

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
PROGRAMA DE MESTRADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E  
SISTEMAS

**UM MODELO PARA O PROBLEMA  
DA TOPOLOGIA E DO  
DIMENSIONAMENTO EM REDES DE  
AR COMPRIMIDO**

Roberto Capparelli Marçal

2015

# UM MODELO PARA O PROBLEMA DA TOPOLOGIA E DO DIMENSIONAMENTO EM REDES DE AR COMPRIMIDO

Roberto Capparelli Marçal

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas.

Orientador: Marco Antonio Figueiredo Menezes, *Dr.*

GOIÂNIA  
MARÇO 2015

# UM MODELO PARA O PROBLEMA DA TOPOLOGIA E DO DIMENSIONAMENTO EM REDES DE AR COMPRIMIDO

**Roberto Capparelli Marçal**

Esta Dissertação julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas da Pontifícia Universidade Católica de Goiás em Fevereiro de 2015.

---

Prof. Ricardo Luiz Machado, Dr.

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia de Produção e Sistemas

Banca Examinadora:

---

Prof. Marco Antonio Figueiredo Menezes, Dr.

Orientador

---

Prof. Clóves Gonçalves Rodrigues, Dr. PUC Goiás

---

Prof. Humberto José Longo, Dr. UFG

GOIÂNIA - GO

MARÇO 2015

Dados Internacionais de Catalogação da Publicação (CIP)  
(Sistema de Bibliotecas PUC Goiás).

Marçal, Roberto Capparelli.

M313m Um modelo para o problema da topologia e do dimensionamento em redes de ar comprimido [manuscrito] / Roberto Capparelli Marçal. – Goiânia, 2015.

77 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Programa de Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas, 2015.

“Orientador: Prof. Dr. Marco Antonio Figueiredo Menezes”.

Bibliografia.

1. Topologia. I. Título.

CDU 004.722(043)



# Agradecimentos

---

Ao professor Marco Antonio Figueiredo Menezes, por sua dedicação para com a execução deste trabalho. Meus sinceros agradecimentos por todos os ensinamentos, pela orientação, pela confiança em mim depositada e principalmente pela sua amizade.

Aos professores Leizer de Lima Pinto, do departamento de Ciências da Computação da UFG e a professora Carmem Cecilia Centeno do departamento de Computação PUC-Goiás que participaram no início dos trabalhos, nas reuniões e discussões preliminares para o encaminhamento e definição do problema.

Ao professor José Elmo de Menezes do departamento de Matemática da PUC Goiás, pelas suas contribuições e sugestões ao trabalho durante a etapa da qualificação desta dissertação.

A Nubiana Aparecida Alves, minha companheira, que muito me apoiou, me incentivando e me compreendendo nestes dois anos.

A todos aqueles que de forma direta ou indireta contribuíram para a elaboração deste trabalho.

# Resumo

---

Resumo da Dissertação apresentada ao MEPROS/PUC de Goiás como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas (M.Sc.).

## **UM MODELO PARA O PROBLEMA DA TOPOLOGIA E DO DIMENSIONAMENTO EM REDES DE AR COMPRIDO**

Roberto Capparelli Marçal

Março /2015

Orientador: Marco Antonio Figueiredo Menezes

Este trabalho teve como objetivo a construção de um modelo para a otimização simultânea da topologia e do dimensionamento de redes de ar comprimido. O modelo proposto é composto de duas partes: as funções objetivos e um conjunto de restrições. Este modelo é um modelo de programação não linear misto multiobjetivo. A função deste modelo é otimizar os diâmetros e a topologia dos tubos de uma rede de ar em estudo, apresentando um conjunto de soluções eficientes minimizando os custos e a perda de carga e atendendo as restrições que possibilitem que cada ponto de consumo de ar comprimido seja atendido em seus requerimentos mínimos de vazão e pressão. Para a verificação do comportamento do modelo proposto, foram aplicados dados de uma rede de pequeno porte e obtidos as soluções eficientes para a tomada de decisão.

**Palavras-chave:** otimização de topologia, otimização de dimensionamento, otimização multiobjetivo, modelagem.

# Abstract

---

This study aimed to construct a model for the simultaneous optimization of the topology and design of compressed air pipeline networks. The proposed model consists of two parts; the objective functions and a set of constraints. This model is a nonlinear mixed multiobjective programming. The function of this model is to optimize the diameters of the tubes and the topology of an air system under study, presenting a set of effective solutions while minimizing costs and pressure drop, given the constraints that enable each point of air consumption is treated in their minimum requirements of flow and pressure. For the verification of the proposed model behavior, data from a small network and obtained were applied efficient solutions for decision making.

**Keywords:** topology optimization, sizing optimization, multiobjective optimization, modeling.



# Lista de figuras

---

Figura 1.1 - escoamento laminar totalmente desenvolvido em um tubo.....	8
Figura 1.2 - escoamento turbulento totalmente desenvolvido.....	10
Figura 1.3 - escoamento totalmente desenvolvido entre duas seções de um tubo inclinado.....	12
Figura 1.4 - Diagrama de Moody.....	16
Figura 1.5 - Perdas menores expressas em comprimento equivalente de tubo ( $L_{eq}$ ).....	22
Figura 1.6 - Rede ramificada.....	25
Figura 1.7 - Rede malhada.....	26
Figura 1.8 - Rede mista.....	27
Figura 2.1 - Tratamento do ar comprimido.....	34
Figura 2.2 - Fluxo do ar comprimido no secador por refrigeração.....	36
Figura 2.3 - Secador de ar comprimido por adsorção.....	36
Figura 2.4 - Secador de ar comprimido por absorção.....	37
Figura 2.5 - Reservatório de ar comprimido.....	38
Figura 2.6 - Sistema centralizado de geração e tratamento de ar comprimido.....	40
Figura 2.7 - Topologia de rede de ar comprimido ramificada.....	42
Figura 2.8 - Topologia de rede de ar comprimido em anel fechado.....	42
Figura 5.1 - Solução eficiente (S1) .....	70

Figura 5.2 - Solução eficiente (S2) .....	71
Figura 5.3 - Solução eficiente (S6) .....	71

# Lista de tabelas

---

Tabela 1.1 - Valores de rugosidade equivalente.....	17
Tabela 1.2 - Coeficientes de perdas menores K para acessórios.....	21
Tabela 2.1 - Classificação e simbologias de compressor de ar comprimido.....	31
Tabela 2.2 - Classificação da qualidade do ar comprimido conforme ISO 8573-1.....	33
Tabela 5.1 - Tabulação dos resultados obtidos com o modelo (MMO).....	70

# Lista de siglas

---

$A$	Área da seção transversal do conduto
$C$	Velocidade da propagação do som no fluido
$D$	Diâmetro da tubulação
$e$	Rugosidade interna do duto
$\frac{e}{D}$	Rugosidade relativa
$f$	Fator de atrito
$g$	Constante gravitacional
$h_i$	Altura manométrica
$h_l$	Perda de carga devido ao comprimento do tubo
$h_{lmp}$	Perda de carga menor, devido ao atrito no acessório
$h_{lp}$	Perda de carga maior, devido ao atrito no tubo
$h_p$	Perda de energia mecânica total, devido aos efeitos do atrito
$h_{pp}$	Perda de energia mecânica total, devido ao atrito do escoamento de um fluido
$K$	Coefficientes de perdas menores

$L$	Comprimento do tubo
LabPL	Laboratório de Programação Linear
$L_{eq}$	Comprimento equivalente
$M$	Número de Mach
MMO	Modelo multiobjetivo
$N_i$	Nó ou junção
PLMO	Programação linear multiobjetivo
PPL	Problema de programação linear
$Q_m$	Vazão mássica
$Q_v$	Vazão volumétrica
$Re$	Número de Reynolds
$T_i$	Segmento de tubulação
$V$	Velocidade do fluido
$\bar{V}$	Velocidade média do fluido
$\Delta p$	Variação da pressão
$\mu$	Viscosidade do fluido
$\nu$	Viscosidade cinemática do fluido
$\rho$	Massa específica

# Sumário

---

<b>Agradecimentos</b> .....	v
<b>Resumo</b> .....	vi
<b>Abstract</b> .....	vii
<b>Lista de figuras</b> .....	viii
<b>Lista de tabelas</b> .....	x
<b>Lista de siglas</b> .....	xi
<b>Introdução</b> .....	1
<b>Capítulo 1 - escoamento em redes de tubulação</b> .....	4
1.1. escoamento interno.....	4
1.2. Perda de carga em escoamento interno.....	10
1.2.1. Grandezas.....	11
1.2.2. Comprimento equivalente.....	19
1.3. Redes de tubulação.....	23
1.3.1. Materiais.....	24
1.3.2. Topologias de redes de tubulação.....	25
<b>Capítulo 2 - O ar comprimido e a tecnologia pneumática</b> .....	28
2.1. O ar comprimido e a tecnologia pneumática.....	28
2.2. Geração do ar comprimido.....	30

2.3. Qualidade e o tratamento do ar comprimido.....	32
2.4. Armazenamento do ar comprimido.....	37
2.5. Considerações sobre o dimensionamento de sistemas e a distribuição do ar comprimido.....	38
<b>Capítulo 3 - Otimização clássica e multiobjetivo.....</b>	<b>43</b>
3.1. Otimização clássica.....	43
3.2. Otimização multiobjetivo.....	46
<b>Capítulo 4 - Alguns modelos em redes de tubulação .....</b>	<b>50</b>
4.1. Monocritério.....	51
4.2. Multiobjetivo .....	55
<b>Capítulo 5 - Formulação.....</b>	<b>59</b>
5.1. O problema.....	59
5.2. O modelo.....	60
5.3. Exemplo.....	64
<b>Capítulo 6 - Considerações finais.....</b>	<b>73</b>
<b>Referencias bibliográficas.....</b>	<b>74</b>

# Introdução

---

O ar comprimido é uma fonte de energia amplamente empregada nas mais diversas atividades industriais. É essencial para operar equipamentos, ferramentas pneumáticas, instrumentação e processos industriais. Em contrapartida, é uma das mais dispendiosas fontes de energia. Além do seu custo elevado, os sistemas de ar comprimido têm um impacto significativo no consumo energético. Em indústrias de países europeus esta fatia corresponde, em média, a 10% da energia total consumida, enquanto nos E.U.A., esta fatia pode ser superior a 30% (MOUSAVI, KARA e KORNFELD 2014), (LAUREL AND ASSOCIATES, LTD AND DYNAMICS RESOURCE CORPORATION 1999).

Apesar de ter o seu uso bastante difundido, o ar comprimido pode ser considerado uma das menos eficientes forma de energia, pois somente entre 10% a 30% desta energia alcançam os pontos de uso. Grande parte desta ineficiência é causada por vazamentos que podem ser em muitos casos da ordem de 20% a 30% (D'ANTONIO, et al. 2005), por perda de energia térmica, bem como por projetos e gerenciamento ineficientes de sistemas. A falta de um gerenciamento eficiente das demandas do sistema, muitas vezes faz com que o suprimento de ar comprimido seja feito a uma pressão maior do que a requerida, gerando um grande desperdício energético.

Nos últimos anos a eficiência de sistemas de ar comprimido tem se tornado uma questão muito importante e vem sendo criticada por duas razões. Uma delas é que há diferentes custos envolvidos durante a vida útil de um sistema de ar comprimido, como



os custos dos investimentos iniciais em equipamentos e montagem (16%), manutenção (6%) e o custo do consumo energético (78%), conforme (MOUSAVI, KARA e KORNFELD 2014). Como pode ser verificado, o valor do custo energético de um sistema de ar comprimido, ao longo de sua vida útil, é cinco vezes maior do que o valor inicial dos investimentos em equipamentos. Outra razão é que os valores tarifários da energia elétrica têm crescido muito nos últimos anos, situação que torna imprescindível o combate a esta ineficiência no sentido da busca da diminuição dos custos de produção industrial.

Um típico sistema de ar comprimido é composto basicamente por compressores de ar, filtros, secadores, resfriadores, redes de tubulação (distribuição), válvulas e controladores. Cada um destes componentes representa um potencial para a perda de energia na forma de fluxo ou pressão no sistema.

Assim, existe em cada um destes componentes a possibilidade de se trabalhar para a redução do desperdício energético. Excetuando as redes de tubulação, os demais componentes têm seus fabricantes específicos que desenvolvem individualmente seus produtos buscando o seu aprimoramento tecnológico.

No caso das redes de tubulação de ar comprimido, o gestor industrial tem autonomia de interferir no projeto, na especificação dos componentes e, também, no melhor arranjo desse sistema de tubulação. Esse sistema será responsável pelo transporte do ar comprimido desde a sua geração até consumidores finais, a uma pressão e vazão requeridas e com a menor perda de carga. Esta perda de carga consequente do sistema de redes de tubulação vai interferir nos ajustes de pressão de trabalho do compressor de ar comprimido, isto é, quanto menor for a perda de carga no sistema de tubulação, menor será a pressão de ajuste do compressor de ar, resultando em uma economia energética. Uma regra prática (LAWRENCE BERKELEY NATIONAL LABORATORY e

DYNAMICS CORPORATION 1998) indica que para cada 2 psi (lb/pol<sup>2</sup>) de redução na pressão total do sistema, impacta numa redução de 1% no consumo energético total do sistema.

Após extensa busca na literatura relativa a sistemas de ar comprimido, foram encontrados um artigo (KRICHEL e SAWODNY 2011) de simulação para o problema da topologia da rede e, um segundo artigo, sobre a modelagem da rede, também, para o problema da topologia da rede (DOSA 2006). Neste sentido, o objetivo deste trabalho é apresentar um novo modelo, para o problema da topologia e dimensionamento em redes de ar comprimido.

Neste ponto é importante afirmar que o capítulo 5 foi desenvolvido pelo meu orientador com a minha contribuição.

No capítulo 1, introduzimos os conceitos de escoamento interno de fluidos em sistemas de tubulação. No capítulo 2, tratamos sobre o ar comprimido e a tecnologia pneumática. No capítulo 3, introduzimos brevemente otimização monocritério e multicritério. No capítulo 4, tratamos sobre dois artigos que unificam o modelo de otimização da topologia e dimensionamento da rede de tubulação, através de um modelo de otimização monocritério e um modelo de otimização multiobjetivo. No capítulo 5, apresentamos o nosso resultado e, no último capítulo, fazemos as nossas considerações finais.

# Capítulo 1

---

## Escoamento em redes de tubulação

Os escoamentos internos de fluidos em sistemas de tubulações são comumente encontrados em toda parte de nossa sociedade industrializada. Em larga escala encontramos milhares de quilômetros destas tubulações aplicados, por exemplo, em redes de distribuição de água potável, no transporte de produtos químicos e gasodutos. Sistemas de escoamento em menor escala também existem em abundância, como nos controles hidráulicos, sistemas de aquecimento, ar condicionado, vapor e ar comprimido.

Na realidade, um escoamento interno em tubulações é tridimensional, porém, as soluções de problemas envolvendo este tipo de escoamento são muito complexas e uma simplificação adotada para viabilizar a tratabilidade deste problema, de uma maneira geral, é considerar o escoamento como unidimensional.

O objetivo deste capítulo é introduzir os conceitos de escoamento interno de fluidos em sistemas de tubulação. Sugerimos os livros (POTTER e WIGGERT 2004), (FOX, PRINCHARD e MACDONALD 2010) e (WHITE 2011).

