pelo fato de que habitualmente os alunos realizam tarefas cujos problemas são apresentados já contendo todos os dados necessários à sua solução, com foco no produto, no “resultado da conta” por meio do uso mecânico de uma fórmula pronta, não requerendo deles o esforço investigativo da busca do elemento principal.

Depois de diversos esforços dos alunos com mediações da professora, a maioria chegou à relação geral da equação de 2º grau, mas tiveram muita dificuldade em expressar essa relação.

Entre as falas dos alunos, pode-se ouvir que era preciso descobrir a relação existente entre a incógnita e suas raízes, ou seja procurar saber quais são os possíveis valores que a incógnita X pode assumir no problema.

Outros alunos, como os alunos Micael, Karla, Adriana e Jackeliny que formavam um único grupo, não conseguiram. Enquanto no grupo de Adriana insistia

na necessidade de ter a fórmula, o grupo de Marcos já se aproximava desta relação através da ideia que precisava trabalhar com incógnitas.

Outro grupo, composto por Déborah, Esther, Jaqueline, Allyne e Ana Gabriela, escolheu encontrar a relação trabalhando com uma situação em que se tivesse figuras de tamanhos diferentes do que foi apresentado. Uma aluna do grupo, Esther, não participava do diálogo e estava alheia ao que o grupo realizava.

O grupo de Ellen, Panda, Kelly, Diego e André colocou todas as figuras sobrepostas e perceberam que bastava trabalhar com duas para estabelecer a relação. A professora fez a observação que se estabelecêssemos uma relação com incógnita através de duas das figuras, teríamos então uma relação para qualquer figura e medida.

A professora pediu que cada grupo escolhesse um representante para ir à frente relatar como o grupo fez para resolver o problema. Os alunos foram expondo o modo como pensaram os “procedimentos mentais” que apareceram nos grupos durante a busca de solução do problema apresentado.

Somente o grupo de Micael, embora incentivado pela professora, não chegou a nenhuma relação conclusiva. Percebeu-se que os alunos desse grupo tiveram dificuldade em adotar o outro tipo de ação mental requerido para a solução do problema, diferente do modo como habitualmente procediam.

Nos diversos comentários dos alunos, foi possível constatar que inicialmente pensaram ser impossível resolver o problema do modo como estava posto, pois não havia números e nem fórmulas. Esse aspecto foi ressaltado por todos. Um exemplo é o que disse Micael: “se quando tem a fórmula eu já não sei imagina assim!” Mas, a partir da orientação dada pela professora: “você têm que pensar numa relação existente entre os lados das figuras, podendo trabalhar a ideia de área e perímetro”.

Foi perceptível o desenvolvimento de ações mentais que os levaram a pensar na relação entre as incógnitas representativas dos lados. Com essas ações perceberam a relação universal da equação de 2º grau: uma relação entre as partes e o todo em que o aspecto nuclear é a relação existente entre os coeficientes da equação e suas raízes.

Depois um dos integrantes do grupo como relator procurou responder as questões demonstrando as conclusões encontradas pelo grupo. Em seguida a

professora pediu que os grupos fizessem entre si a troca de conclusões e, comparando-as, realizassem as correções que acharam necessárias.

A professora Beth escolheu aleatoriamente a conclusão de um dos grupos e a representou no quadro na forma euclidiana — $ax^2 + bx + c + 0$, em que a , b e c são números reais sendo $a \neq 0$ — e orientou que cada grupo fizesse o mesmo segundo a conclusão estabelecida no conjunto geométrico.

Concluída essa fase de exploração das respostas, a professora pediu que os alunos escrevessem o que compreenderam e qual o caminho de seu pensamento ao se esforçarem para resolver a tarefa. Assim, verifica-se que os alunos iniciaram o auto monitoramento de suas ações mentais, ou seja, examinavam a relação entre suas ações mentais o objetivo a alcançar, sob que condições, com que operações, visando formar para si o objeto.

3.4.2. Criação do modelo representativo do princípio geral – o desafio de representar o próprio movimento de pensamento

De acordo com (DAVYDOV, 1988) após a descoberta do aspecto nuclear do objeto, os alunos devem criar um modelo que represente, em forma literal, gráfica ou objetivada, a relação percebida. Este foi o objetivo da aula que aconteceu no dia 28 de novembro de 2008.

A aula iniciou-se, como na maioria dos outros dias, com atraso de mais ou menos 10 minutos, e ainda estavam ausentes Karla, Dinair, Wender e Adriana. Quando a professora pediu a atenção dos alunos, a aluna Esther manifestou-se perguntando: “Vamos continuar trabalhando com as figuras como na aula anterior”? A professora respondeu: “Vamos dar continuidade a atividade, mas com uma tarefa diferente”. E prosseguiu: “Aproveitando a pergunta da colega, vamos recordar o que foi feito na aula anterior”? Marcos, que na aula anterior participou ativamente, respondeu: “estudamos a equação de 2º grau de uma forma diferente”. Aproveitando a fala de Marcos a professora lembrou a ação da aula anterior. Entregou para cada aluno uma folha com a proposta de trabalho do dia, a ser realizado individualmente, tendo como objetivo fazer com que os alunos criassem e externalizassem uma representação da relação principal do modo como a compreenderam.

Os alunos que faltavam foram chegando, exceto Adriana, que na aula anterior apresentou muita dificuldade e desinteresse. A professora Beth pediu que a aluna Déborah lesse o texto com a situação-problema a ser resolvida. Déborah leu:

Você sabia que o macaco-aranha,

COMPORTAMENTO: vive em bandos de até 30 macacos

MATURIDADE: Fêmea: 4 anos e Macho: 5 anos

REPRODUÇÃO: 1 a cada 24 meses

E que tem 10 fêmeas para cada macho!!!

Se você dividir um bando de 30 macacos em dois grupos, sendo 1 macho, 10 fêmeas e 4 filhotes em cada grupo, você terá: *a metade da quantidade das fêmeas equivalente ao quadrado da quantidade dos machos mais o número de filhotes.*

Ao terminar a leitura, a professora comentou com os alunos o texto e pediu que individualmente fizessem a modelação, explicando do que se tratava. Segundo Davydov (1988) nem toda representação pode ser chamada de modelo de aprendizagem, somente aquela que estabelece a relação universal do conteúdo. Neste experimento, a modelação consistiu em que os alunos criativamente, em forma gráfica, representassem o caráter universal da equação de 2º grau, que haviam apreendido como relação entre os coeficientes da equação e suas raízes.

Inicialmente houve burburinho, os alunos expressavam que não sabiam por onde começar. Deborah manifestou-se: “Professora, como posso desenhar essa situação, terei que desenhar macacos”? A professora sorrindo respondeu: “Por que não”? Nesse momento a maioria da sala se manifestou agitada dizendo que não sabia fazer esse desenho. A professora disse: “Não precisa desenhar o macaco em si, façam figuras representativas”. Allyne, perguntou: “Então posso usar quadrado, triângulo, que vai ficar certo?” A professora respondeu: “Sim minha querida, o importante é que vocês demonstrem o que compreenderam da situação problema usando uma representação gráfica”. Os alunos começaram a realizar a ação. A professora, andando pela sala, observava cada grupo. Buscava perceber se os alunos estavam realizando a ação proposta e, se não estavam, o que ela poderia fazer para ajudá-los. A influência positiva da mediação da professora foi visível.

A professora percebeu que o Micael, e seus colegas que costumam trabalhar juntos, não estavam realizando a ação solicitada, mas conversavam sobre outro

assunto. A professora indagou e eles responderam que não fariam porque não conseguiam registrar no papel a representação gráfica da situação pedida. A professora tentou orientá-los de forma que tivessem interesse em pelo menos tentar, mas não obteve sucesso. Alguns fizeram o que tinham ouvido dos comentários dos outros colegas. Karla devolveu em branco, dizendo não ter nenhum interesse em fazer “isso”.

Mesmo a atividade sendo individual, houve muita conversa e troca de ideias, por mais que a professora orientasse que era para ser feito individualmente, eles continuaram conversando entre si. Após terminarem seus desenhos, os alunos organizaram-se em grupos a pedido da professora para que mostrassem aos colegas como resolveram a situação-problema explicando como chegaram ao resultado. Conforme Davydov (1988e, p. 44), a atividade de aprendizagem produz melhores resultados quando os alunos interagem intensamente entre si no processo de assimilação de conhecimentos e habilidades. Portanto, a ação de explicar para os colegas e discutir sobre o “caminho percorrido” identificando os insucessos, os êxitos e suas causas, ajudam na assimilação. As modelações criadas pelos alunos foram as mais diversas.

Déborah: “Usei figuras geométricas com legenda representando separadamente cada bando”.

Esther: “Fiz figuras representando cada quantidade que disse que era dividida em grupo”.

Jaqueline: “Também desenhei 30 figuras e dividi em dois grupos separando pelo sexo e os filhotes”.

Allyne: “Desenhei 30 bolinhas e distribui 15 para cada bando”.

Ana Gabriela: “Dividi o bando em duas partes iguais, só não consegui separar os machos das fêmeas”.

Marcos: “Fiz figuras diferentes, separando o que era macho, fêmea e filhote e depois dividi em dois conjuntos iguais”.

André: “Fiz 30 bolinhas divididas em dois grupos, mas não sei pra que”.

Lorena: “Fiz 30 carinhas, separando desenho de menina e menino, para separar fêmea e macho”.

Jackeliny: “Também fiz a mesma coisa que meus colegas, desenhei a quantidade que pedi e distribuí em dois grupos”.

Ellen: “Também fiz as 30 figuras, só não entendi esse negócio de metade da quantidade ao quadrado”.

Panda: “Eu representei a situação conforme foi oferecida, dois bandos com quantidade iguais de integrantes, diferenciando macho, fêmea e filhote”.

Kelly: “Da mesma maneira que Panda, fiz figuras diferentes para representar o macho, a fêmea e o filhote”.

Diego: “Achei simples, como tinha trinta elementos, fiz 30 bolinhas, dividi em partes iguais, 15 para cada. E em cada grupo fiz a separação para diferenciar, macho, fêmea e filhote”.

Micael: “Fiz como foi dito aí, construí 30 figuras, representando um a um cada macaco do bando”.

Duas alunas, Adriana e Karla, não fizeram a tarefa justificando não terem compreendido o que era para ser feito. No entanto, recusaram orientação da professora que, ao perceber que não estavam fazendo, atenciosamente se ofereceu para orientá-las.

Percebe-se que, como houve interação durante o trabalho, os grupos “criaram representações semelhantes”. No entanto ficou claro que os que conseguiram externalizar corretamente a representação do aspecto nuclear foram Déborah, Panda, Allyne, Marcos e Diego.

