Kaled Sulaiman Khidir

Aprendizagem da Álgebra - uma análise baseada na Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davídov

Universidade Católica de Goiás – UCG
Mestrado em Educação
Goiânia – 2006

Kaled Sulaiman Khidir

Aprendizagem da Álgebra – uma análise baseada na Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davídov

Dissertação apresentada à Banca Examinadora de defesa do Mestrado em Educação da Universidade Católica de Goiás como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação, sob a orientação da Professora Doutora Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas.

Universidade Católica de Goiás – UCG
Mestrado em Educação
Goiânia - 2006

K45a Khidir, Kaled Sulaiman.

Aprendizagem da álgebra – uma análise baseada na teoria do ensino desenvolvimental de Davídov / Kaled Sulaiman Khidir. – 2006.

103 f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Católica de Goiás, Mestrado em Educação, 2006.

“Orientadora: Prof. Dra. Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas”.

1. Álgebra – aprendizagem. 2. Teoria do Ensino Desenvolvimental. 3. Educação. 4. Matemática – ensino. I Título.

CDU:372.851(043)

Banca Examinadora

....
Dr[a] Raquel Ap. Marra da Madeira Freitas (presidente)

....
Dr. José Carlos Libâneo

....
Dr[a] Eleuza de Melo Silva

Data: _____/_____/_____

Dedicatória

Dedico este trabalho a meus amados pais: Sulaiman Mohamed Khidir e Ayouche Ali e à memória de meus saudosos avós paternos Mohamed Abdalla Hamcho e Nabiha Abdo Mustafá.

Agradecimentos

Em nome de Deus: o clemente, o misericordioso.

A meus pais Sulaiman e Ayouche pelo amor, carinho, e confiança depositada. Sempre carrego comigo a frase: “que Deus o abençoe em tudo o que for fazer”. Vocês são meu maior amor.

A meus irmãos: Samer, Soraia e Yasser pelo amor e respeito. Amo muito vocês!

A minha sobrinha Alya, por ter trago tanta luz a nossa família.

À Tia Mouna, Omar, Aline, Fátima, Somaia, Nadima, Ali e o pequeno Ahmad, minha linda família.

À Profª Drª Raquel Ap. Marra da M. Freitas, minha orientadora, que soube respeitar minhas limitações e valorizar minhas produções. Muito Obrigado!

Ao Profº. Drº. José Carlos Libâneo pela amizade, pelos ensinamentos, pelas leituras cuidadosas, pelas sugestões e observações feitas ao trabalho e pela participação nas bancas de qualificação e defesa.

À Profª Drª Eleuza de Melo Silva pelo carinho, pelo cuidado e pelas valiosas contribuições feitas ao trabalho e pela participação nas bancas de qualificação e defesa.

A todos os meus professores de vida acadêmica, em especial à Profª Ms. Vânia Machado, por ter me mostrado o caminho da Educação, à Profª Drª Mirza Seabra Toschi, por ter me pego pela mão e me ajudado a dar os primeiros passos como pesquisador e ao Profº Dr. João Ferreira de Oliveira por todos os ensinamentos e exemplo de profissional íntegro e compromissado.

À Profª Ms. Mairy Ribeiro pelo carinho e atenção nas leituras e correções deste trabalho.

À minha sempre amiga Profª Ms. Terezinha de Pádua (Tê), por sempre ter me ouvido e acreditado em mim como profissional da educação. Eternamente agradecido.

À minha sempre presente amiga e companheira Dalva E. Gonçalves Rosa, que me ensinou que o bom da vida é a própria vida. Valeu!

Ao Régis, Eliézer (Chicão), Alessandro (Sandrinho), Clauber, Bárbara e a todos os meus amigos, pela amizade incondicional, pela caminhadas vividas, que souberam respeitar meus momentos e minhas ausências.

À Anyelle, Fernanda e Shuleyma, pela amizade e presença nos bons e maus momentos de minha vida.

À meus colegas e parceiros de trabalho que tanto me incentivaram e me ajudaram. Obrigado.

A todos os professores e funcionários do Mestrado em Educação da UCG, pelos ensinamentos, respeito e apoio em todos os momentos.

À todos os professores, funcionários da escola campo e principalmente aos alunos que me receberam e me ajudaram a entender um pouco melhor o que é tentar sobreviver neste mundo tão desigual. Que Deus acompanhe os passos de cada um de vocês.

À todos os meus colegas de sala, digo, companheiros de viagem. Mas antes de agradecer a vós, vamos relembrar a poesia de um sociólogo capixaba que um certo dia escreveu:

Finalmente, chegou o dia
Que 17 viajantes, em retumbante alegria,
Desembarcaram na encantada Passárgada:
A sala do mestrão número trezentos e dezesseis,
Localizada na UCG, Bloco três.
(...)
Passárgada aos poucos se completava
No instante em que cada um se apresentava:
Cláudio, Dinorá e Marcelo,
Geiza, Kaled, Adriana,
Nadja, Rosariane e Malena.

Kênia, Larissa e Rubson Rodrigues,
Adriano, Telma, Reinildes
E os Silva Willian e Simônia.
Ansiedade e noites mal dormidas
Eram gostosamente revividas.
(...)
Ali e naquele momento o EC-17 nascia,
Marcado por juras de amizade e muita alegria,
Em meio a porções, caldos e muita cerveja.
O assunto das reuniões ordinárias variaria
Dependendo de quem delas participaria.
(...)
EC-17 é marca registrada e irreverente
De uma turma criativa e inteligente,
Que buscou motivação e inspiração
Nas falas e ações incaltas,
Transformando-as em inusitadas pautas.

Rubson Rodrigues

Vocês do EC-17 foram nesses meses de busca pelo conhecimento, meus pais, meus irmãos e meus amigos. Um beijo no coração de cada um de vocês.

E agradeço a todos que forma direta ou indireta contribuíram para a efetivação deste trabalho.

Índice Geral

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

Lista de Siglas

ANPED	-	Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação;
CNE	-	Conselho Nacional de Educação;
DCN	-	Diretrizes Curriculares Nacionais;
EELC	-	Escola Estadual Lua Crescente;
EF	-	Ensino Fundamental;
EM	-	Ensino Médio;
LDB	-	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional;
MEC	-	Ministério da Educação;
MMM	-	Movimento da Matemática Moderna;
NDR	-	Nível de Desenvolvimento Real;
PCN	-	Parâmetros Curriculares Nacionais;
SAEB	-	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica;
SBEM	-	Sociedade Brasileira de Educação Matemática;
SBM	-	Sociedade Brasileira de Matemática;
ZDP	-	Zona de Desenvolvimento Proximal;

Resumo

Trata-se de um estudo baseado na Teoria Histórico-cultural, particularmente na Teoria do Ensino Desenvolvimental de V. V. Davídov e situado no campo da Didática, mais especificamente na Didática da Matemática. A pesquisa buscou investigar e compreender as razões pelas quais alguns alunos aprendem Álgebra enquanto outros apresentam muitas dificuldades. Os objetivos foram: identificar as dificuldades e/ou facilidades apresentadas pelos alunos no processo de aprendizagem de Álgebra; analisar os achados com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental; apontar as contribuições da Teoria do Ensino Desenvolvimental para o ensino de Álgebra visando à superação das dificuldades de aprendizagem. A pesquisa qualitativa consistiu num estudo de caso que teve como campo uma escola pública de Goiânia, sendo nela escolhida uma turma de sétima série. Os sujeitos da pesquisa foram os alunos e o professor da turma investigada. A coleta de dados teve como instrumentos a observação direta não participante, entrevistas semi-estruturadas, pesquisa documental e um teste aplicado aos alunos sobre um conteúdo específico de álgebra. Os resultados apontaram que a dimensão sociocultural dos alunos, embora percebida, não tem sido levada em consideração no planejamento e desenvolvimento das aulas de matemática; há, por parte dos alunos, a ausência de produção de sentido e significado da linguagem algébrica; no processo de ensino, os conteúdos da Álgebra não são relacionados aos da matemática científica e nem à matemática escolar.

Palavras-chave: Aprendizagem da álgebra; Ensino da álgebra; Ensino desenvolvimental; Educação matemática;

Abstract

This study is based on the Historic-Cultural Theory, particularly on the Theory of the Developmental Teaching of V. V. Davídov, and it is situated in the field of Didactics, specially in the didactic of Mathematics. The research tried to investigate and understand why some students learn Algebra while others has many difficulties. The objectives were: identify the difficulties and/or facilities of the students in the process of learning Algebra; analyze the data under the perspective of the Theory of the Developmental Teaching; show the contributions of the Theory of the Developmental Teaching to the teaching of Algebra, aiming the overcoming of the difficulties of learning. The qualitative research was a case study in a seventh series class of a public school of Goiânia. The research subjects were the students and the teacher of the class investigated. The instruments of the data collecting were the direct non-participant observation, semi structured interviews, research of documents and an exam applied to the students about a specific subject of Algebra. The results showed that the social cultural dimension of the students, although perceived, do not have been considered in the planning and development of the classes of mathematics; the students do not understand the sense and the meaning of the algebraic language; in the process of teaching, the subjects of the Algebra are not related to the mathematics, neither scientific, nor scholar.

Key words: Learning of Algebra; Teaching of Algebra; Developmental Teaching; Mathematical education.

.

Introdução

A matemática é uma ciência de linguagem universal. Ao se tomar, por exemplo, um livro de Álgebra escrito em português e um livro de Álgebra escrito em árabe[1] sobre o mesmo conteúdo pode-se observar que, quanto à linguagem simbólica matemática, não há nenhuma distinção. A diferença é apenas no enunciado das proposições que em cada caso se encontra na língua materna (Anexo I). Este exemplo permite o entendimento de que enquanto outros artefatos sociais e culturais, como a religião e a língua, não se universalizaram, a matemática se universalizou. Esta universalização está historicamente ligada a certo tipo de racionalização do pensamento visto que, como as demais ciências, ela também é uma construção humana.

> Enquanto nenhuma religião se universalizou, nenhuma língua se universalizou, nenhuma culinária nem medicina se universalizaram, a matemática se universalizou, deslocando todos os demais modos de quantificar, de medir, de ordenar, de inferir e servindo de base, se impondo, como o modo de pensamento lógico e racional que passou a identificar a própria espécie (D'AMBROSIO, 1990, p. 10).

Apesar dessa universalização está presente no senso comum das pessoas e até mesmo de estudantes e de professores, ainda há uma idéia negativa em relação à aprendizagem da matemática, particularmente em relação à Álgebra. Não é raro alguém afirmar que a matemática não é para qualquer um, que só aprende matemática é quem tem "dom", que a matemática é difícil e uma das disciplinas que mais reprova os alunos, etc. O mesmo se observa particularmente em relação à Álgebra, frequentemente considerada por muitos professores como um dos conteúdos mais difícil de ser ensinado e, pelos alunos, mais difícil de ser aprendido. Esta percepção negativa também pode ser encontrada em trabalhos acadêmicos como monografias, dissertações, teses, artigos científicos e outros.

Na vivência de professor de matemática no Ensino Fundamental, particularmente no ensino da Álgebra, observa-se que estes (pré)conceitos referentes à matemática e à Álgebra permeiam a visão de inúmeros professores colegas da área. Porém, no Brasil, se forem tomados os dados fornecidos pelo SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), verifica-se que não se trata somente de (pré)conceitos, pois o desempenho dos

[1] Esta exemplificação poderia ser realizada tomando quaisquer outras línguas ou culturas. O fato de terem sido tomadas as línguas portuguesa e árabe deve-se à facilidade com as mesmas advinda da experiência sociocultural do autor deste trabalho, que possui descendência síria.

estudantes no que se refere à aprendizagem de matemática é um problema grave na educação de um modo geral.

Sabe-se que o desempenho dos estudantes brasileiros, na aprendizagem de Matemática, de um modo geral não é bom. O resultado mais recente do SAEB[2], referente à matemática no ano de 2003, mostra que houve um crescimento insignificante no rendimento dos alunos com relação aos dados anteriores. Segundo o relatório, a média dos alunos da 1ª à 4ª série do Ensino Fundamental (EF) passou de 176,3 em 2001 para 177,1 pontos em 2003. Além disso, as habilidades demonstradas pelos alunos são elementares, considerando-se que estão concluindo a primeira etapa do Ensino Fundamental (anexo II).

Os dados apontam, portanto, que os alunos que estão concluindo os anos iniciais do Ensino Fundamental, possuem dificuldades pontuais e elementares com relação ao desempenho em Matemática e a conseqüência disto é que estão ingressando nos anos finais de mesmo nível de ensino com carências de conceitos fundamentais para o desenvolvimento cognitivo nesta disciplina. A escala de mensuração dos dados vai de 0 a 425 pontos, e uma média satisfatória[3] para a 4ª série do EF, de acordo com os critérios do SAEB seria de, pelo menos, 200 pontos. Como a média nacional em 2003 ficou em 177,1 percebe-se que grande parte dos alunos que deixa esta série apresenta desempenho abaixo do satisfatório.

Esses resultados se mantêm com relação à 8ª série do EF e à 3ª série do Ensino Médio (EM). A média nacional da 8ª série ficou em 245 pontos, enquanto uma pontuação satisfatória seria de pelo menos 300 pontos. Mas, o que mais chama a atenção é o que está acontecendo na última série do EM, onde a média nacional ficou em 278,7 pontos enquanto um rendimento satisfatório seria de no mínimo de 375 pontos, ou seja, há um déficit de quase 100 pontos.

Tabela 1. Médias de desempenho em Matemática, nacional e ideal, referentes ao ano de 2003.

Série/nível	Média Nacional	Média Ideal	Diferença em pontos	Diferença com relação à média ideal (%)
4ª/EF	176,3	200	23,7	11,85
8ª/EF	245,0	300	55,0	18,33
3ª/EM	278,7	375	96,3	25,68

Fonte: SAEB 2003.

[2] O SAEB é a avaliação oficial que fornece dados a respeito da realidade educacional brasileira especificamente por regiões, nos estados e no Distrito Federal, incluindo redes de ensino pública e privada, por meio de exame bienal de proficiência, em Matemática e em Língua Portuguesa (leitura). O exame é aplicado em amostras de alunos de 4ª e 8ª séries do ensino fundamental e da 3ª série do ensino médio.(BRASIL, 2006).

[3] O termo satisfatório utilizado nos documentos do SAEB refere-se ao alcance da pontuação mínima esperada.

Na tabela anterior, percebe-se um distanciamento, tanto pontual quanto percentual, entre as médias nacionais e as médias ideais. Entre os *déficits,* os mais gritantes são a não aquisição das habilidades cognitivas e dos conceitos necessários à passagem de uma fase de ensino à outra. Se um aluno progride dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental sem o domínio teórico-prático de um determinado conceito básico de Matemática, isto implica na dificuldade de compreensão de outros conceitos a serem apreendidos nos anos posteriores da escolarização. No caso dos anos finais, o histórico dos resultados do SAEB de 1995 a 2003 revela um declínio no desempenho dos alunos, fato que só começou a mudar no último levantamento, mas em nenhum dos casos o desempenho chegou à pontuação média no início do período em questão (Cf. Anexo II). As tabelas que se seguem indicam os percentuais dos estudantes do EF e do EM, com relação aos estágios ou (etapas) de construção de competências matemáticas das séries pesquisadas.

Tabela 2. Percentual de estudantes nos estágios de construção de competências Matemáticas – 4ª série EF – Saeb 2001 e 2003

Estágio	Goiás	
	2001	2003
Muito Crítico	8,5	7,0
Crítico	43,2	39,0
Intermediário	43,0	48,3
Adequado	5,3	5,7
Total	100,0	100,0

Fonte: INEP/SAEB 2003

Tabela 3. Percentual de estudantes nos estágios de construção de competências Matemáticas – 8ª série EF – Saeb 2001 e 2003

Estágio	Goiás	
	2001	2003
Muito Crítico	4,8	8,0
Crítico	57,0	48,4
Intermediário	37,1	40,9
Adequado	1,2	2,7
Total	100,0	100,0

Fonte: INEP/SAEB 2003

Tabela 4. Percentual de estudantes nos estágios de construção de competências Matemáticas – 3ª série EM – Saeb 2001 e 2003

Estágio	Goiás	
	2001	2003
Muito Crítico	3,5	8,7
Crítico	62,1	62,8
Intermediário	28,0	21,6
Adequado	6,3	7,4
Total	100,0	100,0

Fonte: INEP/SAEB 2003

Observa-se que na 4ª série houve pequena melhora em 2003 com relação a 2001. O percentual de alunos em estágio "muito crítico" declinou 1,5% e os considerados em estágio "crítico" declinou 4,2%, proporcionando um crescimento percentual nos estágios "intermediário" e "adequado" 5,3% e 0,4% respectivamente. No entanto, 46% dos alunos ainda encontram-se nos dois últimos estágios de desempenho.

Analisando os dados dos alunos de 8ª série, percebe-se que o percentual de alunos em estágio "muito crítico" quase dobrou, passando de 4,8% para 8,0%. Houve um declínio em relação aos de estágio "crítico" passando de 57,0% para 48,4% e um aumento nos estágios "intermediário" e "adequado" passando de 37,1% para 40,9% e 1,2% para 2,7%, respectivamente. Contudo, 56,4% dos alunos encontram-se nos piores estágios de desempenho.

Do mesmo modo, que a média nesse nível, chama também a atenção o dado relacionado aos alunos da 3ª série do Ensino Médio: 71,1% dos alunos encontram-se nos níveis "muito crítico" e "crítico". Houve um declínio do percentual de alunos em estágio "intermediário", e os alunos em estágio "muito crítico" passaram de 3,5% em 2001 para 8,7% em 2003.

Essas informações indicam que à medida que avança o nível de escolaridade, avança também a queda no desempenho dos alunos quanto à aprendizagem de Matemática. Exemplo disto é que nas Olimpíadas de Matemática do Estado de Goiás[4] foram propositalmente inseridas as mesmas questões nos 3 (três) níveis[5] de exames e o resultado foi que, quanto

[4] No Estado de Goiás, as Olimpíadas são promovidas e elaboradas pelo Instituto de Matemática e Estatística – IME/UFG).

[5] A Olimpíada Brasileira de Matemática, promovida pelo Sociedade Brasileira de Matemática é composta de 3 níveis: Nível 1 para alunos de 5ª e 6ª séries; Nível 2 para alunos de 7ª e 8ª séries e Nível 3 para alunos do Ensino Médio.

maior o nível de escolaridade, menor o índice de acerto dos participantes. Estas constatações suscitam algumas questões importantes: o que há de específico nesse conhecimento que o torna incompreensível aos estudantes? O que acontece no processo de ensino da matemática que faz com que os alunos não alcancem os níveis esperados de aprendizagem? O que, e principalmente como, se ensina matemática na escola?

Esse é um problema que merece atenção do sistema educacional como um todo e, muito embora já exista um vasto campo de pesquisas e estudos voltados para a educação matemática[6], apesar da grande contribuição que vem oferecendo a esta problemática ele não tem conseguido oferecer uma contribuição mais efetiva, do ponto de vista pedagógico-didático, para amenizar o baixo desempenho dos alunos e afetar positivamente o ensino e a aprendizagem de matemática. Esta é a problemática em torno da qual foi delimitado o tema desta investigação, em busca de elementos que possam contribuir para a melhoria da educação matemática, particularmente a educação algébrica[7].

Assim, a questão principal desta investigação é a seguinte: a relação entre dificuldades dos alunos de sétima série na aprendizagem da álgebra e sua associação com problemas na metodologia de ensino. Desta questão decorrem outras, apresentadas a seguir, que também justificam a proposição da presente investigação.

1) Analisando-se a estrutura curricular presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais[8] (PCN) de Matemática de 5ª a 8ª séries, verifica-se uma idéia mestra na construção do conceito de números e de operações. A estrutura lógica e histórica da organização dos conteúdos é sempre da forma: primeiro Aritmética, depois Álgebra.

> O conhecimento sobre os números é constituído e assimilado pelo aluno num processo em que tais números aparecem como instrumento eficaz para resolver determinados problemas, e também como objeto de estudo em si mesmos, considerando-se, nesta dimensão, suas propriedades, suas inter-relações e o modo como historicamente foram constituídos.[...] Com relação às operações, o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo do *cálculo*, *contemplando*

---

[6] No Brasil existem duas entidades que agregam pesquisadores do campo da Matemática: a SBM (Sociedade Brasileira de Matemática) que agrega na sua maioria, pesquisadores e estudiosos da Matemática Pura e Aplicada fundada em 1969; e a SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática) que aglutina os pesquisadores e estudiosos do campo da Educação Matemática e áreas afins, esta foi fundada no ano de 1988. Na ANPED (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação) existe o GT-19 Educação Matemáica que fora criado em 1999.

[7] O termo educação algébrica é adotado neste trabalho conforme a definição apresentada por Lins e Gimenez (1997). Para estes autores "concepões de educação algébrica têm raízes em diferentes conceitualizações da atividade algébrica (p. 90). Estas conceitualizações da atividade algébrica têm origem nas concepções de álgebra que serão posteriormente discutidas no capítulo 1 deste trabalho.

[8] Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram elaborados pela Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação-MEC e publicados em 1998.

> *diferentes tipos – exato e aproximado, mental e escrito* (BRASIL, 1998, p. 50). grifos nossos.

Essa visão de número parte da matemática escolar para si mesma, pois não parte da realidade e nem se dirige para ela, na maioria das vezes não se estabelece conexão com a realidade, com a matemática do cotidiano de vida, e nem com a matemática científica, sendo que ambas podem fazer parte da cultura escolar, resguardando-se em cada uma suas diferenças e especificidades, ou seja, a escola deve ser entendida como o local privilegiado de aprendizagem do conhecimento matemático como um todo.

2) Um fato que chama a atenção nos PCN's de Matemática é a desconsideração da "oralidade". Fala-se do cálculo mental e escrito. O cálculo escrito utiliza-se da expressão escrita para se apresentar, mas, para que isso ocorra são necessários processos mentais. Já o cálculo mental é a organização de processos operacionais mentais para sua execução. Contudo, sua expressão se dá pela oralidade. Nas escolas não há, geralmente, espaço para o desenvolvimento e aplicação da "oralidade matemática". O cálculo mental presente no texto dos PCN's resume-se às operações mentais realizadas pelos alunos para apresentar a matemática escolar escrita.

Segundo Knijnik (2006) a matemática que acontece no dia-a-dia, na vida dos alunos, marcada principalmente pela oralidade, além de não ter espaço no contexto escolar torna-se, aí, uma matemática "suja" no contexto da "pureza" da escola. Um garoto que vende picolé consegue somar o valor dos picolés vendidos a seus clientes, calcular o troco a ser devolvido aos mesmos e no final do dia sabe quanto é a sua parte em dinheiro (comissão sobre as vendas). Todos os procedimentos matemáticos foram feitos por esta criança sem necessitar a autorização e validação da escola. E as formas pelas quais os cálculos foram realizados, embora na maioria das vezes não obedeçam às regras das operações formais da matemática escolar, foram realizados corretamente. Esta matemática é socializada (apresentada) oralmente tal como ocorre na vida cotidiana, contudo, dentro dos muros da escola ela não é reconhecida.

3) No que se refere especificamente à Álgebra, o modo como se trabalha na escola também é suspeito. Segundo a concepção presente nos PCN's, o aluno aprende os diversos tipos de números (naturais, negativos, racionais, irracionais, etc.) e como cada grupo (conjunto) de números pode ser operado. Por exemplo: estudam-se os números naturais e as operações neste conjunto; em seguida os números inteiros e como operar com estes números e assim por diante, para por fim chegar numa generalização, e perceber que independente de qual conjunto numérico seja este número seja proveniente, é possível operar com ele. Esta

generalização é marcada pela inserção de letras do alfabeto na matemática (x, y, etc.). Contudo, o significado da letra “x” agora na matemática não é dissociado do significado desta na língua materna. O “x” não é visto como um “número” e sim como uma “letra”. O problema maior é que o processo realizado desta maneira tenta fazer o aluno compreender a generalização como algo pronto, palpável e externo. Não percebendo que a generalização é um processo de constituição de conceitos que só se alcança pelo desenvolvimento de uma habilidade cognitiva, de um pensamento de determinado tipo em relação a este conceito.