A seguir apresentam-se algumas classificações e definições importantes de escoamento interno em tubulações utilizadas ao longo deste trabalho.

### **1.1. Escoamento interno**

Escoamentos internos podem ser classificados como de regime permanente ou transitório, viscosos e não viscosos, laminares e turbulentos, compressíveis e incompressíveis.

O regime de escoamento permanente é definido como um escoamento em que a velocidade do fluido, em um dado ponto, não varia com o tempo. Na realidade, em quase todos os escoamentos, a grandeza velocidade do fluido varia com o tempo. Escoamentos com esta característica são denominados transitórios.

Um escoamento não viscoso é um escoamento no qual os efeitos viscosos, isto é, a dificuldade do fluido se movimentar ao longo da tubulação, não influenciam significativamente e portanto podem ser desprezados. Já nos escoamentos viscosos, os efeitos da viscosidade do fluido são importantes e não podem ser ignorados da mesma forma.

Escoamentos de fluidos viscosos estão inclusos numa vasta classe de escoamentos, tais como em tubulações, dutos e canais abertos. Em tais escoamentos, os efeitos da viscosidade causam perdas substanciais e são responsáveis por enormes quantidades de energia que devem ser utilizadas para transportá-los. Os efeitos viscosos levam à condição de não deslizamento do fluido na parede do tubo, resultando em uma velocidade zero e, juntamente com as tensões de cisalhamento resultantes, levam diretamente a estas perdas.

Um escoamento viscoso pode ser classificado como laminar ou turbulento. No escoamento laminar o fluido escoar sem uma mistura significativa entre as suas partículas. Em um escoamento turbulento os movimentos do fluido variam irregularmente de tal modo que as grandezas como a velocidade e a pressão mostram variações aleatórias com relação às coordenadas tempo e espaço. Estas grandezas são muitas vezes descritas por

médias estatísticas. Nesse sentido, pode-se definir escoamento turbulento permanente como um escoamento no qual as grandezas físicas médias não mudam com o tempo.

O regime de escoamento turbulento depende de três parâmetros físicos que descrevem as condições deste escoamento. O primeiro parâmetro é a dimensão da escala do campo de escoamento, como por exemplo o diâmetro de uma certa tubulação. Se o valor desta grandeza for suficientemente grande, a perturbação do escoamento pode aumentar e o escoamento se tornar turbulento. O segundo parâmetro é a dimensão da grandeza velocidade que, se caso tenha um valor suficientemente alto, o escoamento torna-se turbulento. O terceiro parâmetro é a viscosidade cinemática, ou seja, para viscosidades suficientemente pequenas o escoamento pode ser turbulento.

Os três parâmetros combinados em um único parâmetro servem para prever o regime do escoamento. Este parâmetro é o número de Reynolds,  $Re$ , adimensional e definido como

$$Re = \frac{\bar{V}D}{\nu}, \quad (1.1)$$

onde  $\bar{V}$  é a velocidade média do fluido,  $D$  é o diâmetro da tubulação e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido.

Na maioria das aplicações de engenharia é utilizado o valor crítico do número de Reynolds aproximadamente igual a 2300. Este valor crítico é utilizado para determinar o limite entre as classificações de escoamento laminar e turbulento de forma relativamente precisa para tubos comerciais. Este valor crítico é válido somente para tubos e, em outras geometrias, como placas, aerofólios, cilindros e esferas, estes apresentam números de Reynolds de transição completamente diferentes.

Para valores do número de Reynolds compreendidos entre as faixas a seguir pode-se ter as seguintes classificações do regime:

- a)  $0 < Re < 1$  – Escoamento laminar altamente viscoso;
- b)  $1 < Re < 100$  – Escoamento laminar, com forte dependência do número de Reynolds;
- c)  $100 < Re < 10^3$  – Escoamento laminar, com análise da camada-limite;
- d)  $10^3 < Re < 10^4$  – Transição para o escoamento turbulento;
- e)  $10^4 < Re < 10^6$  – Escoamento turbulento com moderada dependência do número de Reynolds;
- f)  $10^6 < Re < \infty$  - Escoamento turbulento com fraca dependência do número de Reynolds.

O número de Mach é um parâmetro particularmente importante para a classificação dos escoamentos de fluidos. Com a sua determinação é possível definir se este fluido será estudado como compressível ou incompressível. O número de Mach,  $M$ , é definido por

$$M = \frac{V}{C}, \quad (1.2)$$

onde  $V$  é a velocidade do fluido e  $C$  é a velocidade de propagação do som neste fluido.

Para fluidos que possuem transferência de calor desprezível e para os quais  $M < 0,3$ , e a variação da massa específica do fluido é menor do que 0,03, o escoamento do fluido é então definido como incompressível. Ou seja, um escoamento é denominado incompressível quando a massa específica de cada partícula do fluido permanece relativamente constante no seu movimento através do campo de escoamento. Além dos

escoamentos líquidos, escoamentos de gases a baixa velocidade, tais como o ar atmosférico, também são considerados incompressíveis.

Se  $M > 0,3$  e variações significativas da massa específica influenciam o escoamento, então, os efeitos da compressibilidade devem ser considerados e tais escoamentos são denominados escoamentos compressíveis. Há muitos tipos de escoamento nos quais as variações da massa específica devem ser consideradas, como por exemplo, escoamentos de ar em torno de aeronaves comerciais e militares, escoamentos de ar através de motores a jato e o escoamento de um gás em compressores e turbinas. Nem todos os escoamentos de gás são compressíveis, e nem todos os escoamentos compressíveis são escoamentos de gás.

Ao considerar escoamentos internos em tubos interessa-se principalmente pelos escoamentos denominados totalmente desenvolvidos. Um escoamento laminar totalmente desenvolvido acontece quando o perfil da velocidade do fluido não se modifica mais na direção do escoamento. A figura 1.1 ilustra um escoamento laminar na região de entrada de um tubo. Aqui,  $R$  é o raio do tubo e  $X$  é uma segunda coordenada.

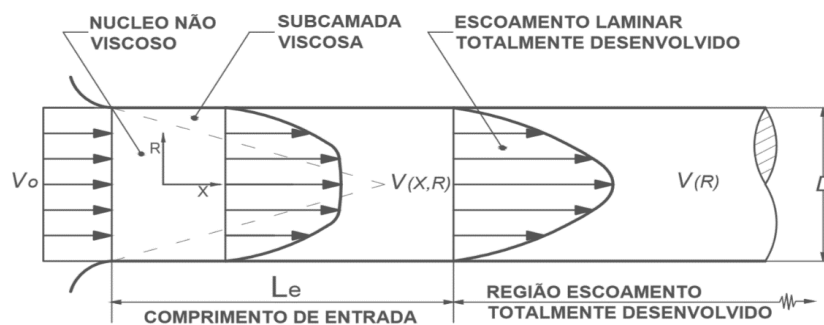


Figura 1.1- Escoamento laminar totalmente desenvolvido em um tubo.

Fonte: Adaptado de (FOX, PRINCHARD e MACDONALD 2010).

O escoamento tem velocidade uniforme  $V_0$  na entrada do tubo. Por causa da condição de não deslizamento, sabe-se que a velocidade na parede do tubo deve ser zero em toda sua extensão. Devido aos efeitos viscosos e da rugosidade, uma subcamada viscosa desenvolve-se ao longo de toda a parede do tubo. A superfície sólida do tubo exerce uma força de cisalhamento e de retardamento sobre o escoamento, assim a velocidade do fluido nas vizinhanças da superfície sólida é reduzida. Nas seções sucessivas desta região de entrada, ao longo do tubo, os efeitos desta superfície sólida são cada vez mais percebidos. Conforme as leis de conservação da massa para um escoamento incompressível, se a velocidade do fluido nas proximidades da parede é reduzida, então a velocidade na região central,  $V(R, X)$ , que não sofre os efeitos do atrito e da subcamada viscosa, deve aumentar ligeiramente para compensar esta variação. Suficientemente longe da entrada do tubo, a subcamada viscosa em desenvolvimento sobre a parede do tubo atinge a linha de centro do tubo e o escoamento torna-se inteiramente viscoso. A forma do perfil de velocidade muda ligeiramente depois que o núcleo invíscido desaparece. Quando a forma do perfil não varia mais com o aumento da coordenada  $X$ , então o vetor velocidade passa a ser somente função do raio  $R$ ,  $V(R)$ , assim, o escoamento é denominado completamente desenvolvido. A distância à jusante, a partir da entrada, até o local onde se inicia o escoamento totalmente desenvolvido, é denominada comprimento de entrada,  $L_e$ . A forma real do perfil de velocidade completamente desenvolvido depende do escoamento ser laminar ou turbulento. Na figura 1.1 o perfil da velocidade é mostrado qualitativamente para um escoamento laminar.

Embora os perfis de velocidade para alguns escoamentos laminares completamente desenvolvidos possam ser obtidos pela simplificação das equações completas do movimento, escoamentos turbulentos não podem ser tratados da mesma forma.



Se o escoamento for turbulento, conforme ilustrado na figura 1.2, a mistura intensa entre as camadas do fluido causa o crescimento rápido da subcamada viscosa e o comprimento de entrada ( $L_e$ ) é relativamente menor do que se apresenta no escoamento laminar, em que  $L_d$  representa o comprimento onde ocorre o desenvolvimento total do perfil de velocidade ainda laminar. A partir daí, temos uma região de transição onde o perfil do escoamento passa de laminar para turbulento. Finalmente, observamos escoamento turbulento totalmente desenvolvido a partir de  $L_e$ .

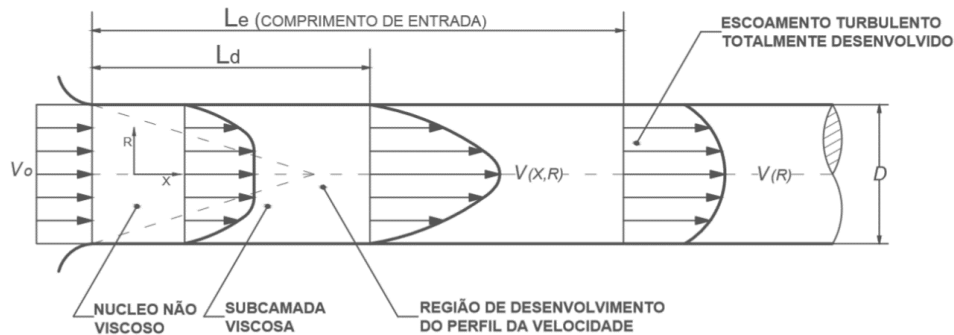


Figura 1.2- Escoamento turbulento totalmente desenvolvido.

Fonte: Adaptado de (FOX, PRINCHARD e MACDONALD 2010).

A seguir serão apresentados os principais conceitos sobre perda de carga em escoamento interno.

## 1.2. Perda de carga em escoamento interno

Inicialmente, trataremos sobre as grandezas, para em seguida, tratarmos sobre comprimento equivalente.

### 1.2.1. Grandezas

Nesta subsecção serão apresentadas as equações fundamentais que se aplicam nos escoamentos de fluidos.

Define-se vazão como o volume ou massa de um determinado fluido que escoar por uma seção de um determinado conduto (aberto ou interno), livre ou forçado, por uma unidade de tempo. Quando se determina a vazão através do volume ela é denominada vazão volumétrica e quando é determinada utilizando a massa do fluido é denominada vazão mássica. Vazão volumétrica e vazão mássica são determinadas por

$$Q_v = A V, \quad (1.3)$$

e

$$Q_m = \rho AV, \quad (1.4)$$

onde  $Q_v$  é a vazão volumétrica ( $m^3/h$ ),  $Q_m$  é a vazão mássica ( $kg/h$ ),  $A$  a área da seção transversal do conduto ( $m^2$ ),  $V$  a velocidade do fluido na seção ( $m/s$ ) e  $\rho$  a massa específica do fluido em ( $kg/m^3$ ).

Considere um escoamento permanente, de um fluido incompressível e não viscoso, em um tubo inclinado de comprimento  $L$  e diâmetro  $D$  e nos seus extremos os pontos 1 e 2, com as suas respectivas pressões  $p_1$  e  $p_2$  e elevações  $h_1$  e  $h_2$ , conforme ilustrado na figura 1.3. A equação de Bernoulli é definida pela equação

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gh_1 = \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gh_2, \quad (1.5)$$

onde  $\rho$  é a massa específica e  $g$  é a constante gravitacional.

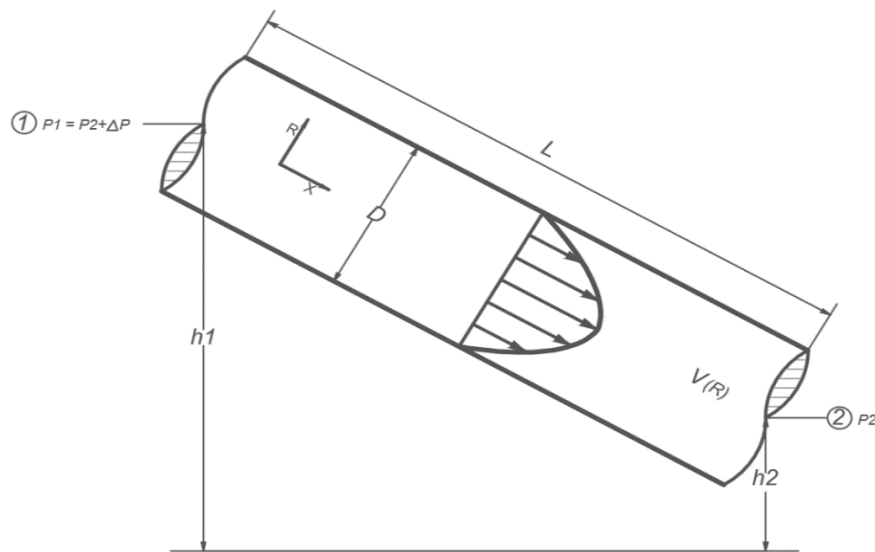


Figura 1.3 – Escoamento totalmente desenvolvido entre duas seções de um tubo inclinado.

Fonte: Adaptado de (WHITE, 2011).

A equação de Bernoulli relaciona a pressão e a velocidade de um fluido ideal que escoar em regime laminar sob efeito da gravidade ao longo do tubo. A equação de Bernoulli expressa a conservação da energia do fluido.

Na realidade, escoamentos em tubos ocorrem com um significativo atrito e são frequentemente turbulentos. Desta forma, a equação de Bernoulli não se aplica. Deve-se usar um valor de velocidade média ( $\bar{V}$ ) para representar a velocidade em uma seção ao longo do tubo. Os efeitos do atrito levam a uma contínua redução da constante de Bernoulli, representando uma perda da energia mecânica total. Para os escoamentos turbulentos estas perdas são ainda maiores. Portanto, se faz necessário a substituição da

equação de Bernoulli por uma equação de energia que incorpore os efeitos do atrito; como a seguir:

$$\left(\frac{\bar{V}_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gh_1\right) - \left(\frac{\bar{V}_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gh_2\right) = h_p, \quad (1.6)$$

onde  $h_p$  é a perda de energia mecânica total devido aos efeitos do atrito.