O que se pôde perceber nos relatos dos alunos é que, mesmo aqueles que fizeram incorretamente, no momento de mostrar e explicar para os colegas o que fizeram, puderam perceber o caminho de sua ação, refazendo mentalmente naquele momento um “modelo corrigido”. Assim, a modelação do movimento de pensamento em forma externa materializada, mostrou-se relevante não só para a análise da relação principal, como também para que os alunos realizassem uma autoavaliação de seu movimento de pensamento.

3.4.3. Transformação do modelo e estudo de suas propriedades: “matando a charada”

A aula do dia 03 de dezembro de 2008, novamente iniciou-se com atraso, mas estavam presentes todos os alunos. Como os alunos ainda estavam nos corredores e pátio, a professora teve que pedir que entrassem para dar início à aula. Neste terceiro procedimento o objetivo da aprendizagem foi que os alunos transformassem e reconstruíssem o “modelo da equação de segundo grau” de modo a estudar as propriedades desse aspecto nuclear. O pressuposto de Davydov (1988) é que, transformando e reconstruindo o modelo, os alunos são capazes de estudar as propriedades da relação principal em si, sem o ocultamento produzido por circunstâncias presentes. Ou seja, mesmo havendo variações das circunstâncias em que se dá a ação com o objeto, como por exemplo, variação do contexto ou dos elementos do problema a ser resolvido, os alunos devem ser capazes de identificar a relação principal, o aspecto mais geral e trabalhar com ele.

Logo que a professora conseguiu que todos entrassem e estivesse cada um em seu lugar, entregou a cada aluno uma folha com uma situação-problema em forma de

charada referente ao assunto do bosque e o bando de macacos trabalhado na aula anterior.

A charada foi: O bosque onde mora o bando de macacos é muito rico em vegetação e mata. Mas será grande o suficiente para acomodá-los? Para descobrir suas dimensões, é preciso resolver essa charadinha: ***O quádruplo da área quadrangular do bosque é numericamente igual ao quádruplo de seu perímetro.*** Calcule a medida dos lados do bosque. Você consegue. Vamos, lá!

A professora pediu à Lorena que lesse o texto para seus colegas. Após a leitura, iniciou uma conversa sobre a charada lida propondo a tarefa. Perguntou se os alunos já tinham trabalhado a matemática com charada. A maioria deles manifestou que não, mas achavam interessante. “O que vocês entenderam do texto?” perguntou a professora. Déborah, Allyne, e Marcos, responderam quase que automaticamente: “Precisa trabalhar a geometria”. A professora perguntou por que; Marcos respondeu: “Porque a relação que foi feita usa área e perímetro”. A professora seguiu fazendo perguntas para tentar captar o movimento de pensamento da turma. “Certo, então como fazer se não temos medida nenhuma?”

Os grupos conversavam, exceto o do Micael e seus colegas que, mais uma vez, mostravam-se totalmente alheios e desinteressados.

Deborah disse: “É só usar letras, que sai”. Jackeliny completou: “Vamos usar o X no lugar do valor desconhecido na fórmula da área”. Esther questionou: “Mas, que fórmula vamos usar se não tem a figura do bosque, aqui”? A professora respondeu: “Não tem a figura, mas o texto fala qual era a forma do bosque”. Marcos complementa: “É verdade, aqui fala que era quadrangular, então vamos usar a fórmula do quadrado”. Allyne participa da discussão, perguntando: “Qual é a fórmula do quadrado”. A professora orienta: “Lembra como trabalhamos essas fórmulas na geometria, o quadrado é um quadrilátero de lados iguais”. Déborah, diz: “Acho que é lado vezes lado, certo professora”? A professora responde: “Sim, é isso mesmo, e como os lados são iguais podemos dizer que é lado ao quadrado”. Depois desse diálogo, percebeu-se que a maioria dos alunos conseguiu encontrar a relação necessária entre perímetro e a área. Houve silêncio na sala e os grupos trabalhavam à procura da resposta da charada. A professora andava pela sala observando a atividade de cada grupo, atitude, questionamento, envolvimento com a tarefa proposta. Aproximou-se da pesquisadora e comentou: “realmente charada é algo que eles gostam muito”.

Depois de alguns minutos os alunos começaram a manifestar-se afirmando ter “matado a charada”, ou seja, tinham encontrado o valor da incógnita da situação-problema. A professora chamou alguns alunos à frente para que explicassem de que modo haviam obtido a resposta encontrada. Ana Gabriela representando seu grupo disse: “Usei a letra X nas fórmulas da área e do perímetro do quadrado”. Marcos afirmou também ter utilizado o mesmo caminho e completou dizendo que usou a igualdade para resolver a equação. A professora questionou por quê? Marcos, respondeu: “Porque está dizendo que a área e o perímetro são numericamente iguais”.

Percebia-se na sala um instante de silêncio quase nunca visto, os alunos estavam envolvidos na atividade de aprendizagem e aproveitando a mediação realizada pela professora Beth. A professora parabenizou o grupo, destacando que buscaram o valor da variável e fizeram uma relação com as dimensões do bosque.

Verifica-se que os alunos conseguiram fazer a transformação e compreender o sentido do que estavam fazendo. Segundo Davydov (1988) isso acontece porque a orientação dos alunos para o princípio geral do objeto estudado serve de base para formarem o procedimento geral de solução das tarefas de aprendizagem envolvendo o objeto e, então, formar o conceito do “núcleo” do objeto. Neste caso, formar o conceito nuclear da “equação de 2º grau” consistia em compreender a relação entre as partes e o todo.

Pode-se discernir que, na equação geradas a partir do problema, que exigiu dos alunos a comparação entre áreas e a argumentação da relação entre o todo e as partes (área e perímetro), assim como do modo de representar esta relação (usar letras para representar incógnita), eles discerniram a aplicação deste “caminho de pensamento” à situação inteira do problema, mostrando que, além desta relação, o todo deve ser maior que as partes para que o problema tenha uma solução. Os alunos fizeram isso com base na estrutura teórica adquirida nas duas ações anteriores. Conforme Moura e Sousa (2004), o conteúdo conceitual da álgebra é o esforço do pensamento para criar o entendimento quantitativo do processo de variação. Assim, o aluno precisa entender que uma expressão algébrica representa o movimento geral e comutativo de uma adição qualquer, cujas parcelas apresentam determinado valor numérico, estabelecendo-se um movimento numérico que envolve a relação entre permanência e mutabilidade. Assim, quando os alunos afirmaram “Precisa trabalhar a

geometria porque a relação que foi feita usa área e perímetro”; “Usei a letra X nas fórmulas da área e do perímetro do quadrado”; usei a igualdade para resolver a equação porque está dizendo (o problema) que a área e o perímetro são numericamente iguais”, pode-se dizer que tinham uma orientação teórica do modo como o problema foi “montado” e puderam analisar as relações entre quantidades (áreas), mesmo sem que tivesse sido dada qualquer “dica” numérica que, de antemão, lhes sugerisse qualquer solução. Para resolver o problema eles tiveram que criar a equação com base em seu conhecimento e num modo “algébrico” de pensar os elementos do problema. Este modo algébrico funcionou como um fundamento, uma ferramenta psicológica, para lidar com o problema.

Entretanto, a aquisição dessa ferramenta só seria verificada quando os alunos a extraíssem em múltiplas manifestações particulares, o que se daria por meio de tarefas envolvendo o objeto em contextos e situações diversificadas, próxima etapa da aprendizagem.

3.4.4. Aplicação do conceito de equação de 2º grau completa

Conforme Davydov (1988), a ação de aprendizagem desta aula tinha o objetivo de possibilitar aos alunos resolverem tarefas particulares utilizando o procedimento geral assimilado nas ações anteriores de aprendizagem. A aula aconteceu no dia 10 de dezembro de 2008 e estavam presentes somente 15 alunos.

A professora entrou para sala com 11 minutos de atraso. Os alunos estavam mais agitados que o comum nesse dia, pois logo na entrada para a aula havia desentendimento entre colegas, o que gerou conflito e bastante tumulto. Uma das alunas da sala desentendeu-se com outra aluna da escola, do turno matutino. Uma acusava a outra de ter “roubado” seu namorado. O conflito aconteceu no portão de entrada da escola e vários alunos divertiram-se e instigavam a continuação do conflito. Demorou alguns minutos para que a responsável pelo portão de entrada conseguisse contornar a situação, colocando os alunos para dentro da escola. A professora conversou calmamente com eles, ouviu-os e aconselhou que deixassem o problema “do lado de fora da escola”, pois ali eles estavam para outro fim.

Quando conseguiu amenizar a situação (41 minutos depois do início da primeira aula do dia), a professora pediu que se organizassem em cinco grupos com três

alunos cada. Em seguida apresentou no quadro situações-problema, em cartazes, para que cada grupo de alunos discutisse como deveriam ser resolvidas. Delimitou o tempo de 10 minutos para completarem a tarefa:

Uma das atividades corriqueiras do bando de macacos é saírem em pequenos grupos atrás de diversão e comida. Numa manhã ensolarada os macacos saíram a passear. O bando se dividiu em dois grupos. O primeiro grupo com a quarta parte ao quadrado ficou em casa descansando. A metade do grupo saiu em busca de comida e outros 15 foram em busca de diversão. E agora, quantos macacos têm em cada grupo? Vamos tentar descobrir?

Logo que a professora colocou os cartazes, ouviram-se comentários dos alunos de que se tratava de charada. Eles ficaram bastante entusiasmados para “matar as charadas”. Após a discussão nos grupos, e corridos os 10 minutos previstos, a professora pediu que um dos alunos de cada grupo apresentasse a conclusão sobre a primeira charada respondendo a 4 questões: 1- Qual pergunta foi feita na situação-problema? 2- Qual foi a forma que o grupo usou para buscar a solução? 3- Quais dificuldades o grupo teve para responder a questão? 4- Qual o resultado da equação?

O primeiro grupo que se manifestou foi o de Déborah, Esther e Jaqueline: “Na primeira montamos a relação demonstrada e encontramos o valor de X, para saber o número de macacos em cada grupo”. Certo, disse a professora: “E quanto vocês encontraram como resposta”? Esther, respondeu: “Cada grupo tem 20 macacos”. Assim que ela terminou de falar o grupo de Marcos André e Lorena discordou: “Nós também fizemos igual a elas, mas encontramos que cada bando tem 25 macacos”. A professora intercedeu: “E por que será essa diferença na resposta, outro grupo pode nos ajudar”? Como ninguém se manifestou, ela insistiu: “E aí os outros grupos, que resposta encontraram”? Allyne, em nome do seu grupo respondeu: “A mesma do Marcos, 20 é o valor de X, mas depois tem que fazer outra conta, aí encontra 25”. “Certo”, disse a professora, “E vocês Micael, o que o seu grupo encontrou”? Adriana respondeu: “Não conseguimos terminar, não temos nenhuma resposta”. A professora perguntou: “Por que não conseguiram, não entenderam a tarefa”? Karla, do mesmo grupo, disse: “Isso aqui está muito chato”. A professora percebeu que eles estavam desinteressados e passou a palavra para o outro grupo que ainda não tinha se manifestado. Ellen, disse em nome do grupo: “Nós, também só tínhamos encontrado 20 como a Déborah, só depois que Marcos falou é que vimos que estava incompleto o exercício”.