A Aritmética é iniciada na escola com os números naturais e, em seguida, aparecem os números negativos, formando-se um novo conjunto numérico, os inteiros. Depois os racionais, os reais, etc. A cada vez que se apresenta um novo conjunto numérico, aprende-se como operar com esses números (somar, subtrair, multiplicar, dividir, etc.), só depois passa-se para o próximo conjunto e a lógica se repete.

Quando se apreende as operações e relações básicas nos números naturais, passa-se para os inteiros, em seguida para o conjunto dos racionais. É neste momento que a Álgebra é introduzida, em que independentemente do número que se apresente, as estruturas de formação de um conjunto se repetem e as operações também, ou seja, a idéia de “geral”. Há, portanto a formação de um conceito geral que exige um procedimento mental de generalização.

4) A idéia de que a Aritmética deve preceder a Álgebra e que uma deve ser pré-requisito da outra pode ser um fator dificultador da aprendizagem.

As questões anteriormente apontadas encaminharam o delineamento da presente pesquisa demarcando-a no campo da Didática, mais especificamente na Didática de Matemática, com foco na aprendizagem da Álgebra na sétima série do ensino fundamental. A pesquisa foi realizada com base na Teoria histórico-cultural iniciada por Lev Semenovich Vygotsky e a Teoria do Ensino Desenvolvimental de Vaslili Vasilievich Davídov[9] (1988) é que foi proposta esta investigação.

Davídov (1988) postula que o melhor ensino é o que promove o desenvolvimento do pensamento do aluno, por meio de procedimentos de abstração que o ajudam a realizar a generalização do conteúdo aprendido e aplicá-lo de forma prática. Sendo assim, pode-se inferir que o movimento a ser realizado no ensino de Álgebra seria o oposto ao que vem sendo feito. Entendendo-se que a Álgebra é uma generalização, este trabalho tem como objeto as

---

[9] Doravante neste trabalho esses autores serão referidos da forma como comumente costumam ser mencionados na literatura científica brasileira, simplesmente Vygotsky e Davídov.

dificuldades de aprendizagem da Álgebra e sua compreensão de acordo com as premissas da Teoria do Ensino Desenvolvimental. Teve por objetivos:

- Identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem de Álgebra e sua relação com o método de ensino utilizado pelo professor;
- Analisar os problemas identificados com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental;
- Apontar as contribuições da Teoria do Ensino Desenvolvimental para o ensino de Álgebra visando melhorar as aprendizagens dos alunos.

Ao propor esta investigação considerou-se sua relevância principalmente por se tratar de um tema que envolve uma problemática muito presente nas práticas pedagógicas na escola de um modo geral e principalmente no ensino fundamental, ou seja, o ensino e a aprendizagem da Álgebra. O presente estudo visa uma compreensão dos problemas de ensino e de aprendizagem da Álgebra em alunos da 7ª série do EF, da Rede Estadual de Educação, por meio de uma análise pedagógico-didática dos mesmos à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental.

A pesquisa foi realizada com uma abordagem qualitativa do tipo estudo de caso. A escola e a turma de sétima série do ensino fundamental foram escolhidas a partir de critérios pré-estabelecidos. O pesquisador acompanhou uma turma durante o segundo semestre do ano de 2005 em todas as aulas de matemática e em todas as atividades realizadas pelo professor de matemática nesta turma.

No decorrer das aulas foram aplicados dois testes diagnósticos aos alunos, visando identificar e compreender suas dificuldades e facilidades em relação à aprendizagem da Álgebra. O primeiro teste foi entregue aos alunos na forma impressa para que eles realizassem algumas tarefas algébricas envolvendo questões relativas aos conteúdos que foram trabalhados pelo professor. No segundo, foi entregue aos alunos uma folha de papel em branco e as atividades foram ditadas pelo pesquisador para serem escritas no papel e posteriormente resolvidas por eles. Após esta etapa, foram obtidas informações por meio de entrevistas individuais com roteiro semi-estruturado, visando identificar o contexto sociocultural dos alunos bem como estabelecer com eles um diálogo acerca do teste realizado e, assim obter mais elementos para a análise do resultado do teste. Portanto os testes não foram corrigidos, mas discutidos individualmente com os alunos durante as entrevistas.

O trabalho encontra-se organizado em três capítulos. No primeiro, são apresentadas a Educação Matemática, a Educação Algébrica e a Didática da Matemática a fim de se compreender os problemas possíveis, as pesquisas que estão sendo realizadas e seus resultados.

No segundo capítulo apresenta-se o referencial teórico que embasa e fundamenta este trabalho. São descritas as bases da teoria e os principais conceitos com ênfase aos utilizados nesta pesquisa.

O terceiro capítulo apresenta os resultados obtidos, buscando explicitar as dificuldades de aprendizagem da Álgebra e analisando-as com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental.

Por fim, apresentamos nossas considerações finais, onde destacamos algumas conclusões e apontamentos acerca de nossa análise dos dados, bem como algumas dificuldades dos alunos na aprendizagem da Álgebra à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental.

Capítulo 1

Educação Matemática, Educação Algébrica e Didática da Matemática

A Educação Matemática é prática pedagógica e área de conhecimento, constituindo-se também como tema de investigação e estudos. Nela se inclui a educação algébrica. Com o objetivo de situar o presente estudo neste campo e explicitar o recorte dado à temática o objetivo deste capítulo é ligar este trabalho à teia das pesquisas produzidas sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra. São apresentadas pesquisas acerca da educação matemática, em seguida estudos que têm como campo de investigação a educação algébrica, abordando-se também a didática da matemática e procurando-se situar a presente pesquisa no campo.

1.1 Educação matemática

Reunidos num congresso internacional ocorrido em Roma em 1908, matemáticos discutiram de forma inédita o ensino da matemática. Pela primeira vez matemáticos deram importância a questões ligadas ao ensino desta ciência, ocorrendo também a busca da internacionalização da matemática escolar. Seguindo o congresso de Roma, no V Congresso Internacional de Matemática em Cambridge, no ano de 1912 foi disseminada uma proposta de reforma do ensino da Matemática (VALENTE, 2005, p. 89). Contudo, somente no final da década de 1920 as primeiras discussões acerca do tema começaram a ecoar no Brasil. Conforme relata Valente (2005, p. 89) este movimento internacional do ensino de matemática repercutiu no Brasil com diversas conseqüências, entre elas a criação da disciplina escolar Matemática, o debate acerca da necessidade de criação de faculdades de filosofia com o objetivo de formar professores de matemática. Mas a conseqüência inédita foi o surgimento de discussões sobre a distinção entre a atividade docente em matemática e a atividade de matemático.

Esse mesmo autor destaca que o professor Euclides de Medeiros Guimarães Roxo fora uma das figuras mais importantes deste período, podendo ser considerado o “primeiro educador matemático brasileiro”.

Acerca da Educação Matemática alguns autores (GIARDINETTO, 1999; MACHADO et al, 1999; PAIS, 2002; MOREIRA e DAVID, 2005; KNIJNIK, 2006) apontam três vertentes distintas em que se situam os estudiosos e pesquisadores da área: a Matemática Escolar; a

Matemática Acadêmica (ou Científica) e a Matemática da Vida Cotidiana. Estas vertentes estabelecem entre si uma interlocução que envolve geralmente apenas duas das três correntes, nunca as três no seu conjunto e quase sempre uma desenvolvendo oposição à outra.

Nessa interlocução tem sido indicada como solução dos problemas de ensino-aprendizagem, a necessidade de relação entre a Matemática Escolar e a Matemática da Vida Cotidiana. O argumento para esta indicação é que os conceitos escolares são apresentados para os alunos sem nenhuma relação imediata com a sua vida, “regidos por procedimentos de ensino arbitrários, como que um amontoado de regras sem nexo que são impostas aos alunos” (GIARDINETTO, 1999, p. 4).

O cotidiano nessa ótica é tido como “natural”, “genuíno”, “mais significativo” para o aluno e para sua vida. Porém, Giardinetto (Id.) chama a atenção para o risco de haver aí uma supervalorização do conhecimento cotidiano em detrimento do conhecimento escolar e científico. Para o autor, a não compreensão da escola como instituição mediadora e socializadora do saber escolar historicamente acumulado, que possibilita a transição do conhecimento cotidiano do aluno para o conhecimento escolar, inviabiliza a sua tarefa. (GIARDINETTO, 1999, p. 8).

A Matemática Escolar, por outro lado, é vista como conhecimento científico “didatizado”, que por si só, não dá conta de solucionar as questões de ensino-aprendizagem da Matemática. Moreira e David (2005), ao trabalharem com “a transposição didática” tal como desenvolveu Chevallard, escrevem:

> Com o tempo, o saber ensinado desgasta-se – um desgaste biológico e moral. O biológico se refere ao eventual afastamento das normas do saber sábio, e o moral, a uma proximidade ‘perigosa’ em relação ao saber ‘banalizado’, isto é, de domínio público (MOREIRA e DAVID, 2005, p. 18).

Moreira e David (2005) apontam que Chevallard confere supremacia à Matemática Científica em comparação com a Matemática Escolar e que, por outro lado, Chervel aponta que isto se constitui um fechar de portas, ao não considerar os múltiplos mecanismos e processos que condicionam esta construção a partir do exterior do espaço escolar, ou seja, da mesma forma que a Matemática Escolar distancia-se da Científica também distancia-se da Matemática da Vida Cotidiana, haja vista os dinâmicos avanços da ciência e as transformações da sociedade.

A esse respeito é válida a idéia de Pais, ao ressaltar a análise da transposição didática, a partir de três tipos de saberes, cada um com um objeto de estudo distinto: “o saber científico, o saber a ensinar e o saber ensinado” (PAIS, 1999, p. 21). O saber científico está associado à vida acadêmica, desenvolvida normalmente nas universidades e institutos de pesquisa; o saber a ensinar é um saber ligado a uma forma didática que serve para apresentar o saber a um aluno; o saber ensinado é aquele registrado no plano de aula do professor.

> Para viabilizar a passagem do saber científico para o saber escolar, torna-se necessário um trabalho didático efetivo a fim de proceder a uma reformulação, visando a prática educativa. É necessário, portanto recorrer à elaboração de uma forma didática, surgindo assim a importância de uma metodologia fundamentada numa proposta pedagógica (PAIS, 1999, p. 23).

Na busca de níveis mais amplos de abstração e generalidade, o matemático despe-se das condições contextuais, enquanto o professor de matemática deve recontextualizar o conteúdo na tentativa de relacioná-lo a uma situação mais significativa para o aluno. Contudo, o contexto reconstruído nunca é o mesmo daquele em que o saber foi constituído. "Enquanto para o pesquisador o saber é o objeto principal de sua atividade, na prática escolar, o conhecimento é um instrumento educacional que tem natureza própria" (PAIS, 1999, p. 29). Por isso, destaca o autor, não se pode reduzir o conteúdo escolar simplesmente à validação dos conhecimentos de senso comum. Todavia há de se levar em conta que o saber escolar deve se constituir a partir do conhecimento do aluno para que não se estabeleça um conflito entre saber escolar e realidade do aluno (PAIS, 1999).

Cabe aqui uma referência a Davídov, cujas idéias são tomadas para embasar esta pesquisa. Em sua obra, ao dialogar com Skatkin a respeito da resolução de problemas, Davídov escreve que na solução de tarefas de aprendizagem é importante que o aluno percorra o caminho galgado pelo cientista para a elaboração de um conteúdo específico.

> Ao usar esta abordagem, o professor *demonstra aos alunos o mesmo caminho percorrido pelo pensamento científico, força os alunos a seguir o movimento dialético do pensamento para a verdade, tornando-os, de certo modo, co-participantes da busca científica* (SKATKIN, apud DAVÍDOV, 1988, p. 44), grifos do autor.

Davídov acrescenta ainda que, para solucionar questões relacionadas ao ensino elementar, como refere Skatkin, uma das primeiras proposições está ligada às experiências dos professores de ensino elementar, o que ele chamou de "pensamento didático".

Retornando à questão da educação matemática e analisando essas diferentes Matemáticas percebe-se que há um processo de reprodução da falta de sentido e significado no ensino-aprendizado da mesma. É necessário um diálogo com as diferentes vertentes no intuito de amenizar as disparidades na formação do pensamento matemático, pois, visto que só existe uma matemática, a fragmentação nada mais é do que especificidade de aplicação de uma única matemática em lugares culturais distintos. E mais, é necessário que na escola estas vertentes tenham clareza de um objetivo comum: desenvolver o pensamento matemático. Contudo, esta necessidade está ligada a outra: é preciso que os professores desenvolvam uma didática de matemática capaz de desenvolver o pensamento matemático dos alunos.

1.2 Educação algébrica

Historicamente, no Brasil, a matemática elementar é marcada por uma “atitude oscilatória e maniqueísta que se expressava ora no realce da Álgebra em detrimento da Geometria, ora na defesa do ponto de vista oposto” (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 78). Uma lógica que pode ser observada principalmente nos livros didáticos de matemática, onde o conteúdo da Geometria fica sempre no final dos livros, quase nunca alcançado pelos professores no decorrer dos planos de ensino. Isto demonstra o entendimento implícito de que o ensino da Geometria não deve ser concomitante com a Aritmética e a Álgebra.

Na década de 1960, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) surgiu com a proposta de superar os problemas enfrentados até então. Acontece neste momento, um destaque para a Álgebra e um abandono da Geometria. Na tentativa de superar o ensino mecânico da matemática, a Álgebra passou a ocupar um lugar de destaque, por ser considerado um ensino mais lingüístico.

A Álgebra tem sido foco de muitas pesquisas no campo da Educação Matemática, buscando compreender (apreender) os seus problemas do ensino e de aprendizagem. Na tentativa de perceber as aproximações e distanciamentos destas pesquisas faremos um diálogo entre elas para verificar se há lacunas neste campo de pesquisa.

Pesquisa acerca das concepções algébricas que se manifestam ao longo da história do ensino da matemática foi realizada por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Eles refizeram leituras usuais com relação ao desenvolvimento histórico da Álgebra e relataram fases evolutivas da linguagem algébrica.

A Álgebra segundo os autores divide-se em Álgebra Clássica ou Elementar e Álgebra Moderna ou Abstrata. A primeira insiste em considerar a Álgebra como uma Aritmética universal ou generalizada; a outra entende a Álgebra como um “sistema cujos símbolos e regras operatórias sobre eles são de natureza essencialmente arbitrária" (FIORENTINI, et al, 1993).

Os autores relatam o desenvolvimento histórico da Álgebra em função das fases evolutivas da linguagem algébrica: retórica ou verbal, sincopada e simbólica. A retórica ou verbal consiste em que todos os passos relativos aos esquemas operatórios sobre números e equações eram descritos em linguagem corrente (egípcios, babilônios e os gregos pré-diofantinos); a sincopada surgiu com o grego Diofanto de Alexandria (século III), que introduziu um símbolo para a incógnita; mais tarde teria sido utilizada e desenvolvida pelos hindus principalmente por Brahmagupta (século XII); na simbólica as idéias algébricas passam a ser expressas somente através de símbolos. O matemático francês Viète[10] (1540-1603) foi o principal responsável por esta fase. Descartes (1596-1650) em sua obra "La Géométrie" utilizou as últimas letras do alfabeto (x, y, z,...) para representar incógnitas e variáveis, e as primeiras (a, b, c, d,...) como quantidades fixas (FIORENTINI et al, 1993, p. 79-80).

Neste mesmo estudo, Fiorentini e outros identificaram concepções de Álgebra e de Educação Algébrica e, após a discussão e comparação das diferentes concepções, indicam um ponto negativo que perdura até a atualidade: a redução do pensamento algébrico à linguagem algébrica. A passagem a seguir ilustra esta problemática e o posicionamento destes pesquisadores sobre a questão.

> A tendência da Educação Algébrica tem sido acreditar que o pensamento algébrico só se manifesta e desenvolve através da manipulação sintática da linguagem concisa e específica da Álgebra. Entretanto, essa relação de subordinação do pensamento algébrico à linguagem desconsidera o fato de que, tanto no plano histórico quanto no pedagógico, a linguagem é, pelo menos a princípio, a expressão de um pensamento. Acreditamos subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética (FIORENTINI et al, 1993, p. 85).

O termo pensamento algébrico é adotado por Fiorentini para referir-se ao pensamento de uma determinada corrente (ou fase evolutiva) da álgebra.

Raboni (2004) desenvolveu estudo intitulado "Saberes profissionais do professor de Matemática: focalizando o professor e a Álgebra do Ensino Fundamental". No desenvolvimento de suas pesquisas levantou os movimentos históricos da matemática em especial da Álgebra. É como este assunto é tratado nos documentos oficiais. Suas reflexões

[10] Para Fiorentini, et al (1993) este é considerado o autêntico fundador da Álgebra. Contudo, Boyer, (1996) referencia o matemático árabe Al-khowarizmi como o "pai da Álgebra".

basearam-se na “atitude profissional” e no “saber profissional” do professor da 7ª série do Ensino Fundamental. A pesquisadora escolheu esta série após constatar que muitos dos problemas no ensino de Álgebra nela “ocorrem pela excessiva concentração de esforços no tratamento dos signos, desprezando duas dimensões fundamentais: conceito e objetos” (p. 45).

O que Raboni está se referindo é o fato de que tem se dado mais importância à decodificação e manipulação de signos, do que aos conceitos e objetos da álgebra, ou seja do que é nuclear da álgebra.

A autora concluiu que os professores apresentam temores diante do “novo” e dificilmente abandonam suas referências já adquiridas (o que sabem) em função de propostas novas para o ensino da Álgebra. Ou seja, os modelos prontos e acabados são um porto seguro para o professor que se apóia no livro didático, sendo pressionado a cumpri-lo na sua totalidade, deixando em segundo plano tanto as propostas curriculares oficiais como as de estudiosos da área. (RABONI, 2004).

Com base nas pesquisas que realizou e nas vivências como formadora de professores de Matemática, Varizo (2005, p. 1) aponta alguns problemas tanto da álgebra quanto por parte dos docentes no seu ensino:

> A Álgebra tem sido considerada a maior vilã dentre os conteúdos da matemática escolar. Temas tais como números relativos, equações, sistemas de equações, expressões algébricas têm assombrado nossos alunos e têm sido uma grande preocupação para professores e coordenadores pedagógicos. A ela se imputa grande responsabilidade na exclusão e na ojeriza dos alunos pela matemática.
> Os professores de matemática questionam que conteúdos ministrar, quando ministrar este ou aquele conteúdo, como desafiar o aluno para o estudo da Álgebra, enfim, como superar esse quadro de exclusão que é devido ao ensino da Álgebra.

Para essa pesquisadora, o modo como os professores lidam com o conteúdo da Álgebra e o modo como o ensinam aos alunos influenciam nos resultados da aprendizagem. Por conseguinte, um aspecto essencial é a própria concepção da Álgebra. De um modo geral, a Álgebra consiste na representação de um número qualquer (uma generalização), utilizando-se uma letra do nosso alfabeto (o “x” é o mais utilizado). A esta letra comumente chamamos de variável.

Usiskin (1995) e Varizo (2005) ressaltam que dentro da Álgebra a variável é concebida dos seguintes modos:

1. Álgebra como generalização da Aritmética - trata das expressões algébricas e a variável representa um número qualquer;

2. Álgebra como o estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas – trata das equações e considera a variável como incógnita;
3. Álgebra como o estudo de relações entre quantidades – trata das funções e a variável é considerada no seu sentido completo de variabilidade;
4. Álgebra como o estudo de estruturas **–** é o estudo da álgebra abstrata e a variável é considerada como marca no papel, ou seja um símbolo marcado no papel que tem como fim o desenvolvimento das estruturas da álgebra, sem necessariamente se relacionar diretamente com algum resultado aritmético.

Observando as modalidades elencadas acima, percebemos a complexidade da Álgebra como tema de estudo, bem como sua importância para o desenvolvimento cognitivo do aluno. Ao aprender Álgebra, o aluno adquire conteúdos e habilidades cognitivas que se tornam ferramentas na generalização dos conceitos aritméticos. Na introdução da obra de Vygotsky "Pensamento e Linguagem", feita por Jerome S. Bruner, este comenta que "o adolescente que adquiriu o domínio dos conceitos algébricos já está numa posição de vantagem, da qual vê os conceitos aritméticos sob uma perspectiva mais ampla" (1998b, p. XII).

Todavia, não é assim que comumente é compreendida a Álgebra. Seja no ensino fundamental, médio ou superior, a Álgebra é temida pelos alunos sendo que uma das grandes dificuldades na sua aprendizagem é a falta de relação dela com a Aritmética, pois é apresentada e ensinada de uma forma que não promove nos alunos a percepção de que está presente nas atividades reais, práticas e também nas suas atividades mentais, a Álgebra permanece sem relação com os conhecimentos humanos acumulados em um mundo historicamente constituído.

A Educação Matemática tradicional parte da premissa de que a Aritmética é concreta e a Álgebra abstrata. Discordamos desse pressuposto por entender que tanto a Aritmética quanto a Álgebra são em sua essência ambas, concretas e abstratas.

Cedro (2004) desenvolveu uma pesquisa objetivando "investigar as ações constituintes de um espaço de aprendizagem, a partir dos pressupostos teóricos da abordagem histórico-cultural e da teoria da atividade". Seu objeto de pesquisa foi o "clube de matemática", um espaço de ensino e aprendizagem conduzido com crianças da quinta série do Ensino Fundamental, da Escola de Aplicação da Faculdade de Educação da USP. A pesquisa buscou, à luz da Teoria da Atividade, perceber e entender as contribuições do desenvolvimento do pensamento do aluno para a constituição de um "bom ensino" e conseqüentemente um "bom aprendizado" da Álgebra, mais especificamente as equações.

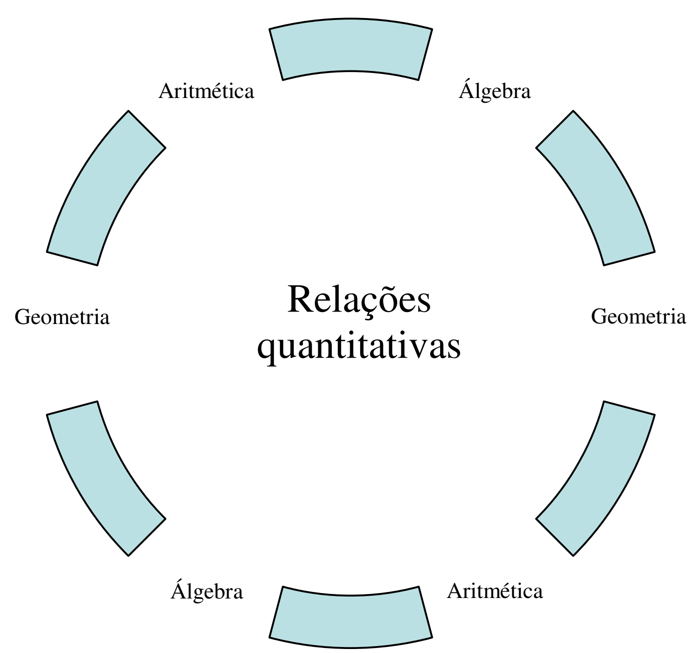
Apoiado em Moura, Melo, Sousa e Scarlassan (2001), Cedro justifica o enfoque no estudo das equações pela necessidade de considerar o conceito de variável como fundamento principal, para a Álgebra fundamental e conseqüentemente para as equações.

Na escola, o primeiro contato com a matemática formal se dá a partir da "construção" da idéia de número, para em seguida utilizar esses números para apreender as operações. Esta é a chamada Aritmética, a parte da matemática que lida com números e operações. Mas, como ponderam Lins e Gimenez (1997), adiar a introdução da Álgebra na escola não resolve. O que se é necessário é iniciar mais cedo o ensino do conteúdo da Álgebra para que ambas, Álgebra e Aritmética, desenvolvam-se juntas e de modo que uma implique no desenvolvimento da outra.

Nas palavras de Lins e Gimenez (1997), Davídov estabelece uma raiz comum para a Álgebra e a Aritmética. Esta raiz é o trabalho com relações quantitativas. De onde se deduz que, aprender a Álgebra concomitantemente com a Aritmética pode ser uma possibilidade de apreender o essencial, o "nuclear" na formação do pensamento matemático, que são as "relações quantitativas".