Para o cálculo da equação (1.6) é conveniente dividi-la em duas categorias: a das perdas maiores ( $h_l$ ), que são as perdas de carga ocasionadas pelo atrito nas seções de área constante dos tubos; e a das perdas menores ( $h_{lm}$ ), que são as perdas de carga devido ao atrito do escoamento do fluido em válvulas, cotovelos, reduções e expansões e outros acessórios que compõe a tubulação. Apesar desta denominação, os valores decorrentes a estas perdas podem, inclusive, exceder as perdas das seções dos tubos. A seguir define-se  $h_l$  e, na próxima subseção,  $h_{lm}$  (em particular,  $h_{lmp}$ ; quando expressa em unidade de energia por unidade de peso).

O balanço de energia expresso pela equação (1.6) pode ser usado para avaliar a perda de carga maior. Para escoamento totalmente desenvolvido em um tubo de área constante,  $V_1 = V_2$ , e os tubos na horizontal, isto é,  $h_1 = h_2$ , a equação (1.6) se reduz a

$$\frac{(p_1 - p_2)}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} = h_l. \quad (1.7)$$

Desta forma, a perda de carga pode ser expressa como a perda de pressão para o escoamento completamente desenvolvido através de um tubo de área constante. Como a perda de carga representa a energia mecânica convertida em energia térmica pelos efeitos

do atrito, ela depende somente das características do escoamento e é independente da orientação do tubo.

Similarmente, não pode ser desenvolvida analiticamente uma expressão para a perda de pressão que se aplique aos escoamentos turbulentos. Isto é feito com o desenvolvimento de expressões baseadas em aproximações teóricas e experimentais e utilizando a análise dimensional para correlacioná-los. Experimentos indicam que, em um escoamento turbulento totalmente desenvolvido, o valor da diferença de pressão,  $\Delta p$ , causada por atrito em um tubo de área constante, é dependente do diâmetro,  $D$ , do comprimento do duto,  $L$ , da rugosidade interna do duto,  $e$ , da velocidade média do escoamento,  $\bar{V}$ , da massa específica do fluido,  $\rho$ , e da viscosidade do fluido,  $\mu$ . Em uma forma funcional,

$$\Delta p = \Delta p(D, L, e, \bar{V}, \rho, \mu). \quad (1.8)$$

Aplicando a análise dimensional em (1.8) resulta na correlação da forma

$$\frac{\Delta p}{\rho \bar{V}^2} = \phi \left( \frac{\mu}{\rho D \bar{V}}, \frac{L}{D}, \frac{e}{D} \right), \quad (1.9)$$

em que  $\phi$  é uma nova função. Substituindo (1.9) na equação (1.7) e como  $\mu/\rho D \bar{V} = 1/Re$ , tem-se

$$\frac{h_l}{\bar{V}^2} = \phi_1 \left( Re, \frac{L}{D}, \frac{e}{D} \right), \quad (1.10)$$

em que  $\phi_1$  é outra nova função.

Embora a análise dimensional preveja a relação funcional, os valores devem ser obtidos experimentalmente, e experiências mostram que a perda de carga adimensional é diretamente proporcional a  $L/D$ , isto é,

$$\frac{h_l}{\bar{V}^2} = \frac{L}{D} \phi_2 \left( Re, \frac{e}{D} \right). \quad (1.11)$$

A função  $\phi_2$  é ainda indeterminada, permitindo a introdução de uma constante no lado esquerdo da equação anterior. O número  $\frac{1}{2}$  é introduzido no denominador para tornar o termo do lado esquerdo da equação igual à razão entre a perda de carga e a energia cinética por unidade de massa. Assim,

$$\frac{h_l}{\frac{1}{2} \bar{V}^2} = \frac{L}{D} \phi_3 \left( Re, \frac{e}{D} \right). \quad (1.12)$$

A função desconhecida,  $\phi_3$ , é definida como fator de atrito  $f$ ,

$$f \equiv \phi_3 \left( Re, \frac{e}{D} \right). \quad (1.13)$$

Então, pela definição de  $f$  e pela igualdade (1.12),

$$h_l = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}. \quad (1.14)$$

Os termos perda de carga  $h_p$  e  $h_l$  em (1.6) e (1.14), respectivamente, são dimensionalmente representados por unidade de comprimento ou de energia por unidade de massa. Estes mesmos termos podem, também, ser dimensionalmente representados

por unidade de energia por unidade de peso. Para isto, basta dividí-los pela constante gravitacional  $g$ , isto é,

$$h_{lp} = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g}. \quad (1.15)$$

A equação (1.15) é denominada equação de Darcy-Weisbach e o fator de atrito  $f$  é determinado experimentalmente. Os resultados destes dados experimentais estão apresentados na figura 1.4, que é comumente denominada de Diagrama de Moody em homenagem a Lewis F. Moody (1880-1953).

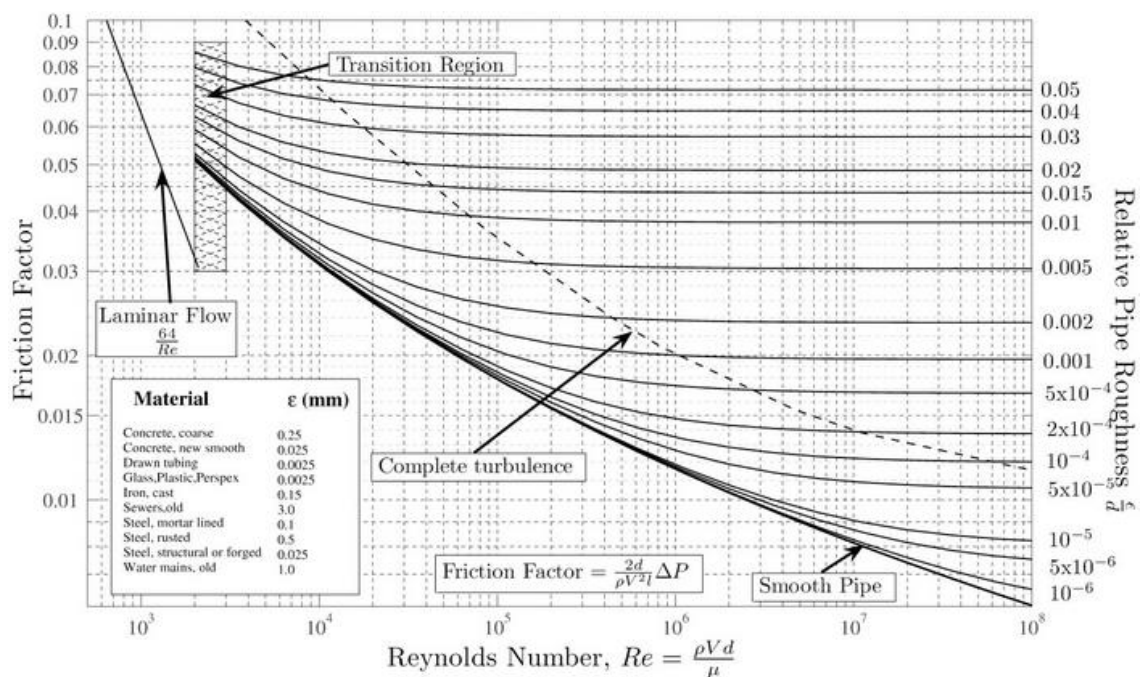


Figura 1.4 – Diagrama de Moody.

Fonte: Adaptado de (WHITE 2011).

O fator de atrito  $f$  é função de várias variáveis: da massa específica do fluido,  $\rho$ , da viscosidade do fluido,  $\mu$ , da velocidade média,  $\bar{V}$ , do diâmetro do duto,  $D$ , e da rugosidade da parede do duto,  $e$ , ou seja,

$$f = f(\rho, \mu, \bar{V}, D, e), \quad (1.16)$$

em que a altura média da rugosidade da parede  $e$  é responsável pela influência dos elementos de rugosidade da parede do duto. Seguindo com uma análise dimensional para o fator de atrito pode-se descrevê-lo como

$$f = f\left(\frac{D \bar{V} \rho}{\mu}, \frac{e}{D}\right) = f\left(Re, \frac{e}{D}\right), \quad (1.17)$$

em que  $e/D$  é denominada rugosidade relativa. Na tabela 1.1 apresentam-se os valores comerciais recomendados de rugosidade  $e$  para tubos comerciais.

Tabela 1.1 – Valores da rugosidade equivalente.

		$e$	
MATERIAL	CONDIÇÃO	mm	INCERTEZA %
Aço	Chapa metálica, nova	0,05	± 60
	Inoxidável, novo	0,002	± 50
	Comercial, novo	0,046	± 30
	Rebitado	3	± 70
	Oxidado	2	± 50
Ferro	Fundido, novo	0,26	± 50
	Forjado, novo	0,046	± 20
	Galvanizado, novo	0,15	± 40
	Fundido, asfaltado	0,12	± 50
Latão	Estirado, novo	0,002	± 50
Plástico	Tubo estirado	0,0015	± 60
Borracha	Alisada	0,01	± 60

Fonte: Adaptado de (FOX, PRINCHARD e MACDONALD 2010).



Através da observação do Diagrama de Moody pode-se concluir que:

- Para uma determinada rugosidade de parede, medida pela rugosidade relativa, há um valor relativamente grande de  $Re$ , do qual o fator de atrito é constante, definindo assim o regime completamente turbulento. O tamanho médio do elemento de rugosidade  $e$  é substancialmente maior do que a espessura da subcamada viscosa, e, portanto, os efeitos viscosos não são significativos; a resistência é produzida principalmente pelo arrasto dos elementos rugosos que se projetam para dentro do escoamento.
- Para valores de rugosidade relativa  $e/D$  menores, observa-se que conforme  $Re$  decresce, o fator de atrito aumenta na zona de transição e, eventualmente, torna-se o mesmo que um duto liso. Os elementos de rugosidade ficam submersos na subcamada viscosa e, portanto, produzem pouco efeito no escoamento principal.
- O fator de atrito do escoamento laminar é apresentado para números de Reynolds inferiores a 2300. A zona crítica acopla o escoamento turbulento ao escoamento laminar e pode representar um escoamento oscilante, que existe alternadamente entre turbulento e laminar.
- Os valores de  $e$ , nesse diagrama, são aplicáveis só para dutos novos. Com a idade um duto sofre os efeitos da corrosão, das incrustações, ficando desgastado, mudando tanto a sua rugosidade como seu diâmetro. Com o resultante aumento do fator de atrito estes fatores devem ser levados em consideração nos projetos.

As equações empíricas que se seguem representam o diagrama de Moody para

$Re > 4000$ :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0,86 \ln Re \sqrt{f} - 0,8, \quad (1.18)$$

para escoamento em tubo liso,

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0,86 \ln \frac{e}{3,7D}, \quad (1.19)$$

para a zona completamente turbulenta e

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0,86 \ln \left( \frac{e}{3,7D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}} \right), \quad (1.20)$$

para a zona de transição, que também é conhecida como equação de Colebrook.

A seguir trataremos sobre o conceito de comprimento equivalente.

### 1.2.2. Comprimento equivalente

O comprimento equivalente ( $L_{eq}$ ) é o comprimento de tubo de um determinado diâmetro que apresenta a perda de carga igual a de acessórios e de dispositivos que fazem parte do sistema de tubulação. Estas perdas de carga, também denominadas por perdas menores ( $h_{lm}, h_{lmp}$ ), são as perdas causadas pelo escoamento do fluido através destes acessórios e dispositivos do sistema de tubulação. Cada um destes acessórios causa uma mudança na dimensão e/ou direção dos vetores de velocidade resultando em uma perda de energia. Dependendo do dispositivo, as perdas menores são calculadas de duas formas: através da equação

$$h_{imp} = K \frac{\bar{V}^2}{2g}, \quad (1.21)$$

em que  $K$  é um coeficiente de perda, ou pela equação geral de perda de carga

$$h_{imp} = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g}. \quad (1.22)$$

Como o padrão de escoamento nestes acessórios é muito complexo, este coeficiente  $K$  tem sido determinado experimentalmente para cada dispositivo e acessório para o escoamento turbulento. Estes valores experimentais podem ser verificados na tabela 1.2 adiante.


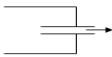

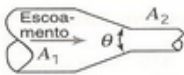
Muitas vezes é habitual expressar o coeficiente de perda menor como um comprimento de tubo  $L$ , que possui uma perda de carga igual a de um acessório específico. Este comprimento de tubo é denominado comprimento equivalente  $L_{eq}$ . Assim, igualando-se as equações (1.21) e (1.22), tem-se

$$L_{eq} = \frac{K}{f} D. \quad (1.23)$$

Para o escoamento em curvas ou outros acessórios de uma tubulação, o coeficiente de perda de carga  $K$  varia com o diâmetro do tubo do mesmo modo que o fator de atrito  $f$  para escoamento através de um duto reto. Conseqüentemente, a razão  $L_{eq}/D$  tende

para uma constante para diferentes diâmetros de um dado tipo de acessório, conforme tabela 1.2.

Tabela 1.2 - Coeficientes de perdas menores K para acessórios.

Coeficientes de perda nominais K (escoamento turbulento)						
Tipo de acessório	Rosqueado			Flangeado		
	Diâmetro cm	5 cm	10 cm	5 cm	10 cm	20 cm
	2,5					
Válvula globo (totalmente aberta)	8,20	6,90	5,70	8,50	6,00	5,80
(meio aberta)	20,00	17,00	14,00	21,00	15,00	14,00
(um quarto aberta)	57,00	48,00	40,00	60,00	42,00	41,00
Válvula em ângulo (totalmente aberta)	4,70	2,00	1,00	2,40	2,00	2,00
Válvula e retenção (totalmente aberta)	2,90	2,10	2,00	2,00	2,00	2,00
Válvula de gaveta (totalmente aberta)	0,24	0,16	0,11	0,35	0,16	0,07
Curva de retorno (em "U")	1,50	0,95	0,64	0,35	0,30	0,25
Tê (ramal)	1,80	1,40	1,10	0,80	0,64	0,58
Tê (em linha)	0,90	0,90	0,90	0,19	0,14	0,10
Cotovelo-padrão	1,50	0,95	0,64	0,39	0,30	0,26
Cotovelo de grande diâmetro	0,72	0,41	0,23	0,30	0,19	0,15
Cotovelo de 45°	0,32	0,30	0,29			
Entradas com quinas vivas			0,50			
Entrada reentrante			0,80			
Entrada arredondada			0,03			
Saída do tubo 2:1			1,00			
Contração súbita 5:1			0,25			
razão de área 10:1			0,41			
			0,46			
Contração geral (ângulo incluso de 30°)			0,02			
Contração geral (ângulo incluso de 70°)			0,07			

Fonte: Adaptado de (POTTER e WIGGERT 2004)

A figura 1.5 apresenta os diversos comprimentos equivalentes para os principais acessórios que compõem o sistema de tubulação para diversos diâmetros.