Durante a discussão pode-se perceber nitidamente que a turma tinha atribuído um papel a Marcos: encontrar o caminho certo para que, com base nele, os outros realizassem suas ações. O que parecia ter um ponto positivo, pois seu comportamento passou a ser de total atenção e dedicação a todas as tarefas propostas nas aulas. Mas isso gerou intriga por parte Déborah, outra aluna que também se antecipava em apresentar soluções corretas, apesar de não se sobressair tanto quanto Marcos. A professora procurava mediar.

Após todos os grupos se manifestarem, a professora apresentou no quadro o cartaz com a segunda charada e delimitou novamente os 10 minutos para resolução dessa charada.

Os progenitores do bando Juca e Julieta numa brincadeira de adivinhação, propuseram a seguinte charada. ***A idade de Juca é igual ao quadrado da idade de Julieta. Daqui a oito anos, Juca terá o dobro da idade de Julieta. Quantos anos têm atualmente Juca e Julieta?*** Vamos desvendar essa charada?

Quando todos os grupos terminaram de resolver, a professora pediu que escrevessem ou desenhassem numa folha, em grupo, o que entenderam do raciocínio que desenvolveram na resolução das charadas, mostrando o procedimento mental para obter a solução (para os alunos utilizara o termo “caminho do pensamento”). A professora achou um pouco difícil conseguir que escrevessem a ideia no papel, pois essa é uma ação muito nova para eles. Geralmente verbalizam muito suas opiniões, mas raramente a escrevem de forma mais sistematizada. Os escritos dos alunos foram os seguintes:

- Esther: “Nosso grupo resolveu as duas charadas escrevendo em forma de equação o que o problema apresentou no texto, foi fácil”.
- Allyne: “Nós conseguimos resolver bem depois que chegou à equação, pois aí foi só usar a fórmula”.
- Ellen: “Nós tivemos muita dificuldade, pois o problema praticamente não fala nada, só fizemos um pouco que ouvimos do grupo do Marcos”.
- Marcos: “Nós vimos logo de cara que a charada tinha que ter uma equação, depois que montamos e deu segundo grau, lembramos da fórmula do delta, aí ficou moleza”.
- Adriana: “Não fizemos nenhuma das duas, pois não entendemos nada, não tem nada a ver com o que faz nas aulas”.

A professora solicitou um representante de cada grupo que viesse à frente e explicasse para os colegas o que escreveram sobre o modo como haviam procedido para a resolução da situação-problema em seu grupo.

Marcos foi o primeiro a falar: “Nós montamos a equação usando o que o texto falou, e depois jogamos na fórmula do delta”. A professora perguntou: “Marcos, por

que vocês usaram a fórmula de Bháskara?” Ele respondeu: “Porque assim que montamos a equação vimos que era uma equação do 2º grau, pois estava elevado ao quadrado”. A professora elogiou e pediu que outro grupo manifestasse.

Déborah disse: “No nosso grupo fizemos o mesmo, montamos a equação que ofereceu no problema. A diferença foi que na segunda charada usamos duas letras e na primeira só uma”. A professora perguntou: “Por que a diferença entre usar uma e duas incógnitas?”. Ela respondeu: “Porque na segunda falava de dois macacos diferentes, aí usamos X para o Juca e Y para a Julieta”.

Allyne atendeu ao pedido da professora relatando: “Nós só tivemos dificuldade em montar a equação, o resto foi fácil”. A professora comentou: “Mas a equação é o fundamental na resolução da charada, sem ela não tem resposta”. Allyne, disse: “Mas nós conseguimos resolver só quando a equação já está pronta, porque aí usamos a fórmula e encontramos o resultado”.

A próxima a falar foi Jaqueline: “nas duas charadas, usamos os dados do problema e montamos uma equação, quer dizer na segunda tivemos duas equações, depois usamos a fórmula do delta e achamos.

A professora recolheu a folha de cada grupo com os registros, entregou-as a outro grupo para que analisasse a resposta dos colegas. Pediu que cada grupo lesse o que o outro grupo havia respondido, verificasse se estava correto ou não e, no caso de não estar correto, descobrissem a causa. Ao terminarem, pediu que o grupo escolhesse um aluno para falar sobre o que tinham observado no trabalho dos colegas.

Nesse momento percebeu que eles não trabalhavam com muita seriedade, faziam um pouco de bagunça, criticavam os colegas. A professora intercedeu.

Ao analisarem os diversos “caminhos de pensamento” os alunos concordaram que a maioria apresentou um caminho bem similar. Concluíram que tal fato facilitava que um grupo compreendesse o raciocínio de outro.

A professora solicitou aos alunos que a auxiliassem na solução da charada no quadro. Disse a eles que sistematizaria no quadro o que eles fizeram no papel. Primeiramente montou a equação de cada um com a ajuda dos alunos; depois resolveu-as pela equação do 2º grau, voltando à pergunta do problema e respondendo atenciosamente a mesma.

3.4.5 .Examinando e avaliando as próprias as ações mentais

A ação de automonitoramento proposta por Davydov consiste em os alunos examinarem suas ações visando perceber a necessidade de mudanças em seus procedimentos para que de fato cumpram as ações e alcancem a aprendizagem do objeto. Como se pode observar, durante todas as ações foram introduzidas formas de os alunos irem examinando seus procedimentos e verificando sua correção, tendo como base a ação solicitada e, portanto, desenvolvendo-se uma avaliação do processo de aprendizagem. No entanto, foi planejada uma aula com a finalidade específica de avaliar o alcance da aprendizagem. Essa aula aconteceu no dia 12 de dezembro de 2009, após 14 minutos do sinal de início da aula. Nesse dia estavam presentes 16 alunos, pois faltaram Ana Gabriela, Karla e Micael.

A professora, como de costume, pediu atenção aos alunos para o início da aula. Em seguida, entregou uma folha com a ação de aprendizagem do dia, que tinha como objetivo de avaliar a assimilação individual do procedimento geral da equação do 2º grau. A professora ressaltou o que estava escrito, orientando os alunos que elaborassem uma situação problema envolvendo a equação do 2º grau.

Assim que a professora terminou a orientação a maioria dos alunos começou a resmungar que não havia entendido nada. A professora explicou que eles iriam criar uma situação-problema cuja resolução usasse o conceito de equação de 2º grau. Ela ressaltou: “É fácil se vocês se lembrarem do conceito e das inúmeras situações que vocês já encontraram a solução usando a equação do 2º grau”. Os alunos mostraram-se um pouco confusos sobre como começar a elaborar o problema, muitos queriam olhar no livro e a professora explicou que não, eles mesmos deveriam criar a situação, podendo para isso introduzir assuntos ou temas de seu interesse.

Alguns não apresentaram o menor interesse deixando a folha em branco. Outros, rapidamente entenderam a proposta e foram adiante. Outros apresentaram dificuldades e acabaram criando problemas similares aos trabalhados em sala.

A sala ficou em silêncio enquanto os alunos pensavam. O maior silêncio que a pesquisadora já percebera durante todos os dias da observação da turma. A professora, como sempre, passou pelas carteiras procurando auxiliar quem estava com dificuldades. Adriana, Ana Paula, e Micael não fizeram. Segundo eles, mais uma vez por não terem entendido nada.

A professora pediu que eles respondessem em grupo, numa folha, a pergunta: “O que é equação de 2º grau”. O objetivo dessa atividade foi o de determinar se realmente o conceito de equação de 2º grau foi assimilado, e em que medida isso aconteceu. As respostas, em sua maioria, estavam corretas.

- Marcos: “É um **cálculo** para **descobrir relação entre as partes** das figuras, no caso vou encontrar pelas raízes da equação”.
- Esther: “É uma **fórmula para descobrir valores desconhecidos**”.
- Ellen: “É uma **conta que pode ser usada sempre que quiser conhecer um valor que não se sabe**, desde que esteja na relação de 2º grau”.
- Kelly: “**Não sei qual a relação que tem esses que fizemos e o que usa a fórmula**, só sei que com a **fórmula** eu acho o que eu procuro”.
- Wender: “Tanto com figura, como com números podemos **encontrar os valores desconhecidos, relacionando as partes com o todo**”.
- Jaqueline: “É um **cálculo para relacionar as partes com o todo** tanto nas figuras, como nas contas para encontrar o valor das raízes, no caso duas, pois é do segundo grau”.
- Allyne: “É uma **regra para trabalhar com as incógnitas**, na relação de 2º grau, encontrando os valores desconhecidos que chamamos de raízes”.
- Ana Gabriela: “Acho que é isso mesmo, um **cálculo para trabalhar as relações entre as partes** das figuras”.
- Micael: “Ah, sei não, parece **mais uma fórmula difícil, pra complicar mais ainda, essa tal de Matemática**”.
- Jackeline: “**Não entendi nada**, só sei que esse tal de delta, é o valor da equação de 2º grau”.
- Dinair: “É uma **fórmula que devemos usar para encontrar o valor da incógnita**, aqui são duas desconhecidas, pois é uma equação do 2º grau”.
- Diego: “Não sei não, **parece ser só mais uma fórmula**”.
- Adriana: “Só sei que **usando essa fórmula** aí e achando o valor do triangulozinho, **acha o que quer**”.
- Panda: “É uma **maneira de relacionar as partes** das figuras com o todo e **também o total com as partes dos valores numéricos** nas equações.”.
- Lorena: “É uma **regra para ser usada no cálculo da incógnita**, nas equações do 2º grau, relacionando as raízes que são duas com o coeficiente da equação”.

Verifica-se que os alunos, na maioria das respostas, mantiveram as expressões, “cálculo, regra, conta, fórmula”. Poucos mencionaram que serve para estabelecer relações entre partes ou como um modo de “estabelecer relações entre partes e todo”, ou seja, um modo de proceder mentalmente (Marcos, Wender, Jaqueline, Panda). Já, a concepção de que equação do 2º grau completa é um modo de descobrir, buscar, conhecer o que não se conhece, ou a “incógnita”, foi mencionado por muitos alunos. Isso permite inferir que, mesmo os alunos que alcançaram alguma mudança no seu modo de proceder mentalmente ainda não adquiriram uma linguagem que expresse essa mudança, mantendo então a linguagem que já possuíam para referirem-se ao conceito, pois mesmo eles tendo alcançado uma mudança em relação às ações mentais o hábito adquirido por meio das práticas até

em tão vividas por eles, ainda os levavam a fazer uso de termos e formas como anteriormente.