A figura abaixo é apresentada como ilustração do modo pelo qual se compreende, neste trabalho, os elementos que constituem a matemática escolar, com base na teoria do ensino desenvolvimental[11], o nuclear desta ciência.

Figura 1. Estrutura da Matemática Escolar.



[11] No próximo capítulo discutiremos com ênfase essa teoria.

Entendemos que a matemática da vida cotidiana é diferente da matemática escolar, contudo, a primeira é a que o aluno conhece ao entrar na escola. E ela é negada e "substituída" por uma matemática que só existe na escola e que não cabe na vida do aluno fora de seus muros. Assim, concordamos com Lins e Gimenez (1997) quando afirmam que "não estamos dizendo que irracionais ou complexos não servem para nada, apenas que eles não estão na rua; e frações e negativos que estão na rua são *outros*, não os da escola". Os números do cotidiano referem-se a algo existente no mundo, é um número de algo, mas, os números da escola não são números de nada. Por mais que se tente, não se tem conexão com a realidade aparente.

Não se busca de forma alguma supervalorizar a matemática da vida cotidiana em detrimento da matemática escolar, pelo contrário, entendemos que ambas existem e que são importantes na vida de um indivíduo, tanto quanto a matemática científica. O que se quer aqui é chamar a atenção para os valores e as formas com as quais a matemática é fragmentada em nossa sociedade e como isso a cada dia se cristaliza. Porém, é na escola que o aluno deve conhecer o conteúdo da matemática e desenvolver em relação a ela as habilidades cognitivas necessárias.

1.3 Didática da matemática

O aspecto principal desse trabalho consiste em perceber e analisar as dificuldades de aprendizagem dos alunos com relação à Álgebra, estabelecendo-se uma relação entre elas e o modo como o professor ensina. Assim, é no campo da Didática que devemos buscar respostas às indagações anteriormente apresentadas, pois é ela que "investiga os fundamentos, condições e modos de realização da instrução e do ensino" (LIBÂNEO, 1994, p. 25). Mais ainda, é na Didática da Matemática que aspiramos vislumbrar caminhos para melhorar o ensino e tornar a aprendizagem mais efetiva na vida dos alunos. A importância da didática da matemática é descrita por Pais:

> A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica (PAIS, 2002, p. 11).

A matemática escolar está entre a científica e a cotidiana e, por isso, a Didática da Matemática situa-se no saber escolar matemático com uma grande e dupla responsabilidade: acompanhar as evoluções da sociedade e as da própria Matemática.

Um conceito muito utilizado e estudado é o da *transposição didática* que tem Yves Chevallard como um de seus maiores estudiosos. A *transposição didática* pode ser entendida como um caso especial da transposição de saberes. No caso de um saber específico a ser ensinado, como o da Matemática, que recebe “transformações” a fim de que seja transposto a uma disciplina escolar. Chevallard apresenta da seguinte forma o conceito de transposição didática:

> Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática (CHEVALLAR, 1991, apud PAIS, 2002, p. 19).

Em nosso país, a definição de conteúdos escolares segue parâmetros curriculares pré-estabelecidos, contudo é possível perceber que alguns são formulações da disciplina escolar para ela mesma. Isto ocorre quando é ensinado de forma desvinculada com suas finalidades e aplicações, como por exemplo: produtos notáveis e determinantes. Fenômeno que Chevallard denominou de *criações didáticas* (PAIS, 2002).

> A contextualização do saber é uma das mais importantes noções pedagógicas que deve ocupar um lugar de maior destaque na análise da didática contemporânea. Trata-se de um conceito didático fundamental para a expansão do significado da educação escolar. O valor educacional de uma disciplina expande na medida em que o aluno compreende os vínculos do conteúdo estudado com um contexto compreensível para ele (PAIS, 2002, p. 27).

No caso da Didática da Matemática, no Brasil, a escola que mais tem influenciado é a francesa. Autores como Piaget, Vergnaud, Brousseau, Bachelard, Duval, Chevallard e outros estão frequentemente presentes nas pesquisas acerca da Educação Matemática e da Didática da Matemática. Todavia, autores da abordagem histórico-cultural como Vygotsky e Davídov se ocuparam em tomar a matemática para exemplificar e explicitar suas teorias. Assim, podemos vislumbrar que podem ser grandes as contribuições destes autores para a Didática da Matemática. No próximo capítulo relataremos um estudo experimental realizado por este último autor na Matemática.

1.4 O professor de matemática e sua formação

1.4.1 Formação inicial no curso de graduação

Um fator que não pode deixar de ser considerado por estar estreitamente associado ao problema da aprendizagem de Matemática é a formação e a prática do professor de Matemática. Este tema constitui um aspecto secundário desta pesquisa, porém não menos importante, pois a aprendizagem não se desvincula do ensino e vice-versa.

Com relação à ciência Matemática, sabe-se que sua história acompanha a própria história do homem civilizado. Contudo, matemática, como disciplina escolar no Brasil, não data nem de um século. As discussões sobre a formação de um profissional específico para o ofício da docência da Matemática (licenciado), e outro voltado para a pesquisa e o desenvolvimento desta ciência (bacharel) coincidem com a história da matemática como disciplina escolar. As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para a formação do Bacharel e do Licenciado em Matemática, publicadas em 2001 avançam na discussão das competências e habilidades de cada um destes profissionais. Contudo, ainda está presente no campo a visão de que para ensinar matemática é necessário apenas saber matemática.

No Brasil, o processo de racionalização e de uniformização do ensino, resultante do ideário tecnicista dominante nas décadas de 1960 e 1970, favoreceu uma leitura esvaziada de alcance político e transformador da atividade escolar, fazendo pesar sobre os professores a acusação de que apenas contribuem para reprodução das desigualdades sociais (ROSA e KHIDIR, 2004).

No quadro das reformas educacionais implementadas nos países da América Latina, a partir da década de 1980, com vistas a adequar o sistema educacional ao processo de reestruturação produtiva e aos novos rumos do Estado, observa-se que houve uma centralidade na formação dos profissionais da educação. Por ser a educação um elemento facilitador dos processos de acumulação capitalista, a formação de professores ganha um dimensionamento estratégico, no âmbito da escola e da educação básica. Segundo Nóvoa (1992), a década de 1980 marca a virada na pesquisa educacional em todo o mundo, trazendo os professores para o centro da investigação e dos debates educativos, no entanto foram excluídos como atores da produção de conhecimento sistematizado a respeito de seu próprio fazer.

Com relação à Matemática, é comum no discurso dos especialistas da área, a interpretação de que problemas tais como evasão e repetência, na maioria das vezes ligados a esta disciplina, são decorrentes da má formação profissional dos professores atuando nesta área. Imenes aponta para o fato de que mesmo com a mundialização da economia, trazendo mudanças em todos os setores, principalmente na educação, “a matemática é a disciplina que apresenta o mais baixo desempenho dos alunos e é, ainda, a que mais reprova” (1997 p. 07). Destaca como principais causas do fracasso, a programação mal distribuída, a desconsideração do desenvolvimento cognitivo do aluno, os conteúdos que não desenvolvem o raciocínio, e a não aplicação prática, em que gasta-se mais tempo treinando cálculos mecânicos do que trabalhando conceitos. De acordo com esta interpretação os professores são colocados como os grandes vilões do fracasso escolar, quando na realidade, acreditamos que eles sejam também vítimas da dicotomização e fragmentação do conhecimento em sua formação para a docência. Fragmentação que se explicita quando começa o enfrentamento profissional na concretude da prática docente em sala de aula. Em outras palavras, na universidade se produz a fragmentação e esta repercute na formação dos professores, na qual a atividade docente em matemática e a pesquisa matemática estão dissociadas.

Com relação à formação de professores, o estudo de Santos (1999) mostra que além da dicotomia entre a teoria e a prática do ensino de Matemática há uma dicotomia na formação do Professor de Matemática (bacharelado e licenciatura).

A esse respeito também Neves (1994) chamou à atenção para o fato de que não deve haver distinção tão grande entre bacharelado e à licenciatura. O autor escreveu:

> ... esta distinção entre profissional específico e professor deve se estabelecer devido e a partir do exercício profissional – e não na formação, na graduação, pois os dois devem ser formados com a capacidade de lidar com a produção do conhecimento. Enquanto um lida com a produção do conhecimento matemático puro, o outro produz conhecimentos para a Educação Matemática, para o ensino (NEVES, apud SANTOS, 1999).

Essa distinção, no entanto aparece claramente nas Diretrizes Curriculares para Cursos de Matemática, fixadas pelo Parecer CNE/CES nº 1.302/2001. Como objetivo do curso de Bacharelado é definida a formação flexível para qualificação dos graduandos para a pós-graduação, a pesquisa e o ensino superior, ou outro trabalho que não seja acadêmico. O perfil do egresso é assim descrito:

> - sólida formação de conteúdos de Matemática;
> - formação que lhes prepare para enfrentar os desafios das rápidas transformações da sociedade, do mercado de trabalho e das condições de exercício profissional (BRASIL, 2001, p. 3).

Já para o egresso licenciado são definidas também as seguintes as seguintes características:

> - visão de seu papel social de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos;
> - visão da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania;
> - visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que muitas vezes ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina (BRASIL, 2001, p. 3).

Podemos perceber nessas Diretrizes que se trata da formação de dois profissionais, um com uma “sólida formação de conteúdos de Matemática” e outro que, além disso, deve ser capaz de perceber seu “papel social de educador”, bem como de facilitador na aprendizagem desta disciplina. Ante esta distinção pode-se ponderar que no Brasil não existe a profissão exclusivamente de pesquisador. O pesquisador encontra-se vinculado normalmente às Universidades com atividades também de docência, entre outras.

Observando-se os conteúdos curriculares estabelecidos nessas mesmas Diretrizes não se percebe que estejam voltados para o desenvolvimento das habilidades de ensino e muito menos para a formação política do bacharel em Matemática.

Outro aspecto que merece ser comentado é que nos parece a concepção de ensino presente nessas Diretrizes é uma concepção parcial, uma vez que os problemas do acesso ao conhecimento de metodologias de ensino da Matemática e as especificidades da relação professor/aluno estão presentes apenas na formação dos Licenciados.

Entendemos que isso é uma dicotomia com relação à formação do professor de matemática haja vista que ambos, mais cedo ou mais tarde, tendem a se tornar professores de matemática (os Bacharéis, no ensino universitário). No caso do Bacharel em Matemática percebe-se que, de acordo com as Diretrizes, a formação pedagógica não está presente nem no perfil e nem em suas competências e habilidades. Contudo, este mesmo documento define que no curso deve haver “um programa flexível de forma a qualificar os graduados para a Pós-graduação visando a pesquisa e o ensino superior”.

Brzezinski afirma que, com relação à formação dos profissionais da educação existem na Lei de Diretrizes e Bases da Educação avanços e retrocessos.

> Entre outros, está a associação entre teorias e práticas como um dos fundamentos da formação o que consta no art. 61 [da LDB] como se segue: ‘a associação entre teorias e práticas, inclusive mediante a capacitação em serviço e aproveitamento da formação e experiências anteriores em instituições de ensino e outras

> atividades'. Entretanto, do art. 61 devo criticar a adoção da capacitação em serviço e do aproveitamento de formação e experiências anteriores como capazes de habilitar o professor (BRZEZINSKI, 2003, p. 154-155).

Um profissional com formação em Matemática, atuando como docente, desenvolverá e privilegiará o conhecimento tácito relacionado aos processos de ensino-aprendizagem (ARIZA e TOSCANO, 2001). Contudo, o conhecimento e domínio da Matemática (ou qualquer outra ciência) não bastam para "autorizar pedagogicamente" um profissional a ser professor desta ciência.

> O professor de ciências, por exemplo, se percebe mais como biólogo, físico ou geólogo que como professor, identificando seu conhecimento profissional com o conhecimento da disciplina em que está especializado[12] (ARIZA e TOSCANO, 2001, p. 62).

Segundo estes autores, os dois componentes do conhecimento profissional dos professores especialistas[13] são o saber acadêmico (disciplinar) e o saber tácito. O primeiro baseia-se no abstrato, racional e na lógica da disciplina; já o segundo é "um conhecimento tácito, concreto e irreflexivo, baseado na lógica do pensamento cotidiano". Eles defendem a idéia de que o professor especialista não pode reduzir-se ao conhecimento acadêmico e formal de uma disciplina concreta, este profissional deve conhecer e utilizar didáticas específicas de ensino da matemática, por exemplo, ou qualquer outra ciência. Assim seria desejável que o professor tivesse uma formação profissional que lhe propiciasse:

- Conhecer em profundidade o objeto de estudo, os problemas, as leis e as teorias fundamentais da disciplina específica;
- Conhecer a história da ciência específica ligada à disciplina;
- Ser iniciado à investigação científica;
- Ter certas concepções epistemológicas acerca da ciência, do método científico e outras formas de conhecimento;
- Estabelecer relações significativas entre a disciplina em que está especializado e os problemas sócio-ambientais relevantes;
- Determinar, analisar e interpretar indicadores externos da concepção, representação dos seus alunos, bem como saber elaborar instrumentos fáceis de detectar estes indicadores,

---

[12] Tradução nossa.
[13] Este termo, para os autores, refere-se àquele professor formado com base em uma disciplina específica, por exemplo o matemático e não, como se poderia pensar, ao professor que possui um título de especialista.

formular adequadamente as perguntas, analisar e modelar as respostas e interpretá-las didaticamente;

- Saber formular metaconhecimentos, um conjunto de procedimentos gerais, com a capacidade de reconhecer problemas, analisar e constatar pontos de vista, e uma série de valores básicos como a autonomia, a cooperação, etc. que sirvam como conteúdos do processo de ensino-aprendizagem;
- Elaborar mapas de conhecimento, procedimentos e atitudes que relacionem informações procedentes das diferentes disciplinas científicas e problemas relevantes e interessantes para os alunos;
- Relacionar com as concepções e representações dos alunos.

Portanto, é necessário que haja, na base epistemológica que guia a formação do profissional na graduação, uma formação pedagógica sólida que desenvolva as habilidades para a docência.

Ainda sobre a formação de professores e a LDB, tema tão polêmico e ainda não resolvido, Leda Scheibe escreveu:

> As novas definições evidenciaram a intenção de impor ao país um novo modelo de formação profissional para a área de educação, que podemos denominar de 'modelo dos institutos superiores de educação' no qual essa formação, embora vinculada ao ensino superior, é desvinculada do ensino universitário, passando a constituir-se numa preparação técnico-profissionalizante de nível superior (SCHEIBE, 2002, p. 54).

Sabe-se que até há pouco tempo, a formação inicial de professores ficava a cargo da Universidade, hoje também ocorre nos Institutos Superiores de Educação. Porém, em ambas as instituições, a formação é homogênea e dissocia a ciência da didática.

Scheibe assinala ainda que,

> De acordo com o texto do Parecer do CNE/CP nº 9/2001, que apresenta as diretrizes para a formação de professores da educação básica, em nível de graduação plena, a orientação assumida pela atual reforma educacional consolida a direção de formação superior 'para três categorias de carreiras: Bacharelado Acadêmico, Bacharelado Profissionalizante e Licenciatura', o que implica que a licenciatura ganha identidade, integralidade e terminalidade própria (SCHEIBE, 2002, p. 57).

1.4.2 Formação continuada

A chamada Formação Continuada de Professores ocorre nos cursos de pós-graduação (especialização, mestrado, doutorado, etc.) ou por meio da formação em serviço, na forma de cursos de curta duração. Todavia, o problema em questão é que nenhuma dessas duas modalidades, na maioria dos casos, consegue tocar o professor de forma a utilizar o que lhe foi oferecido na prática da sala de aula.

> ... a formação continuada é uma maneira diferente de ver a capacitação profissional de professores. Ela visa ao desenvolvimento pessoal e profissional mediante práticas de envolvimento dos professores na organização da escola, na organização e articulação do currículo, nas atividades de assistência pedagógico-didática, nos conselhos de classe, etc [...] ainda é muito comum nas Secretarias de Educação promover a capacitação dos professores através de cursos de treinamento ou de reciclagem, de grandes conferências para um grande número de pessoas. Nesses cursos são passadas propostas para serem executadas ou os conferencistas dizem o que os professores devem fazer. O professor não é instigado a ganhar autonomia profissional, a refletir sobre sua prática, a investigar e construir teorias sobre seu trabalho (LIBÂNEO, 2001, p. 66).

O que chama a atenção é que as dificuldades de aprendizagem na sala de aula, não estão sendo resolvidas com as propostas de formação continuada, bem como as demais, que priorizam a simples exposição de recursos didáticos.

Não se pode mais pensar a formação continuada de forma desvinculada e muito menos de forma dissociada do seu fazer pedagógico, muito menos ainda pensá-la como forma de pacotes homogêneos e homogeneizantes que universalizam os problemas da aprendizagem escolar.

Os especialistas em geral, têm uma formação acadêmica cuja centralidade está na especificidade do conhecimento matemático, enquanto uma "ciência em si" que desconsidera o fenômeno educativo ou, mais precisamente, a diferença entre a produção do conhecimento escolar e o conhecimento científico.

A formação permanente tem o papel de descobrir a teoria para ordená-la, fundamentá-la, revisá-la e combatê-la, se for o caso. Seu objetivo é remover o sentido pedagógico comum, a fim de recompor o equilíbrio entre os esquemas práticos e os esquemas teóricos que sustentam a prática educativa.

Segundo Mizukami (2002, p.16), a idéia de processo, de *continuum,* requer o "estabelecimento de um fio condutor que vá produzindo os sentidos e explicitando os significados ao longo de toda a vida do professor, garantindo, ao mesmo tempo, os nexos entre a formação inicial, a continuada e as experiências vividas".

A dificuldade que se observa é a de articular, por meio da formação continuada, os conhecimentos adquiridos na formação inicial com as experiências vivenciadas na prática docente, de modo que tais conhecimentos superem o senso comum e configurem uma prática pedagógica refletida.

Analisando o texto das DCNs, percebe-se que na formação do licenciado não estão presentes orientações para sua formação enquanto pesquisador, nem na área da Matemática e muito menos na Educação. Contudo, na formação do bacharel sim estão resguardadas a formação para o “trabalho docente” e para a pesquisa.

Esse fato pode apontar um motivo, entre outros, pelo qual a matemática escolar não consegue acompanhar os desenvolvimentos da ciência matemática e da sociedade. Como o professor de matemática não se forma pesquisador, sua contribuição para o desenvolvimento da matemática escolar é mínima. Resta-lhe reproduzir conceitos e práticas cristalizadas, fazendo com que essa matemática não acompanhe os desenvolvimentos da sociedade e nem os da matemática científica.

A formação continuada quer seja ela a Pós-graduação ou em serviço, não garante efetiva formação pedagógica do profissional, haja vista que certos programas são voltados especificamente para o aprofundamento da ciência em si. Assim, esta formação deve realizar-se na graduação.

O Bacharel em Matemática, mais cedo ou mais tarde, estará no exercício do magistério, mesmo que seja em nível superior. As instituições formadoras e as instâncias reguladoras devem repensar a formação deste profissional e o Licenciado nesta mesma disciplina, a fim de acabar ou minimizar a dicotomia entre ambos.

Diante do exposto, entendemos que os professores formados nesta dicotomia são vítimas do processo, mas os grandes prejudicados são os alunos que têm o “espaço de aprendizagem” negado em seu caminho acadêmico. Espaço este definido por Cedro (2004) como “o lugar da realização da aprendizagem dos sujeitos, orientado pela ação intencional de quem ensina”, onde o docente, a partir de uma intencionalidade, realiza atividades de ensino para promover o desenvolvimento de atividades de aprendizagens. Trata-se de um entendimento amparado na Teoria histórico-cultural e na Teoria do Ensino Desenvolvimental, tratadas no próximo capítulo.

Capítulo 2

Teoria Histórico-Cultural e Teoria do Ensino Desenvolvimental: breve caracterização

Como anunciado no texto introdutório, esta pesquisa ampara-se teoricamente na Teoria Histórico-Cultural, tendo como principais referências Lev Semenovich Vygotsky e Vasilievich Davídov. Este capítulo tem por objetivo a abordagem sucinta do surgimento e das principais teses da Teoria Histórico-Cultural, da Teoria da Atividade e da Teoria do Ensino Desenvolvimental, destacando-se os conceitos que são tomados para a análise e compreensão da aprendizagem da Álgebra, a identificação das dificuldades apresentadas pelos alunos e sua relação como o método de ensino do professor.

2.1 A teoria histórico-cultural e o desenvolvimento psicológico humano

Ao lado de outros psicólogos, entre eles A. R. Luria (1902-1977) e A. N. Leontiev (1903-1979), L. S. Vygotsky (1896-1934) foi um dos fundadores da Psicologia Histórico-Cultural, no contexto do início do século XX na então União Soviética. Ao formular esta teoria, Vygotsky teve como propósito a compreensão e descrição da origem e desenvolvimento do psiquismo humano com base no materialismo histórico dialético. Este propósito se explicita, entre outras obras, no texto "Manuscritos de 1929", em que o autor recorre às idéias de Marx e Engels para se referir à essência do homem, afirmando não ser esta uma abstração, mas "o conjunto de todas as relações sociais" (VYGOTSKY, 2000, p. 41).

A esse respeito, Rosa e Andriani (2002) referem que em sua produção teórica Vygotsky buscou construir uma psicologia amparada nos princípios e métodos do materialismo dialético e que, com base nesses princípios explicasse a gênese social da consciência. Neste sentido, a consciência resulta do processo social concreto, a realidade se constitui como realidade externa e, pelos processos de mediação cultural, é internalizada. O ser humano é concebido não como um ser passivo, alheio ao desenvolvimento histórico e das formas sociais da vida humana, mas como ser que se constitui nas relações com os outros seres humanos e com os objetos socialmente produzidos. Ao agir sobre a realidade o homem a transforma, transformando também a si mesmo. Assim como o mundo está em um permanente processo de transformação, o homem também está. Neste processo, em que ocorre a constituição humana, a cultura se configura como parte da história humana individual e coletiva, por meio da internalização dos modos humanos historicamente organizados de pensamento e ação. A internalização consiste, conforme explica Libâneo (2004), no processo pelo qual a atividade coletiva transforma-se em atividade individual. Para Rosa e Andriani:

> Na medida em que cada ser humano é construído socialmente, na relação com a realidade e com os outros homens, ele se apropria também da história da humanidade; isto é, o homem não é construído apenas pelo meio social imediato, mas por todas as mediações nele contidas, pela história da humanidade e pela cultura que ele carrega. [...] Ao relacionar-se com os objetos produzidos pela humanidade, o homem apropria-se da atividade histórica acumulada e cristalizada naquele objeto, inserindo-se no mundo humano (ROSA e ANDRIANI, 2002, p. 272-3).

Nesse momento torna-se necessário apresentar como o conhecimento é concebido na teoria materialista dialética, base da teoria histórico-cultural. Para expor este conceito recorre-se à interpretação realizada por Prado Júnior (2001).

> O conhecimento para Marx resulta de construção efetuada pelo pensamento e suas operações; e consiste numa "representação" mental do concreto (isto é, da parcela de Realidade exterior ao pensamento conhecedor, e por ele considerada), representação esta "elaborada a partir da percepção e intuição" [...], a saber, não como resultante de uma elaboração propriamente, e sim como "apreensão" de algo exterior ao intelecto ou pensamento, e preexistente a ele e suas operações. E que apreendido e incorporado ao pensamento, se faz Conhecimento (PRADO JÚNIOR, 2001, p. 3).

A realidade aparente é definida por Marx como algo abstrato, ou seja, algo em que não foram percebidas quais as relações que se estabelecem com o todo e consigo mesmo. A percepção da realidade, ou seja, o que é internalizado pela mente é o pensamento. O conhecimento é o produto das operações mentais dos elementos extraídos da realidade exterior ao pensamento.

Os elementos da realidade não podem ser considerados de forma autônomos e simplesmente justapostos, devem ser visualizadas as relações destes nas situações da realidade considerada, que é exterior ao pensamento conhecedor. Estas relações por sua vez devem ser operadas e relacionadas entre si, produzindo um sistema de relações.