DIÂMETRO D		Acessórios																		
mm	pol.	CURVA 90° RAIO LONGO	CURVA 90° RAIO MEDIO	CURVA 90° RAIO CURTO	CURVA 45°	CURVA 90° R/D-1/2	CURVA 90° R/D-1	CURVA 45°	ENTRADA NORMAL	ENTRADA DE BORDA	REGISTRO DE GAVETA ABERTO	REGISTRO DE GLOBO ABERTO	REGISTRO DE ANGULO ABERTO	PASSAGEM DIRETA	SAÍDA DE LADO	TÊ SAÍDA BILATERAL	SAÍDA DA CANALIZAÇÃO VÁLVULA DE DE E CRIVO	VÁLVULA DE TIPO LEVE	VÁLVULA DE TIPO PESADO	
13	1/2	0,3	0,4	0,5	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,4	0,1	4,9	2,6	0,3	1,0	1,0	3,6	0,4	1,1	1,6
19	3/4	0,4	0,6	0,7	0,3	0,3	0,4	0,2	0,2	0,5	0,1	6,7	3,6	0,4	1,4	1,4	5,6	0,5	1,6	2,4
25	1	0,5	0,7	0,8	0,4	0,3	0,5	0,2	0,3	0,7	0,2	8,2	4,6	0,5	1,7	1,7	7,3	0,7	2,1	3,2
32	1 1/4	0,7	0,9	1,1	0,5	0,4	0,6	0,3	0,4	0,9	0,2	11,3	5,6	0,7	2,3	2,3	10,0	0,9	1,7	4,0
38	1 1/2	0,9	1,1	1,3	0,6	0,5	0,7	0,3	0,5	1,0	0,3	13,4	6,7	0,9	2,8	2,8	11,6	1,0	3,2	4,8
50	2	1,1	1,4	1,7	0,8	0,6	0,9	0,4	0,7	1,5	0,4	17,4	8,5	1,1	3,5	3,5	14,0	1,5	4,2	6,4
63	2 1/2	1,3	1,7	2,0	0,9	0,8	1,0	0,5	0,9	1,9	0,4	21,0	10,0	1,3	4,3	4,3	17,0	1,9	5,2	8,1
75	3	1,6	2,1	2,5	1,2	1,0	1,3	0,6	1,1	2,2	0,5	26,0	13,0	1,6	5,2	5,2	20,0	2,2	6,3	9,7
100	4	2,1	2,8	3,4	1,5	1,3	1,6	0,7	1,6	3,2	0,7	34,0	17,0	2,1	6,7	6,7	23,0	3,2	8,4	12,9
125	5	2,7	3,7	4,2	1,9	1,6	2,1	0,9	2,0	4,0	0,9	43,0	21,0	2,7	8,4	8,4	30,0	4,0	10,4	16,1
150	6	3,4	4,3	4,9	2,3	1,9	2,5	1,1	2,5	5,0	1,1	51,0	26,0	3,4	10,0	10,0	39,0	5,0	12,5	19,3
200	8	4,3	5,5	6,4	3,0	2,4	3,3	1,5	3,5	6,0	1,4	67,0	34,0	4,3	13,0	13,0	52,0	6,0	16,0	25,0
250	10	5,5	6,7	7,9	3,8	3,0	4,1	1,8	4,5	7,5	1,7	85,0	43,0	5,5	16,0	16,0	65,0	7,5	20,0	32,0
300	12	6,1	7,9	9,5	4,6	3,6	4,8	2,2	5,5	9,0	2,1	102,0	51,0	6,1	19,0	19,0	78,0	9,0	24,0	38,0
350	14	7,3	9,5	10,5	5,3	4,4	5,4	2,5	6,2	11,0	2,4	120,0	60,0	7,3	22,0	22,0	90,0	11,0	28,0	45,0

Figura 1.5 - Perdas menores expressas em comprimento equivalente de tubo ( $L_{eq}$ ).

Fonte: Adaptado de (MACINTYRE 1987).

Como um sistema de tubulação possui vários trechos de tubos com vários acessórios, o cálculo da perda de energia mecânica total, devido ao atrito do escoamento de um fluido, é dado pela soma das perdas maiores e das perdas menores,

$$h_{pp} = \sum h_{lp} + \sum h_{lmp}. \quad (1.24)$$

Na próxima seção são apresentadas algumas denominações e classificações que as redes de tubulações podem ter, em função dos seus materiais construtivos e em função da sua topologia.

### 1.3. Redes de tubulação

Escoamentos internos em sistemas de tubulação são infraestruturas de tubulações que objetivam conduzir um determinado fluido de um ponto, ou vários pontos de abastecimento ou fontes, a um ou a diversos pontos de consumo. As tubulações são compostas basicamente por elementos e componentes como extensões de tubos, válvulas, filtros, reservatórios, curvas, tês, reduções, ampliações e outros dispositivos. Esses elementos e componentes causam perdas de carga no sistema. Existem outros elementos que também fazem parte de sistemas de tubulações, mas adicionam energia ao sistema como as bombas, compressores e outros. Esses elementos e componentes são conectados entre si formando as redes. Os elementos básicos que formam uma rede têm a seguinte nomenclatura:

- a) Nó ou Junção – São as interseções de dois ou mais trechos de tubulação de diâmetros iguais ou diferentes conectados. São representados por joelhos, tês ou cruzetas ( $N_1, N_2, \dots, N_n$ ).
- b) Trecho – Compreende cada um dos segmentos de tubulação entre os nós onde a vazão é constante ( $T_1, T_2, \dots, T_n$ ).
- c) Topologia da rede - É a configuração da distribuição das tubulações.

Fontes, estações de bombeamento, reservatórios, compressores ou qualquer outro elemento que incremente a energia do sistema são representados por *P*.

A seguir, as redes de tubulação são classificadas em função de seus materiais construtivos e da sua topologia.

### **1.3.1. Materiais**

A classificação das tubulações depende basicamente das características do seu material construtivo e do seu comportamento mecânico em relação às deformações sofridas em suas dimensões quando submetidos a algum esforço mecânico. Podem ser divididas em:

- a) Tubulações rígidas - São aquelas que quando submetidas a compressão diametral podem sofrer deformações de até 0,1% em seu diâmetro, medidas no sentido da aplicação. Como, por exemplo, tubulações em concreto e concreto armado e manilhas de barro.
- b) Tubulações semirrígidas - Podem sofrer deformações entre 0,1% a 3% em relação ao seu diâmetro. Como, por exemplo, tubulações em ferro fundido cinzento e ferro fundido dúctil revestidos de concreto.
- c) Tubulações flexíveis - Podem sofrer deformações maiores do que 3% em relação ao seu diâmetro. Como, por exemplo, tubulações em aço, ferro fundido dúctil sem revestimento interno, PVC, polietileno e poliuretano.

- d) Tubulações viscoelásticas - São construídas de materiais que sofrem deformações elásticas e viscosas, polímeros que ao mesmo tempo armazenam e dissipam energia. Como, por exemplo, tubulações em plásticos, silicones e espumas.

### 1.3.2. Topologias de redes de tubulação

As seções de tubulações conectadas entre si e com os demais componentes e acessórios do sistema, formam a rede de tubulação. Em função dos diferentes arranjos e da característica de seu traçado, estas redes podem ser classificadas como:

- a) Redes Ramificadas – A rede é denominada ramificada quando o abastecimento se faz a partir de uma tubulação tronco alimentada pela fonte e a distribuição do fluido feita diretamente para os tubos secundários. O sentido do fluxo em qualquer trecho é conhecido. A desvantagem no uso de uma rede ramificada é que, caso haja algum problema que interrompa o fluxo em um trecho de tubulação, pode-se comprometer o abastecimento dos trechos a jusante da mesma. A principal vantagem é o seu custo de implantação, que é mais baixo, devido à menor quantidade de conexões, acessórios e comprimento de tubulação utilizados. O seu dimensionamento é simplificado. Veja exemplo na figura 1.6.

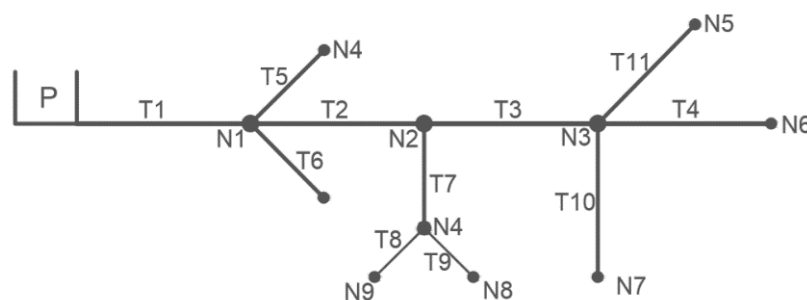


Figura 1.6 - Rede Ramificada.



b) Redes Malhadas – São constituídas por trechos de tubulações principais e também secundárias que formam anéis ou blocos. A vantagem de seu uso é que se pode abastecer qualquer ponto do sistema por mais de um caminho, permitindo uma maior flexibilidade em satisfazer a demanda e a manutenção com o mínimo de interrupções no fornecimento. Caso um trecho sofra interrupção por algum problema que possa interromper o fluxo, a alimentação no nó não é comprometida devido à disponibilidade de alimentação por um outro trecho da junção. Outra vantagem, é que a pressão é equalizada dentro do anel, permitindo que em qualquer ponto deste anel o valor da pressão seja constante. A desvantagem em seu uso é o custo de implantação que é maior do que das redes ramificadas e, também, tem o dimensionamento mais complexo. Veja exemplo na figura 1.7.

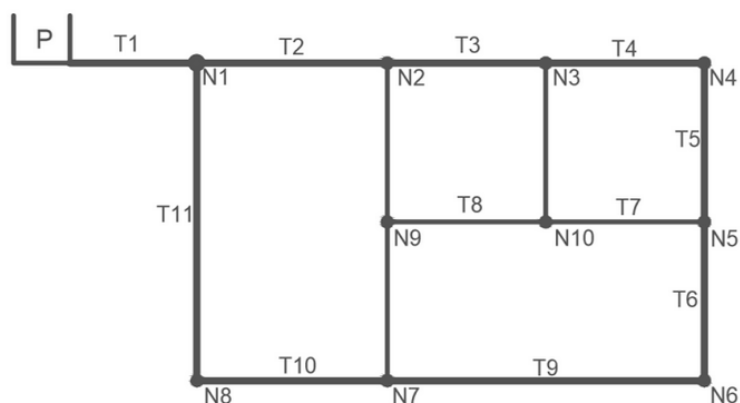


Figura 1.7 - Rede Malhada.

c) Redes Mistas – São redes que possuem em seu traçado tanto os trechos em redes malhadas e trechos arranjados em redes ramificadas. Veja exemplo na figura 1.8.

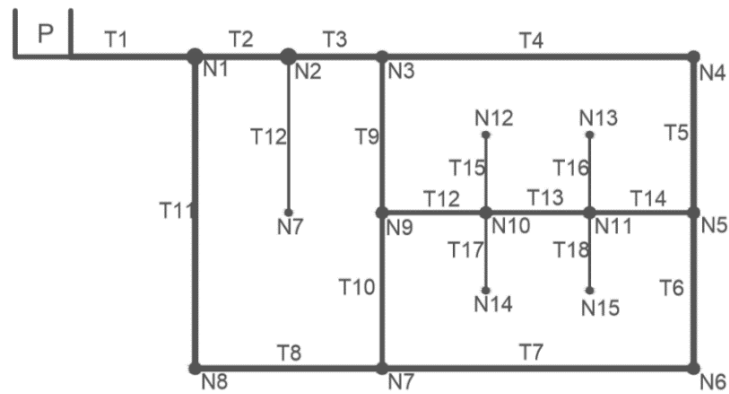


Figura 1.8 - Rede Mista.

No próximo capítulo serão apresentadas as principais características da tecnologia do ar comprimido.

## Capítulo 2

---

# O ar comprimido e a tecnologia pneumática

Baseado no capítulo 1, estamos interessados em escoamento em duto permanente, viscoso, incompressível e turbulento totalmente desenvolvido. Neste sentido, o objetivo deste capítulo é apresentar o ar comprimido e a sua tecnologia. Também, são apresentadas observações importantes a serem consideradas no processo de dimensionamento de um sistema de ar comprimido. Sugere-se os livros (MOHITPOUR, GOLSHAN e MURRAY 2007), (NAYYAR e KING 2000), (McCULLOCH 2003) e (FRANKEL 2009).

A seguir serão apresentados os principais conceitos da tecnologia do uso do ar comprimido como energia.

### 2.1. O ar comprimido e a tecnologia pneumática

O ar é um fluido, uma mistura gasosa homogênea composta na sua maior parte por 78% de nitrogênio, 21% de oxigênio, e mais 1% de uma série de outros gases em menor concentração.

Por definição, um gás comprimido é qualquer gás armazenado ou distribuído a uma pressão acima da pressão atmosférica. O ar comprimido é o ar atmosférico pressurizado, pelo processo de compressão adiabática, condutor de energia térmica e fluxo de energia, podendo ser armazenado e transportado.

A pneumática é o ramo da engenharia que estuda a aplicação do ar comprimido para a tecnologia de acionamentos e comandos. Na verdade, o uso do ar comprimido como fonte de energia pelo homem data de 2550 a.C.. Nessa época, eram fabricados foles e órgãos que essencialmente geravam sons baseado no escoamento do ar sob pressão em tubos perfurados. No século XIX, surgiram as primeiras máquinas pneumáticas complexas, as locomotivas e perfuratrizes (nas minas de carvão). Essas máquinas utilizavam vapor superaquecido e não o ar comprimido propriamente dito, porém os princípios envolvidos no funcionamento são idênticos. Somente no século XX foi que a pneumática passou a ser aplicada nos processos e na automação industrial e se desenvolveu ao ponto que é conhecida hoje.

Atualmente, o ar comprimido como utilidade é muito empregado nas instalações industriais, pois pode executar trabalhos através da conversão desta energia em energia mecânica nos motores e em cilindros, produzindo movimentos circulares e lineares aplicados nos mais diversos tipos de equipamentos. Existem várias aplicações da pneumática no meio industrial e mesmo na nossa vida cotidiana. Entre alguns exemplos de aplicações atuais de pneumática podemos citar: prensas pneumáticas; dispositivos de fixação de peças em máquinas ferramenta e esteiras; acionamento de portas de um ônibus urbano ou dos trens do metrô; sistemas automatizados para alimentação de peças; robôs industriais para aplicações que não exijam posicionamento preciso; freios de caminhão; parafusadeiras e lixadeiras; pistola de pintura; correio pneumático e instrumentação industrial.

Os sistemas de ar comprimido têm vantagens em comparação a outros sistemas de energia que os tornam mais úteis em certas aplicações como pode-se citar:

- a) O ar atmosférico está disponível em abundância e em todos os lugares. Nas manutenções no sistema, o ar comprimido como meio de energia, não precisa ser trocado ou substituído como, por exemplo, o que ocorre em sistemas hidráulicos. Isto reduz os custos e a necessidade de manutenção otimizando o tempo de trabalho.
- b) No caso de possível defeito no sistema em que ocorram vazamentos, o ar comprimido não vai causar problemas ambientais.
- c) O ar comprimido pode ser transportado por longas distâncias por tubulações. Isto favorece a instalação de uma central de geração de ar comprimido, a qual fornece e distribui o ar comprimido necessário aos pontos de consumo.
- d) O ar comprimido pode ser facilmente armazenado em reservatórios. Estes reservatórios podem ser instalados em pontos críticos do sistema para suprir demandas instantâneas localizadas, bem como serem utilizados para estabilização da pressão do sistema.

## **2.2. Geração do ar comprimido**




















Assim como outras formas de energia, a energia do ar comprimido para ser utilizada passa pelo processo de geração, de regulação, condicionamento, tratamento, armazenagem e distribuição até o seu ponto de consumo.