Na aula seguinte foi aplicado um pós-teste (anexo D) a fim de se verificar a aprendizagem dos alunos. O pré e o pós-teste foram compostos de questões muito parecidas e que exigiam o mesmo tipo de pensamento. Na análise foram comparados os resultados obtidos nesses dois procedimentos de avaliação.

Como já se relatou, durante o pré-teste muitos alunos não conseguiram responder nenhuma questão, por considerarem difíceis. A dificuldade mais referida por eles era quanto à forma das questões, porque não estavam habituados a responder questões como as que foram aplicadas no pré-teste. No pós-teste, a forma das questões já não representava dificuldade para a maioria deles, em decorrência de ter sido a forma básica presente nas ações de aprendizagem durante o ensino desenvolvimental experimental, tornando-se para eles um procedimento comum. No entanto, merece ser destacado que apenas três alunos (Marcos, Déborah e Panda) perceberam que as questões do pré e pós-teste eram semelhantes.

Uma síntese da aprendizagem manifestada pelos alunos no pré- teste e no pós-teste é apresentada a seguir

Três dos alunos pesquisados (Marcos, Allyne e Déborah) resolveram corretamente a tarefa envolvendo equação do segundo grau completa já no pré-teste. No pós- teste mantiveram a capacidade de solucionar corretamente a tarefa, no entanto, mudaram o procedimento utilizado para resolvê-la, introduzindo outras relações e ações mentais. Como por exemplo: representar o entendimento obtido no problema através da modelação e mais, conseguir decifrar as charadas sem o uso direto da fórmula de Bháskara Assim, no pós-teste, embora tenham mantido o mesmo desempenho de produzir uma solução correta da tarefa, mudaram a lógica da solução valendo-se das ações mentais adquiridas durante o ensino desenvolvimental.

Dez alunos, que não haviam produzido uma solução correta no pré-teste, solucionaram corretamente a tarefa no pós-teste, inclusive verbalizando que o fizeram com muito mais facilidade do que no pré-teste (Wender, Jackeliny, Ana Gabriela, Dinair, André, Ana Paula, Lorena, Panda, Esther, Ellen). Esse dado permite apreciar a contribuição do ensino desenvolvimental para a aprendizagem de um conteúdo considerado pela maioria dos alunos como o difícil, "chato", e que não gostavam. Para estes 10 alunos as tarefas envolvendo problemas, para serem resolvidos mediante o

uso do conhecimento da equação do segundo grau completa, influenciaram no motivo da aprendizagem. As ações de aprendizagem forma se constituindo como modo de proceder para resolver o problema. Isso pode ser verificado, por exemplo, nas verbalizações: “Nós só tivemos dificuldade em montar a equação, o resto foi fácil; “Mas nós conseguimos resolver só quando a equação já está pronta, porque aí usamos a fórmula e encontramos o resultado”; “É só usar letras, que sai”; “ Vamos usar o X no lugar do valor desconhecido na fórmula da área; “É verdade, aqui fala que era quadrangular, então vamos usar a fórmula do quadrado”.

Esta síntese revela que para a maioria dos alunos o ensino desenvolvimental representou uma contribuição à aprendizagem e formação de um pensamento, dentro da álgebra, orientado especificamente à equação do segundo grau completa. No entanto, seis alunos não conseguiram resolver a tarefa no pré-teste e nem no pós-teste (Adriana, Diego, Karla, Kelly, Jackeline e Micael).

Verificou-se que os seis alunos que não evidenciaram, nesta pesquisa, aprendizagem de equação do segundo grau completa, apresentavam em comum histórico de reprovação ou de dependência na disciplina matemática. Esses alunos, mesmo manifestando um discurso reconhecedor da importância da escola e do conhecimento da matemática, frequentemente não se envolviam nas aulas da professora Beth. A falta de envolvimento, o desinteresse, a baixa participação desses alunos, mantiveram-se na maior parte das aulas organizadas pela pesquisadora em forma de ações de aprendizagem baseadas na teoria de Davydov. Mesmo com as estratégias utilizadas no adotadas para mobilizar a motivação da turma, como as charadas e as constantes intervenções da professora Beth, estes alunos exibiram pouca participação e interação em relação à tarefa, embora mantivessem boa interação quando se tratava de outros assuntos ou ações que não ligadas à tarefa. Uma das dificuldades percebidas acerca da adoção do ensino desenvolvimental nesta fase do ensino escolar e, no contexto particular da turma pesquisada, é o fato concreto de já não ser a atividade de aprendizagem a atividade principal da vida dos adolescentes. Nos limites desta investigação e, com base nos dados obtidos, considera-se ser esta a interpretação possível. Ainda que possam ser realizadas análises mais aprofundadas desta questão, em outras pesquisas, considera-se que o problema da atividade principal merece ser examinado, inclusive com a obtenção de outros dados e informações, como contribuição para a análise das possibilidades de

adoção do ensino desenvolvimental no contexto concreto do final da primeira fase do ensino fundamental.

O ENSINO DE ÁLGEBRA SEGUNDO A TEORIA DE DAVYDOV: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Diversos são os fatores que interferem na aprendizagem. Na presente pesquisa privilegiou-se o aspecto relacionado à forma da organização do ensino. A matemática, por ser uma disciplina que envolve o raciocínio lógico dos alunos, o cálculo mental, a compreensão de conceitos, entre outras especificidades próprias, tem se destacado como a disciplina que os alunos referem não gostar e também apresentam baixo desempenho na aprendizagem. As inquietudes acerca da aprendizagem de matemática geradas na prática pedagógica da pesquisadora e a constatação do baixo desempenho demonstrado por uma parcela significativa de alunos, conduziram às questões desta pesquisa: de que modo organizar o ensino de álgebra para que os alunos alcancem melhor aprendizagem? O ensino desenvolvimental seria uma possibilidade para ajudar a melhorar a aprendizagem de equação do segundo grau completa? Que contradições marcariam a concretização desse tipo de organização do ensino?

Fundamentando-se principalmente nas teorias de Vygotsky, Leontiev e Davydov, mas principalmente neste último, que defendeu o ensino como meio para impulsionar o desenvolvimento mental dos alunos e propôs uma estrutura geral para a organização da atividade de aprendizagem, a pesquisadora buscou obter dados que ajudassem a responder as questões que a incomodavam teoricamente. Assim, procedeu à aplicação dos princípios de organização do ensino formulados por Davydov, por meio da realização de um experimento didático que teve como objetivo o ensino da álgebra visando à aprendizagem dos alunos pela formação de conceito. Dos resultados mostrados no capítulo anterior puderam ser extraídas algumas conclusões.

Levando-se em conta o baixo desempenho revelado por avaliações oficiais nas escolas de nosso meio, o experimento didático realizado como uma aplicação possível desta teoria, no contexto de uma escola pública estadual, com o mais baixo desempenho nos resultados do SAEB (2006), revelou aspectos importantes que se constituem como desdobramentos da adoção da proposta de Davydov. Estes desdobramentos, em sua maioria, estão relacionados às condições concretas, contextuais, que demarcavam o processo de ensino e de aprendizagem da turma no momento da pesquisa.

De acordo com a base teórica que orientou esta pesquisa, sendo a atividade de aprendizagem e de ensino um sistema coletivo de um grupo de sujeitos, estas se realizam por meio de ações dirigidas por objetivos. Por sua vez, as ações se realizam por meio de operações, na dependência de condições para sua realização. Como analisa Asbahr (2005) o aspecto operacional das ações refere-se às operações. Cada ação inclui diferentes operações que dependem das condições de execução da ação. Na presente pesquisa as ações de aprendizagem caracterizaram-se por tarefas na forma de problemas envolvendo a equação do segundo grau completa, a serem resolvidos pelos alunos com a orientação e ajuda da professora. As operações referiram-se aos inúmeros procedimentos que os alunos, individualmente ou em grupo, realizaram para alcançar o objetivo das tarefas. Mas, esta parte operacional dependeu de circunstâncias e condições específicas que, neste caso, estabeleceram uma contradição entre a atividade de aprendizagem e as condições de sua concretização. A seguir, busca-se considerá-las, de acordo com a reflexão possibilitada, nos contornos próprios dessa pesquisa e, também, nos limites analíticos e possibilidades dos dados e da pesquisadora.

1. Fatores socioculturais próprios ligados as sujeitos afetam o contexto institucional da aprendizagem.

Uma das condições concretas para a realização do ensino envolve a utilização do tempo e do espaço. No contexto da escola e da turma pesquisada, uma prática comum era a impontualidade de ambas as partes (professora e alunos) em relação ao horário da aula. Ainda que aparentemente sem maiores conseqüências, este aspecto mostrou-se como um elemento dificultador para que os alunos se pusessem com sua atenção orientada para, direcionada para, a atividade de aprendizagem. Assim muito tempo era gasto com ações da professora para colocar os alunos em “situação de aprendizagem” fazendo com que o tempo concreto destinado à atividade de aprendizagem fosse bem menor do que o tempo estabelecido para as aulas de matemática. A dispersão dos alunos era agravada pela distribuição das aulas em dois horários seguidos, o que visivelmente causava o cansaço e o tédio dos alunos, interferindo nas possibilidades da professora para mantê-los em atividade com proveito.

A ausência constante de alguns alunos fazia com que não acompanhassem as ações de aprendizagem propostas, o que inevitavelmente repercutiu na aprendizagem, principalmente dos alunos que, já no pré-teste exibiam um desempenho muito baixo de aprendizagem do conteúdo.

Quanto às relações e interações dos alunos, um traço próprio da turma pesquisada era a formação de subgrupos de alunos, feita por eles próprios com base em suas relações sociais, culturais e afetivas. Cada grupo se dispunha em determinados espaços na sala, sempre mantendo distância uns dos outros, o que afetava muito a possibilidade de interação, exigindo da professora uma movimentação maior para percorrer os diversos grupos e tentar promover interações de uns com outros.

O que se percebe é que promover a interação entre os alunos e realizar a mediação de sua aprendizagem são ações de ensino que dependem do professor, mas dependem, sobremaneira, dos alunos. As relações já estabelecidas entre os indivíduos e grupos na turma podem vir a facilitar ou dificultar a mediação do professor. Os alunos são sujeitos que agem de acordo com seus motivos internos e externos, sendo que estes nem sempre estão ligados à aprendizagem.

2. O lugar da atividade de aprendizagem na vida dos alunos.

No que se refere ao lugar da atividade de aprendizagem na vida dos alunos, eles já se encontravam numa fase de desenvolvimento em que a atividade principal, aquela que está no centro de suas vidas já não é a aprendizagem. Ainda que não estivessem desempenhando trabalho remunerado, eles possuíam outros motivos influenciando e dirigindo suas vidas, interferindo, portanto, na necessidade e no motivo para aprender. Preocupada com esse problema, a professora, Beth buscava criar fatores que influenciassem na motivação dos alunos, introduzindo premiações, festival do sorvete. Ainda que valioso o seu esforço, a professora acabava por não conseguir encaminhá-los de fato para a aprendizagem uma vez os elementos supostamente motivadores não chegavam a se constituir como motivo da aprendizagem e os alunos realizavam as ações para obter o prêmio, não para obter a aprendizagem.