Percebidos esses sistemas de relações presentes no pensamento intuitivo, a partir de operações mentais pode-se identificar o que constitui e estrutura cada um dos sistemas de relações. É neste momento que se inicia o processo de generalização das coisas, ou seja, perceber o que cada coisa (ou grupo de coisas) tem em comum, o que a une e a separa das demais coisas, perceber a sua essência.

Vygotsky apropriando-se desta base epistemológica, entende o conhecimento como a "reprodução[14]" da cultura historicamente acumulada pelo homem. Ou seja, a internalização da cultura como algo do mundo externo à mente humana (que é o interno) e que foi produzida no mundo nas diversas sociedades e nelas pelas diferentes Ciências. Vygotsky remete ao social a função de mediar as relações entre o mundo externo e o interno. Estas relações são socializadas por intermédio primordial da linguagem. Nela, e com ela, são reproduzidos os conhecimentos historicamente acumulados pela humanidade. Contudo, quando um indivíduo se apropria da realidade, a reflete e a reproduz, ele se transforma, transformando consigo a realidade que foi outrora percebida.

Vygotsky (2000) no texto "Manuscritos de 1929", aliás, inacabado, trata de explicitar uma concepção do ser humano, afirmando para se entender a essência do ser humano é preciso antes compreender que qualquer função executada por seu cérebro foi antes uma relação social, com outro ser humano, ou com o meio social ou consigo mesmo. O que pode ser considerado como uma crítica aos estudiosos que valorizam apenas o fator biológico. Pois segundo ele "as funções superiores diferentemente das inferiores, no seu desenvolvimento são subordinadas às regularidades históricas". Em sua gênese, as funções superiores foram, outrora, relação real entre pessoas. Em síntese, isso quer dizer que a dimensão psicológica de um indivíduo é "construída" socialmente.

> Para nós, falar sobre processo *externo* significa falar social. Qualquer função psicológica superior foi externa – significa que ela foi social; antes de se tornar função, ele foi uma relação social entre duas pessoas (VYGOTSKY, 2000, p. 24) Grifos do autor.

Rego (1995) explica a presença, na obra de Vygotsky, da base materialista dialética. Ressalta a autora que, ao se inspirar nos princípios do materialismo dialético, Vygotsky procurou explicar o desenvolvimento da complexidade da estrutura psicológica humana concebendo o desenvolvimento como o processo por meio do qual o ser humano se apropria da experiência histórica e cultural socialmente construída. Esta concepção, embora considere a importância da dimensão biológica no desenvolvimento humano, atribui relevância à dimensão social, pois é nela que ocorrem as mediações na relação do ser humano com o meio social e cultural, mediações essas que influenciam de modo marcante a formação psicológica humana. De onde decorre uma importante conseqüência para os processos de ensino e de

[14] O sentido de reprodução aqui não é o ato mecânico de reconstituir algo, mas refazer o que já é culturalmente elaborado.

aprendizagem, pois sob a visão histórico-cultural, o homem aprende e se desenvolve no meio histórico, social e cultural.

Vygotsky então distinguiu no ser humano dois tipos de funções, as biológicas e as psicológicas. Denominou as funções biológicas de inferiores e as psicológicas de superiores. No processo genético das funções psicológicas Vygotsky aponta como fundamental a conquista da linguagem, que é um marco no desenvolvimento humano. Para que haja a internalização de algum processo é necessário antes que este seja construído socialmente, que tenha sido relação entre pessoas e, por meio da linguagem, comunicado entre pessoas. Por isso, afirma ele, "o problema da conduta verbalizada é o problema central de toda história do desenvolvimento cultural da criança" (VYGOTSKY, 2000). A linguagem tem papel fundamental no desempenho de ações pela criança, pois para a resolução de tarefas práticas as crianças recorrem à fala, assim como aos olhos às mãos. Portanto, a fala não serve simplesmente para facilitar a manipulação de objetos pela criança, muito mais que isso, por meio da fala a criança controla suas ações no meio externo.

2.2 Constituição social da mente – filogênese e ontogênese

Na explicação do desenvolvimento humano apresentado por Vygotsky merecem serem destacados dois conceitos, apresentados como duas linhas que se cruzam no processo psicogenético: filogênese e ontogênese.

Vygotsky preocupou-se em articular e definir os sentidos de história dos planos: filogenético e o ontogenético. O primeiro é a história da espécie humana. O outro, por sua vez, é a história de uma pessoa, o caminho percorrido. Caminho este que não se desvincula do percorrido pela espécie. Nas palavras de Pino (2000), "a história pessoal (desenvolvimento cultural), sem deixar de ser obra da pessoa singular, faz parte da história humana. A transformação que ocorre no plano ontogenético é um caso particular da que ocorre no plano filogenético".

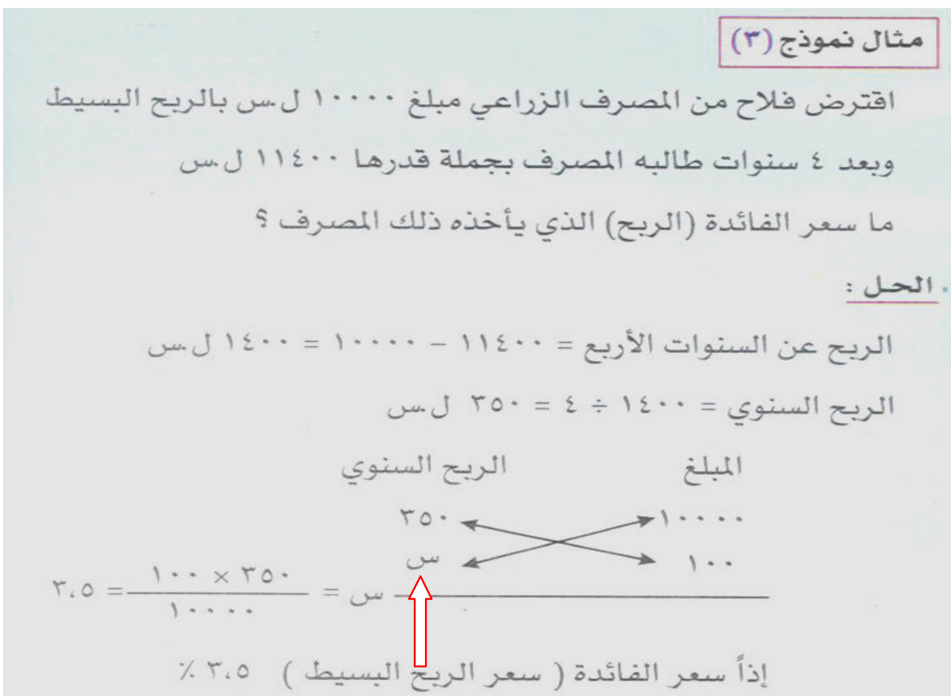
A mediação entre o mundo real e o homem é feita por artefatos culturais (símbolos, signos, etc). Os signos podem ser naturais ou artificiais (produção humana). O mundo real não é visto/percebido pelo ser humano simplesmente em "cor e forma, mas também como um mundo com sentido e significado". O signo age como um instrumento da atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho (VYGOTSKY, 1998a).

> A diferença mais essencial entre signo e instrumento, e a base da divergência real entre as duas linhas, consiste nas diferentes maneiras com que eles orientam o comportamento humano. A função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado *externamente*; [...] O signo, por outro lado, não modifica em nada o objeto para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente (VYGOTSKY, 1998a, p. 72-73).

Como a linguagem é uma forma de comunicação, em matemática os símbolos e signos são formas de comunicação de relações quantitativas.

Os signos e os símbolos são construídos culturalmente[15]. Assim o símbolo “x” utilizado na cultura ocidental, que significa um número qualquer, não é o mesmo utilizado por outras culturas como, por exemplo, na cultura árabe onde no Ensino Fundamental se utiliza a letra س (pronúncia-se siin, com o mesmo som da letra “s” na língua portuguesa), como pode ser observado no recorte do conteúdo de um livro didático de matemática da 6ª série do Ensino Fundamental, contendo um problema que utiliza a “regra de três”.

Figura 2 – Reprodução de problema de matemática.


مثال نموذج (٣)
اقترض فلاح من المصرف الزراعي مبلغ ١٠٠٠٠ ل.س بالربح البسيط
وبعد ٤ سنوات طالبه المصرف بجملة قدرها ١١٤٠٠ ل.س
ما سعر الفائدة (الربح) الذي يأخذه ذلك المصرف ؟
الحل :
الربح عن السنوات الأربع = ١١٤٠٠ − ١٠٠٠٠ = ١٤٠٠ ل.س
الربح السنوي = ١٤٠٠ ÷ ٤ = ٣٥٠ ل.س
المبلغ — الربح السنوي
١٠٠٠٠ — ٣٥٠
١٠٠ — س
س = ٣٥٠ × ١٠٠ / ١٠٠٠٠ = ٣٫٥
إذاً سعر الفائدة (سعر الربح البسيط) ٣٫٥ ٪

Fonte: SÍRIA, Ministério da Educação. *Matemática 6ª série.* Damasco p. 156, 2004-2005. (Em árabe).

[15] Toma-se novamente aqui, pela mesma razão explicitada na introdução, ou seja, pela experiência sociocultural do autor, uma exemplificação amparada na cultura árabe. Este recurso, pelo sentido que tem para o autor, torna-lhe mais fácil a apresentação dos conceitos que ora tenta descrever.

Ao traduzir[16] esta representação temos:

Exemplo 3:

Um camponês tomou emprestadas 10.000 libras sírias (L S) a juros simples. Depois de 4 anos o banco cobrou dele 11.400 libras. Qual é a taxa juros que este banco receberá?

A solução:

Os juros para o período de quatro anos = 11400 – 10000 = 1400

Os juros para cada ano = 1400/4 = 350 L.S.

Juros anuais	Valores
350	10.000
س	100

$$\text{س} = \frac{100 \text{ X } 350}{10.000} = 3{,}5$$

Já, no Ensino Médio da Síria passa-se a utilizar o "x" como incógnita/variável (vide Anexo I). Isto é um fato que também demonstra haver uma generalização da Matemática. Assim, observa-se que em Matemática os mesmos signos e significados são utilizados em diferentes culturas.

Há uma diferença entre sinal e signo, esta diferença no caso da memória, segundo Vygotsky, distingue-se em dois tipos: a natural e a artificial. No primeiro tipo temos os sinais como instrumento, já no segundo é expressão cultural que o autor denominou de signo. O sinal faz parte do mundo dos objetos, já o signo faz parte do mundo dos sujeitos. Uma diferença que existe entre sinal e signo é com relação à reversibilidade. Segundo Pino (2000), "diferentemente do simples *sinal*, o *signo* tem a propriedade de ser *reversível*, ou seja, a de significar tanto para quem o recebe quanto para quem o emite". (p. 59) (grifos do autor)

Como já exposto neste trabalho, a matemática é uma ciência universal, estamos referenciando à língua árabe como exemplo pela razão desta ser um idioma de domínio do autor e pela estrutura desta que muito difere da língua portuguesa.

---

16 Na língua árabe escreve-se da direita para a esquerda, contudo para escrever os números, a lógica é a mesma da língua portuguesa (da esquerda para a direita). Os números em árabe de zero a nove respectivamente são: ٠١٢٣٤٥٦٧٨٩

A língua é um instrumento que está fora da criança, que ela pode apropriar-se dela num processo de internalização. Em algum momento, o indivíduo percebe que além de objetos, ele pode desenhar também a fala (língua escrita), em uma analogia a língua escrita da matemática é o “desenhar” relações quantitativas.

Vale destacar aqui as idéias de Sforni (2004) que, ao referir-se a Vygotsky escreveu:

> ... os conhecimentos produzidos ao longo da história estão objetivados nos instrumentos físicos e simbólicos. Assim como os instrumentos físicos facilitam e ampliam a capacidade humana de interagir com a natureza, os instrumentos simbólicos exercem também essa função na medida em que ampliam as possibilidades de memória, raciocínio, planejamento, imaginação... (SFORNI, 2004, p. 179).

Narrarei dois episódios vividos por mim, em meados de 2005, quando em viagem pelo Oriente Médio[17]. Os fatos aconteceram na Síria, que é a terra natal de meus pais.

Eu já estava em Damasco (capital da Síria) acerca de uns dez dias quando fui com meus pais para o vilarejo de Bdada que é o local de nascimento deles e todos os meus antepassados. Certa noite antes de dormir estava organizando minhas roupas no armário, quando terminei pensei: é melhor desligar a luz e ir dormir. O que me chamou a atenção é que eu pensei em árabe. Isso não é normal, pois, sempre quando penso, o faço em português que é a minha língua materna. O segundo fato ocorreu quando estava na casa de dois primos meus. Lá passamos toda a manhã, fizemos almoço e depois da refeição sentamos na sacada da casa para tomar o tradicional chá. Neste momento, um de meus primos me fez um questionamento e eu o respondi com um gesto que é o de levantar as sobrancelhas[18]. O que me despertou a atenção novamente, pois, apesar de saber o que significa este gesto e como fazê-lo, não o faço para me expressar comumente já que vivo no Brasil.

Esses relatos nos chamam a atenção para duas coisas: a primeira é que só pensei e gesticulei como a cultura do local porque sabia fazê-lo; a segunda é que só os fiz por estar vivendo na cultura onde estas expressões fazem sentido, ou seja, no social. Assim, fazendo um paralelo com a matemática, um indivíduo para pensar matematicamente, é melhor que ele esteja num lugar onde a cultura da matemática esteja presente.

---

[17] Narro aqui, a título de ilustração, uma exprериência vivida por mim que mostra os significados culturais de expressões e como estas funcionam como ferramentas internas (signos).

[18] Na Síria e como nos países vizinhos, os gestos para indicar certas expressões e palavras não são os mesmos utilizados aqui no Brasil. O gesto que simboliza a negação aqui no Brasil é o de balançar a cabeça de um lado para o outro, lá na Síria o gesto é o de levantar as sobrancelhas. Já o de pára, ou espere, aqui é indicado com a mão aberta, já lá neste país do Oriente Médio a expressão é simbolizada com os dedos da mão reunidos e virados para cima.

Esses episódios retratam o processo que Leontiev denominou de “objetivação”. Segundo Duarte (2004), objetivação é “o processo de produção e reprodução da cultura humana (cultura material e não-material), produção e reprodução da vida em sociedade. [...] O processo de objetivação da cultura humana não existe sem o seu oposto e ao mesmo tempo complemento, que é o processo de apropriação dessa cultura pelos indivíduos”. (p. 50) Assim, para que haja apropriação de “cultura humana”, é necessário vivenciá-la, para tanto, é preciso que haja condições dela se manifestar, de um “lugar cultural”. Este lugar é importante para que ocorra a apropriação do conhecimento humano acumulado, para exercer a atividade de aprendizagem.

Libâneo (2004, p. 7), referindo-se ao ensino, afirma ser este “uma forma social de organização da apropriação, pelo homem, das capacidades formadas sócio-historicamente e objetivamente na cultura material e espiritual”. A escola (na sociedade atual) é o lugar privilegiado para a apropriação da cultura humana. Nela se dá a assimilação das diversas ciências conhecidas pelo homem, na forma transposta para uma disciplina escolar. No caso da matemática, a escola é o lugar em que os alunos devem desenvolver o seu conhecimento, a partir dos conteúdos e formas científicas da matemática. No entanto, se a escola (o professor) não promove para o aluno, por meio do ensino, a possibilidade de internalização da matemática, os alunos permanecem sem se apropriar deste elemento da cultura humana, que tem importância fundamental para suas possibilidades de viver, pensar e agir estabelecendo relações sociais e culturais. A esse respeito, Sforni destaca:

> É necessário, portanto, que o ensino esteja organizado de forma que as funções cognitivas esperadas sejam deliberadamente realizadas pelo professor e pelo grupo, ou seja, no plano interpsíquico, até que, aos poucos, sejam desenvolvidas em cada indivíduo, no plano intrapsíquico. (SFORNI, 2004, p. 41)

A escola e a sala de aula são contexto privilegiado para a organização e sistematização de formas, conteúdos e métodos de ensino/aprendizagem, sendo o professor o agente responsável pela sua realização.

2.3 Teoria histórico-cultural da atividade

A partir da base epistemológica vygotskyana, A. N. Leontiev desenvolveu a Teoria Histórico-Cultural da Atividade, que tem como elemento nuclear o conceito de atividade. A atividade, segundo Libâneo (2005) tem sua maior expressão no trabalho, sendo a principal mediação das relações entre os sujeitos e o mundo objetivo. Leontiev afirma que a atividade deve ser entendida não somente como elemento externo, mas também como atividade interna, estrutura psicológica. Os elementos que compõem a estrutura da atividade são segundo este autor, a necessidade, os motivos, a finalidade (ou objetivo), as condições de realização da finalidade, a ação e a operação. O conceito de atividade traz em si a concepção do ser humano como ser ativo perante os outros e o mundo. Garnier et al (1996), ao tratar da explicitação do conceito de atividade formulado por Leontiev escreve:

> ... o social encontra-se vinculado à **atividade**, de maneira que a criança somente pode apropriar-se do ambiente cultural enquanto ser ativo. Esta apreensão dos objetos culturais pertencentes ao mundo não pode ser reduzida a uma apropriação dos objetos em estado bruto, chamados de naturais. De fato, é somente dentro da perspectiva de utilizá-los como ferramentas que a criança poderá elaborar a sua significação cultural, e apenas quando de forma vinculada às ralações interindividuais que desenham os contornos culturais desses objetos (GARNIER et al, 1996, p. 13) Grifos do autor.

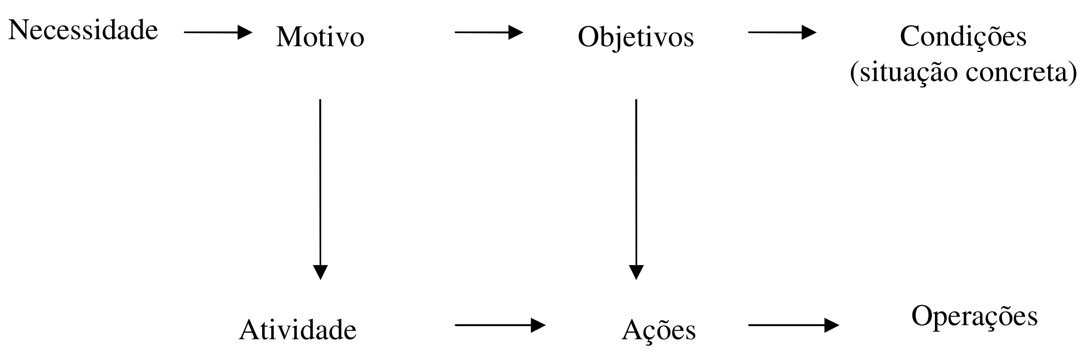
Essa passagem ressalta a importante relação que há entre o social e a atividade. A atividade não é algo externo ao homem, ela é também interna. A atividade de pensamento, como atividade interna, requer a utilização de ferramentas cognitivas (signos) para se realizar. A atividade de aprender é uma atividade interna que se realiza a partir dos conhecimentos que o indivíduo já possui, utilizando as ferramentas culturais que já se apropriou.

A atividade de aprendizagem deve ser organizada pelo professor a partir da atividade de ensino. Ele deve ser capaz de perceber qual o nível de desenvolvimento real (NDR) dos alunos e vislumbrar a zona de desenvolvimento potencial[19] (ZDP) para, deste modo, instrumentalizar o aluno, possibilitando que a mediação promova a ampliação dos significados e sentidos dos signos já apropriados pela criança. Ou, como explicou Vygotsky, o ensino deve acontecer de forma que aconteça a aprendizagem e, como conseqüência, ocorra o desenvolvimento das funções psicológicas superiores do aluno.

A figura a seguir mostra a estrutura em dois níveis da atividade.

[19] Este conceito será desenvolvido posteriormente em um subtítulo que tratará especificamente destes conceitos.

Figura 3 – Estrutura da Atividade para Leontiev.



Fonte: GARNIER et al, 1996, p.13

Nessa estrutura fica claro que a necessidade é, segundo Leontiev, o elemento motor da atividade, que está ligada a um motivo que, por sua vez, está em relação direta com a atividade, é aquilo para o qual a atividade se orienta. A atividade, por sua vez se realiza por meio de ações que visam um objetivo a ser atingido. Mas para que as ações se realizem são requeridas determinadas operações. Estas operações também requerem determinadas condições para que se realizem.

Mas em seus diversos períodos de vida o ser humano realiza diferentes tipos de atividade. Um dos conceitos fundamentais nesta teoria é o de atividade principal, descrito por Leontiev (2001).

> A atividade principal é então a atividade cujo desenvolvimento governa as mudanças mais importantes nos processos psíquicos e nos traços psicológicos da personalidade da criança, em um certo estágio de seu desenvolvimento (LEONTIEV, 2001, p. 65).

Um exemplo disso é quando a criança vai à escola pela primeira vez. Sua atividade principal deixa de ser a brincadeira e passa a ser a de estudar (realizar as atividades propostas pela escola). Esta mudança envolve também as pessoas próximas à criança que agora passam a olhá-la e a se relacionar com ela como uma estudante.

A mudança da atividade principal ocorre quando os objetivos se tornam os motivos, contudo anterior a esta conseqüência a ação tornam-se a atividade. No momento em que uma ação transforma-se em atividade, os objetivos tornam-se os motivos.

2.4 Pensamento (conhecimento) cotidiano e pensamento (conhecimento) científico

O mundo para uma criança divide-se inicialmente em dois grupos: o formado pelas pessoas inteiramente relacionadas com ela (pai, mãe, ou aquelas que ocupam lugar junto à criança) e o formado por todas as demais pessoas. Já foi descrita anteriormente a importância da aquisição da linguagem para o desenvolvimento da criança, contudo é necessário desenvolver aqui dois conceitos que Vygotsky trabalhou em seus estudos: o pensamento e a fala. O autor os estudou separadamente em suas raízes filogenéticas e ontogenéticas.

Com relação ao campo filogenético, podem ser destacadas algumas conclusões de Vygotsky:

- o pensamento e a fala têm raízes genéticas diferentes;
- as duas funções se desenvolvem ao longo de trajetórias diferentes e independentes.
- não há qualquer relação clara e constante entre elas;
- a estreita correspondência entre o pensamento e a fala, característica do homem, não existe nos antropóides;
- na filogenia do pensamento e da fala, pode-se distinguir claramente uma fase pré-lingüística no desenvolvimento do pensamento e uma fase pré-intelectual no desenvolvimento da fala. (VYGOTSKY, 1998b, p. 51)

Já com relação ao campo ontogenético, as conclusões do autor foram:

- no seu desenvolvimento ontogenético, o pensamento e a fala têm raízes diferentes;
- podemos, com certeza, estabelecer, no desenvolvimento da fala da criança, um estágio pré-intelectual; e no desenvolvimento de seu pensamento, um estágio pré-lingüístico;
- a uma certa altura, essas linhas se encontram; conseqüentemente, o pensamento torna-se verbal e a fala racional. (VYGOTSKY, 1998b, p. 54)

Essas conclusões evidenciam que há uma diferença entre o pensamento e a fala, tanto em suas raízes quanto em sua constituição e desenvolvimento no indivíduo.

Vygotsky afirma em sua obra "Pensamento e Linguagem" que para "criar métodos eficientes para a instrução das crianças em idade escolar no conhecimento sistemático, é necessário entender o desenvolvimento dos conceitos científicos na mente da criança" (1998b, p. 103). Assim, faz-se necessário entender o que é conceito científico e conceito espontâneo. Com relação aos conceitos científicos, Vygotsky entende que são os conhecimentos sistematizados desenvolvidos e aprendidos em sala de aula, já os espontâneos são da experiência pessoal da criança. Contudo, esses dois tipos de conceitos desenvolvem-se na criança sob condições internas e externas totalmente diferentes. Nas palavras do autor:

> A mente se defronta com problemas diferentes quando assimila os conceitos na escola e quanto é entregue aos seus próprios recursos. Quando transmitidos à criança um conhecimento sistemático, ensinamos-lhe muitas coisas que ela não pode ver ou vivenciar diretamente. Um vez que os conceitos e espontâneos diferem quanto à sua relação com a experiência da criança, e quanto à atitude da criança para com os objetos, pode-se esperar que o seu desenvolvimento siga caminhos diferentes, desde o seu início até a sua forma final (VYGOTSKY, 1998b, p. 108).