Os compressores são os equipamentos mais utilizados para a geração do ar comprimido e, de acordo com os seus princípios funcionais, os compressores podem ser classificados como:

- a) Compressores dinâmicos, ou também denominados turbo compressores.
- b) Compressores de deslocamento volumétrico. Nesta categoria encontram-se os compressores de palhetas, de parafuso, lóbulos e compressores de anel líquido.
- c) Compressores de deslocamento oscilante. Nesta categoria encontram-se os compressores de pistão e os de diafragma.

A tabela 2.1 apresenta os principais tipos de compressores, suas características e as suas simbologias.

Tabela 2.1 - Classificação e simbologias de compressores de ar comprimido.

Tipo	Símbolo	Diagrama funcional	Pressão [bar]	Vol. do fluxo[m <sup>3</sup> /h]
Compressor de pistão tronco			10 (1 fase) 35 (2 fases)	120 600
Compressor de cabeçote cruzado			10 (1 fase) 35 (2 fases)	120 600
Compressor de diafragma			baixa	pequeno
Compressor s/ pistão			Uso limitado como gerador de gás	
Compressor de palhetas			16	4.500
Compressor de anel líquido			10	
Compressor de parafuso			22	750
Compressor de lóbulos ou roots			1,6	1.200
Compressor de fluxo axial			10	200.000
Compressor de fluxo radial			10	200.000

Fonte: Adaptado de (BOSCH 2008)

Nos compressores o controle mais importante é a regulação da pressão de descarga, pois visa minimizar o consumo de energia e maximizar o fornecimento do ar comprimido. O objetivo desta regulação é atender, com a menor pressão de descarga no compressor, todos os pontos de consumo na rede em suas especificações e necessidades de vazão e pressão.

### **2.3. Qualidade e o tratamento do ar comprimido**

No processo de compressão do ar o compressor capta, além do ar atmosférico, as suas impurezas que podem estar em alta concentração. Os principais contaminantes do ar comprimido são:

- a) As partículas sólidas, formada pelo pó e outras partículas. No processo de compressão aumentam a sua concentração e são responsáveis pela abrasão e desgastes nos equipamentos.
- b) Água, vapores de água oriundos do ar atmosférico condensados e precipitados no sistema causam corrosão de tubulações e problemas no funcionamento em equipamentos.
- c) Óleos e hidrocarbonetos, oriundos do ar atmosférico ou do sistema de compressão. Os vapores de óleo, juntamente com a água, formam emulsões que impedem o correto funcionamento de equipamentos e instrumentação.

O conceito de qualidade do ar comprimido é definido em função da quantidade limite presente de cada um destes contaminantes. A norma DIN ISO 8573-1 define as classes de qualidade do ar comprimido com referência a:

- a) Tamanho e densidade das partículas. Definição do tamanho e da concentração de partículas sólidas que o ar comprimido pode conter.
- b) Conteúdo residual de óleo. Definição da quantidade de aspensão de óleos e hidrocarbonetos que o ar comprimido pode conter.
- c) Temperatura do ponto de orvalho. Definição da temperatura mínima no qual o ar comprimido pode ser esfriado sem que haja condensação do vapor de água contido no ar e que é também função da pressão atmosférica.

A tabela 2.2 apresenta a classificação e as quantidades máximas permitidas de cada um dos contaminantes presentes no ar comprimido. Para uma melhor compreensão do uso desta tabela, apresenta-se um exemplo a seguir. Um ar comprimido com qualidade ISO 2.2.1.4.3, tem 0,0117 g/m<sup>3</sup> de água residual, ponto de orvalho a -40°C, 0,1 mg/m<sup>3</sup> de concentração de partículas de pó, 15µ para o tamanho máximo das partículas e 1 mg/m<sup>3</sup> de residual de óleos e hidrocarbonetos.

Tabela 2.2 – Classificação da qualidade do ar comprimido conforme ISO 8573-1.

Classe	Max. Água residual		Maximo pó residual		Máximo óleo residual mg/m <sup>3</sup>
	Água residual g/m <sup>3</sup>	Ponto de Orvalho °C	Concentração de pó mg/m <sup>3</sup>	tamanho de partículas µ	
1	0,003	-70	0,1	0,1	0,01
2	0,117	-40	1	1	0,1
3	0,88	-20	5	5	1
4	5,953	3	8	15	5
5	7,732	7	10	40	25
6	9,356	10	-	-	-

Fonte: Adaptado de (BOSCH 2008)



A remoção dos contaminantes do sistema de ar comprimido é feita por diversos processos e é função das características e da natureza destes contaminantes.

Com o uso da norma DIN ISO 8573-1 é possível normalizar e padronizar a qualidade do ar em função da sua aplicação. Para atender aos valores definidos pela norma e para cada classe, são empregados equipamentos específicos, que são inseridos individualmente ou combinados, para se obter o resultado desejado.

A figura 2.1 apresenta um exemplo de combinação destes equipamentos. Esta figura ilustra o processo de tratamento do ar comprimido, desde a captação do ar ambiente passando por diversos equipamentos que, com as suas funções específicas somadas, obterão no final a qualidade do ar comprimido necessária ao processo. Observa-se que à medida que o ar comprimido evolui no sistema e a cada passagem por um novo equipamento, este confere uma nova característica de qualidade ao ar comprimido.

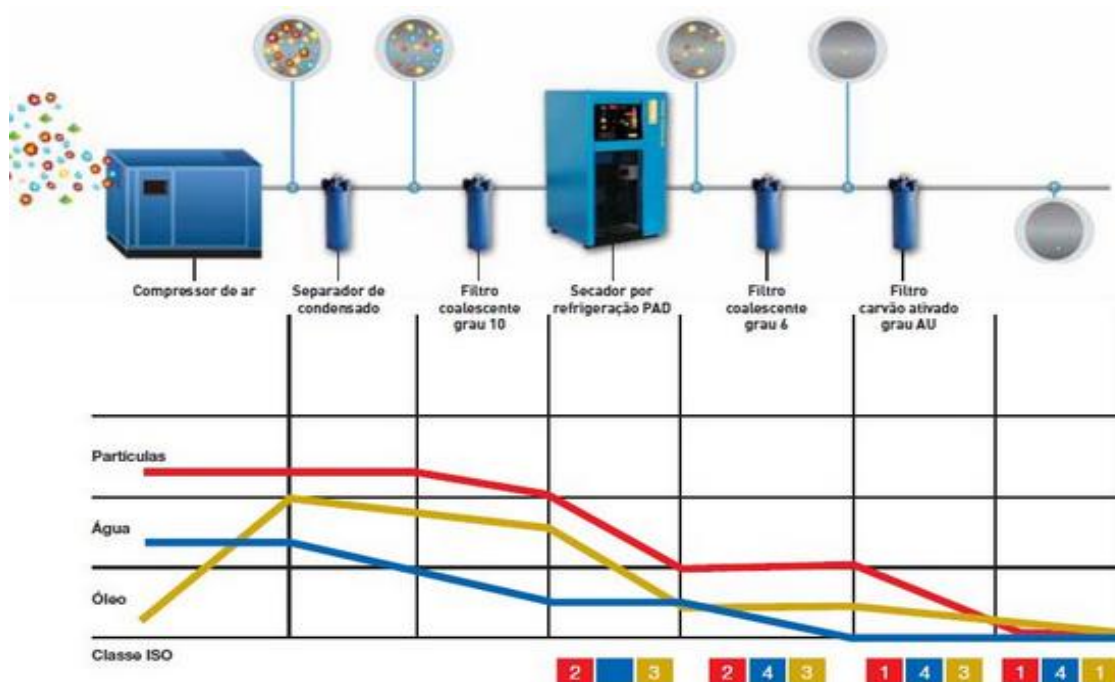


Figura 2.1 - Tratamento do ar comprimido.

Fonte: Adaptado de (COMPAIR - GARDNER DENVER GROUP 2009)

A seguir, apresenta-se de forma mais detalhada para os principais contaminantes como as partículas sólidas, o vapor de água e os hidrocarbonetos o seu processo de remoção e a denominação dos principais equipamentos responsáveis por este processo.

A remoção das partículas sólidas é feita por filtração, um processo de separação mecânica onde o fluxo de ar comprimido é forçado a atravessar um meio filtrante graduado em função do tamanho máximo das partículas desejadas. Os aerossóis de óleos, vapor de água e hidrocarbonetos são removidos por filtros denominados coalescentes. Os processos de adsorção, e absorção também são utilizados para a desodorização ou a remoção de um contaminante específico no ar comprimido. Neste processo o fluxo de ar comprimido tem a passagem forçada em um meio filtrante com características físico-químicas específicas para a retenção deste contaminante.

Os vapores de água são removidos, também, por equipamentos denominados secadores de ar comprimido. Os principais processos utilizados para a remoção do vapor de água são: o processo por refrigeração, por adsorção e absorção.

Os secadores por refrigeração são unidades mecânicas com um ou mais trocadores de calor acoplados a um circuito de refrigeração que reduzem a temperatura do ar comprimido a 2°C forçando a condensação e eliminação do vapor de água. A figura 2.2 ilustra o fluxo de ar comprimido e o fluxo do fluido refrigerante em um secador por refrigeração.

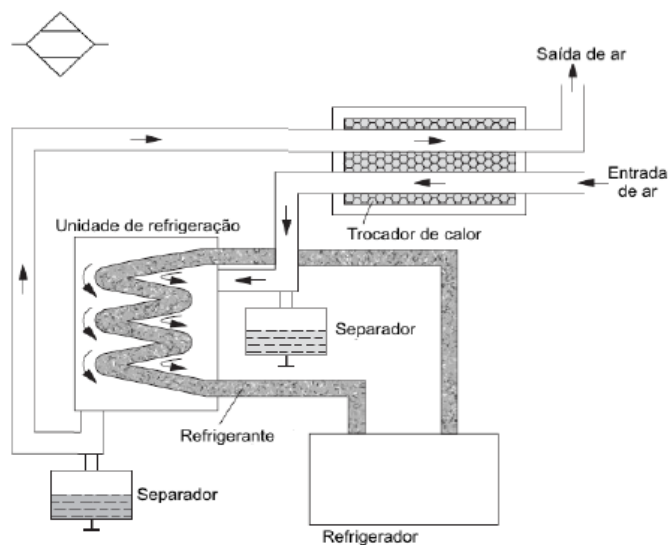


Figura 2.2 – Fluxo do ar comprimido no secador por refrigeração.

Fonte: Adaptado de (CROSER e EBEL 2002).

Os secadores por adsorção ou dessecante possuem câmaras, por onde é forçada a passagem do ar comprimido, contendo um agente dessecante que podem atingir ponto de orvalho a  $-40^{\circ}\text{C}$ , conforme esquematizado na figura 2.3.

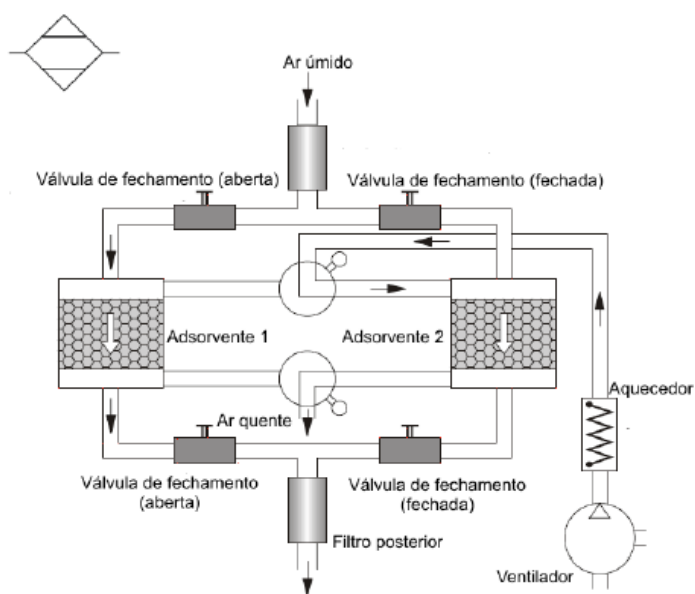


Figura 2.3 Secador de ar comprimido por adsorção.

Fonte: Adaptado de (CROSER e EBEL 2002).

Os secadores por absorção química ou deliquescentes, são vasos de pressão que possuem em seu interior um produto químico que reage com os contaminantes na passagem do ar comprimido formando uma solução que pode ser drenada do secador, conforme ilustrado na figura 2.4. Estes secadores atingem temperaturas de ponto de orvalho entre 16°C a 28°C.

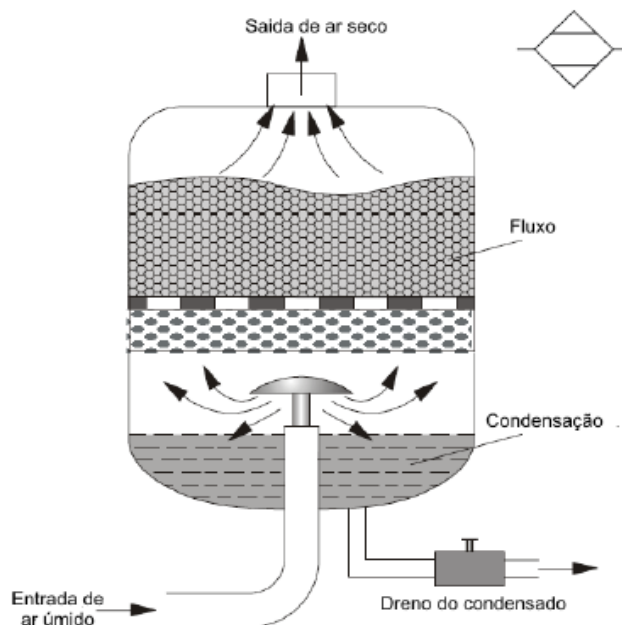


Figura 2.4 – Secador de ar comprimido por absorção.

Fonte: Adaptado de (CROSER e EBEL 2002).

## 2.4. Armazenamento do ar comprimido

Após ser gerado e tratado, o ar comprimido pode ser armazenado em reservatórios de ar comprimido, conforme figura 2.5. Estes reservatórios são vasos de pressão construídos conforme normas específicas e têm, além da função de armazenagem do ar comprimido, a função de equalizar as pulsações de pressão do sistema e coletar os

condensados de vapor de água residuais. O seu dimensionamento é baseado na capacidade dos compressores e em função das características da demanda e podem ser instalados em qualquer ponto do sistema.