Isso representou uma dificuldade a mais a ser enfrentada na elaboração do plano de ensino desenvolvimental, tendo como desdobramento a consideração

especial desta condição e a elaboração de estratégias em busca do envolvimento e a participação dos alunos

Além disso, mais da metade dos alunos expressavam claramente o desinteresse e o desgosto pela equação do segundo grau, assim como a dificuldade de resolver tarefas na forma de problemas. Aliando este fato à situação concreta anterior, de os alunos estarem habituados a busca da recompensa mais que da aprendizagem, também implicou no desafio de criar uma estratégia que pudesse encaminhá-los para o objeto de aprendizagem. Percebendo que eles se interessavam por charadas, a pesquisadora as introduziu nas tarefas.

Ainda com relação à aprendizagem, os alunos encontravam-se habituados a um modo diferente de aprender, que seguia um caminho assentado numa lógica que enfocava o resultado das ações sem vinculá-las ao processo das ações, sendo os alunos muito mais expectadores das ações da professora do que sujeitos de aprendizagem. Assim, ao serem confrontados com ações de aprendizagem organizadas com foco em ações mentais associadas aos objetivos da tarefa, os alunos expressaram estranheza, ironia, chegando a questionar o sentido dessas ações (O que tenho que fazer? Montar? Isso é um quebra-cabeça? O que isso tem a ver com a matéria que estamos estudando? A aula de hoje é passatempo).

Assim, fica evidenciado mais um desafio a ser enfrentado quando se adota o ensino desenvolvimental: a contradição entre o modo habitual de aprender dos alunos e o modo próprio do ensino desenvolvimental.

3. A análise lógica e histórica do conteúdo

O ensino desenvolvimental apresenta uma complexidade expressa na exigência da análise científica do conteúdo a ser ensinado a fim de descobrir seu aspecto essencial, seu núcleo. Essa análise exige grande conhecimento do pesquisador (professor) que deve se colocar em uma busca científica rigorosa para, a partir da gênese do conceito a ser ensinado, distinguir seu núcleo e seus aspectos secundários. Na relação entre o núcleo e os outros elementos do conceito encontra-se a lógica do procedimento mental. Assim, embora não estivesse no foco da presente pesquisa, a pesquisadora teve que realizar o esforço de análise do conteúdo da equação do segundo grau completa. Este pode ser considerado um dos limites desta

pesquisa, devendo ser objeto de melhor apreciação em outras pesquisas, a fim de que seja captado o movimento dialético do conceito de equação do segundo grau completa para melhor orientar a adoção de seu ensino na perspectiva desenvolvimental.

4. O desenvolvimento de uma pesquisadora

Apesar de minha experiência como professora de matemática, esta pesquisa representou para mim um verdadeiro desafio teórico e prático, exigindo grande esforço para superar meu próprio modo de enxergar a matemática, a álgebra, os alunos, o ensino, a aprendizagem, num esforço de apropriação e materialização dos princípios da teoria que serviu de base para a pesquisa. Nesse sentido, a pesquisa representou um momento de profunda reflexão. Honesta e humildemente, deve ser admitido que esta pesquisa serviu para colocar a pesquisadora em processo de mudança, um processo de apropriação e uso dos conceitos dessa teoria, assim como a superação de um modo de ser professora. Todavia estes não são processos que ocorrem de modo tão rápido. Ao contrário, exigem amadurecimento e aprofundamento teórico e prático. Portanto, esta pesquisadora considera-se em pleno “processo de desenvolvimento”, como professora e como pesquisadora, sendo que isto repercute no conjunto da pesquisa realizada. A principal contribuição desta pesquisa consistiu em mostrar que é possível, pelo ensino desenvolvimental, que os alunos aprendam de modo mais efetivo um conteúdo da álgebra, particularmente da equação do segundo grau completa, mas o professor deve estar atento às contradições que envolvem sua realização. Acredita-se que seus resultados são úteis também a todos que se preocupam com o tema da didática de matemática. Porém, do ponto de vista da experiência pedagógica da pesquisadora, afetou fortemente seus motivos para ser cada vez mais uma professora de matemática que busca ajudar seus alunos a se desenvolverem, a se tornarem mais autônomos, a se apropriarem da matemática como conhecimento que se converte em instrumento para continuar aprendendo, constituindo-se como sujeito e cidadão do mundo.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, A. A.; MARTINS, L. M. *Relações entre conteúdos de ensino e processos de pensamento*. Disponível em: http://www.fmvz.unesp.br/Eixos/Eixo_2/rel_conteúdos_ensino.pdf > Acesso em: 22 dez. 2006.

AMORIM, M. P. *Apropriação de significações algébricas do conceito de números racionais: um enfoque histórico-cultural*. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Extremo Sul Catarinense, 2007.

ARIZA, Rafael P. e TOSCANO, José M. El Saber práctico de los profesores especialistas: aportaciones desde las didácticas específicas. In: MOROSINI, Marília C. (Org.) *Professor do Ensino Superior – Identidade, docência e formação*. Brasília: Plano Editora, 2001.

ASBAHR, F. da S. F. *Sentido pessoal e projeto político-pedagógico: análise da atividade pedagógica a partir da psicologia histórico-cultural*. Dissertação de mestrado. Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, 2005.

_____. A pesquisa sobre a atividade pedagógica: contribuições da teoria da atividade. *Revista Brasileira de Educação*, Ago 2005, no. 29, p.108-118.

BRASIL. MEC. INEP. *Resultados do SAEB 2006*. Brasília, 2007. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/basica/saeb/anosanteriores.htm>

BRASIL. MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. *PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores*. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria dos métodos*. Portugal: Porto Editora, 1994.

CARAÇA, B. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gradiva, 2002.

CARRAHER, T.N; SCHLIEMANN, A.D. & CARRAHER, D. W. *Na Vida Dez, na Escola Zero*. (A in Everyday Life, F at School). São Paulo: Cortez, 1988.

CEDRO, W. L. *O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: O clube de matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo: 2004.

D'AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001 (Coleção Tendências em Educação Matemática).

_____. *Educação Matemática: Da teoria à prática*. Campinas, SP: Papyrus, 1996

DANIELS, H. *Vygostky e a pedagogia*. São Paulo, SP: Edições Loyola, 2001.

_____. *Uma introdução a Vygotsky*. Tradutor: Marcos Bagno. São Paulo: edições Loyola, 2002.

DAVYDOV, V. V. *Os conceitos básicos da psicologia contemporânea*. In: Problemas do ensino desenvolvimental: A experiência da pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia. Tradução de textos publicados na Revista Soviet Education sob título Problems of desenvolvimental teaching (tradução para o português não publicada). Educação Soviética. Agosto 1988a.

_____. *Problemas do desenvolvimento psíquico das crianças*. In: Problemas do ensino desenvolvimental: A experiência da pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia. Tradução de textos publicados na Revista Soviet Education sob título Problems of developmental teaching (tradução para o português não publicada). Educação Soviética. Agosto 1988b.

_____. *O desenvolvimento mental de jovens em idade escolar no processo da aprendizagem*. In: Problemas do ensino desenvolvimental: A experiência da pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia. Tradução de textos publicados na Revista Soviet Education sob título Problems of developmental teaching (tradução para o português não publicada). Educação Soviética. Agosto 1988d.

_____. *A atividade de aprendizagem no primeiro período escolar*. In: Problemas do ensino desenvolvimental: A experiência da pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia. Tradução de textos publicados na Revista Soviet Education sob título Problems of developmental teaching (tradução para o português não publicada). Educação Soviética. Agosto 1988e.

_____. *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Moscu: Editora Progreso, 1988.

_____. What is real learning activity? In: M. Hedegaard and J. Lompscher (Eds.), *Learning, activity and development*. Aarhus: Aarhus University Press, 1999. Tradução do inglês por Cristina Pereira Furtado, com revisão de José Carlos Libâneo e Raquel A. Marra da Madeira Freitas.

_____. A new approach to the interpretation of activity structure and content. In: Hedegaard, Mariane e Jensen Uffe Juul. *Activity theory and social practice: cultural-historical approaches*. Aarhus (Dinamarca), Aarhus University Press, 1999. Tradução do inglês por José Carlos Libâneo.

GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOSVSKAYA, I. (orgs). *Após Vygotsky e Piaget*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GERDES, P. *Etnomatemática: cultura, matemática, educação*. Moçambique: Instituto Superior Pedagógico, 1991.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. *A escola e o ensino da matemática frente a discursos interculturais: reflexões quanto à relação entre o conhecimento local e o conhecimento global*. Artigo. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2002.

GÓES, Maria Cecília R. de. A construção de conhecimentos e o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal. In: Mortimer e Smolka (Orgs.). *Linguagem, cultura e cognição*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

KOZULIN, Alex. O conceito de atividade na psicologia soviética: Vygotsky, seus discípulos, seus críticos. In: Daniels, Harry (Org.). *Uma Introdução a Vygotsky*. São Paulo: Edições Loyola, 2002.

LEONTIEV, A. Sobre o desenvolvimento histórico da consciência. In: LEONTIEV, A. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

_____. *La actividad en la psicología*. Ciudad de La Habana: Editorial de los libros para la educación, 1979.

_____. *Actividad, conciencia e personalidad*. Havana: Editorial Pueblo e Educación, 1983.

LIBÂNEO, J. C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-Cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov. *Revista Brasileira de Educação*, nº 27, 2004. p. 5-24.

LIBÂNEO, J. C. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VYGOTSKY, L. S., LURIA, A. R., LEONTIEV, A. N. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. Tradução: Maria de Penha Villalobos. 6. Ed. São Paulo: Ícone: Editora da Universidade de São Paulo, 1998.

_____. *O essencial da didática e o trabalho do professor*. Disponível em: <http://www.ucg.br/site_docente/edu/libaneo/pdf/didaticadoprof.pdf>. Acesso em: 03 dez. 2001.

_____. A aprendizagem escolar e a formação de professores na perspectiva da psicologia histórico-cultural e da teoria da atividade. Curitiba, *Educar em Revista* (FE-UFPR), nº 24, p113-147, 2004. (Editora UFPR).

_____. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-Cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov. *Revista Brasileira de Educação*, nº 27, 2004. p. 5-24.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 2005.

LUDKE, M. e ANDRÉ, M. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

LURIA, A. R. *Desenvolvimento cognitivo*. 2. ed. São Paulo : Ícone, 1994.