O caminho percorrido pelos conceitos científicos é diferente do desenvolvido pelos conceitos cotidianos. Vygotsky concorda com Piaget de que a criança em idade escolar adquire uma consciência e um domínio maior e mais estável de suas operações conceituais, mas, ainda não está consciente delas.

Quando uma criança adquire um conceito científico na escola, a relação com um objeto é mediada por algum outro conceito, ou seja, um conceito científico novo é desenvolvido em uma rede de outros conceitos, um lugar dentro de um sistema de conceitos. “Os rudimentos de sistematização primeiro entram na mente da criança, por meio de seu contato com os conceitos científicos, e são depois transferidos para os conceitos cotidianos, mudando a sua estrutura psicológica de cima para baixo” (VYGOTSKY, 1998b, p. 116).

Para Hedgaard (2002), “a direção do desenvolvimento é guiada pelo ensino em conceitos científicos considerados importantes pelos planejadores curriculares e professores” (p. 200). Esta afirmação da autora nos conduz a ressaltar a importância do planejamento do professor aliado aos Parâmetros Curriculares Nacionais, pois, é o docente que está convivendo diretamente com os alunos no dia-a-dia em sala de aula, percebendo os níveis de desenvolvimento e dando direcionamento ao ensino.

> ... os conceitos corriqueiros[20] são desenvolvidos espontaneamente numa relação dialética com os conceitos científicos, que são mediados pelo ensino. No entanto, se os conceitos científicos não forem incluídos, todo o desenvolvimento da criança será afetado (HEDGAARD, 2002, p. 201).

O desenvolvimento dos conceitos científicos e dos conceitos espontâneos é oposto, porém os dois estão intimamente relacionados. Para que a criança possa desenvolver um conceito científico é necessário que o desenvolvimento de um conceito espontâneo correlato

---

[20] Vygostsky utiliza o termo cotidiano, porém, outros autores como Hedegaard fazem uso do termo corriqueiros.

tenha alcançado um certo nível para que ela absorva o primeiro. O bom ensino só poderá ser alcançado se o conceito científico for desenvolvido na criança.

2.5 Zona de desenvolvimento proximal – ZDP

No processo da ontogênese, se localiza um dos mecanismos mais importantes na análise explicativa de Vygostky acerca do desenvolvimento cognitivo humano e que tem importantes conseqüências pedagógico-didáticas: a zona de desenvolvimento proximal (ZDP). A ZDP é definida como a distância entre o que a criança pode realizar sozinha e o que ela realiza com a ajuda de alguém mais experiente. Entendamos que a ZDP não "divide" os níveis de desenvolvimento humano (real e potencial), e sim é a "região" que permeia os limites destes níveis. Vygotsky (1998b, p. 128-129) a descreve como "a discrepância entre a idade mental real de uma criança e o nível que ela atinge ao resolver problemas com o auxílio de outra pessoa". Este conceito, que se constitui como um importante indicador do progresso intelectual da criança, também evidencia a importância da aprendizagem no desenvolvimento psicológico humano e a importância das acumulações histórico-culturais no desempenho escolar da criança. Para Vygotsky, quanto maior for a zona de desenvolvimento proximal da criança, maior será seu aproveitamento na escola.

A formação de conceitos encontra-se no nível de desenvolvimento real (NDR) e para a elaboração (formulação) de um novo conceito é necessário que a criança possua os elementos mínimos para tal localizados no NDR e na ZDP. A conseqüência pedagógico-didática do conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal é que, como afirmou o próprio Vygotsky, o bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento da criança, ou seja, aquele que contribui para impulsionar o desenvolvimento psicológico por meio da atuação do professor com foco na ZDP do aluno. Assim, por meio do ensino, a escola ajuda no desenvolvimento das funções psicológicas superiores do aluno, isto é, no seu desenvolvimento mental.

No que se refere ao foco da presente investigação, tomamos então os conceitos aqui destacados da formulação teórica vygotskyana, para compreender a educação matemática, em particular a educação algébrica.

Compreender e analisar a matemática e, dentro dela a Álgebra, como objetos por si só desvinculados de sua construção histórica e social se constitui para o aluno uma pura abstração. Para que a Álgebra tenha sentido para o aluno, é necessário que adquira para ele um significado e isso só ocorre socialmente e por meio da ação do aluno sobre seu contexto. A matemática e a Álgebra são produtos culturais, construção humana. Assim, a aprendizagem da Álgebra deve ser entendida como um processo ao mesmo tempo individual e social. É um processo de internalização de conhecimentos algébricos que envolve a subjetivação de um conteúdo cultural objetivado.

A matemática, enquanto produção cultural, é social, da mesma forma que a Álgebra. Assim, estas pertencem à dimensão coletiva do homem.

Bento de Jesus Caraça, um dos autores mais significativos dentro da produção científica matemática em língua portuguesa, desenvolveu sua obra a partir de uma visão dialética do conhecimento Matemático. Segundo Medeiros (2003), Caraça rejeita as posturas idealistas que creditam a Matemática uma origem exclusivamente racional, desconsiderando a relação dialética existente entre teoria e prática.

> A Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado, onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol nem os clamores dos homens. Isto, só em parte é verdadeiro. Sem dúvida, a Matemática possui problemas próprios, que não tem ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os seus fundamentos mergulham tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre (CARAÇA, 1975, p. XIV apud MEDEIROS; MEDEIROS, 2003, p. 270).

De todas essas considerações teóricas, pode-se inferir que na educação algébrica é fundamental compreender que o ensino de Álgebra na sétima série necessariamente deve levar em conta os seguintes aspectos:

a) Professor deve levar em conta que ao chegar à sétima série a criança já possui conhecimentos matemáticos especificamente da Álgebra, ou seja, já possui um pensamento científico relativo à Álgebra. No conjunto destes conhecimentos, está presente o pensamento cotidiano e o pensamento científico, na medida que o aluno já consegue expressar (de forma verbal ou escrita) um problema na linguagem matemática;
b) a Álgebra constitui-se como uma ferramenta simbólica na medida que representa relações quantitativas de forma geral e generalizada. E como linguagem (linguagem algébrica) tanto oral quanto escrita que ela se destaca como artefato cultural mediadora de conhecimento humano matemático acumulado;
c) a criança já possui uma ZDP de Álgebra e é nela onde o professor deve desenvolver a atividade de ensino. É no entendimento do que o aluno já sabe que o docente pode auxiliá-lo a aprender e propiciar o seu desenvolvimento;

d) o “bom ensino” (VYGOTSKY) de Álgebra deve ser aquele orientado pela ação intencional de quem ensina num espaço de aprendizagem onde a atividade de aprendizagem pode acontecer (CEDRO, 2004);
e) a oralidade tanto quanto a escrita da Álgebra faça parte da construção interna desta linguagem.

2.6 Teoria do ensino desenvolvimental

A Teoria do Ensino Desenvolvimental, de V. V. Davídov (1930-1998), é um desdobramento teórico da Teoria Histórico-Cultural da Atividade anteriormente descrita, que tem como categoria central a atividade. Segundo Davídov, o Ensino Desenvolvimental é um ensino capaz de impulsionar o desenvolvimento, ou seja, considera ser o ensino “a forma dominante pela qual se propiciam mudanças qualitativas no desenvolvimento do pensamento” (LIBÂNEO, 2004 p. 11). Este pressuposto está ligado também à compreensão de Vygotsky (1998b) de que a aprendizagem geralmente precede o desenvolvimento mental. Portanto, neste estudo parte-se do pressuposto de que o ensino e a aprendizagem da Álgebra devem promover o desenvolvimento do pensamento do aluno (atividade de pensar), as habilidades cognitivas relacionadas ao pensamento teórico da Álgebra, ou seja, a atividade algébrica.

Davídov comunga da descrição da estrutura da atividade humana descrita na Teoria da Atividade e que seus componentes estão em permanente estado de interligação e transformação, contudo, acrescenta um novo componente que é para ele o núcleo básico de uma necessidade, o “desejo”. Segundo Libâneo,

> Na base do pensamento de Davídov está a idéia-mestra de Vygotsky de que a aprendizagem e o ensino são formas universais de desenvolvimento mental. O ensino propicia a apropriação da cultura e o desenvolvimento do pensamento, dois processos articulados entre si, formando uma unidade (2005, p. 14).

Como seguidor da escola vygotskyana, Davídov entende o conhecimento como “categorização” da realidade, que partem do geral (o abstrato) para atingir o particular (o concreto). Assim, a realidade é apenas uma abstração que ao ser apropriada e classificada, sofre um processo de categorização para, a partir daí, ser possível uma generalização que se constitui antes de tudo como a essência de alguma coisa presente no mundo real.

A “escolarização para apropriação dos conceitos científicos e para o desenvolvimento das capacidades de pensamento, a partir da assimilação da produção cultural da humanidade” é apontada por Vygotsky em seus escritos. Leontiev em suas pesquisas desenvolveu e sistematizou os fundamentos do desenvolvimento psíquico humano e uma teoria psicológica da atividade e da consciência. Em continuidade a esta escola, Elkonin e Davídov estudaram, entre outros tipos de atividade, a peculiaridade da atividade de aprendizagem, cujo objetivo é o domínio do conhecimento teórico (LIBÂNEO, 2004).

O desenvolvimento do conhecimento teórico requer necessariamente duas funções cognitivas: a abstração conceitual e a generalização conceitual (SFORNI, 2004). Vygotsky já chamava à atenção para o fato de que "uma palavra não se refere a um objeto isolado, mas a um grupo ou classe de objetos; portanto, cada palavra já é uma generalização" (1998b, p. 5-6). Esta afirmação nos remete à qualidade de abstração e generalização da palavra. Como podemos perceber na interpretação feita por Sforni (2004)

> A palavra, na qualidade de conceito, traz subjacentes abstrações e generalizações que são realizadas por meio de raciocínios lógicos. A linguagem, a princípio externa ao sujeito, vai aos poucos constituindo a forma e o conteúdo do pensamento individual (SFORNI, 2004, p. 37).

Analogamente, é possível perceber que tanto a Álgebra quanto a Aritmética também comungam das qualidades de abstração e generalização.

Caraça ao explicar a formação do conceito de número natural, seus pontos de vista epistemológicos sobre a Matemática são bem claros quando este trabalha a ligação desta Ciência com a realidade. Como podemos perceber na citação que se segue:

> A idéia de número natural não é um produto puro do pensamento, independentemente da experiência; os homens não adquiriram primeiro os números naturais para depois contarem; pelo contrário, os números naturais foram-se formando lentamente pela prática diária de contagens. A imagem do homem, criando de uma maneira completa a idéia de número, para depois a aplicar à prática da contagem é cômoda, mas falsa (CARAÇA, 1975, p.4 apud MEDEIROS; MEDEIROS, 2003, p. 271).

E continua, mais à frente, para acrescentar que:

> Para o homem civilizado de hoje o número natural é um ser puramente aritmético, desligado das coisas reais e independente delas – é uma pura conquista do seu pensamento. Com essa atitude, o homem de hoje, esquecido da origem humilde histórica do número, e elevando-se (ou julgando elevar-se) acima da realidade imediata, concentra-se nas suas possibilidades de pensamento e procura tirar delas o maior rendimento (CARAÇA, 1975, p. 10 apud MEDEIROS; MEDEIROS, 2003, p. 271)

O número é um signo que possui um significado, assim como o significado de uma palavra evolui, o dele também evolui. Quando uma criança aprende o número 2 (dois), este partiu de vivências situacionais com dois objetos quaisquer. No símbolo “2” cabem todos os dois do mundo real e aparente (dois lápis, dois gatos, duas cadeiras, duas casas, etc.), estes elementos vão sendo incorporados o símbolo à medida que a criança vai entrando em contato com eles. Por conseguinte, outros dois vão sendo apropriados pelo indivíduo e automaticamente, a partir de suas vivências, e associados ao símbolo “2”. Contudo cada um destes elementos já é uma abstração em sua categoria (um lápis qualquer, um gato qualquer, uma casa qualquer, etc).

O que significa o cuspe? Para responder a essa interrogação é necessário perguntar onde? Em que lugar cultural? Pois, para a cultura grega significa “boa sorte”, já para a cultura ocidental tem o significado de desprezo, repúdio. O que significa o “x”? Depende do lugar cultural. Na escola, por exemplo, o “x” tem significados diferentes nos “lugares culturais” de cada disciplina (ciência). No ensino da língua, o “x” é um símbolo que associado a outros é utilizado para escrever a palavra “xícara”, já na matemática, é utilizado para expressar um número qualquer, uma variação quantitativa, etc. Contudo, uma aula de matemática que começa logo depois de uma aula de língua portuguesa, deve antes de tudo mudar o lugar cultural da língua para o lugar da matemática. Pode-se, por exemplo, questionar uma criança a que quantidade corresponde o símbolo: ٥

No entanto, é necessário saber em que lugar cultural esta criança está. Se fosse no Brasil, por exemplo, ela responderia corretamente zero. Se fosse num país de língua árabe, ela responderia, também corretamente, cinco, pois, este é o símbolo que representa a quantidade cinco no sistema de numeração árabe[21]. Nesta língua, zero é representado pelo símbolo: ٠

Marx (1978, p. 120) escreveu que “a anatomia do homem é a chave da anatomia do macaco. O que nas espécies animais inferiores indica uma forma superior não pode, ao contrário, ser compreendido senão quando se conhece a forma superior”. Compreender o mais complexo é fundamental para entender o mais específico. Assim, aprender a Álgebra em concomitância com a Aritmética nos parece ser uma possibilidade de amenizar os impactos da inserção da Álgebra no currículo escolar estreitar o abismo que há entre a matemática que o aluno aprende e a que o aluno não aprende, ou seja, desenvolver a generalidade da Aritmética ao mesmo tempo que a generalização da Álgebra, pode ser um caminho para estas aprendizagens.

---

[21] Os numerais em árabe de zero a nove respectivamente são: ٠١٢٣٤٥٦٧٨٩

Essas reflexões nos remetem novamente à teoria do ensino desenvolvimental. Libâneo (2005, p. 15) sintetizou as idéias de Davídov sobre o Ensino Desenvolvimental nos seguintes pontos:

a) A educação e o ensino são fatores determinantes do desenvolvimento mental;
b) Deve-se levar em consideração as origens sociais do processo de desenvolvimento, ou seja, o desenvolvimento individual depende do desenvolvimento coletivo;
c) A educação é componente da atividade humana orientada para o desenvolvimento do pensamento através da atividade de aprendizagem dos alunos, desde a escola elementar;
d) A referência básica do processo de ensino são os objetos científicos (os conteúdos)

Especificamente em relação à aprendizagem de matemática, no texto intitulado "A Atividade de Aprendizagem no Primeiro Período Escolar" Davídov apresenta um estudo experimental sobre a formação do conceito de número.

Inicialmente é introduzido o conceito determinado pelas relações "igual", "mais" e "menos". "A orientação para estas relações gerais permite que a criança realize uma comparação da diferença das quantidades apresentadas em termos de objetos". (DAVÍDOV, 1988, p. 185) Ainda segundo o autor, com a ajuda de fórmulas literais como $a = b$; $a > b$; $a < b$; os escolares conseguem realizar muitas transformações numéricas como, por exemplo, $a+c>b$ $a = b – c$; $a + c = b + c$, etc, mesmo antes de assimilar o conceito de número.

O professor deve apresentar aos alunos situações problema e deve propor às crianças que proponham maneiras de solucionar os problemas. Para tanto, o docente deve apresentar situações semelhantes aos escolares no intuito de instrumentalizá-los. As crianças então formulam várias hipóteses e, com o auxílio do professor, devem realizar uma "comparação mediatizada" com os casos semelhantes.

> Inicialmente o professor estimula as crianças a formular estas questões e depois lhes formula a tarefa que requer a descoberta e a assimilação do procedimento geral de comparação diferencial mediatizada das quantidades, que se apóia previamente na comparação múltipla destas com a ajuda do número (DAVÍDOV, 1988, p. 185).

São propostas então quatro ações de aprendizagens:

- Primeira ação de aprendizagem: os alunos efetuam uma transformação objetivada das quantidades nas quais explicitam o caráter múltiplo da relação. Toma-se, por exemplo, dois segmentos de tamanho A e B, que não podem ser comparados diretamente (sobrepostos). Em seguida, a criança deve encontrar uma quantidade c, cujo emprego lhe permite determinar quantas vezes aquela quantidade "cabe" nas quantidades iniciais A e

B. Esta tentativa permite à criança determinar relações múltiplas que existem entre A, B e c como: A/c e B/c (a linha entre as letras significa o fator de multiplicidade), então se A/c logo c = A.k.

- Segunda ação de aprendizagem: essa ação está associada à modelação dos processos de separação por meio do qual a relação múltipla e seus resultados são identificados, isto é, produzir a modelação através da combinação das formas objetal, gráfica e com letras. Em princípio, essas relações podem ser expressas como o auxílio de palitos reais. Se tomarmos o segmento A com medida 4 (quatro) palitos e B com 5 (cinco) palitos e oferecemos vários palitos para as crianças, elas podem concluir que os resultados das comparações podem ser expressos na forma verbal ou na forma numérica. Então, as fórmulas da relação múltipla e da relação diferencial mediatizada adquirem a seguinte forma:

$$A = 4; \quad B = 5; \quad 4 < 5; \quad A < B$$

Ou ainda,

$$A = K; \quad B = M; \quad K < M; \quad A < B$$

- Terceira ação de aprendizagem: consiste em transformar o modelo da relação identificada de modo a permitir o estudo de suas propriedades gerais. Assim, por exemplo, uma mudança em c com a mesma quantidade inicial de A leva à mudança do número concreto que representa suas relações.

  Portanto, se $A/c = K$ e $b < c$, então $A/b>K$.

  Numericamente podemos exemplificar: $12/3 = 4$ e $2 < 4$, então $12/2 > 4$

- Quarta ação de aprendizagem: é direcionada à concretização do procedimento geral para revelar a relação múltipla e resolver tarefas específicas. Esta ação permite que as crianças associar o princípio geral de obtenção do número com as condições particulares de cálculo dos conjuntos ou a medição de objetos contínuos (DAVÍDOV, 1988, p. 184-187).

Estas quatro ações correspondem ao movimento que os alunos devem realizar, quando estão em processo de aprendizagem, para que ocorra a aquisição do pensamento teórico matemático relativo ao conceito de quantidade.

Após esta explicitação dos principais conceitos e proposições do referencial teórico adotado para nortear este estudo passa-se, no próximo capítulo, à exposição e análise dos materiais obtidos na pesquisa de campo acerca da aprendizagem da Álgebra e as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Capítulo 3

A aprendizagem da Álgebra: uma análise baseada na Teoria do Ensino Desenvolvimental

3.1 Procedimentos investigativos

Nesta pesquisa, buscou-se estudar a aprendizagem de Álgebra, particularmente o processo de interiorização de conceitos algébricos. Considerando-se que a aprendizagem está intimamente ligada ao ensino e que o ensino é a forma universal do desenvolvimento humano, para o propósito deste trabalho, tornou-se necessário analisar a atividade de aprendizagem da Álgebra em sua relação com a atividade de ensino. Foi necessário também considerar elementos da experiência sociocultural dos alunos, bem como o contexto sociocultural e institucional da escola.

A opção pela abordagem qualitativa levou em conta sua pertinência à investigação do fenômeno educativo, que neste caso consiste na aprendizagem da Álgebra. Com base nas características da investigação qualitativa descritas por André & Lüdke (1986), a presente investigação apresenta, como traços que a incluem na abordagem qualitativa, os seguintes:

- a aula de matemática na sétima série do ensino fundamental como ambiente natural e fonte direta dos dados;
- a presença do pesquisador na aula de matemática, ambiente próprio dos sujeitos pesquisados, alunos e professor de;
- o contato direto e prolongado do pesquisador com o objeto investigado, o processo de aprendizagem da Álgebra;
- a atuação do pesquisador como principal meio de coleta dos dados, utilizando-se de observação, entrevistas e atividades com os alunos.

A abordagem qualitativa mostrou-se adequada para os propósitos da investigação, por estar voltada à compreensão do processo de aprendizagem da Álgebra, tratando-se, portanto, de um tipo de investigação que se reveste de um caráter essencialmente interpretativo da natureza e da experiência humana, neste caso a experiência de aprendizagem. Esta é uma característica da pesquisa qualitativa, como referem Bogdan e Biklen (1994). De acordo também com André & Lüdke (1986, p.16), trata-se de uma investigação, em que os tipos de dados relevantes são aqueles relativos às diferentes formas de expressão do sujeito acerca dos aspectos investigados, tais como “forma e conteúdo da interação verbal dos participantes, forma e conteúdo da interação verbal com o pesquisador; comportamento não-verbal; padrões de ação e não-ação; traços, registros de arquivo e documentos”.

Dadas as particularidades da escola e da turma investigada, optou-se pela realização de um estudo de caso. Para Lüdke e André (1986, p. 17), “o estudo de caso é o estudo de *um* caso, seja ele simples e específico” (grifos do autor).

> Ao retratar o cotidiano escolar em toda a sua riqueza, esse tipo de pesquisa oferece elementos preciosos para uma melhor compreensão do papel da escola e suas relações com outras instituições da sociedade (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p. 24).

O estudo foi desenvolvido em busca de uma compreensão singular e aprofundada da aprendizagem da Álgebra, descrevendo-a a partir dos significados atribuídos pelos professores e pelos alunos. Na perspectiva da Teoria Histórico-cultural, necessário se faz considerar aspectos socioculturais do sujeito e sua atividade. Para atender a este requisito, foram obtidos dados que permitissem captar elementos relativos à vida dos sujeitos (alunos e professor), a vida escolar (alunos); a relação entre professor e aluno; as facilidades e dificuldades na aprendizagem da Álgebra.

A pesquisa de campo se deu em uma escola pública da Rede Estadual localizada na cidade de Goiânia. Nesta escola, foi tomada para observação uma turma de sétima série. A escola e a turma foram escolhidas segundo os seguintes critérios:

- Existência de uma única sala de sétima série na escola;
- O professor da turma possuir Licenciatura em Matemática;
- O professor ter no mínimo três anos de exercício da atividade docente em matemática, no ensino fundamental;

Os critérios foram assim estabelecidos devido ao fato de que em Goiânia, a rede pública municipal adotara já há algum tempo o sistema de Ciclos de formação humana, sendo que na fase das decisões relativas à obtenção de dados em campo, esta rede estava passando por um momento de discussão com vistas a uma possível reestruturação, o que dificultaria a realização de uma pesquisa. A decisão por uma escola que tivesse apenas uma sétima série da Rede Estadual levou em conta que todas as crianças desta série estariam numa mesma sala, sem nenhuma divisão prévia por idade ou grau de desempenho, possibilitando então uma composição heterogênea da turma. Como nosso foco é a aprendizagem da Álgebra, um professor com formação específica para a docência da disciplina minimizaria a possibilidade de que os problemas encontrados na sala de aula pudessem ser atribuídos à ausência de formação pedagógica.

Considerando-se que a sétima série constitui-se o momento do Ensino fundamental em que a Álgebra representa a base para as aprendizagens da matemática nas séries seguintes, a pesquisa foi então realizada.

A escolha de uma escola da Rede Pública de ensino deu-se pela significativa diferença dos resultados de desempenho dos alunos desta Rede em comparação com a Rede Particular, como mostram os dados do Saeb/2003.

Identificada a escola que atendeu aos critérios estabelecidos, a obtenção dos dados em campo foi realizada no segundo semestre do ano de 2005 (setembro a dezembro), período em que o pesquisador acompanhou o professor nas 5 (cinco) aulas semanais de matemática em todas as atividades (aulas, atividades, avaliações, etc). No final do ano letivo, foram acompanhadas também as aulas da “recuperação” até o Conselho de Classe final.