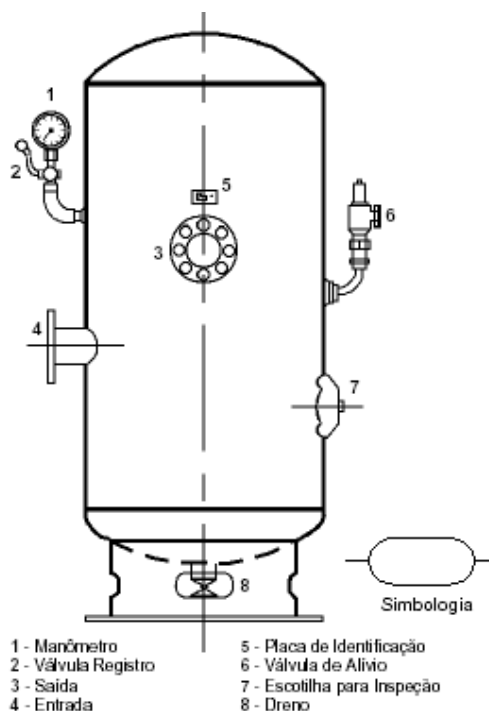


Figura 2.5 - Reservatório de ar comprimido

Fonte: Adaptado de (CROSER e EBEL 2002)

## 2.5. Considerações sobre o dimensionamento de sistemas e a distribuição do ar comprimido

Antes de se iniciar o dimensionamento de um sistema de ar comprimido é necessário fazer um levantamento prévio dos dados específicos de consumo de ar e da quantidade necessária de cada equipamento que será conectado ao sistema. Além da determinação dos parâmetros mínimos de vazão e pressão, há de se definir, também, a qualidade deste ar que será consumido pelo equipamento seguindo as especificações

individuais de funcionamento. Quando estas informações estiverem disponíveis, então podem ser determinados o número e o tamanho dos compressores, secadores, filtros e reservatórios do sistema de ar comprimido.

O primeiro passo para o dimensionamento destes equipamentos é obter o consumo de ar total necessário para o funcionamento da rede e assim, com o resultado, obter a vazão de ar comprimido a ser exigida do compressor.

De forma semelhante para o dimensionamento da rede, determina-se a quantidade e os tipos de equipamentos conectados a esta rede com seus requerimentos individuais de consumo, que, somados, vão determinar o consumo total teórico de ar comprimido. Porém, somente o cálculo do consumo total teórico de ar comprimido não é o suficiente para o dimensionamento do sistema de compressores e da rede de distribuição, pois outras considerações devem ser levadas em conta, como as perdas por vazamentos e as reservas.

As perdas por vazamentos ocorrem principalmente nas conexões, junções, flanges, fissuras em tubos e mangueiras e em equipamentos com vedações já desgastadas. Em uma rede já estruturada e em operação, estima-se que estas perdas por vazamento são da ordem de 20% a 25% da capacidade total do compressor.

O dimensionamento de um sistema de ar comprimido está baseado no consumo de ar estimado em um determinado momento. Na prática, demonstra-se que o consumo de ar comprimido aumenta gradativamente com o tempo e, por isso, recomenda-se prever possíveis extensões na rede para curto e médio prazo.

Posteriormente ao dimensionamento do consumo total, determina-se a pressão de trabalho do sistema. A base para a determinação desta pressão de trabalho é fornecida pelo somatório da maior pressão exigida por um equipamento ligado à rede mais as perdas de cargas totais do sistema (geração e distribuição). A pressão de trabalho dos

equipamentos consumidores de ar comprimido, ligados à rede, são valores determinados pelos fabricantes e são valores fixos que devem ser mantidos constantes, sob pena do equipamento ter o seu desempenho comprometido. Portanto, os demais componentes e acessórios do sistema (geração e distribuição) devem impelir ao sistema a menor perda de carga possível para que a pressão de trabalho resultante tenha o seu menor valor. O valor determinado desta pressão de trabalho impacta diretamente no consumo energético do sistema. É comum em instalações industriais que as pressões de trabalho estejam situadas na faixa entre 6 a 10 bar. E a cada 1 bar que esta pressão de trabalho possa ser reduzida, isto impactará em uma economia energética da ordem de 8% da energia total consumida pelo sistema. Por esta razão, é importante empregar equipamentos mais eficientes e a otimização dos sistemas de distribuição.

A instalação do sistema de compressores, secadores, filtros e reservatórios, como o exemplo mostrado na figura 2.6, deve ser centralizada e localizada mais próximo aos pontos de consumo e com previsão para o seu local de instalação: de ventilação, níveis de ruído admissíveis, acesso de ar limpo e a baixa temperatura.

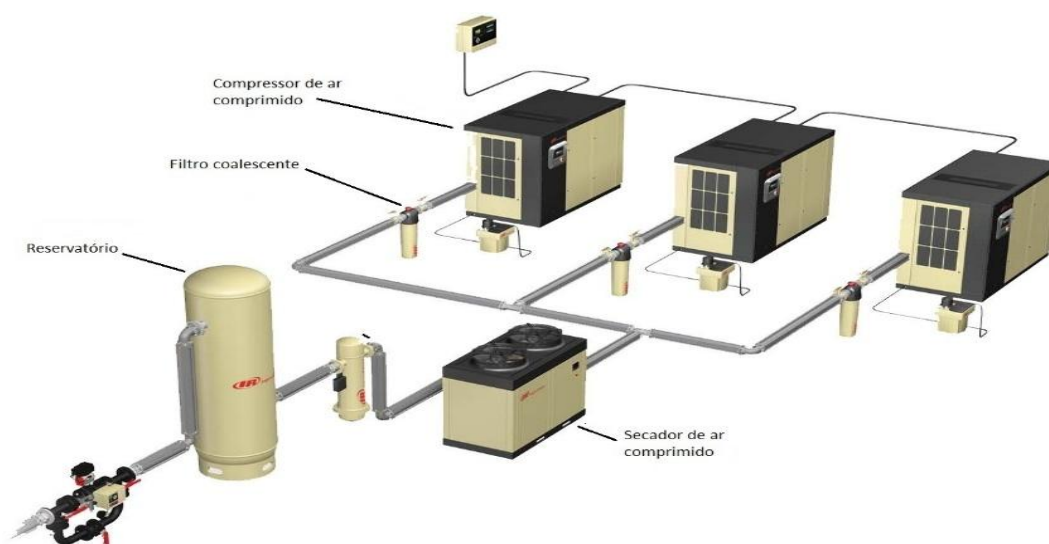


Figura 2.6 - Sistema centralizado de geração e tratamento de ar comprimido.

Fonte: Adaptado de (INGERSOLL RAND DO BRASIL LTDA 2002).

Todos estes equipamentos em conjunto, têm a função de geração, tratamento e normalização da qualidade do ar comprimido que será fornecido ao sistema de distribuição, formada pela rede de tubulação.

A rede de tubulação deve conduzir o ar comprimido desde o reservatório, instalado após a unidade compressora (compressor) até as derivações dos pontos de consumo, alimentando individualmente cada consumidor.

Para se garantir uma operação segura e econômica, a rede deve estar em condições de garantir o volume, a pressão e a qualidade necessária requerida por cada equipamento consumidor conectado à rede. A topologia da rede, por questões de eficiência energética e a consequente busca do menor custo operacional, deve ter um traçado de forma a atender todos os usuários com a menor perda de carga total. Deve-se também, garantir o fornecimento com segurança que, no caso de danos a algum setor da tubulação, sejam facilitadas as manutenções e consertos sem a interrupção no fornecimento total de ar comprimido para os equipamentos.

No capítulo 1, foram apresentados os principais tipos de topologia para as redes de tubulação que são ilustrados nas figuras 2.7 e 2.8.



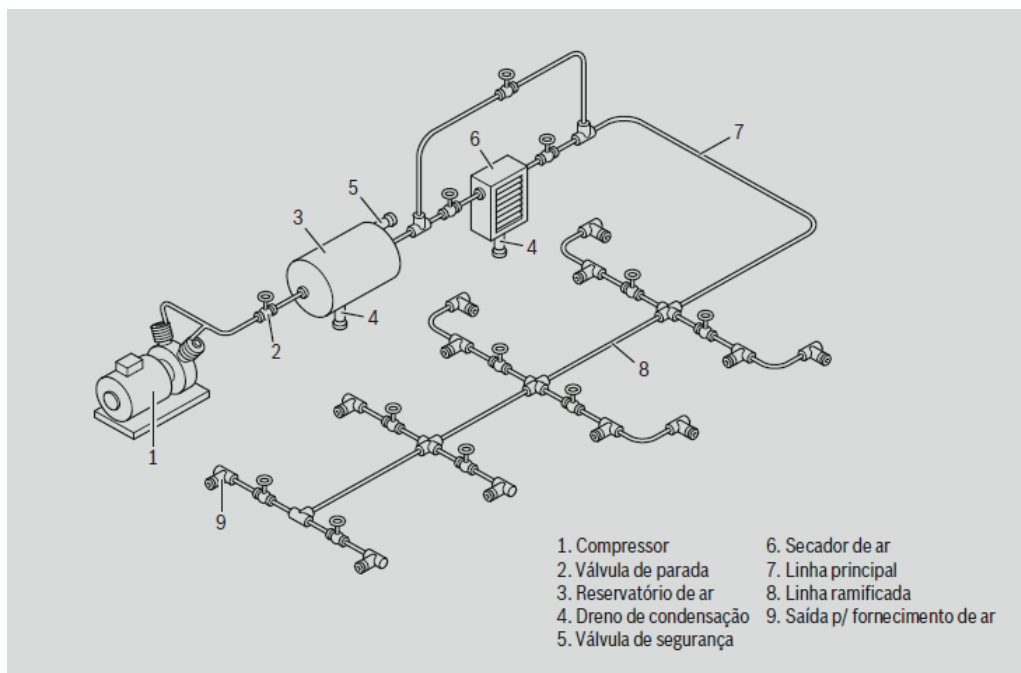


Figura 2.7 - Topologia de rede de ar comprimido ramificada.

Fonte: Adaptado de (BOSCH 2008).

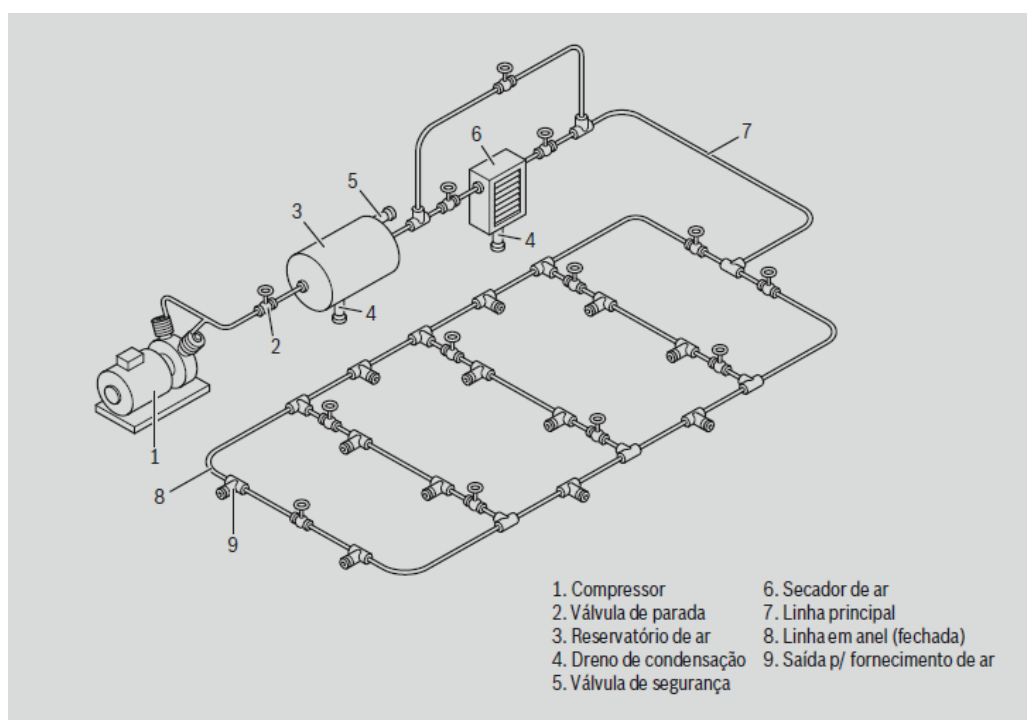


Figura 2.8 - Topologia de rede de ar comprimido em anel fechado.

Fonte: Adaptado de (BOSCH 2008).

No próximo capítulo trataremos de otimização clássica e multiobjetivo.

## Capítulo 3

---

# Otimização clássica e multiobjetivo

O objetivo deste capítulo é introduzir brevemente otimização monocritério e multicritério. Sugerimos os livros Alves e Menezes (ALVES e MENEZES 2010), Clímaco, Antunes e Alves (CLÍMACO, ANTUNES e ALVES 2003), Maculan e Fampa, (MACULAN e FAMPA 2006), Mettinen (METTIENEN 1999) e Ribeiro e Karas (RIBEIRO e KARAS 2014).

### 3.1. Otimização clássica

O problema de otimização consiste em encontrar, se possível, os minimizadores (ou os maximizadores) de uma função definida em uma determinada região.

Considere os números inteiros  $m$  e  $n$  tais que  $n > m > 0$ . Dada uma matriz numérica com coeficientes reais  $A$ ,  $m \times n$ , e vetores  $b \in R^m$  e  $c \in R^n$ , o problema de programação linear (PPL) é o problema de otimização denominado problema primal:

$$(P) \text{ Minimizar } c^T x$$

$$\text{sujeito a : } Ax=b$$

$$x \geq 0.$$

Seguem-se algumas definições associadas ao problema (P).

**Definição 3.1.1.** Considere-se o PPL (P).

a) A função linear  $x \mapsto c^T x$  é denominada função objetivo, e o número  $c^T x$  é denominado valor da função objetivo.

b) O conjunto

$$\mathcal{X} = \{x \in R^n; Ax = b, x \geq 0\}$$

é denominado conjunto viável e um ponto  $x \in \mathcal{X}$  é denominado ponto viável.

c) Quando existe, o número  $v(P) = \min\{c^T x; x \in \mathcal{X}\}$  é denominado valor ótimo.

O conjunto de soluções ótimas é  $\mathcal{X}(P) = \{x \in \mathcal{X}; c^T x = v(P)\}$  e um ponto  $x \in \mathcal{X}(P)$  é denominado solução ótima ou minimizador.

d) O problema (P) chama-se problema ilimitado quando existe uma sequência  $(x^k)$

tal que  $x^k \in \mathcal{X}$  e  $c^T x^k \rightarrow -\infty$  quando  $k \rightarrow \infty$ .

e) O problema (P) chama-se problema inviável quando  $\mathcal{X}$  é vazio.

O problema de programação linear (P) pode ser então interpretado da seguinte maneira: dados uma matriz tecnológica com números reais  $A$ ,  $m \times n$ , um vetor do lado direito  $b \in R^m$  e o vetor custo  $c \in R^n$ , encontrar, se existir, um vetor de variáveis de decisão  $x^* \in \mathcal{X}$  tal que :

$$c^T x^* = \min\{c^T x; x \in \mathcal{X}\}.$$

Caso não exista, deve-se certificar se o problema é um problema inviável ou um problema ilimitado.

Geralmente pretende-se resolver o PPL no formato do problema (P), isto é, o primeiro grupo de restrições envolve somente igualdades e todas as variáveis do modelo são não negativas e contínuas, bem como deseja-se minimizar o valor da função objetivo.

O problema de programação linear denominado o dual do problema (P), é o seguinte problema de otimização:

$$(D) \text{ maximizar } b^T y$$

$$\text{sujeito a: } A^T y + s = c$$

$$s \geq 0,$$

onde o vetor  $y \in R^m$  é denominado variável dual e inclui-se explicitamente um vetor com componentes não negativas  $s \in R^n$  denominado folga dual.

O problema primal-dual é definido assim: dados a matriz  $A, m \times n, 0 < m < n$ , e vetores  $b \in R^m$  e  $c \in R^n$ , encontrar, se existir, uma solução para o sistema de equações e inequações

$$Ax = b$$

$$(PD) A^T y + s = c$$

$$xs = 0$$

$$x, s \geq 0.$$

O teorema de complementaridade estrita é enunciado a seguir.