MARTINS, Lígia. A natureza histórico social da personalidade. *Caderno CEDES*, Campinas, vol. 24, n. 62, p. 82-99, abril 2004.

MORAES, S. P. G. *Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural*. Tese (Doutorado em Educação) Universidade de São Paulo, 2008.

MORETTI, V. D. *Professores de matemática em atividade docente: uma perspectiva histórico-cultural para a formação de professores*. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, 2007.

MOURA, A. R. L.; SOUSA, M. C. Lógico-histórico: uma perspectiva para o ensino da álgebra. *Anais. VIII ENEM – Comunicação Científica GT 1 – Educação Matemática nas Séries Iniciais*, 2004.

MOURA, M. O de. *A construção do signo numérico em situação de ensino*. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. 2000.

MOYSÉS, Lucia. *Aplicações de Vygotsky à educação matemática*. Campinas: Papirus, 1997.

OLIVEIRA, M. K. *Vygotsky aprendizagem e desenvolvimento: um processo sócio-histórico*. 4. ed. São Paulo: Scipione, 2005.

- PALANGANA, I. C., GALUCH, M. T. B. & SFORNI, M. S. F. Acerca da relação entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento. *Revista Portuguesa de Educação*, 2002, 15(1), pp. 111-128 © 20 02, CIED - Universidade do Minho. Universidade Estadual de Maringá, Brasil.
- PANOSSIAN, M. L.; MOURA, M. O. (orient.). Pensamento e Linguagem Algébrica dos Estudantes em Fase Inicial do Ensino de Álgebra. *Anais. XII EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*, 2008, Rio Claro. Educação Matemática: possibilidades de interlocução, 2008. <http://www.ebrapem.mat.br>
- PARRA, Cecília, SAIZ, Irmã (orgs). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- PEREIRA, Tânia Michel (org.). *Matemática nas séries iniciais*. 2. ed. Ijuí: Unijuí Editora, 1989.
- PINEDO, Christian J. Q. Breve História da Solução de Equações. *Anais. V Seminário Nacional de História da Matemática São Paulo - Rio Claro* 13 a 16/04/2003.
- REGO, Tereza Cristina. *Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação*. Petrópolis: Vozes, 2003.
- RENSHAW, Peter D. *The sociocultural theory and learning: implications for the curriculum in the Australian*. Disponível em <http://mail.uol.com.br/main/message?uid=MTAwODg>. Acessado em 26 de maio de 2009.
- ROSA, J. E. *O desenvolvimento de conceitos na Proposta Curricular de Matemática do Estado de Santa Catarina na Abordagem Histórico-cultural: um estudo de relações*. Universidade Federal do Paraná. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), 2006.
- SARDAR, Z.; RAVETZ, J.; LOON, B. van. *Matemática para principiantes*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 2000.
- SCANDIUZZI, P. P. Água e óleo: modelagem e etnomatemática? *Revista BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, ano 15, nº 17, pp.52-58, 2002.
- SCHLIEMANN, A.; CARRAHER D. (Orgs.). *A compreensão de conceitos aritméticos - ensino e pesquisa*. Campinas, SP: Papirus, 1998.
- SIRGADO, Angel Pino. O social e o cultural na obra de Vygotsky. *Educação e Sociedade*, n.71, 2000.
- SFORNI, M. *Aprendizagem conceitual e organização do ensino: Contribuições da Teoria da Atividade*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.
- SOARES, Fernanda Chaves Cavalcante. *O ensino desenvolvimental e a aprendizagem de matemática na primeira fase do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado em Educação) _ Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2007.
- SOARES, P. F. G. E. *As atitudes de alunos do ensino básico em relação à matemática e o papel do professor*. www.anped.org.br/27/gt19/t194.pdf. Acessado em 25/09/2008.

SOUSA, M. C. *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental*. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação – UNICAMP, 2004.

TOMAZ, V. S. Sistemas de Atividades em sala de aula: o caso da conta de água. *Anais. X Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática*, 2006, Belo Horizonte: Faculdade de Educação - UFMG, 2006. v. 10

VYGOTSKY, L. S. *Internalização das funções psicológicas superiores*. In: Vigotski, L. S. *Formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

_____. *Obras Escogidas II: problemas de psicología general*. Madrid:Visor Distribuciones, 1993

_____. *Pensamento e Linguagem*. Tradução: Jefferson Luiz Camargo. São Paulo: Martins Fontes, 1998b.

_____. *Psicologia concreta do homem*. Tradução: Alexandra Marenitch. *Educação & Sociedade*, 2000, n.71, p.21-44.

ZANELATO, Eliéte. O motivo de aprender matemática na educação de jovens e adultos sob a ótica da teoria da atividade. Dissertação (Mestrado em Educação) _ Universidade do Extremo Sul Catarinense, UNESC, 2008.

ZINCHENKO, Vladimir P. A psicologia histórico-social e a teoria psicológica da atividade: retrospectos e prospectos. In: WERTSCH, James V., DEL RÍO, P.; ALVAREZ, Amelia (Orgs.). *Estudos Socioculturais da Mente*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ANEXOS

ANEXO A – ENTREVISTA REALIZADA COM OS ALUNOS SUJEITOS DA PESQUISA

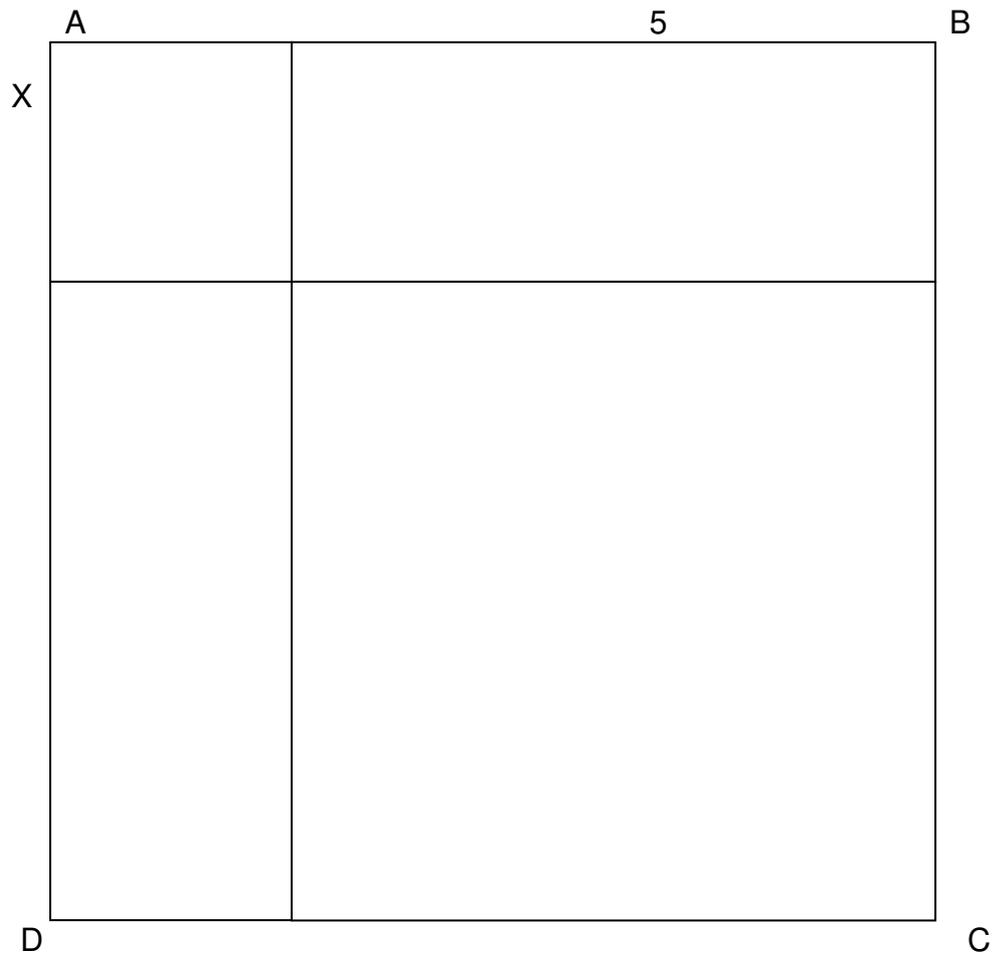
ROTEIRO PARA ENTREVISTA

1. Conte para mim um pouco sobre sua família. Como é a sua vida ao lado dela?
2. O que você pensa sobre a Escola? Qual o papel dela na sua vida?
3. A disciplina Matemática para você, para que serve? Por que você acha que estudamos Matemática?
4. Você é já conhecia a professora Beth? Já foi aluno dela anteriormente?
5. Fale um pouco sobre a sua professora de Matemática. A professora Beth.
6. Há quanto tempo você estuda nessa Escola? Por que você veio para essa Escola?
7. Sobre os seus professores em geral o que você tem a dizer?
8. Qual a melhor maneira para você aprender?
9. Nas aulas de Matemática e nas tarefas em geral que envolve essa disciplina, como você procede na resolução dos problemas?
10. O que você tem a dizer sobre o conteúdo equação de 2º grau completa?

ANEXO B - PRÉ-TESTE

Aplicado nos alunos sujeitos da pesquisa para verificação dos conhecimentos sobre equação do 2º grau completa

1) Observe a figura abaixo, e encontre uma expressão algébrica para a figura:



- Qual deve ser o valor de X para o quadrilátero $ABCD$ com uma área valendo 64 cm^2 ?
- Qual será o valor de cada lado?
- E o perímetro, quanto vale?

2) Uma gráfica fez um número X de panfletos para a Empresa Amigos da Criança. Para guardá-los foram reservadas duas caixas de mesmo tamanho. Na primeira foi guardado o quadrado do número X de panfletos mais cinco e na segunda o sêxtuplo do número de panfletos menos três. Nos dois casos, obtemos o mesmo número de panfletos:

$$\text{Na primeira caixa} \rightarrow x^2 + 5$$

$$\text{Na segunda caixa} \rightarrow 6X - 3$$

- a) Calcule a quantidade de panfletos guardados em cada caixa de modo que tenham quantidades iguais. Depois faça o que se pede abaixo.
- b) Faça um desenho mostrando como ficaram os salgados guardados nas caixas.

ANEXO C - PLANO DE ENSINO PARA O EXPERIMENTO DIDÁTICO

Plano de ensino

Colégio Estadual Dr. Mauá Cavalcante Sávio

Turma: 9º ano Vespertino

Conteúdo: Equação do 2º grau completa

Objetivo geral: aprendizagem pela formação do conceito de equação do 2º grau

Objetivos específicos:

- 1– Instigar nos alunos a necessidade, o desejo e a capacidade de aprender o conteúdo equação do 2º grau;
- 2 – Levar os alunos, por meio da atividade de aprendizagem, a apropriarem-se do princípio geral da equação do 2º grau;
- 3 – Fazer com que se apropriem deste conteúdo por meio de ações mentais que resultem no pensamento teórico acerca do conteúdo equação do 2º grau.