Procedeu-se à coleta de dados que, de acordo com recomendações de (Bogdan e Biklen, 1994) para a pesquisa qualitativa em educação, deu-se por meio de observação, entrevistas, aplicação de testes aos alunos, análise de documentos. O pesquisador acompanhou a turma durante o segundo semestre do ano de 2005, tendo sido observadas todas as aulas de matemática e todas as atividades realizadas pelo professor de matemática na turma. O registro dos dados da observação e das entrevistas foi realizado por meio de:

1. Caderno do pesquisador, onde se registraram as notas de campos relativas à observação direta não participante realizada pelo pesquisador;
2. Gravação em fita cassete das entrevistas realizadas com base em roteiros semi-estruturados, com professor e alunos, realizadas com base em roteiros (anexo III). O foco da entrevista foi a obtenção de dados descritivos na linguagem dos próprios sujeitos a respeito do modo como estavam compreendendo e interpretando as dificuldades relativas ao processo de ensino e de aprendizagem da Álgebra.

Quanto ao teste, inicialmente foram aplicados dois testes diagnósticos aos alunos, um escrito (anexo IV) e outro ditado (anexo IV), visando identificar que conceitos algébricos os alunos conseguiriam expressar, a fim de compreender suas dificuldades e facilidades em relação à aprendizagem da Álgebra. O primeiro teste foi entregue aos alunos na forma impressa para que realizassem algumas tarefas algébricas envolvendo questões relativas aos conteúdos que foram trabalhados pelo professor. No segundo, foi entregue aos alunos uma folha de papel em branco e as atividades foram ditadas pelo pesquisador para serem escritas no papel e posteriormente resolvidas.

Após a realização dos testes, estes foram lidos e analisados pelo pesquisador sem que nada fosse alterado nestes. Com posse dos testes, foram realizadas entrevistas com cada um dos alunos, visando identificar o contexto sociocultural deles e dialogar acerca do teste realizado. Deste modo foram obtidos mais elementos para a análise do processo de aprendizagem. Ou seja, os testes não foram corrigidos, mas discutidos individualmente com os alunos durante as entrevistas.

A análise documental incluiu os planos de ensino e os instrumentos utilizados pelo professor para a avaliação da aprendizagem dos alunos.

A análise dos materiais foi orientada para a interpretação e compreensão da aprendizagem da álgebra. O material foi antes lido exaustivamente, sendo nessas leituras explorada as possibilidades de codificação para construir categorias, conforme orientam Bogdan e Biklen (1994).

3.2 O contexto e os sujeitos

3.2.1 A escola

Estabelecidos os critérios de escolha da escola foi contatada a Secretaria de Estado da Educação para se obter a relação das escolas que têm a 2ª fase do Ensino Fundamental (5ª a 8ª série). Foi fornecida a relação nominal das escolas com o quantitativo de alunos nesta fase e a quantidade de sétimas séries em cada uma delas, bem como os respectivos endereços e contatos, com base nos dados do Censo Escolar de 2004 do MEC. Com estes dados foram feitos os contatos para encontrar a turma/professor que se encaixassem nos critérios estabelecidos. Assim foi escolhida a escola em que se realizou a pesquisa de campo, à qual foi atribuído o nome fictício Escola Estadual Lua Crescente (EELC). Da mesma forma, foram atribuídos aos alunos e ao professor nomes fictícios[22], como um cuidado ético de resguardo da sua identificação.

A Escola Estadual Lua Crescente (EELC) possui um total de 120 alunos matriculados nas suas salas de quinta a oitava séries. Localiza-se em um bairro na região central de Goiânia e atende a alunos deste bairro, dos bairros vizinhos e a bairros bem afastados dali, como revelam as informações sobre a caracterização dos alunos que sucede esta.

[22] Por influencia da cultura árabe, em virtude de sua descendência árabe, o autor escolheu alguns nomes pertencentes a esta língua para se referir aos sujeitos da pesquisa.

Ao ser recebido pelo professor, o pesquisador foi apresentado aos alunos como estudante de mestrado que gostaria de assistir às aulas para realizar um trabalho. Os alunos concordaram e não "estranharam" a presença do mestrando na sala. Aos poucos começaram a conversar com o pesquisador até chegar um ponto em que sua presença na sala passou a ser mais natural. Alguns episódios retratam este fato, como por exemplo, um dos alunos, sem perceber que não se tratava de um de seus colegas, pediu cola ao pesquisador durante uma das avaliações.

Foi perceptível o entrosamento entre os agentes educacionais da EELC (direção, coordenação, professores, alunos, funcionários e pais). Percebemos que a realidade sociocultural dos alunos era conhecida pelos professores, coordenação e direção. Este fato ficou evidente quando, no final do semestre, permitiram-me participar do Conselho de Classe do final do ano. Muitos fatos ocorridos, principalmente nas decisões de aprovação e reprovação dos alunos, em que além do desempenho do aluno com relação ao conteúdo pesava também a sua caracterização sócio-econômica, ou seja, quem era o aluno (se era "menino de rua[23]", se não tinha pais vivos, etc). Contudo, no discurso do professor de matemática o importante era se o aluno estava aprendendo ou não:

> *Pesquisador: Você conhece os alunos, como é que você muda seu jeito na aula sabendo dessa realidade?*
> *Professor Júlio: Não mudo não. Eu dou aula normal. Talvez eu trato um ou outro diferente, é questão que a gente percebe que o aluno não entende, aí você explica um pouquinho diferente, pra tentar pegar a linguagem do aluno, mas assim mudar a aula toda não.*

3.2.2 O professor

O professor que participou da pesquisa tem 46 anos, é casado há 22 anos, pai de 2 filhos: um rapaz de 19 anos que cursou o Ensino Médio; uma moça que está cursando o primeiro ano do EM. Sua esposa possui o Ensino Médio completo e é funcionária pública administrativa. Nenhum dos filhos trabalha fora e a renda familiar é de R$1.400,00 (sic). O professor cursou Licenciatura e Bacharelado em Matemática na Universidade Católica de Goiás, sendo Especialista em Gestão Escolar pela mesma instituição. Trabalha na Rede Estadual de ensino de Goiás desde janeiro de 2001, ou seja, há mais de cinco anos.

[23] Essa expressão foi utilizada por alguns professores para referirem-se a um dos alunos da 5ª série, no conselho de classe.

O meio de condução mais utilizado pelo professor para se deslocar de casa ao trabalho é a bicicleta, utilizando transporte coletivo (ônibus) em épocas de chuva. Suas atividades de lazer são cinema, TV e passeios.

3.2.3 Os alunos

3.2.3.1 Alguns traços socioculturais

A turma em que foi realizada a pesquisa era composta de 27 (vinte e sete) alunos, sendo 12 meninos e 15 meninas, com idade entre 13 e 17 anos. Destes, 24 (vinte e quatro) aceitaram participar da realização das atividades propostas pelo pesquisador, sendo 10 meninos e 14 meninas[24]. Os alunos residem nas imediações da escola ou em bairros próximos, não necessitando utilizar transporte para deslocarem-se de casa para a escola, com exceção de 2 (dois) alunos que os pais trazem de carro e uma aluna que vem de ônibus (tendo que tomar 3 ônibus). Esta aluna relatou que mesmo assim estuda na escola porque sua mãe a considera melhor que as do bairro em que reside que são referidas pela mãe como "desorganizadas".

A maioria dos alunos reside e tem como responsável apenas a mãe (31,82%). Pouco mais de um quarto moram com o pai e a mãe (27,27%). Alguns moram com parentes próximos como tia (13,64%) e avó (18,18%), e uma pequena parte mora apenas com o pai (4,55%) ou amigos da família (4,55%), conforme mostrado na tabela abaixo.

Tabela 5 - Pessoas com quem residem os alunos da 7ª série da EELC. Goiânia, 2005.

Com quem mora	%
Amigos	4,55
Avó	18,18
Mãe	31,82
Pai	4,55
Pai e Mãe	27,27
Tia	13,64
Total	100,00

Fonte: questionário aplicado pelo autor

[24] Uma das alunas, embora tenha se recusado à entrevista, realizou todas as demais atividades propostas como coleta de dados.

Quanto ao grau de escolaridade dos pais e responsáveis pelos alunos, quase um terço concluíram o Ensino Médio e pouco mais de um quinto não terminou o Ensino Fundamental, como pode ser observado na tabela que se segue:

Tabela 6 - Grau de escolaridade dos responsáveis pelos alunos da 7ª série da EELC. Goiânia, 2005.

Grau de escolaridade	%
Analfabetos	7,32
Ensino Fundamental Incompleto	21,95
Ensino Fundamental Completo	9,76
Ensino Médio Incompleto	4,88
Ensino Médio Completo	31,71
Superior Incompleto	9,76
Não Sabem	14,63
Total	100,00

Fonte: questionário aplicado pelo autor

Quanto ao trabalho, os pais e responsáveis estão inseridos em atividades como cabeleireira, secretária, dona de casa, funcionário público, vendedor, doméstica, chefe de cozinha, aposentada.

Mais da metade dos alunos que participaram da pesquisa declararam trabalhar, sendo maior o número de meninas trabalhadoras, (66,66%) do que o de meninos trabalhadores (40%). Dentre os tipos de trabalho que realizam destacam-se: ajudante de bar e vendedor no caso dos meninos; promotora de vendas, babá e ajudante da mãe (esta última no caso das meninas).

Quando não estão na escola ou no trabalho 25% dos alunos ficam em casa, dormem ou saem para a rua. Quase um terço deles declararam fazer algum tipo de esporte; mais de um terço disseram que estudam, escrevem, fazem curso de computação ou lêem nos momentos que não estão na escola.

3.2.3.2 A vida escolar

Mais da metade dos alunos (54,55%) estudam nessa escola há menos de dois anos, 31,82% estão entre 3 e 4 anos, e 9,1% declararam estudar aí há mais de 5 anos. Quase 60% dos alunos disseram nunca ter sido reprovado, e mais de 36% já foram reprovados em uma ou mais séries. Mais de 86% dos entrevistados declararam gostar da escola, e apenas 63%

declararam gostar de estudar. Pouco menos de 70% nunca estudou em nenhuma escola particular.

Percebemos que esse “gostar da escola” está vinculado principalmente aos profissionais (pessoas) que lá trabalham e dos colegas, o que correspondeu a mais da metade das respostas dos entrevistados. Mais de um quarto destes disseram “gostar de tudo da escola”. Quase 70% dos alunos relataram gostar dos colegas e ter amigos entre eles, apenas 18,18% declararam não ter amigos na sala de aula.

Mais de 68% dos entrevistados declararam que estudam em casa entre meia e uma hora, diariamente. Com relação à disciplina que mais gostam, quase um terço disse gostar de Ciências, o restante das respostas ficaram empatadas com relação as disciplinas de Educação Física, Matemática, Português, Geografia e História. Porém, mais de 43% declararam gostar menos da disciplina de Matemática. Quarenta e três por cento (43%) dos alunos disseram gostar da professora de português e, mais de 75%, não gostam da professora de Inglês. Questionados especificamente com relação a gostar e aprender com o professor de Matemática, mais de 62% relataram gostar dele e pouco mais de 70% afirmaram que aprendem com o mesmo.

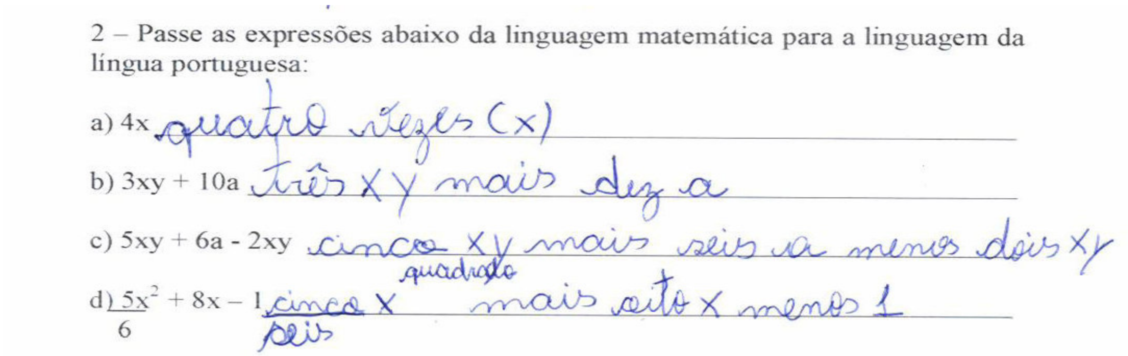
3.3 A aprendizagem da Álgebra – uma análise baseada na Teoria do Ensino Desenvolvimental

Nesta parte do texto são apresentados os resultados do teste elaborado aplicado aos alunos com o objetivo de verificar os conceitos científicos e cotidianos expressos por eles por meio das respostas às questões.

Como já exposto anteriormente, realizamos dois testes com os alunos (um escrito e um ditado). Na análise dos testes percebemos que as situações de erros e acertos eram equivalentes com relação aos dois instrumentos. Com relação aos alunos, observamos que alguns “grupos” de com relação à resolução dos testes, assim, escolhemos representantes destes para exposição neste trabalho apresentando, quando necessário, fragmentos dos testes desses alunos.

A questão 2 (dois) do teste escrito teve a finalidade de evidenciar a transferência da linguagem simbólica da Álgebra para a linguagem escrita da língua portuguesa (e o raciocínio inverso na questão de número 10). Muitos dos alunos fizeram as transcrições corretamente, contudo, alguns o fizeram de um modo muito particular, como podemos perceber na resposta da aluna Zeinah a seguir:

Figura 4 – Segunda questão do teste escrito da aluna Zeinah.



2 – Passe as expressões abaixo da linguagem matemática para a linguagem da língua portuguesa:

a) $4x$ quatro vezes (x)

b) $3xy + 10a$ três x y mais dez a

c) $5xy + 6a - 2xy$ cinco x y mais seis a menos dois x y

d) $\frac{5x^2}{6} + 8x - 1$ cinco x quadrado mais oito x menos 1
seis

Fonte: teste aplicado pelo pesquisador.

Observamos que na passagem de uma linguagem simbólica para a outra há uma lógica correta. Na letra "d" percebemos o não estabelecimento de conexão entre os símbolos de divisão (fração) e potenciação. A aluna transcreveu obedecendo a lógica algébrica. Ao ser questionada pelo pesquisador durante a entrevista porque respondeu desta maneira afirmou assim ser "mais fácil" e leu corretamente quando o pesquisador pediu para que descrevesse oralmente a expressão e as operações existentes na mesma. Como segue no trecho da fala da aluna ao ler o item "d" da questão dois ilustrada acima:

Zeinah: Ah eu acho mais fácil.

Pesquisador: Então se eu pedisse pra você ler aqui como é que você leria?

Zeinah: Cinco vezes xis *elevado ao quadrado dividido por seis mais oito* xis *menos um.*

(...)

Pesquisador: Não entre o cinco e o xis você falou que é cinco vezes xis *quadrado, então aqui tem multiplicação e entre o cinco e o seis, cinco* xis *quadrado e o seis é o quê?*

Zeinah: Acho que é divisão.

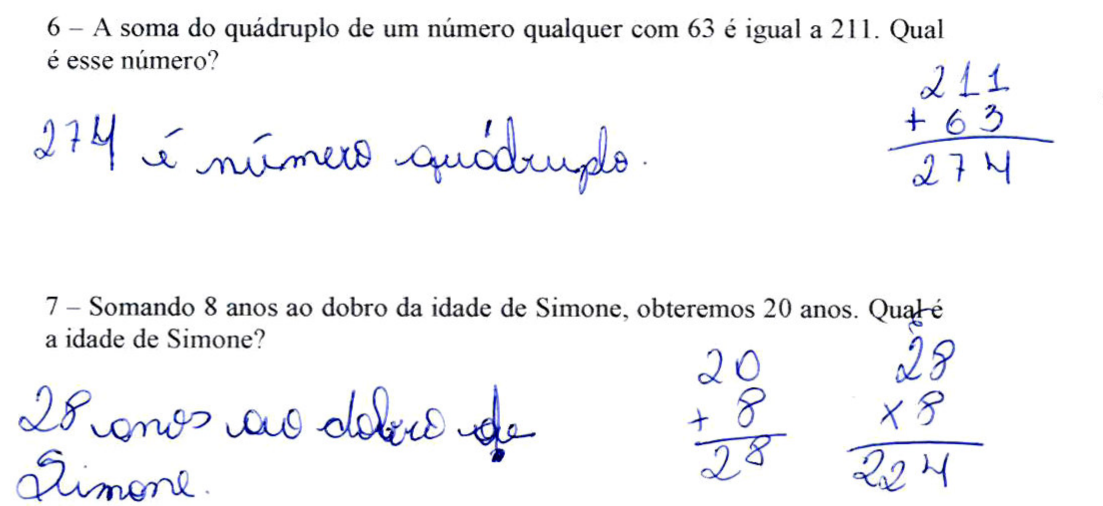
Pesquisador: Divisão, esse" tracinho" então significa...?

Zeinah: Divisão.

Como se percebe, a resposta oral da aluna está correta. No entanto, a oralidade está em desconexão com a escrita. Há uma falta de sentido dos signos escritos e orais, como se fossem “coisas” diferentes. Se fosse realizada apenas a análise do que foi escrito pela aluna na letra “d” da segunda questão, a avaliação indicaria não aprendizagem, ou erro. Porém, na prática da oralidade, da coisa “suja” (KNIJNIK, 2006), percebemos que os conceitos internalizados estão corretos. Contudo, o erro na escrita parece indicar uma falta de conexão com a linguagem algébrica.

Por outro lado, esta mesma aluna teve dificuldade em realizar a tarefa de modo inverso nas questões 6 e 7 abaixo. Ela não soube transpor da língua materna para a linguagem matemática (algébrica), retirando do enunciado dos problemas apenas o que era numeral e realizando a operação que estava explícita (soma) no corpo do texto.

Figura 5 – Questões 6 e 7 do teste da aluna Zeinah


6 – A soma do quádruplo de um número qualquer com 63 é igual a 211. Qual é esse número?

274 é número quádruplo.

$$\begin{array}{r} 211 \\ +\ 63 \\ \hline 274 \end{array}$$

7 – Somando 8 anos ao dobro da idade de Simone, obteremos 20 anos. Qual é a idade de Simone?

28 anos ao dobro de Simone.

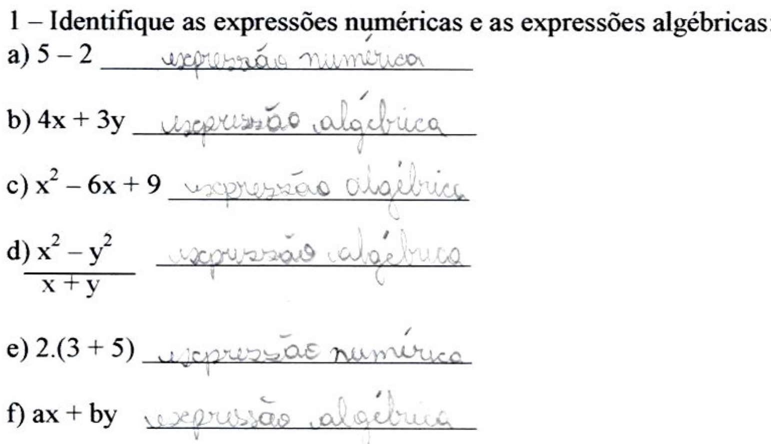
$$\begin{array}{r} 20 \\ +\ 8 \\ \hline 28 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 28 \\ \times\ 8 \\ \hline 224 \end{array}$$

Fonte: teste aplicado pelo pesquisador.

A não realização dessa transposição pode estar no não discernimento do que seja uma expressão numérica e uma expressão algébrica. Zeinah não soube distinguir as duas expressões na questão inicial do teste escrito. Ou seja, ela não usou a Álgebra para resolver nenhuma das questões e, além disso, não conseguiu realizar nenhuma das tarefas algébricas propostas. O que nos leva a perceber que a aluna alcançou o pensamento empírico, não o pensamento teórico.

Já a aluna Nazira respondeu corretamente à primeira questão (conforme observado abaixo) e, ao ser questionada durante a entrevista, forneceu indicadores de que havia apreendido o conceito algébrico da generalização, como observado no trecho que segue:

Figura 6 – Questão 1 do teste da aluna Nazira


1 – Identifique as expressões numéricas e as expressões algébricas:

a) $5 - 2$ expressão numérica

b) $4x + 3y$ expressão algébrica

c) $x^2 - 6x + 9$ expressão algébrica

d) $\frac{x^2 - y^2}{x + y}$ expressão algébrica

e) $2.(3 + 5)$ expressão numérica

f) $ax + by$ expressão algébrica

Fonte: teste aplicado pelo pesquisador.

Pesquisador: E o que quê é uma expressão algébrica?

Nazira: Ah eu acho que aquelas que têm muitas, como é que eu vou dize, assim, tem as letras, tem muitas operações, muitas coisas.

Pesquisador: Então aqui você colocou que essa é uma expressão numérica na letra "a"

Nazira: Foi.

Pesquisador: E essa letra "b" você colocou que é uma algébrica, qual é a diferença das duas?

Nazira: Bom, essa daqui ela tem as letras, as incógnitas.

Pesquisador: A letra "b" tem as letras?

Nazira: É.

Nazira: Como é que você chamou as letras?

Nazira: Incógnita.

Pesquisador: Incógnitas. E na letra "d"?

Nazira: Também, porque elas têm as operações, várias, elas têm mais do que, do que... do que são, assim, só que nelas mesmo.

Pesquisador: O que você quer dizer com isso

Nazira: Tipo assim, elas são várias coisas, mas são uma coisa só.

Pesquisador: São várias coisas mas..?

Nazira: É.

Pesquisador: O que são várias coisas aqui, por exemplo? d) $\frac{x^2 - y^2}{x + y}$

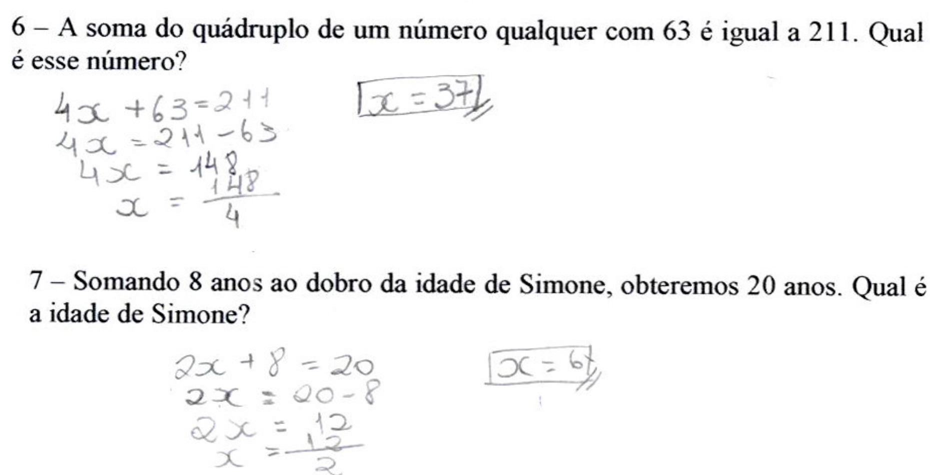
Nazira: Quando esse aqui tá ao quadrado seria muito mais do que isso só que simplificou assim, aí fica menos.

Pesquisador: Então você acha que isso aqui é mais do que ípsilon *ao quadrado?*

Nazira: É.

A fala e a escrita de Nazira estão coerentes com os conceitos algébricos, Isso é percebido em todo o teste e na entrevista da aluna. Ela conseguiu resolver todos os problemas propostos e identificar todas as operações presentes nas expressões algébricas e numéricas dos testes.

Figura 7 – Questões 6 e 7 do teste da aluna Nazira



6 – A soma do quádruplo de um número qualquer com 63 é igual a 211. Qual é esse número?

$4x + 63 = 211$
$4x = 211 - 63$
$4x = 148$
$x = \frac{148}{4}$

$\boxed{x = 37}$

7 – Somando 8 anos ao dobro da idade de Simone, obteremos 20 anos. Qual é a idade de Simone?