**Teorema 3.1.2.** Considere os problemas primal (P) e dual (D). Suponha que (P) e (D) têm soluções ótimas  $x^*$  e  $(y^*, s^*)$ , respectivamente. Então os problemas primal e dual têm um par de soluções complementares estritas  $x^*$  e  $s^*$ , isto é,  $x^* + s^* > 0$ .

Existem vários métodos efetivos para resolver os problemas (P), (D) e (PD); que podem ser encontrados, por exemplo, no Laboratório de Programação Linear (LabPL) (LabPL - LABORATÓRIO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR s.d.).

Por outro lado, considere o problema (P). Se adicionarmos a restrição de integralidade, estamos diante de um problema de programação linear inteira. Caso tenhamos soluções contínuas e inteiras, estamos diante de um problema de programação linear mista. E, se alguma restrição ou função objetivo for não linear, estamos diante de um problema de programação não linear.

Na próxima seção trataremos sobre otimização multiobjetivo.

### 3.2. Otimização multiobjetivo

A programação linear com objetivos múltiplos (multiobjetivo ou multicritério) pode ser encarada como uma extensão do modelo clássico de programação linear ao caso em que se considera mais do que uma função objetivo. Contudo, se essas funções forem conflituosas entre si, deixa de fazer sentido falar em solução ótima. Estamos perante a ruptura de um paradigma (otimalidade). Há, no entanto, um conjunto de soluções privilegiadas, isto é, soluções eficientes, também designadas na literatura por não dominadas, ou ótimas de Pareto.



(P<sub>2</sub>) *minimizar*  $\underline{c}_1^T \underline{x}$

⋮

*minimizar*  $\underline{c}_p^T \underline{x}$

*sujeito a* :  $A\underline{x} = \underline{b}$

$\underline{x} \geq \underline{0}$ ,

com  $\underline{x} \in R^n$ .

Denote

$$S = \{ \underline{x} \in R^n ; A\underline{x} = \underline{b}, \underline{x} \geq \underline{0} \}$$

o conjunto viável para o problema (P<sub>2</sub>) (ou (P<sub>1</sub>)). Ainda, note que em programação linear monocritério tem-se o valor da função objetivo, enquanto que em programação linear multicritério temos a função objetivo com imagem em  $R^p$ .

**Definição 3.2.1.** Uma solução  $\tilde{\underline{x}} \in S$  diz-se solução eficiente quando não existe uma outra solução  $\underline{x} \in S$  tal que, para todo  $k = 1, \dots, p$ ,

$$\underline{c}_k^T \underline{x} \leq \underline{c}_k^T \tilde{\underline{x}}$$

e a desigualdade é estrita para pelo menos um  $k$ , isto é, para algum  $k_0 = 1, \dots, p$ ,

$$\underline{c}_{k_0}^T \underline{x} < \underline{c}_{k_0}^T \tilde{\underline{x}}.$$

Enquanto a designação de solução eficiente se refere, geralmente, a pontos do conjunto viável, a designação de solução não dominada (ou solução ótima de Pareto) utiliza-se para pontos do conjunto de valores das funções objetivos, denotado por

$$Z = \left\{ \underline{z}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \underline{c}_1^T \underline{x} \\ \vdots \\ \underline{c}_p^T \underline{x} \end{bmatrix} \in R^p ; \underline{z}_k = \underline{c}_k^T \underline{x}, k = 1, \dots, p, \underline{x} \in S \right\}.$$

**Definição 3.2.2.** Um ponto do conjunto de valores das funções objetivos  $\underline{z}(\tilde{\underline{x}}) = [\underline{z}_1(\tilde{\underline{x}}), \dots, \underline{z}_p(\tilde{\underline{x}})]^T \in Z$  diz-se solução não dominada quando  $\tilde{\underline{x}}$  é uma solução eficiente.

Finalmente, considere o problema  $(P_2)$ . De maneira análoga ao raciocínio para o problema  $(P)$ , temos problema de programação linear inteira ou mista multiobjetivo assim como problema de programação não linear multiobjetivo.

No próximo capítulo trataremos sobre alguns modelos em redes de tubulação.



## Capítulo 4

---

### Alguns modelos em redes de tubulação

As redes surgiram em diversos ambientes e de muitas formas distintas. Redes de telecomunicações, gás, água, transporte urbano são uma constante em nosso dia a dia. As representações em formato de redes são amplamente usadas para problemas em áreas muito diversas e só para citar como exemplo, estão presentes na produção, distribuição, planejamento de projetos, posicionamento de instalações, administração de recursos e planejamento financeiro.

O projeto de uma rede pode ser um problema muito complexo, especialmente no que tange às especificações e às restrições do projeto que devem ser respeitadas. A técnica mais usual para lidar com esta dificuldade é dividir o problema em vários subproblemas de otimização (topologia, dimensionamento, localização, etc.) e adotar hipóteses simplificadoras. O objetivo nestas redes é garantir a continuidade e a qualidade no suprimento do serviço mesmo em condições excepcionais.

Nas redes de tubulações (hidrogênio, água, ar comprimido) as capacidades são expressas por relações não lineares ligando a vazão à pressão em ambas extremidades do tubo. Pode-se afirmar que um dos primeiros trabalhos de projeto de redes foi realizado por (ROTHFARB, et al. 1970), tratando da otimização de um sistema de tubulações de coleta de gás natural de um conjunto de poços *offshore*. Em (BHASKARAN e SALZBORN 1979), os autores são confrontados com um problema similar de otimização de uma rede de tubulações de coleta de gás natural em uma série de poços situados no

deserto da Austrália. Neste trabalho os autores demonstram que, sob certas condições, a rede de tubulação otimizada tem a topologia semelhante a uma árvore. Nota-se que em ambos estudos são considerados apenas redes de coleta de gás de vários poços (múltiplas fontes), mas somente um único ponto de consumo. Com esta restrição o valor da vazão definida para cada arco é um valor determinado e fixo.

Neste capítulo trataremos sobre dois artigos que unificam o modelo de otimização da topologia e dimensionamento da rede de tubulação, através de um modelo de otimização clássico (tubulação de hidrogênio) e um modelo de otimização multiobjetivo (tubulação de água).

#### **4.1. Monocritério**

Nesta seção estudaremos o modelo matemático desenvolvido no artigo de André et al. (ANDRÉ, et al. 2013), que trata sobre o problema da topologia e dimensionamento de tubulação em redes de transporte de hidrogênio.

Inicialmente, serão apresentadas algumas notações que serão utilizadas no desenvolvimento do modelo e, posteriormente, formulado o problema de otimização não linear restrito e misto.

A rede é modelada considerando um grafo, com as seguintes notações:

(i) Variáveis

$D_{ij}$ - diâmetro do tubo ligando o vértice  $i$  ao vértice  $j$ ;

$Q_{ij}$  – vazão (fluxo) de hidrogênio no tubo ligando o vértice  $i$  ao vértice  $j$ ;

$\pi_i$  - o quadrado da pressão do gás no vértice  $i$ ;

$A$  - o conjunto dos tubos da rede (arestas).

(ii) Dados

$N$  - conjunto de vértices de toda a oferta de hidrogênio e consumo de gás;

$s_i$  - oferta de gás no vértice  $i$ ;

$d_i$  - demanda de consumo de gás no vértice  $i$ ;

$L_{ij}$  - comprimento do tubo ligando o vértice  $i$  ao vértice  $j$ ;

$D_{min}$ - valor mínimo do diâmetro de todo tubo na rede;

$D_{max}$  - valor máximo do diâmetro de todo tubo na rede;

$\pi_{min}$  - valor mínimo dos valores de  $\pi_i$ ;

$\pi_{max}$  - valor máximo dos valores de  $\pi_i$ .

O objetivo aqui é encontrar um conjunto de arestas  $A$ , logo,  $\pi_i$  e  $Q_{ij}$ , e identificar os diâmetros dos tubos  $D_{ij}$  para toda aresta  $(i, j) \in A$ , tal que o custo total resultante da rede seja mínimo e algumas restrições sejam satisfeitas. Dessa forma, o modelo

matemático para o problema da topologia e dimensionamento de uma rede de transporte de hidrogênio, segundo (ANDRÉ, et al. 2013) é:

$$(M_1) \text{ minimizar } C(\pi, D, Q) = \sum_{(i,j) \in A} (a_0 + a_1 D_{ij} + a_2 D_{ij}^2) L_{ij} \quad (4.1)$$

$$\text{sujeito a: } \pi_i - \pi_j = K' Q_{ij}^2 \frac{L_{ij}}{D_{ij}^5}, \quad (i, j) \in A \quad (4.2)$$

$$s_i + \sum_{k|(k,i) \in A} Q_{ki} = \sum_{j|(i,j) \in A} Q_{ij} + d_i, \quad i \in N \quad (4.3)$$

$$D_{min} \leq D_{ij} \leq D_{max}, \quad (i, j) \in A \quad (4.4)$$

$$\pi_{min} \leq \pi_i \leq \pi_{max}, \quad i \in N. \quad (4.5)$$

A função objetivo  $C$ , em (4.1), é a soma dos custos de tubos de transporte de hidrogênio. Aqui, considera-se apenas os custos de investimento da tubulação com função quadrática que é a mais usual, em que os parâmetros  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$  são dados baseados nas despesas de capital (custos de material e de instalação).

A equação de queda de pressão para hidrogênio, em (4.2), é a equação (DE WOLF e SMEERS 1996), que relaciona a vazão  $Q_{ij}$ , a pressão de entrada no tubo  $p_i$  e a pressão de saída no tubo  $p_j$ :

$$Q_{ij} = K(D_{ij}) \sqrt{p_i^2 - p_j^2}, \quad (i, j) \in A, \quad (4.6)$$

onde o coeficiente de atrito  $K(D_{ij})$  pode ser obtido através da seguinte equação:

$$K(D_{ij}) = 0,0129 \sqrt{\frac{D_{ij}^5}{\lambda Z_m T_m L_{ij} d}} , \quad (4.7)$$

onde,

$Q_{ij}$ - vazão ( $m^3/h$ );

$D_{ij}$  - diâmetro da tubulação (milímetro);

$\lambda$  - coeficiente de atrito;

$Z_m$ - fator de compressibilidade do fluido;

$T_m$ - temperatura do gás (Kelvin);

$L_{ij}$ - comprimento da tubulação (quilômetro);

$d$ - densidade relativa do gás em relação ao ar;

$p_i$ - pressão de entrada no tubo;

$p_j$ - pressão de saída do tubo.

Substituindo (4.7) em (4.6) e rearranjando, obtemos

$$|p_i^2 - p_j^2| = \frac{\lambda Z_m T_m d}{(0,0129)^2} \frac{L_{ij} Q_{ij}^2}{D_{ij}^5} . \quad (4.8)$$

Agora, tomando

$$\pi_i = p_i^2 , \quad \pi_j = p_j^2 \quad (4.9)$$

e

$$K' = \frac{\lambda Z_m T_m d}{(0,0129)^2}, \quad (4.10)$$

obtemos a restrição (4.2).

Finalmente, a clássica equação de conservação de fluxo (vazão) em cada ponto (vértice) é a restrição (4.3). A restrição (4.4) relaciona-se aos diâmetros de tubos disponíveis no mercado. Aqui, considera-se diâmetro contínuo; por opinião de André et al. (ANDRÉ, et al. 2013). A restrição (4.5) relaciona-se às pressões mínima e máxima requeridas em cada ponto (vértice).

O modelo ( $M_1$ ) representa um problema de programação não linear restrito ((4.1)-(4.5)) e misto (escolha binária para a introdução da aresta para formar  $A \subset N \times N$ ). André et al. (ANDRÉ, et al. 2013) desenvolvem um algoritmo e apresentam resultados numéricos.

A seguir trataremos sobre um modelo multiobjetivo para tubulação em água.

## 4.2. Multiobjetivo

Nesta seção estudaremos o modelo matemático desenvolvido no artigo de Bureerat e Sriworamas (BUREERAT e SRIWORAMAS 2013), que trata sobre o problema da topologia e dimensionamento de tubulação em redes de transporte de água.

O artigo de Salah e Tanyomboh (SALEH e TANYMBOH 2013), trata sobre o esmo problema, porém, no nosso ponto de vista, é menos didático para o nosso propósito.

Waslki (WALSKI 2001), mostra que a otimização baseada apenas em minimização de custos, tem sérias limitações quando se considera a confiança na rede, isto é, sugere-se a maximização do benefício da rede como segurança de rede, resiliência da rede, eficiência energética. Prasad e Park (PRASAD e PARK 2004), desenvolvem um modelo matemático que minimiza o custo e maximiza resiliência.

Inicialmente, serão apresentadas algumas notações que serão utilizadas no desenvolvimento do modelo e, posteriormente, formulado o problema de otimização não linear restrito misto multiobjetivo.

A rede é modelada considerando um grafo, com as seguintes notações:

(i) Variáveis

$D_i$  - diâmetro do tubo  $i$ ;

$H_i$  - pressão do fluido no vértice  $i$ ;

$x$  - vetor (*design vector*) que determina a topologia e o dimensionamento dos tubos.

(ii) Dados

$np$  - número de arestas;

$nn$  - número de vértices;

$T$  - conjunto de diâmetros de tubos (discretos) comerciais;

$L_i$  - comprimento do tubo  $i$ ;

$H^{min}$  - valor mínimo da pressão do fluido no vértice  $i$ .

(iii) Funções

$C_i$  - função custo, tal que

$$f_1 = \sum_{i=1}^{np} C_i (D_i, L_i), \quad (4.11)$$

é o custo total da rede;

$h_i$  - função perda de carga por unidade de comprimento no tubo  $i$ , tal que

$$f_2 = \sum_{i=1}^{np} L_i h_i (D_i), \quad (4.12)$$

é a perda de carga total na rede;

$F_i$  - função de restrições hidráulicas no vértice  $i$ .

(iv) Equações

$F_i(H, D) = 0$  - restrições hidráulicas no vértice  $i$ .

O objetivo aqui é encontrar um vetor  $x$ , logo,  $H_i$  e  $D_i$ , tal que o custo total resultante da rede seja mínimo, a perda de carga total na rede também seja mínima e algumas restrições sejam satisfeitas. Dessa forma, o modelo matemático para o problema



da topologia e dimensionamento de uma rede de transporte de água, segundo (BUREERAT e SRIWORAMAS 2013) é:

$$(M_2) \min_x \{f_1, f_2\} \quad (4.13)$$

$$\text{sujeito a : } F_i(H, D) = 0, \quad i = 1, \dots, nn \quad (4.14)$$

$$H_i \geq H_i^{\min}, \quad i = 1, \dots, nn \quad (4.15)$$

$$D_i \in T, \quad i = 1, \dots, nn. \quad (4.16)$$

O modelo ( $M_2$ ) representa um problema que minimiza custo e minimiza perda de carga, cujas restrições são semelhantes ao artigo (PRASAD e PARK 2004). Bureerat e Sriworamas (BUREERAT e SRIWORAMAS 2013) desenvolvem um algoritmo e apresentam resultados numéricos.