Primeira aula

Tarefa: Transformação dos dados de um problema envolvendo equação do 2º grau a fim de conhecer a relação principal desta operação matemática.

Objetivo de aprendizagem dos alunos: Os alunos devem descobrir e distinguir a relação principal do conteúdo equação do 2º grau;

Ações de aprendizagem

- 1) Com a classe organizada em grupos de 4 alunos é oferecido 1 kit para cada grupo contendo: (1 retângulo de 6 x 12; 4 triângulos retângulos de 6 x 6 e 12 quadrados de 3 x 3), todos com valor da incógnita escrito ao lado da figura, e uma ficha em branco;
- 2) Os alunos são orientados a elaborarem conclusões sobre as comparações entre as figuras;

3) A professora pede que demonstrem (por meio de escrita, de desenhos, etc.) as conclusões encontradas utilizando as peças numa ficha. Um dos integrantes do grupo deverá ser o relator. O relato deve procurar responder às perguntas:

- quantos quadrados formam o retângulo;
- com quantos triângulos retângulos forma o retângulo;
- no caso de conhecer a área de uma das figuras é possível encontrar o perímetro de outra?

4) A professora pede que os grupos façam entre si a troca de conclusões.

5) Cada grupo analisa a conclusão apresentada pelo outro grupo e a compara com a conclusão do próprio grupo, verificando a correção das mesmas.

6) A classe discute o tipo de conclusão estabelecida em cada grupo, escolhendo qual foi mais fácil de decifrar.

7) A professora representa a conclusão de um dos grupos no quadro na forma euclidiana.

8) A professora pede que todos os grupos representem em sua ficha a equação estabelecida no kit.

9) Ao concluir a fase de exploração das respostas, a professora pede que os alunos escrevam o que entenderam dessa atividade qual foi o caminho de seu pensamento ao se esforçar para entender e resolver a tarefa.

Segunda aula

Objetivo de aprendizagem dos alunos: criar e expressar externamente uma representação da relação principal da equação do 2º grau completa

Ações de aprendizagem

1 – A professora inicia a aula recordando a aula anterior, pedindo aos alunos que relembrem e relatem o que fizeram. Depois, explica a tarefa do dia: trabalhar com problemas matemáticos resolvendo-os individualmente e ao final da resolução, apresentar o caminho percorrido pelo pensamento, por meio de desenho (representação gráfica).

2 – A professora entrega a cada aluno uma folha com a seguinte situação-problema a ser resolvida:

Você sabia que o macaco-aranha:
 COMPORTAMENTO: vive em bandos de até 30 macacos
 MATURIDADE: Fêmea: 4 anos e Macho: 5 anos
 REPRODUÇÃO : 1 a cada 24 meses
 E que tem 10 fêmeas para cada macho!

Se você dividir um bando de 30 macacos em dois grupos. Sendo que em cada um terá: 1 macho, 10 fêmeas e 4 filhotes. Você terá: *a metade da quantidade das fêmeas equivalente ao quadrado da quantidade dos machos mais o número de filhotes.* Explique por meio de desenhos como você faria para resolver essa situação.

- 3- Após os alunos resolverem a situação-problema, a professora pede que formem grupos e apresentem aos colegas do grupo os desenhos que fizeram, explicando-os.
- 4- Em seguida, a professora escolhe um aluno de cada grupo para expor o que pensou ao fazer os desenhos.
- 5- Ao terminar as explicações, a professora pede que resolvam a situação-problema usando os algarismos.

Terceira aula

Objetivo de aprendizagem dos alunos: Transformar e reconstruir o “modelo da equação de segundo grau” de modo que possam formar o conceito nuclear dessa operação.

Ações de aprendizagem

1 – A professora entrega aos alunos, e pede que leiam uma folha de papel com a seguinte situação-problema:

O bosque onde mora o bando de macaco é muito rico em vegetação e mata. Mas será grande o suficiente para acomodá-los? Para descobrir suas dimensões, é preciso resolver essa charadinha: ***O quádruplo da área quadrangular do bosque é numericamente igual ao quádruplo de seu perímetro.*** Calcule a medida dos lados do bosque. Você consegue. Vamos, lá!

2 - Quando os alunos terminam de resolver a tarefa, a professora inicia uma conversa sobre os resultados encontrados e os caminhos percorridos pelos alunos na busca de resposta para a pergunta.

Quarta aula

Objetivo de aprendizagem dos alunos: utilizar o conceito como procedimento mental geral para a solução de problemas particulares numa diversidade de situações envolvendo a equação de 2º grau

Ações de aprendizagem

I – Ações coletivas

1) Apresentação, no quadro, de situações-problema, para que cada grupo de alunos discuta como deve ser resolvida. Os alunos têm 10 minutos para completar a tarefa.

a) Uma das atividades corriqueiras do bando de macacos é saírem em pequenos grupos atrás de diversão e comida. Numa manhã ensolarada os macacos saíram a passear. O bando se dividiu em dois grupos. O primeiro grupo com a quarta parte ao quadrado ficou em casa descansando. A metade do grupo saiu em busca de comida e outros 15 foram em busca de diversão. E agora, quantos macacos têm em cada grupo? Vamos tentar descobrir?

b) Os progenitores do bando Juca e Julieta, numa brincadeira de adivinhação, propuseram a seguinte charada. ***A idade de Juca é igual ao quadrado da idade de Julieta. Daqui a 8 anos, Juca terá o dobro da idade de Julieta. Quantos anos têm atualmente Juca e Julieta?*** Vamos desvendar essa charada?

2) Após a discussão nos grupos, a professora pede que um dos alunos de cada grupo apresente a conclusão a que o grupo chegou respondendo:

- Qual pergunta foi feita na situação-problema?
- Qual foi a forma que o grupo usou para buscar a solução?
- Quais dificuldades o grupo teve para responder a questão?

- Qual o resultado da equação?

II – Ação individual

1) A professora apresenta aos alunos um trecho de uma charada popular:

(...) alegravam-se os macacos divididos em dois bandos: sua oitava parte ao quadrado no bosque brincava. Com alegres gritos, doze gritando no campo estão. Sabe quantos macacos há na manada ao todo? (GUELLI, 2005, p.7)

Após, por meio do diálogo, a professora vai detectando que experiências, que pensamento (empírico, teórico) os alunos têm sobre a equação de 2º grau. Apresenta as seguintes perguntas:

- Vocês já ouviram falar em charada popular?
- Vocês sabem como essa charada pode ser resolvida?
- Vocês sabem como montar a charada?

A professora deixa os alunos falarem livremente e depois faz as seguintes questões:

- Então como vocês relacionariam os macacos que se dividiram em dois bandos?
- Como se faz para apresentar essa situação?

Quinta aula

Objetivo de aprendizagem dos alunos: Avaliar sua assimilação do procedimento geral da equação do segundo grau durante a solução de problema envolvendo este conceito.

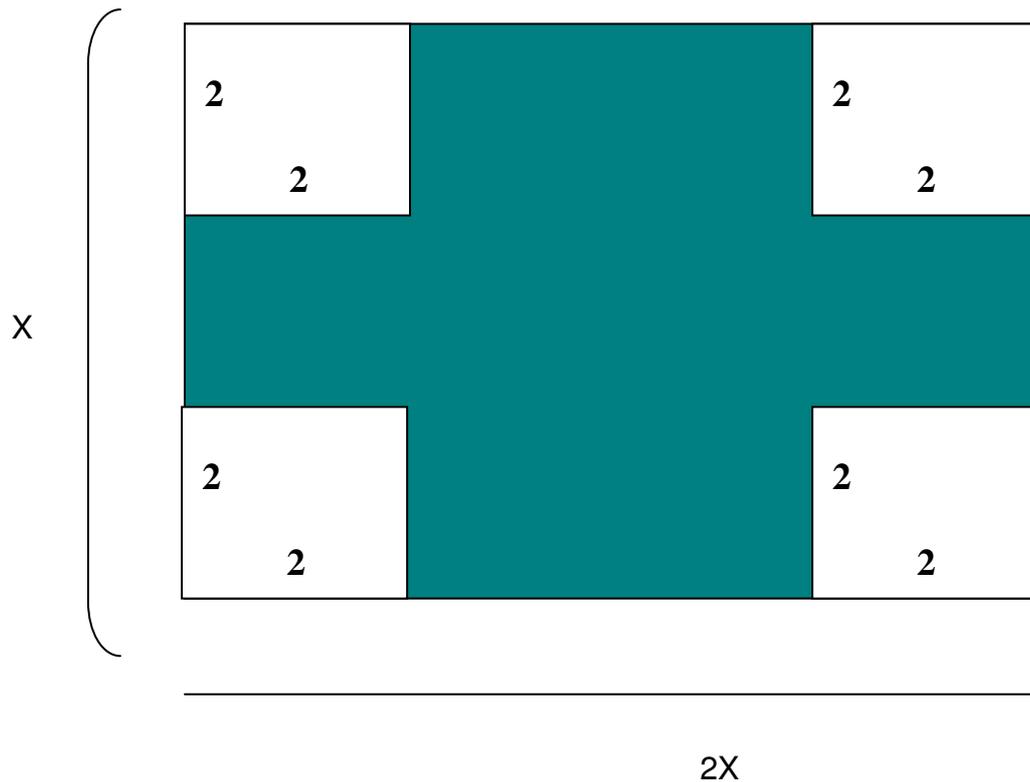
Ação de aprendizagem

Os alunos devem elaborar uma situação problema envolvendo a equação do 2º grau. Após todos terem elaborado, ela pede que resolvam e, em seguida, escrevam um parágrafo explicando o conceito de equação de segundo grau.

ANEXO D – PÓS-TESTE

Aplicado nos alunos sujeitos da pesquisa para verificação dos conhecimentos sobre equação do 2º grau completa após o experimento didático

- 1) Encontre uma expressão algébrica, em função de X , da área da parte colorida da figura ao lado:



- Qual deve ser o valor da área da figura colorida quando $X = 5\text{cm}$?
- Qual o valor de X para o qual a área da parte colorida da figura seja de 384cm^2 ?
- Como devem fazer para o valor de X sabendo que se eu tiver um quadrado com esses lados sua área vale 64cm^2 ?
- Qual será valor de cada lado?
- E se fosse para calcular o perímetro?

- 2) Uma salgadeira fez um número X de salgados para dois eventos, sendo uma metade para cada um desses eventos. Em uma caixa deve-se embalar um número X de salgados menos três unidades. E na outra a soma de 7 salgados com o triplo desse número X . Nos dois casos, obtemos o mesmo resultado:

Na primeira caixa $\rightarrow x^2 - 3$

Na segunda caixa $\rightarrow 3X + 7$

- a) Calcule a quantidade de salgados que deve ser colocado em cada caixa de modo que tenham quantidades iguais. Depois faça o que se pede abaixo.
- b) Quantos salgados foram colocados em cada caixa?
- c) Faça um desenho mostrando como ficaram os salgados guardados nas caixas.