$2x + 8 = 20$
$2x = 20 - 8$
$2x = 12$
$x = \frac{12}{2}$

$\boxed{x = 6}$

Fonte: teste aplicado pelo pesquisador

Verifica-se que a aluna realizou todas as tarefas algébricas propostas nos testes, o que permite perceber que ela consegue raciocinar “algebricamente”. Os seus resultados indicam que ela encontra-se numa ZDP algébrica mais avançada do que a de seus colegas. Entendemos que a apreensão da linguagem algébrica e a generalização conceitual impulsionaram-na a se desenvolver. Os conceitos de número e de operações são trabalhados na escola desde a entrada do aluno. No momento em que Nazira entendeu que o "y são várias coisas, mas são uma coisa só", os significados de número e de operação evoluíram. Vygotsky escreveu que o significado das palavras evolui e que a compreensão deste fato deve substituir o postulado da imutabilidade do significado das palavras. Analogamente, podemos perceber que o significado do número e de operação também evoluem.

Analisando o desempenho de Nazira e levando em consideração elementos de seu contexto sociocultural, foi possível perceber que se trata de uma das alunas que tem uma família "bem estruturada", com os pais empregados e com boa formação acadêmica. Ela não trabalha fora, estuda quase todos os dias e relatou que ajuda a mãe com as tarefas domésticas, como se pode notar em suas respostas durante a entrevista.

> *Nazira: Ah a maioria das vezes quando eu chego em casa eu almoço aí depois eu durmo, aí faço as tarefas de casa e as coisas que eu tenho da escola assim.*
> *Pesquisador: Você estuda em casa todos os dias?*
> *Nazira: Depende, nos dias que eu não tenho coisa é mais urgente pra fazer, a maioria das vezes.*
> *Pesquisador: quanto tempo você acha que você estuda em casa?*
> *Nazira: Depende tem dia que eu fico meia hora, tem dia que eu fico uma hora, tem dia que eu não fico nada.*

Percebemos que a Nazira tem o pensamento teórico algébrico desenvolvido. Contudo, não podemos afirmar que este pensamento fora desenvolvido especificamente pelo professor de matemática que acompanhamos em nossas observações.

A questão de número 3 do teste escrito, tinha como objetivo perceber se os alunos tinham internalizado o significado das operações matemáticas trabalhadas algebricamente. Identificamos em primeiro lugar que alguns alunos não sabiam o significado da palavra "operação". Durante as entrevistas, ao indagar acerca do enunciado desta questão certos alunos só entendiam o que se pedia utilizando a palavra "conta", como podemos ver no trecho que se segue da entrevista do aluno Nagib:

> *Pesquisador: E aqui, por exemplo, nessa letra "b" tem alguma operação nessa expressão?*
> *Nagib: Aí tem.*
> *Pesquisador: Qual que é?*
> *(...)*

Pesquisador: que operações tem?

Nagib: Ah a ***conta*** *que você tá falando?*

Boa parte dos alunos não conseguiu identificar todas as operações presentes na questão. Dois deles, no entanto identificaram todas. Entre os demais, apesar de saberem o significado da operação, alguns não tinham claro o seu sentido (da operação) naquele lugar. Ou seja, sabem o que é potenciação, por exemplo, mas não sabem o que fazer com a potência.

A justaposição de símbolos na Álgebra é indicação de multiplicação, já na Aritmética, indica soma (esse conceito foi discutido no capítulo 1). Percebemos que alguns alunos não identificavam todas as operações presentes nas expressões algébricas dos testes. A aluna Nazira tem bem claro o significado e os sentidos das operações, como podemos perceber a seguir:

Pesquisador: Você sabe me dizer que operações estão acontecendo na letra "b"?

b) $3xy + 10a$

Nazira: Sim.

Pesquisador: Quais?

Nazira: A multiplicação,

Pesquisador: Aonde?

Nazira: Aqui ó, quando não aparece é porque é multiplicação e aqui é a soma, aqui, aqui e aqui também.

Já o aluno Salim conseguiu identificar as operações e sabe o significado, porém não conseguiu indicar o sentido da mesma, como no trecho que segue:

Pesquisador: Nessa letra "d" [d) $3x + \frac{9}{4}x^2$ *] tem alguma outra operação acontecendo além da soma?*

Salim: Não.

Pesquisador: Não tem. Salim o quê quer dizer esse" tracinho" entre o nove e o quatro?

Salim: É quatro sobre, não, é, nove, quatro sobre nove, é nove quarto.

Pesquisador: Nove quartos. Isso indica alguma operação?

Salim: Indica.

Pesquisador: Qual operação?

Salim: Ela é uma operação.

Pesquisador: Mas você não sabe dizer qual é?

Salim: Hum, hum (não).

A falta de sentido e significado da justaposição dos símbolos na Álgebra de certa forma pode ser verificada também no modo como o professor ensina. No decorrer de suas aulas, percebemos que todas as vezes que enunciava uma sentença, ele o fazia sem nenhuma indicação de operação explícita, contudo ao resolver ou aplicar qualquer "regra" eram escritas todas as operações e procedimentos a serem realizados. Um exemplo foi quando ao ensinar o a simplificação de expressões algébricas, o professor enunciou e resolveu uma questão da seguinte forma:

a) $(m-1)^2 - (m+1)(m-1)$

$m^2 - 2.m.1 + 1^2 - [m^2 - 1^2]$

$m^2 - 2m + 1 - m^2 + 1$

$-2m + 2$

Observando-se a forma pela qual fora enunciada e resolvida essa expressão, percebe-se que há uma descontinuidade com a maneira de resolver a questão. Ao enunciar, fora utilizado a justaposição dos parênteses como multiplicação. Na resolução foram aplicadas as regras de produtos notáveis, onde percebemos (na segunda linha) a utilização do ponto (.) para indicar multiplicação, daí em diante, não fora utilizado este símbolo. Acrescente-se a isso que em momento algum o professor dialogou com a turma acerca dessa diferenciação explícita em sua escrita e fala.

Não foram, em momento algum, apresentadas as relações desses conteúdos (produtos notáveis, fatoração e simplificação) com alguma aplicação da matemática científica, ou mesmo a da vida cotidiana. Assim, é possível perceber que ocorre aí o que vem sendo criticado pelos estudiosos do tema, ou seja, são formulações da matemática para ela mesma. Cálculos sem sentido e nem significado tanto para o aluno quanto para o professor, que estava "ensinando" o conteúdo para cumprir um currículo pré-estabelecido.

Nos momentos em que o professor tentava contextualizar o conteúdo, percebíamos que ele ia ao lugar do contexto do aluno, mas não os trazia para o lugar de aprendizagem da sala de aula. Da mesma forma que não conseguia fazer o caminho inverso.

Com relação às questões 4 e 5 do teste, objetivou-se com elas perceber o grau de entendimento dos alunos sobre os conteúdos recentemente estudados em sala. Os resultados mostraram que apenas uma das alunas conseguiu realizar corretamente a tarefa, os demais permaneceram apenas na execução das operações explicitamente apresentadas no enunciado das tarefas, como somar, subtrair ou multiplicar os elementos entre si e não o que se propunha. Isso permite entender que os alunos não conseguiam perceber as tarefas algébricas. Assim, ficavam no plano das operações sem relacioná-las com as ações, objetivos e motivos da atividade. Estes fatores também foram observados nas atividades propostas pelo professor durante nossa observação. Não se percebeu a existência, em grande parte dos alunos, de nenhuma necessidade de aprendizagem, nem quando o docente dizia “valer nota”. Os alunos também não deixaram revelar a presença de qualquer indicativo de desejo relacionado à aprendizagem, ainda que fosse, por exemplo, o de conseguir nota para ser aprovado. Portanto, pode-se concluir que na atividade de aprendizagem dos alunos não estavam presentes o desejo, a necessidade e nem motivo.

Percebemos no início de nossas observações que o aluno Nagib apresentava muitas dificuldades em compreender os conteúdos apresentados pelo professor. Nagib vive somente com o pai, se sentava ao fundo da sala e já havia sido reprovado por duas vezes (na segunda e na terceira série). Todavia, em determinado momento do semestre Nagib passou a sentar-se na primeira carteira. Questionado pelo pesquisador se aprendia com o professor de matemática e por que da mudança de lugar respondeu:

> *Pesquisador: Você acha que você aprende com ele?*
> *Nagib: Aprendo.*
> *Pesquisador: E você conversa nas aulas dele?*
> *Nagib: Assim no começo do ano até conversava, mas agora tô conversando pouco.*
> *Pesquisador: Por que quê?*
> *Nagib: Final de ano né, presta atenção.*
> *Pesquisador: Por conta de quê?*
> *Nagib: Pra passar.*

Apesar da mudança de comportamento e da melhoria no rendimento escolar, este aluno foi reprovado no final do ano. No conselho de classe, quando fora apresentado o seu caso, parecia que sua reprovação já estava aceita por todos os docentes, nenhum intercedeu por ele. Na entrevista com o professor Júlio, questionamos se os alunos com uma vida familiar estável apresentam melhor desempenho na aprendizagem que os outros. Ele então ele citou o caso de Nagib:

Professor: Eu acredito que sim porque quando a pessoa tem um vida estável, familiar ele tem menos, preocupações na cabeça e a matemática, ela envolve muito negócio de concentração, cabeça mais fria, não ter outras coisas pra ficar distraindo a pessoa, ou preocupando a pessoa porque um aluno dentro da sala de aula por exemplo com problema de família com mãe separada certo? Problemas com irmão, envolvimento com drogas outras coisas ele não aprende tanto por causa da concentração, ele não fica concentrado dentro da aula porque traz muitos problemas da casa, do lar. Agora uma família que tem um lar estabilizado ele já tem esse passo a mais, não tem tantas preocupações pra trazer pra sala.

Tem o caso do Nagib, ele é filho de pais separados, a mãe e o pai não dão muito certo, então ele traz esses aspectos pra sala, isso preocupa, prejudica psiquicamente porque ele fica preocupado com isso, não tem uma estabilidade no lar, então ele não, eu acho que muita deficiência no Nagib é por causa de problema de família.

O professor tinha clareza dos problemas que Nagib vivenciava e, principalmente, das suas dificuldades de aprendizagem, porém não tomou nenhuma atitude para tentar resolvê-los nem dos que lhe diziam respeito diretamente, ou seja, o de aprendizagem da Álgebra. No conselho de classe final foi implacável, afirmou que ele não tinha condições de ser aprovado e progredir para a 8ª série.

Percebemos que alguns alunos têm dificuldades e facilidades com relação aos conteúdos da Álgebra. Da mesma forma que entendemos que alguns alunos estão no pensamento empírico e outros no pensamento teórico. Com base em nosso material coletado e em nossas observações, podemos apontar que há uma relação entre ter facilidade com a Álgebra e ter o pensamento teórico desenvolvido.

Considerações Finais

As inquietudes acerca do fato de uma parcela significativa de alunos da sétima série não aprenderem matemática e, especificamente, não aprenderem Álgebra conduziram à questão central desta investigação, a relação entre dificuldades dos alunos na aprendizagem da álgebra e sua associação com problemas na metodologia de ensino. Assim, esta pesquisa buscou identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem de Álgebra e sua relação com o método de ensino utilizado pelo professor; analisar os problemas identificados com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental; apontar as contribuições da Teoria do Ensino Desenvolvimental para o ensino de Álgebra visando melhorar a aprendizagem dos alunos.

A análise dos dados obtidos permitiu perceber algumas dificuldades dos alunos na aprendizagem da Álgebra e os resultados encontrados permitem apresentar, à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental, algumas inferências.

a) Apesar de pesquisas e estudos estarem reafirmando a ineficácia do ensino por meio de cálculos mecânicos e descontextualizados da realidade do aluno, isto ainda está muito presente nas aulas de matemática.
b) Os professores, na tentativa de, apenas com seus próprios esforços e recursos, promoverem a contextualização dos alunos e do conteúdo a ser aprendido, acabam reduzindo a matemática escolar a um ensino que conduz somente ao pensamento empírico. Muitas vezes nem isso. Assim, a escola e o professor, acabam por não cumprir seu principal papel que, segundo a orientação teórica adotada nesta pesquisa, é o desenvolvimento do aluno.
c) A falta de sentido e significado da linguagem matemática, especificamente a linguagem algébrica reforça as dificuldades dos alunos no desenvolvimento de atividades algébricas. No modo de ensino há uma desconexão entre a Aritmética e a Álgebra, que estão sendo aprendidas pelos alunos como se fossem elementos de ciências distintas.
d) Os alunos mostraram insuficiências na apropriação e reprodução dos conceitos algébricos como, por exemplo, a identificação e aplicação de operações, a não decodificação de enunciados para a linguagem algébrica e a ausência da reversibilidade nas atividades propostas.
e) O professor tem dificuldades em fazer com que os alunos entrem em atividade de aprendizagem de matemática, não consegue promover um lugar cultural para a realização desta atividade dentro da aula. Isto faz com que os alunos, sem motivo para aprender,

demorem a compreender que necessitam utilizar outros signos para realizar as ações de aprendizagem de Matemática.

f) Apesar de os alunos serem conhecidos em sua dimensão sociocultural, esta não está sendo considerada como seria de se esperar, em função do alcance de melhores resultados de aprendizagem. Ficou claro nas observações e nas entrevistas que os agentes escolares têm consciência da realidade de vida dos alunos fora dos muros da escola. Contudo, a não ser o lamento sobre estas realidades, nada é efetivamente feito para discuti-las e, a partir delas, promover um contexto de aprendizagem dos alunos com relação à Matemática e à Álgebra;
g) O professor não está atento ao modo pelo qual os alunos internalizam os conceitos da Álgebra. Parecem ser irrelevantes as formas de assimilação e interiorização de conceitos algébricos, como se todos os alunos a fizessem da mesma forma que o professor a faz. Os conteúdos são apresentados da forma como pensa o professor e não como pensa o aluno, como se esses sujeitos tivessem percorrido os mesmos caminhos históricos (pessoais e escolares) para estarem na aula de Álgebra;
h) Os conteúdos de Álgebra são apresentados aos alunos sem nenhuma vinculação com aplicações teóricas e nem práticas. O modo como o professor ensina não tem como objetivo ajudar os alunos a aprenderem o que é essencial da Álgebra, ou seja, os conteúdos são apresentados e trabalhados como se fossem algo à parte da matemática, algo que não tem relação nem anterior e nem posterior àquele conteúdo. Nas suas relações com as particularidades da Álgebra, com a linguagem algébrica e o pensamento teórico algébrico, são desconsideradas sua importância e finalidades, tratadas de forma vaga e sem relação nenhuma com a continuidade da vida escolar do aluno;
i) As atividades propostas pelo professor aos alunos evidenciam que a maioria deles não desenvolveu o pensamento teórico da Álgebra, permanecendo no plano empírico, limitando ainda mais as possibilidades dos alunos desenvolverem, posteriormente, relações com os conteúdos posteriores de matemática. Isso também interfere na progressão do desenvolvimento cognitivo do aluno, que necessitará utilizar conceitos algébricos em sua vida prática, seja a vida escolar, seja a vida em sociedade.

Quanto às contribuições da Teoria do Ensino Desenvolvimental, o que se observou neste estudo é que, no caso do ensino e aprendizagem de Álgebra, esta teoria pode contribuir para minimizar a dicotomia entre a Álgebra e a Aritmética, para que as atividades de ensino e de aprendizagem possam ter mais significado e por conseqüência produzir melhores sentidos, proporcionando aos alunos o desenvolvimento do pensamento algébrico e por conseqüência o pensamento matemático.

Os alunos não compreendem claramente o que seja a Álgebra, quais os seus objetivos, por que devem aprender álgebra. Assim estão ausentes o desejo e a necessidade em relação ao aprendizado deste conteúdo.

A resolução de problemas de aprendizagem não é estimulada, é pouco aplicada. Quando ocorre, não tem como objetivo o desenvolvimento da linguagem e dos conceitos algébricos, prejudicando a elaboração de estratégias com a utilização de conhecimentos anteriores, não promovendo, portanto, o pensamento teórico-científico. O que contraria as premissas de Davídov e de Vygotsky de que "a aprendizagem e o ensino são formas universais de desenvolvimento mental" (LIBÂNEO, 2005, p. 14), por isso no caso tomado para investigação nesta pesquisa, houve dificuldades tanto no ensino quanto na aprendizagem da Álgebra. Portanto, o desenvolvimento cognitivo dos alunos não está sendo privilegiado.

As limitações de nossa investigação não nos permitem mais conclusões sobre esta questão, que carece ser melhor investigada. Com base na Teoria do Ensino Desenvolvimental, de maneira análoga, pode-se questionar: como fazer a interlocução das origens sociais do aluno para promover o desenvolvimento de seu pensamento teórico algébrico? Como a escola como um todo pode melhorar suas contribuições para o desenvolvimento do pensamento teórico algébrico do aluno?

A opção metodológica dessa investigação, pela observação não participante com o intuito de entender o que acontece nas aulas de Álgebra e vislumbrar dificuldades e facilidades no ensino e na aprendizagem desta, não possibilitou intervenções sobre as práticas do professor e nem nas desconexões conceituais de Álgebra verificadas nos alunos. Acreditamos que uma pesquisa experimental que possibilite uma intervenção seja pertinente, por entender a necessidade de novas investigações, para melhor compreender o funcionamento cognitivo dos alunos e uma aprendizagem mais efetiva.

Referências Bibliográficas

AL CHAIB, Azar Maaruf. *Matemática.* Damasco: Editora da Universidade de Damasco, 1993. (Em árabe)

ARIZA, Rafael P.; TOSCANO, José M. El saber práctico de los profesores especialistas: aportaciones desde lãs didacticas específicas. In: MOROSINI, Marília C. (Org.). *Professor do ensino superior* – identidade, docência e formação. Brasília: Plano Editora, 2001.

BOGDAN, Robert; BILKLEN, Sari. *Investigação qualitativa em educação*: uma introdução à teoria dos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BOYER, Carl B. História da matemática. 2. ed. Trad. Elza Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. MEC. (2001). CNE. *Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Brasília, D.O.U. de 05.12.2001.

BRASIL. MEC. INEP. *Resultados do SAEB 2003*. Brasília, 2004. Disponível em: http://www.inep.gov.br/basica/saeb/anosanteriores.htm

BRASIL. MEC. INEP. Características do SAEB 2003. Brasília, 2006. Disponível em: http://www.inep.gov.br/basica/saeb/caracteristicas.htm; acesso em 29-08-2006.

BRZEZINSKI, Iria. A formação e a carreira de profissionais da educação na LDB 9.394/96: possibilidades e perplexidades. In: BRZEZINSKI, Iria (Org.). *LDB Interpretada*: diversos olhares se entrecruzam. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

CEDRO, Wellington Lima. *O Espaço de Aprendizagem e a Atividade de Ensino: o cube de matemática.* São Paulo: Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, 2004. Dissertação (Mestrado em Educação).

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Etnomatemática*. São Paulo: Ática, 1990.

DAVÍDOV, Vasili, V. El Aporte de A. N. Leontiev al Desarrollo de la Psicologia. In: GOLDER, Mário. *Angustia por la Utopia.* Buenos Aires, Ateneo Vigotskiano de la Argentina, 2000.

______. A Atividade de Aprendizagem no Primeiro período Escolar. In: *Problemas do Ensino Desenvolvimental – A experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia.* (Tradução para a língua portuguesa de textos publicados na Revista Soviet Education com o título “Problems of developmental teaching”, agosto 1988, vol. XXX, nº 8.

DOMINGUES, Hygino H. & IEZZI, Gelson. *Álgebra Moderna*. 4. ed. São Paulo: Atual, 2003.

DUARTE, Newton. *Formação do Indivíduo, Consciência e Alienação*: o ser humano na psicologia de A. N. Leontiev. Caderno Cedes, Campinas, v. 24, n. 62, 2004. p. 44-63.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria A.; MIGUEL, Antônio. *Contribuição para um repensar...a educação algébrica elementar*. Pro-Posições, Campinas, v. 4, n. 1, p.78-90, mar.1993.

GARNIER, Catherine; BEDNARZ, Nadine; ULANOVSKAYA, Irina. *Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GUIARDINETTO, José Roberto Boettger. *Matemática escolar e matemática da vida cotidiana*. Campinas, Autores Associados, 1999.

HEDEGAARD, Mariane. A zona de desenvolvimento proximal como base para o ensino. In: DANIELS, Harry (Org.). *Uma introdução a Vygotsky*. São Paulo: Loyola, 2002.

IMENES, Luíz Márcio Pereira. *Matemática*. São Paulo: Scipione, 1997.

KNIJNIK, Gelsa . Educação Matemática e diferença cultural: o desafio de virar ao avesso saberes matemáticos e pedagógicos. In: XIII Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 2006, Recife. *Educação Formal e não formal, processos formativos, saberes pedagógicos*: desafios para a inclusão social. Recife: Edições Bagaço, 2006. v. 1. p. 15-26.

LEONTIEV, Aléxis, N. Uma Contribuição à Teoria do Desenvolvimento da Psique Infantil. In: Vigotsky, Luria, Leontiev. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagens*. São Paulo: Ícone Editora, 2001.

LIBÂNEO, José Carlos. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davídov. *Revista Brasileira de Educação*. n. 27, 2004. p. 5-24. Disponível em: http://www.anped.org.br/rbe27/anped-n27-art01.pdf Acesso em 17-05-05.

______. *Didática*. São Paulo: Cortez, 1994.

______. *Adeus professor, adeus professora? Novas exigências educacionais e profissão docente*. São Paulo: Cortez,1998.

______. *Organização e gestão da escola*: teoria e prática. 4. ed. Goiânia: Alternativa, 2001.
LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. *Pesquisa em educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

LUNA, Sérgio V. A revisão de literatura com parte integrante do processo de formulação do problema. In: *Planejamento de pesquisa*: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1997, p. 80-105.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*.Campinas: Papirus, 1997.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e realidade*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara, et al. *Educação matemática*: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

MARX, Karl. Crítica da economia política. In: MARX, Karl. (*Introdução*). São Paulo: Abril Cultural, 1978, (Coleção: Os Pensadores).

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. *A formação matemática do professor*: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MEDEIROS, Cleide Farias de; MEDEIROS, Alexandre. O Pensamento dialético de Bento de Jesus Caraça e suas concepção da Educação Matemática. *Ciência e Educação*. Unesp, 2003. Disponível em http://www.fc.unesp.br/pos/revista/ acesso em 14 abr. de 2006.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti, et al. *Escola e aprendizagem da docência*: processos de investigação e formação. São Carlos: EdUFCar, 2002.

NÓVOA, Antonio (Org.). *Os professores e a sua formação*. Portugal: Dom Quixote, 1992.

PAIS, Luis Carlos. Transposição didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara, et al. *Educação Matemática*: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

______. *Didática da Matemática*: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PINO, Angel. O social e o cultural na obra de Vigotski. *Educação & Sociedade*, 2000, n. 71, p. 45-78

PRADO JÚNIOR, Caio. *Teoria marxista do conhecimento e método dialético materialista*. 2001 disponível em http://www.ebooksbrasil.org/eLibris/caio.html. acesso em 10 abr. de 2006.

RABONI, Edméa Aparecida Rocha Silva. *Saberes profissionais do professor de matemática*: focalizando o professor e a álgebra no Ensino Fundamental. Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia. Presidente Prudente: 2004. Dissertação (Mestrado em Educação).

REGO, Teresa C. *Vygotsky*: uma perspectiva historico-cultural da educação. Petrópolis: Vozes, 1995.

ROSA, Elisa; ANDRIANI, Ana G. P. Psicologia sócio-histórica: uma tentativa de sistematização epistemológica e metodológica. In: KAHHALE, Edna M. P. (Org.). *A Diversidade da Psicologia – uma construção teórica*. São Paulo: Cortez Editora, 2002.

ROSA, Dalva E. G.; KHIDIR, Kaled Sulaiman. O PDE e a Formação Continuada de Professores. In: FONSECA, Marília, TOSCHI, Mirza Seabra & OLIVEIRA, João Ferreira. *Escolas Gerenciadas*: planos de desenvolvimento e projetos político-pedagógico em debate. Goiânia: Ed. da UCG, 2004.

SANTOS, Fernando Pereira dos. *Formação de professores*: um estudo da licenciatura em matemática na UFG. Brasília: UNB, 1999. Impresso por meio eletrônico. Dissertação de Mestrado.

SFORNI, Marta Sueli de Faria. *Aprendizagem conceitual e organização do ensino*: contribuições da Teoria da Atividade. Araraquara: JM Editora, 2004.