ANEXO - E Quadro 4 – Aspectos sociais e familiares dos alunos

Alunos	Idade (anos)	Com quem Mora	Mora no bairro	Casa de aluguel ou	Meio de transporte usado	Trabalha ou já trabalhou	Profissão do pai	Profissão da mãe
Kelly	14	Pais	Sim	Aluguel	A pé	Trabalha	Lavador de carro	Auxiliar de serviços gerais
Diego	15	Pais	Não	Própria	Bicicleta	Trabalha	Pintor	Dona de casa
Marcos	14	Pais e irmã	Sim	Própria	A pé	Não	Segurança	Dona de casa
Wender	16	Com a tia	Não	Aluguel	Moto	Já trabalhou	Marreteiro	Costureira
Jaqueline	14	Pais	Não	Própria	A pé	Não	Motorista	Doméstica
Allyne	16	Pais	Sim	Aluguel	A pé	Não	Caminhoneiro	Dona de casa
Micael	15	Pais	Não	Própria	Bicicleta	Já trabalhou	Eletricista	Dona de casa
Ana Gabriela	16	Pais	Não	Aluguel	A pé	Já trabalhou	Jardineiro	Doméstica
Jackeliny	13	Pais	Não	Própria	A pé	Já trabalhou	Mestre de obras	Dona de casa
Dinair	14	Pais	Não	De Favor	A pé	Não	Pintor	Diarista
André	15	Mãe	Sim	Própria	A pé	Já trabalhou	Autônomo	Cabeleireira
Adriana	16	Pais	Não	Aluguel	A pé	Trabalho	Autônomo	Autônomo
Deborah	14	Pais e irmãs	Não	Própria	A pé	Trabalha	Cabeleireiro	Cabeleireira
Ana Paula	14	Pais	Não	Própria	A pé	Não	Dono de lava jato	Dona de casa
Karla	18	Pais	Não	Própria	Ônibus	Já trabalhou	Serralheiro	Doméstica
Lorena	15	Avó	Não	Própria	A pé	Não	Trabalha em outro país	Recepcionista
Panda	15	Pais	Sim	Própria	A pé	Trabalha	Técnico em informática	Xerocopista
Esther	14	Pais	Sim	Própria	A pé	Trabalha	Policial	Dona de casa
Ellen	14	Pais e irmão	Não	Própria	A pé	Já trabalhou	Segurança	Diarista

Fonte: Entrevista com os alunos

ANEXO F - Quadro 5 – Alguns aspectos dos alunos e sua vida na escola

Alunos	Tempo que estuda nessa escola	Reprovou ou ficou de dependência	Série	Matéria	Já foi aluno da prof ^a de Mat	Visão da professora de Matemática
Kelly	oito meses	Reprovou	2ª Série	Todas	Não	Legal
Diego	2 anos	Dependência	8º ano	Português	Não	Boa, explica bem, mas às vezes é muito chata
Marcos	3 anos	Dependência	8º ano	Matemática	Não	É até uma boa professora
Wender	6 anos	Reprovou	7º ano	Todas	Não	Não sei não a conheço bem
Jaqueline	8 meses	Não	----	----	Não	Ela oferece o seu melhor
Allyne	8 meses	Dependência	7º ano	Matemática e História	Não	Gosto da sua explicação
Micael	4 anos	Dependência	8º ano	Matemática	Não	Gosto dela, ela conversa, explica e nos entende
Ana Gabriela	2 anos	Reprovou	3ª série	Matemática	Não	É inteligente
Jackeliny	3 anos	Dependência	6º e 8º ano	Matemática	Não	Brincalhona
Dinair	8 meses	Dependência	8º ano	Inglês	Não	Boa professora
André	8 meses	Dependência	7º ano	Matemática e História	Não	Massa, ensina da melhor forma, mas é estressada
Adriana	5 meses	Dependência	8º Ano	Matemática	Não	Boa professora
Deborah	4 anos	Dependência	8º ano	Matemática	Não	Legal, boa professora, mas às vezes mal humorada
Ana Paula	8 meses	Dependência	8º ano	Matemática	Não	Nada contra nem a favor
Karla	1 ano	Reprovou	9º ano	Quase todas	Não	Ótima professora muito boa para ensinar
Lorena	1 ano	Dependência	7º ano	Matemática	Não	Ótima explica muito bem
Panda	4 meses	Dependência	6º ano	Matemática	Não	Ótima professora, sabe ensinar, ótima pessoa
Esther	5 meses	Não	----	----	Não	Ela é ótima. Compreensiva e alto astral.
Ellen	8 meses	Não	----	----	Não	Boa professora. Meio chatinha às vezes, mas é para o nosso bem.

Fonte: Entrevista com os alunos

ANEXO G - Quadro 6 – Os alunos e a relação com atividade escolar

Alunos	Papel da escola	Educação	O que mais gosta na escola	Importância do conhecimento da Matemática	Matemática na Vida	Aprende com mais facilidade
Kelly	Importante	É boa	Dos colegas	Não vejo	Nenhum	Com a professora explicando
Diego	Importante	É boa	Dos professores	Para muitas coisas	Dar troco, fazer contas	Com a professora explicando
Marcos	Ensinar	Faz a gente aprender e ficar mais inteligente	Dos professores	Para aprender	Fazer contas	Praticando
Wender	Agora acho ela importante, antes não tinha nada a ver	Faz a gente ficar melhor	As amigas	Para o trabalho	Ajuda arrumar trabalho	Prestando atenção
Jaqueline	Ensinar as coisas que eu não sei	Ensina até falar certo	Ler os livros da biblioteca	Para o trabalho	Na vida toda	Com a professora explicando no quadro
Allyne	Ensinar as matérias todas	Para me dar um bom emprego e um futuro melhor	Das amigas	É importante, porque quase tudo usa Matemática	Para resolver contas e fazer outras coisas	Quando eu vejo a professora fazendo
Micael	Importante, pois é aqui que você estuda e aprende	É precária	Conversar, brincar, jogar bola com os amigos	Para vida você usa no dia-a-dia	Está no supermercado, no trabalho, na sua casa	Com a professora explicando, demora um pouco, mas eu consigo
Ana Gabriela	Ensinar, um caminho difícil e longo, mas necessário.	Sempre precisamos de mais	Debates para expor nossas ideias	Importante, pois eu posso ser passada para trás	Serve para tudo	Com comparações e exemplos
Jackeliny	Ensinar	Deve estar em primeiro lugar em nossas vidas	Amizade e estudo	Aprender	Passar para Faculdade	Prestando atenção
Dinair	Ensinar e tirar dúvidas	É fundamental, sem ela não vai a lugar nenhum	Do ensino	Para quase tudo	Em quase tudo	Trabalhos e pesquisas
André	Ensinar tudo que é necessário	Fazer com que algum dia eu seja alguém na vida	Fazer novas amigas	É muito importante, mesmo eu sendo péssima	Para eu conseguir exercer a profissão que quero	Quando a professora ensina com clareza e dá macetes
Adriana	Ensinar	Ensinar	Nada	Nenhuma é muito complicada	Nada	Com a professora explicando
Deborah	Simplesmente fundamental	Para sermos melhor	Alguns professores e os amigos	Para que eu aprenda mais e viva melhor	Em tudo	Ela me explica o que tenho dificuldade
Ana Paula	Fundamental	Base da vida	Meus amigos	Muito bom, mas difícil de aprender	No momento para nada	Quando a professora explica e eu presto

Alunos	Papel da escola	Educação	O que mais gosta na escola	Importância do conhecimento da Matemática	Matemática na Vida	Aprende com mais facilidade
						atenção
Karla	Dizem que é ensinar	Todos vem então acho que é importante.	O jeito de a diretora tratar os alunos	Nenhum	Nada	Com a professora explicando
Lorena	É bom para nós	É o que a escola tenta levar para os alunos	Assistir às aulas	Traz vários conhecimentos	Tudo está em qualquer lugar em qualquer hora	Com as correções da matéria
Panda	Passar coisas que a gente usa o resto da vida	Nos ensina a entender as coisas	As amigas	A coisa mais importante	Para fazer compras, contar dinheiro etc.	Com jogos
Esther	Não sei	Nada	Aula de Matemática	Importante	Para vida	Com a professora explicando
Ellen	Formação melhor as pessoas	É importante	Recreio e aulas de Geografia, às vezes de Matemática	Melhora do raciocínio	Para o cotidiano das pessoas	De forma prática e dialogando

Fonte: Entrevista com os alunos

ANEXO H - Quadro 7 – A Matemática, a equação e o pensamento dos alunos

Alunos	Visão sobre a matemática / maior dificuldade	Visão sobre o conteúdo equação	Tipo de pensamento antes do experimento didático	Tipo de pensamento após o experimento didático
Kelly	Não gosto/ Problemas	Cansativa	Empírico	Empírico
Diego	Boa / não tenho	Não gosto	Empírico	Empírico
Marcos	Boa / não tenho	Interessante e legal de calcular	Teórico	Teórico
Wender	Não gosto/ em tudo	Bem difícil	Empírico	Teórico
Jackeliny	Não gosto muito / Problemas	Não gosto, porque tem problemas.	Empírico	Empírico
Allyne	Boa, interessante / Problemas	Legal, mas repetitiva demais	Teórico	Teórico
Micael	Não sei a matéria / Problemas	Péssima, não entendo nada	Empírico	Empírico
Ana Gabriela	Boa / não tem dificuldades	Gosto, mas é chatinho de fazer	Empírico	Teórico
Jaqueline	Gosto / não tem dificuldades	Gosto	Empírico	Teórico
Dinair	Não gosto/ Problemas	Sem graça e demorado	Empírico	Teórico
André	Não gosto/ Problemas	Não consegui aprender	Empírico	Empírico
Adriana	Não gosto/ Problemas	Muito difícil	Empírico	Empírico
Déborah	Boa / Em quase nada	Moleza	Empírico	Teórico
Ana Paula	Ruim / Problemas	Ruim, como tudo que tem problema	Empírico	Teórico
Karla	Muito difícil / Tudo	Muito difícil	Empírico	Empírico
Lorena	Passar na Faculdade / Não tenho	Boa	Empírico	Empírico
Panda	Boa / Problemas	Gosto	Teórico	Teórico
Esther	Preparar para o trabalho / Problemas	Fácil, mas sem utilidade nenhuma	Empírico	Teórico
Ellen	Gosto / Problemas	Legal Às vezes difícil	Empírico	Teórico

Fonte: Entrevistas com os alunos