SCHEIBE, Leda. Formação dos profissionais da Educação Pós-LDB: vicissitudes e perspectivas. In: VEIGA, Ilma Passos Alencastro et al. *Formação de professores*: políticas e debates. Campinas: Papiros, 2002.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULT, Alberto P. (org.). *As idéias da álgebra*. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p. 9-22.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Euclides Roxo e a História da Educação Matemática no Brasil. *Revista Iberoamericana de Educacion Matemática*. n. 1. 2005. Disponível em http://www.fisem.org acesso em 15 de junho de 2006.

VARIZO, Zaíra da Cunha Melo. Uma Proposta Para a Aprendizagem de Expressões Algébricas. *Anais do IV Seminário das Licenciaturas da UCG*: perspectivas para a formação de professores: Goiânia, 2005.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. *A formação social da mente*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998a.

______. *Pensamento e linguagem*. 2. ed. Trad. Jefferson Luiz Camargo. São Paulo: Martins Fontes, 1998b.

______. Manuscrito de 1929. *Educação & Sociedade*. v. 21. Campinas: CEDES, 2000.

Anexo I

Foto do livro de Álgebra em árabe

النظير بـ $\frac{1}{x} = x^{-1}$ (في حال وجود العنصر النظير بالنسبة للضرب) . وبشكل
عام حتى نبرهن على أن مجموعة ما M (مزودة بقانون + , .) أنها حلقة يلزم
ويكفي تحقق الشروط التالية :

1) $x,y,z \in M \Rightarrow (x+z)+z = x+(y+z)$

2) $x,y \in M \Rightarrow x+y = y+x$

3) $x \in M \Rightarrow \exists\, e \in M : x+e = e+x = x$

4) $x \in M \Rightarrow \exists\, x' \in M : x+x' = x'+x = e$

5) $x,y,z \in M \Rightarrow x.(y.z) = (x.y).(z)$

6) $x,y,z \in M \Rightarrow x(y+z) = xy+xz$

$$(y+z)x = yx+yx$$

١ـ٤ـ١ـ١) ملحوظة :

لم نشترط وجود عنصر حيادي في العملية (.) ولا كونها عملية تبديليـــة
لهذا إذا كان في M عنصر حيادي بالنسبة لـ (.) سمينا الثلاثية (M,+,.)
حلقة تبديلية .

١ـ٤ـ١ـ٢) امثلة :

١ ـ إن الثلاثية (Z , +, .) حلقة تبديلية واحدية (تحقق من ذلك) .

٢ ـ إن الثلاثية $(G_n, +, .)$ (حيث G_n مجموعة صفوف التكافؤ لعلاقـــة
التوافق ذات القياس n) هي حلقة .

— ٧٤ —

AL CHAIB, Azar Maaruf. *Matemática.* Damasco: Editora da Universidade de Damasco, p. 74, 1993. (Em árabe).

Foto do livro de Álgebra em Português

A operação de divisão pode ser estendida também a $\mathbb{R}^*$ e $\mathbb{C}^*$.

Deixamos como exercício ao leitor encontrar exemplos que mostrem que a divisão não é uma operação em $\mathbb{N}^*$ ou em $\mathbb{Z}^*$.

3º) A aplicação $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ tal que $f(x, y) = x - y$ é a operação de *subtração* sobre $\mathbb{Z}$.

A operação de subtração pode ser estendida a $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ e $\mathbb{C}$.

4º) A aplicação $f: E \times E \to E$, em que $E = M_{m \times n}(\mathbb{R})$ representa o conjunto das matrizes do tipo $m \times n$ com elementos reais, tal que $f(x, y) = x + y$ é a operação de *adição* sobre $M_{m \times n}(\mathbb{R})$.

5º) A aplicação $f: E \times E \to E$, em que $E = M_n(\mathbb{R})$ representa o conjunto das matrizes quadradas de ordem n com elementos reais, tal que $f(x, y) = x \cdot y$ é a operação de *multiplicação* sobre $M_n(\mathbb{R})$.

6º) A aplicação $\varphi: E \times E \to E$, em que $E = \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ representa o conjunto das funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, tal que $\varphi(f, g) = f \circ g$ é a operação de *composição* sobre $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.

15. PROPRIEDADES DAS OPERAÇÕES

Seja $*$ uma lei de composição interna em E. Vejamos algumas propriedades que $*$ pode apresentar.

15.1 Propriedade associativa

Definição 38: Dizemos que $*$ goza da *propriedade associativa* se

$$x*(y*z) = (x*y)*z,$$

quaisquer que sejam $x, y, z \in E$.

Exemplos 26:

1º) As adições em $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ são operações que gozam da propriedade associativa. (Costuma-se dizer que "são operações associativas".)

$$(x + y) + z = x + (y + z), \quad \forall x, y, z$$

2º) As multiplicações em $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ são operações associativas

$$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z), \quad \forall x, y, z$$

3º) A adição em $M_{m \times n}(\mathbb{R})$, conjunto das matrizes do tipo $m \times n$ com elementos reais, é operação associativa.

$$(X + Y) + Z = X + (Y + Z), \quad \forall X, Y, Z$$

4º) A multiplicação em $M_n(\mathbb{R})$ é operação associativa.

$$(XY)Z = X(YZ), \quad \forall X, Y, Z$$

5º) A composição de funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ é operação associativa.

$$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h), \quad \forall f, g, h$$

Fonte: DOMINGUES, Hygino H. & IEZZI, Gelson. *Álgebra Moderna.* 4.ed. São Paulo: Atual, p. 112, 2003.

Foto do livro de Matemática da 6ª série do Ensino Fundamental da Síria

جملة ما يدفعه الرجل = ١٢٠٠٠ + ٣٤٦٥ = ١٥٤٦٥ ل.س

مثال نموذج (٣)

اقترض فلاح من المصرف الزراعي مبلغ ١٠٠٠٠ ل.س بالربح البسيط

وبعد ٤ سنوات طالبه المصرف بجملة قدرها ١١٤٠٠ ل.س

ما سعر الفائدة (الربح) الذي يأخذه ذلك المصرف ؟

الحل :

الربح عن السنوات الأربع = ١١٤٠٠ − ١٠٠٠٠ = ١٤٠٠ ل.س

الربح السنوي = ١٤٠٠ ÷ ٤ = ٣٥٠ ل.س

المبلغ	الربح السنوي
١٠٠٠٠	٣٥٠
١٠٠	س

$$س = \frac{٣٥٠ \times ١٠٠}{١٠٠٠٠} = ٣٫٥$$

إذاً سعر الفائدة (سعر الربح البسيط) ٣٫٥ ٪

مثال نموذج (٤)

أودع شخص مبلغ ٢٥٠٠٠ ل.س في مصرف يدفع فائدة بسيطة سعرها

السنوي ٩ ٪ وبعد مدة وجد أن رصيده في المصرف ٣٤٣٧٥ ل.س .

احسب الزمن الذي مضى على إيداع المبلغ في ذلك المصرف.

الحل :

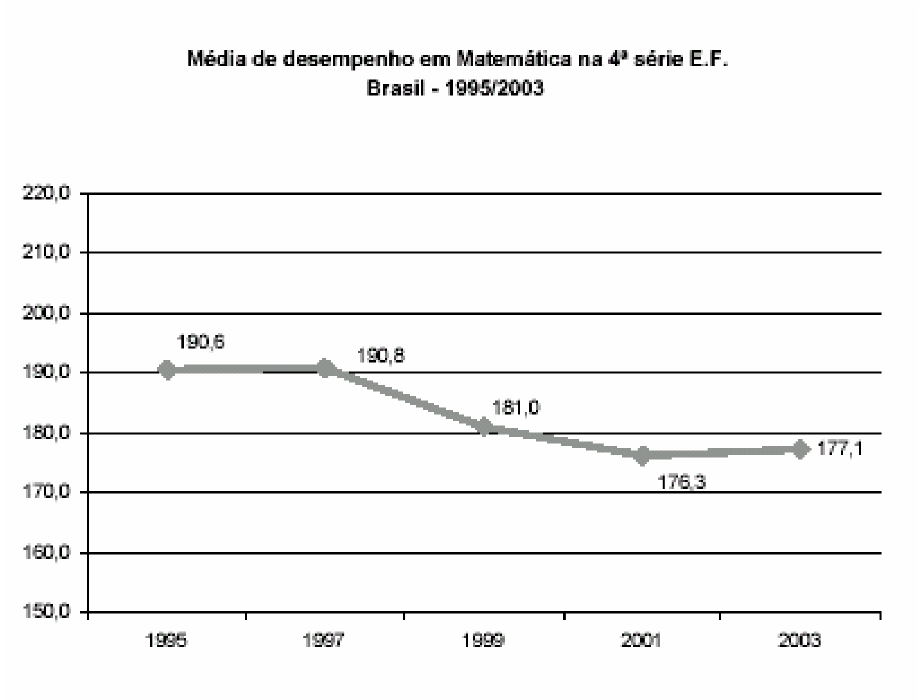
الربح = ٣٤٣٧٥ − ٢٥٠٠٠ = ٩٣٧٥ ل.س

١٥٦

SÍRIA, Ministério da Educação. *Matemática 6ª série.* Damasco p. 156, 2004-2005. (Em árabe).

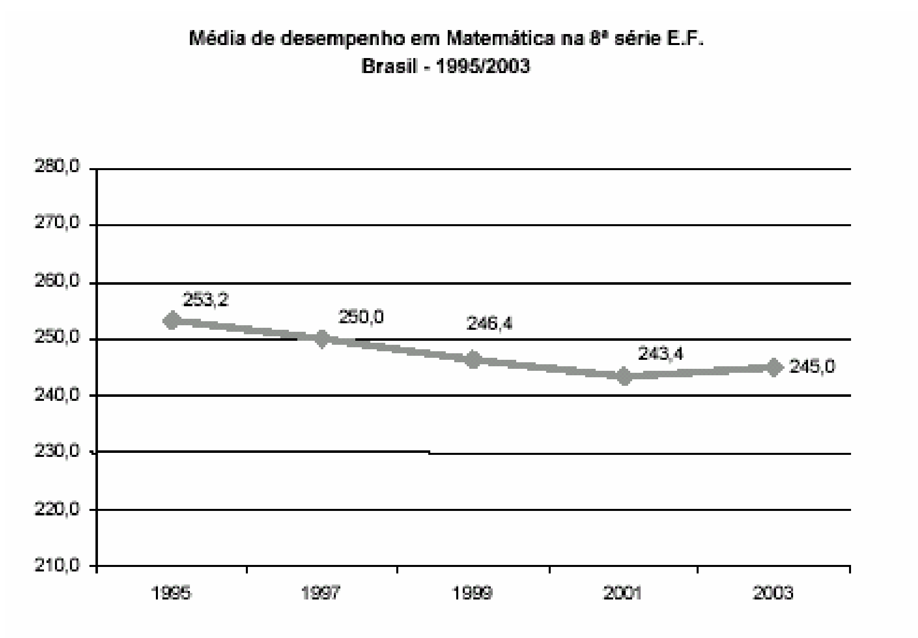
Anexo II

Gráfico 1



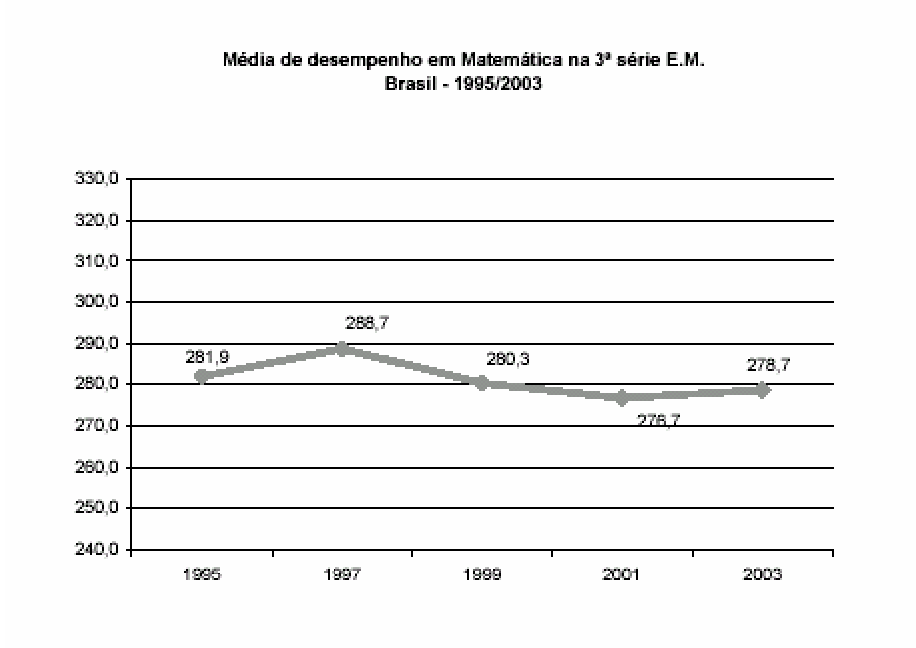
Fonte: INEP/SAEB 2003

Gráfico 2



Fonte: INEP/SAEB 2003

Gráfico 3



Fonte: INEP/SAEB 2003

Anexo III

Roteiro de entrevista com aluno

1. Nome, sexo, idade, endereço.
2. Você tem pais vivos? Qual o nome dos seus pais?
3. Mora com os pais? Se não, com quem?
4. Qual o grau de escolaridade dos seus pais (ou responsáveis)?
5. Tem irmãos? Quantos?
6. Seus pais trabalham?
7. Você trabalha? Caso sim, onde?
8. A quanto tempo estuda nessa escola?
9. Você vem à escola de ônibus?
10. Mora longe?
11. Você já se reprovou alguma vez? Caso sim em que disciplina? Em que série?
12. Você gosta da Escola? E de estudar?
13. Você já estudou em escola particular? Quanto tempo?
14. O que faz quando não esta na escola? Faz esporte?
15. O que você mais gosta na escola? E o que menos gosta?
16. Você gosta de seus colegas de sala?
17. Tem amigos entre os colegas?
18. Quanto tempo estuda em casa?
19. Qual professor você mais gosta? E menos gosta?
20. Você gosta do professor de matemática? Você aprende com ele?
21. Você conversa nas aulas dele? E na de outros professores? Porque?
22. Que disciplina você mais gosta? E a que menos gosta?
23. Você gosta da Matemática? Porque?
24. O que você mais gosta e menos gosta?
25. Em que série você gostou mais da Matemática?
26. A Matemática era mais fácil quando só tinha números?
27. Você gosta da Álgebra?
28. O que você achou da minha presença na sala?
29. As aulas do professor mudaram depois da minha presença?
30. Questões sobre o teste e o ditado.

Questionário de identificação sociocultural do professor

1- Codinome: ____

2- Sexo: (   ) F (   ) M

3 – Idade em anos: ____

4 – Escolaridade dos pais:

Pai ____

Mãe: ____

5 – Formação profissional:

Graduação 1: ____

Ano de conclusão:_____

Instituição: ____

Graduação 2: ____

Ano de conclusão:_____

Instituição

Pós-graduação 1 : ____

Ano de conclusão:_____

Instituição: ____

Pós-graduação 2 : ____

Ano de conclusão:_____

Instituição: ____

6 - Estado civil: ____

7 - Se casado(a) ou em união estável, há quanto tempo? ______________________________

8 - A(o) esposa(o) ou companheira(o) trabalha fora do lar?   (   ) Sim   (   ) Não

9 – Se sim, em que atividade? ____

10– Escolaridade da(o) esposa(o) ou companheira(o): ________________________________

11 - Bairro em que reside: ____

12 - Com quem reside: ____

13 - Tem filho? Se sim, qual o sexo, a idade, a escolaridade, estuda em escola municipal (M), estadual (E), privada (P)?

Filho 1

Sexo: (   ) F   (   ) M Idade: _______ Escolaridade _________ (   ) M (   ) E (   ) P

Filho 2

Sexo: (   ) F   (   ) M Idade: _______ Escolaridade _________ (   ) M (   ) E (   ) P

Filho 3

Sexo: (   ) F   (   ) M Idade: _______ Escolaridade _________ (   ) M (   ) E (   ) P

Filho 4

Sexo: (   ) F   (   ) M Idade: _______ Escolaridade _________ (   ) M (   ) E (   ) P

Filho 5

Sexo: (   ) F   (   ) M Idade: _______ Escolaridade _________ (   ) M (   ) E (   ) P

14 - Algum filho trabalha?

(   ) Não

(   ) Sim - Atividade: ____

Remuneração ou renda: ____

15 - Salário:

Nesta escola: ___________ Em outra escola: ______________ Em outra atividade: ______

16 – Renda familiar: ____________

17 - Meio de condução: (   ) veículo próprio (   ) ônibus   (   ) outro: ____________________

18 - Distância entre a residência e o local de trabalho: ______________________________

19 - Que curso de graduação fez, ano de conclusão, em que Instituição?

20 - Que curso(s) de pós-graduação fez, ano de conclusão, em que Instituição?

21 - Que curso(s) ou outras atividades de formação profissional participou nos últimos 2 anos?

22 - Caso trabalhe em mais de uma escola

(   ) Estadual, como professor

Disciplina: ______________ Série: ____________Turno:___________Horas semanais:____

(   ) Estadual em outra atividade: ____

Há quanto tempo: ___________________ Horas semanais: _________________

( ) Municipal, como professor:

Disciplina: ______________ Série: ____________Turno:___________Horas semanais:____

( ) Municipal em outra atividade: ____

Há quanto tempo: ___________________ Horas semanais: _________________

( ) Privada, como professor

Disciplina: ______________ Série: ____________Turno:___________Horas semanais:____

( ) Privada em outra atividade

Há quanto tempo: ___________________ Horas semanais: _________________

23 - Outra atividade profissional que não seja na área da educação? ( ) Sim ( ) Não

Se sim

Qual: _________________ há quanto tempo: _______________

Por que: ____

24 - Outra atividade que realiza sem ser como profissional (atividade sindical, política, religiosa, voluntária, em associação, de estudos, etc.).

____

____

____

____

25 - Atividades de lazer: ____

____

____

26 - Atividades culturais: ____

27 - Esporte: ____

28 - Religião ou crença: ____

29 - Há quanto tempo trabalha nesta escola? ____________________________

30 - Há quanto atua em matemática nesta escola? ________________________

31 – Outra informação a seu respeito que julga importante registrar: ___________________

____

Roteiro de entrevista semi-estruturada com professor

I – Estabelecer interação com a pessoa entrevistada

II – Explicar como se dará a entrevista

III – Obter autorização para gravar e utilizar o conteúdo da entrevista na pesquisa

IV – Esclarecer sobre a manutenção do anonimato no uso do conteúdo da entrevista

V – Testar o equipamento

VI – Certificar-se das condições do ambiente da entrevista (privacidade, ausência de ruídos, conforto do entrevistado) e iniciar a entrevista.

Questões orientadoras

1. Em relação à sua atividade docente em matemática nesta escola e nesta turma, poderia falar sobre:

   - Domínio dos conteúdos em geral
   - Domínio dos conteúdos de Álgebra
   - Sua preparação pedagógica para ensinar matemática
   - O que conhece sobre os alunos

2. Poderia falar um pouco sobre como você define a Álgebra?

Obs. o entrevistador quer identificar que concepção de Álgebra o entrevistado tem (generalização da Aritmética, estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, estudo de relações entre quantidades, estudo de estruturas).

3. O que você considera essencial que o aluno aprenda da Álgebra para ampliar seu raciocínio, sua capacidade de aprendizagem desta matéria?

4. Gostaria que me relatasse a relação dos alunos com a matemática, particularmente com a Álgebra.

5. Poderia falar sobre seu modo de ensinar matemática e Álgebra para os alunos desta turma?

Obs. O entrevistador deve explorar o aspecto didático, metodologia, avaliação etc

6. Em que se baseia (método, algum autor, alguma experiência, algum curso que realizou) a sua opção por esse modo de ensinar?

7. Como você caracteriza esta turma?

8. Gostaria que falasse sobre a aprendizagem dos alunos em relação à matemática, particularmente em relação à Álgebra.

Que dificuldades apresentam? A que podem ser atribuídas?

E facilidades? A que podem ser atribuídas?

9. Além das avaliações (provas, testes, trabalhos etc.) como percebe que um aluno está, ou não, aprendendo?

10. Sobre o contexto geral desta escola, o que você que tem a dizer do que favorece, ou não a aprendizagem dos alunos?

(Aspectos que o entrevistador não deve deixar de explorar:

- perfil dos alunos e de suas famílias
- estrutura física, material, equipamentos
- organização
- professores: quantidade e preparação dos mesmos em relação às necessidades da escola
- relação entre os professores, entre estes e a direção ou coordenação
- relação dos professores com os alunos
- coordenação
- direção
- apoio ao professor
- relação com os pais e participação destes na vida escolar dos filhos)

11. Como vê a profissão docente hoje, particularmente a docência no ensino fundamental?

Anexo IV

Instrumento de Coleta de Dados

Ditado[25]

Local: Escola Estadual Lua Crescente
Série: 7ª Turma: única
Aluno(a): ____
Data: _____________

1 – Escreva na linguagem matemática:

a) $2x + 3y$

b) $x + x/5 = 12$

c) $(y + 7)^2$

d) $7a – 7c + ma - mc$

e) $8a^3b + 24ab^2 – 72ax^2$

2 – A quinta parte de um número inteiro somada com 19 dá 82. Qual é esse número?

3 – A soma de dois números inteiros consecutivos é 117. Quais são os números?

4 – Coloque o fator comum em evidência:

a) $10a + 10b$

b) $4a – 3ax$

c) $35c + 7c^2$

[25] Este instrumento é a do pesquisador.

Instrumento de Coleta de Dados

<u>Ditado</u>[26]

Local: Escola Estadual Lua Crescente
Série: 7ª Turma: única
Aluno(a): ____
Data: ______________

1 – ____

a)

b)

c)

d)

e)

2 – ____
____
____
____

3 – ____
____
____
____

4 – ____

a)

b)

c)

[26] Esta ficha foi entregue aos alunos tal qual esta.

Instrumento de coleta de dados

Teste Escrito

Local: Escola Estadual Lua Crescente
Série: 7ª Turma: única
Aluno(a): ____
Data: ____________

1 – Identifique as expressões numéricas e as expressões algébricas:

a) $5 - 2$ ____________________________

b) $4x + 3y$ __________________________

c) $x^2 - 6x + 9$ ______________________

d) $\frac{x^2 - y^2}{x + y}$ _______________________

e) $2.(3 + 5)$ _________________________

f) $ax + by$ _________________________

2 – Passe as expressões abaixo da linguagem matemática para a linguagem da língua portuguesa:

a) $4x$ ____

b) $3xy + 10a$ ____

c) $5xy + 6a - 2xy$ ____________________________________

d) $\frac{5x^2}{6} + 8x - 1$ ______________________________________

3 – Identifique e enuncie as operações presentes nas expressões abaixo:

a) $a^2 + 2ab + b^2$ _____________________________________

b) $(a + b)^2$ ____

c) $4x(x + 2y)$ ____

d) $3x + \frac{9}{4} x^2$ ____

e) $\frac{1}{a + 2}$ ____

f) $(3x - 1)(3x + 1)$ ____

4 – Calcule os produtos notáveis:

a) $(x + 3)(x - 3)$

b) $(x + 2)^2$

c) $(y - 3)^2$

5 – Fatore, por agrupamento as expressões abaixo:

a) $ax - ay + bx - by$

b) $x^2 + 2xy + 3x + 6y$

6 – A soma do quádruplo de um número qualquer com 63 é igual a 211. Qual é esse número?

7 – Somando 8 anos ao dobro da idade de Simone, obteremos 20 anos. Qual é a idade de Simone?

8 – Qual é o número racional cuja quarta parte somada com 7 é igual à sua metade menos 11?

9 – Escreva como se lê:

a) $x^2 - 5 = 1$ ____

b) $a^2 - 25$ ____

c) $9a^2x^2 - 6ax + 1$____
____

10 – Escreva com símbolos matemáticos:

a) um quinto

b) três vezes x mais dois terços

c) quatro mais sete

d) dois x mais um igual a sete