No próximo capítulo apresentaremos uma formulação, no processo de modelagem, para o problema da topologia e do dimensionamento em redes de ar comprimido

# Capítulo 5

---

## Formulação

Neste capítulo definiremos o problema da topologia e dimensionamento em redes de ar comprimido e, em um processo de modelagem, formularemos um modelo matemático para o mesmo.

### 5.1. O problema

Geralmente, em uma determinada indústria em operação a rede de ar comprimido já está instalada. Em um novo projeto de instalação a rede e seus respectivos componentes são definidos ainda na fase preliminar do projeto.

É usual que o gestor desta unidade fabril tenha como meta buscar todas as possibilidades de uso eficiente dos recursos, dentre eles o uso racional da energia elétrica, porque impacta diretamente nos custos de produção.

O processo de geração do ar comprimido consiste em utilizar um equipamento denominado compressor de ar comprimido o qual é equipado basicamente por um motor elétrico e uma unidade mecânica denominada unidade compressora. O conjunto motor elétrico e unidade compressora, transformam a energia elétrica em ar comprimido que após a sua geração será transportado por uma rede de tubulações até seus consumidores (máquinas). No processo de geração do ar comprimido, normalmente, o consumo

energético pode variar entre 10% a 30% do consumo total de energia elétrica de uma unidade fabril, conforme Mousavi et al. (MOUSAVI, KARA e KORNFELD 2014). Isto torna imprescindível um acompanhamento mais próximo de todo o processo de geração, tratamento, e distribuição do ar comprimido para buscar as possíveis melhorias no sistema. Existem vários fatores que podem influenciar na ineficiência energética do sistema, dentre eles, vazamentos, demandas mal reguladas, sistemas de gerenciamento dos compressores de ar, filtros, purgadores, dimensionamento da rede de distribuição e a sua topologia (*layout*). Redes mal projetadas com tubulações de dimensões inadequadas, excesso de curvas, reduções e derivações contribuem enormemente para essa ineficiência energética.

Neste ponto consideraremos o problema da topologia e dimensionamento em redes de ar comprimido. O problema consiste em determinar o melhor arranjo da rede de tubulação e a escolha dos melhores diâmetros.

Na próxima seção proporemos um modelo para este problema.

## **5.2. O modelo**

Nesta seção desenvolveremos, para o nosso conhecimento, um novo modelo matemático que trata sobre o problema da topologia e dimensionamento de tubulação em redes de ar comprimido. Aqui, baseamos na observação de Walski (WALSKI 2001), quem discute a minimização de custos versus a maximização de benefícios da rede. Desta forma, desenvolvemos o modelo de otimização multiobjetivo que minimiza custo e

minimiza perda de carga. Isto naturalmente caracteriza a teoria de otimização multiobjetivo, porque atende objetivos conflitantes, isto é, minimizar custo sugere diminuição de diâmetros que implica em aumento de perda de carga e, por outro lado, minimizar perda de carga sugere aumento de diâmetros que implica em aumento de custos. Também, baseamos na abordagem de André et al. (ANDRÉ, et al. 2013), quem unificam o modelo usando simultaneamente a determinação da topologia e do dimensionamento da rede através de um modelo de otimização não linear restrito misto (monocritério).

Inicialmente, serão apresentadas algumas notações que serão utilizadas no desenvolvimento do modelo e, posteriormente, formulado o problema de otimização não linear restrito misto multiobjetivo.

A rede é modelada considerando um grafo com as seguintes notações:

(i) Variáveis

$A$  – conjunto de tubos da rede (arestas);

$D_{ij}$  - diâmetro do tubo, em milímetros (mm), ligando o vértice  $i$  ao vértice  $j$ ;

$Q_{ij}$  – vazão (fluxo) de ar comprimido, em metros cúbicos por hora ( $m^3/h$ ), no tubo ligando o vértice  $i$  ao vértice  $j$ ;

$P_i$  - a pressão, em bar (bar), do ar comprimido no vértice  $i$ ;

$p_i$  – o quadrado da pressão, em bar ( $bar^2$ ) do ar comprimido no vértice  $i$ .

(ii) Dados

$N$  - conjunto de vértices de todos os consumidores de ar comprimido;

$Q_i$  - demanda (vazão), em metros cúbicos por hora ( $m^3/h$ ), de consumo de ar comprimido no vértice  $i$ . Para o vértice associado ao compressor  $Q_i = 0$ ;

$S_i$  - oferta (vazão) total, em metros cúbicos por hora ( $m^3/h$ ), de ar comprimido na rede; neste caso, o vértice associado ao compressor. Para os demais vértices  $S_i = 0$ ;

$L_{ij}$  - comprimento do tubo, em metros (m), ligando o vértice  $i$  ao vértice  $j$ ;

$D$  - conjunto dos valores, em milímetros (mm), dos tubos comerciais;

$p_i^{min}$  - valor mínimo, em bar ( $bar^2$ ), dos valores de  $p_i$ ;

$p^{max}$  - valor máximo do quadrado da pressão, em bar ( $bar^2$ ), na rede;

$K'$  - constante, adimensional, de fator de atrito; calculada conforme a equação (4.10), observando as especificidades para o ar comprimido.

O objetivo aqui é encontrar um conjunto de arestas  $A$ , logo,  $P_i$  e  $Q_{ij}$ , e identificar os diâmetros dos tubos  $D_{ij}$  para toda aresta  $(i, j) \in A$ , tal que o custo total resultante da rede seja mínimo e a perda de carga da rede também seja mínima, satisfazendo certas restrições. Dessa forma, o modelo matemático para o problema da topologia e dimensionamento de uma rede de distribuição de ar comprimido é:

$$(MMO) \text{ minimizar } \sum_{(i,j) \in A} L_{ij} D_{ij} \quad (5.1)$$

$$\text{minimizar } \sum_{(i,j) \in A} (p_i - p_j) \quad (5.2)$$

$$\text{sujeito a: } S_i + \sum_{k|(k,i) \in A} Q_{ki} = \sum_{j|(i,j) \in A} Q_{ij} + Q_i, \quad i \in N \quad (5.3)$$

$$p_i - p_j = K' \frac{Q_{ij}^2}{D_{ij}^5} L_{ij}, \quad (i,j) \in A \quad (5.4)$$

$$p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max}, \quad i \in N \quad (5.5)$$

$$D_{ij} \in D, \quad (i,j) \in A. \quad (5.6)$$

Considere o modelo (MMO). A expressão (5.1) se refere à minimização do custo total da rede (pode-se basear na expressão (4.1) do capítulo 4). A expressão (5.2) se refere à minimização da perda de carga. Aqui, cada aresta  $(i, j)$  obtida para o conjunto de arestas  $A$  é tal que o valor  $p_i - p_j$  será sempre não negativo, devido à direção do fluxo. A equação (5.3) é a restrição de conservação de fluxo (vazão) em cada vértice. A equação (5.4) se refere à equação de perda de carga conforme equação (1.15) de Darcy-Weisbach no capítulo 1. As desigualdades (5.5) são restrições que relacionam as pressões mínimas requeridas em cada vértice e a pressão máxima da rede. E, a restrição discreta (5.6), relaciona os diâmetros comerciais de tubos disponíveis no mercado. Observe que a variável pressão será obtida tomando a raiz quadrada da variável  $p_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , em que  $n$  é o número de vértices do grafo com arestas em  $A$ .

Neste ponto, conjecturamos que este modelo resolve problemas cuja solução é uma rede ramificada, isto é, uma árvore em grafos direcionados. Esta é uma intuição baseada no artigo de André et al. (ANDRÉ, et al. 2013), os quais demonstram que a rede obtida através da solução do modelo monocritério ( $M_1$ ) é uma árvore.

A seguir discutiremos um exemplo prático, porém simples, para um melhor entendimento do modelo matemático proposto.

### 5.3. Exemplo

Considere uma indústria com um compressor de ar comprimido e duas máquinas. Denote a máquina 1 pelo vértice com rótulo igual a 1, a máquina 2 pelo vértice com rótulo igual a 2, e a máquina 3 (o compressor) pelo vértice com rótulo igual a 3. O departamento de engenharia estuda um projeto de rede para interligar estes equipamentos. Os dados são os seguintes:

$$N = \{1,2,3\},$$

$$Q_1 = 0,5, Q_2 = 1, Q_3 = 0,$$

$$S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = 1,5,$$

$$L_{12} = L_{21} = 10, L_{13} = L_{31} = 50, L_{23} = L_{32} = 20,$$

$$D = \{1,2\},$$

$$p_1^{min} = 49, p_2^{min} = 64, p_3^{min} = 25, p^{max} = 100,$$

$$K' = 1.$$

Aqui, a vazão é dada em  $m^3/h$ , o comprimento do tubo em  $m$ , os diâmetros em  $mm$  e a pressão em  $bar$ .

O objetivo da indústria é encontrar a topologia e o dimensionamento ideais para a rede de ar comprimido. Observe que, como o ar comprimido é gerado no compressor, existem somente três possibilidades de topologia (em árvores), a saber:

$$A_1 = \{(3,2), (2,1)\}, A_2 = \{(3,2), (3,1)\} \text{ e } A_3 = \{(3,1), (1,2)\}.$$

Agora, utilizaremos o modelo (MMO) para a obtenção das soluções eficientes e não dominadas. Lembramos que para a pressão  $P_i$  basta tomar a raiz quadrada positiva dos  $p_i$ . Inicialmente, considere  $A_1 = \{(3,2), (2,1)\}$ . Para satisfazer a restrição de vazão, temos

$$S_1 + Q_{21} = Q_1 \Rightarrow 0 + Q_{21} = 0,5 \Rightarrow Q_{21} = 0,5,$$

$$S_2 + Q_{32} = Q_{21} + Q_2 \Rightarrow 0 + Q_{32} = 0,5 + 1 = 1,5 \Rightarrow Q_{32} = 1,5,$$

$$S_3 = Q_{32} + Q_3 \Rightarrow 1,5 = 1,5 + 0.$$

Como a maior pressão requerida no sistema é  $p_2^{min}$ , considere  $p_2 = 64$ . Assim, para satisfazer a restrição de pressão, temos: se  $D_{32} = D_{21} = 1$ ,



$$p_3 - p_2 = K' \frac{Q_{32}^2}{D_{32}^5} L_{32} = \frac{1(1,5)^2}{1} 20 = 45 \Rightarrow p_3 = 45 + 64 = 109 > p^{max},$$

$$p_2 - p_1 = K' \frac{Q_{21}^2}{D_{21}^5} L_{21} = \frac{1(0,5)^2}{1} 10 = 2,5 \Rightarrow p_1 = 64 - 2,5 = 61,5,$$

e a primeira restrição não se verifica. Se  $D_{32} = 1$  e  $D_{21} = 2$ ,

$$p_3 - p_2 = K' \frac{Q_{32}^2}{D_{32}^5} L_{32} = \frac{1(1,5)^2}{1} 20 = 45 \Rightarrow p_3 = 45 + 64 = 109 > p^{max},$$

$$p_2 - p_1 = K' \frac{Q_{21}^2}{D_{21}^5} L_{21} = \frac{1(0,5)^2}{2^5} 10 = 0,08 \Rightarrow p_1 = 64 - 0,08 = 63,92,$$

e a primeira restrição não se verifica, também. Se  $D_{32} = 2$  e  $D_{21} = 1$ ,

$$p_3 - p_2 = K' \frac{Q_{32}^2}{D_{32}^5} L_{32} = \frac{1(1,5)^2}{2^5} 20 = 1,41 \Rightarrow p_3 = 1,41 + 64 = 65,41,$$

$$p_2 - p_1 = K' \frac{Q_{21}^2}{D_{21}^5} L_{21} = \frac{1(0,5)^2}{1} 10 = 2,5 \Rightarrow p_1 = 64 - 2,5 = 61,5,$$

e, neste caso, a solução é (denotada por (S1)):

$$Q_{21} = 0,5, Q_{32} = 1,5,$$

$$D_{32} = 2, D_{21} = 1,$$

$$p_1 = 61,5, p_2 = 64, p_3 = 65,41,$$

e as demais variáveis iguais a zero, com

$$\text{Custo} = L_{32}D_{32} + L_{21}D_{21} = 20(2) + 10(1) = 50, \text{ e}$$

Perda =  $(p_3 - p_2) + (p_2 - p_1) = 1,41 + 2,5 = 3,91$ . Se  $D_{32} = 2$  e  $D_{21} = 2$ ,

$$p_3 - p_2 = K' \frac{Q_{32}^2}{D_{32}^5} L_{32} = \frac{1(1,5)^2}{2^5} 20 = 1,41 \Rightarrow p_3 = 1,41 + 64 = 65,41,$$

$$p_2 - p_1 = K' \frac{Q_{21}^2}{D_{21}^5} L_{21} = \frac{1(0,5)^2}{2^5} 10 = 0,08 \Rightarrow p_1 = 64 - 0,08 = 63,92,$$

e, neste caso, a solução é (denotada por (S2)):

$$Q_{21} = 0,5, Q_{32} = 1,5,$$

$$D_{32} = 2, D_{21} = 2,$$

$$p_1 = 63,92, p_2 = 64, p_3 = 65,41,$$

e as demais variáveis iguais a zero, com

$$\text{Custo} = L_{32}D_{32} + L_{21}D_{21} = 20(2) + 10(2) = 60, \text{ e}$$

$$\text{Perda} = (p_3 - p_2) + (p_2 - p_1) = 1,41 + 0,08 = 1,48.$$

Continuando nosso memorial de cálculo, considere  $A_2 = \{(3,2), (3,1)\}$ .

De maneira análoga obtemos mais quatro soluções a saber: a solução denotada por (S3),

$$Q_{32} = 1,0, Q_{31} = 0,5,$$

$$D_{32} = D_{31} = 1,$$

$$p_1 = 71,5, p_2 = 64, p_3 = 84,$$

e as demais variáveis iguais a zero, com

Custo = 70, e Perda = 32,5;

solução denotada por (S4),

$$Q_{32} = 1,0, Q_{31} = 0,5,$$

$$D_{32} = 1, D_{31} = 2,$$

$$p_1 = 83,61, p_2 = 64, p_3 = 84,$$

e as demais variáveis iguais a zero, com

Custo = 120, e Perda = 20,39;

solução denotada por (S5),

$$Q_{32} = 1,0, Q_{31} = 0,5,$$

$$D_{32} = 2, D_{31} = 1,$$

$$p_1 = 52,13, p_2 = 64, p_3 = 64,63$$

e as demais variáveis iguais a zero, com

Custo = 90, e Perda = 13,13;

solução denotada por (S6),

$$Q_{32} = 1,0, Q_{31} = 0,5,$$

$$D_{32} = D_{31} = 2,$$

$$p_1 = 64,24, p_2 = 64, p_3 = 64,63,$$

e as demais variáveis iguais a zero, com

Custo = 140, e Perda = 1,02.

Finalmente, considere  $A_3 = \{(3,1), (1,2)\}$ . De maneira análoga obtemos mais duas soluções a saber: a solução denotada por (S7),

$$Q_{12} = 1,0, Q_{31} = 1,5,$$

$$D_{31} = 2 D_{12} = 1,$$

$$p_1 = 74,0, p_2 = 64, p_3 = 77,52,$$

e as demais variáveis iguais a zero, com

Custo = 110, e Perda = 13,52;

solução denotada por (S8),

$$Q_{12} = 1,0, Q_{31} = 1,5,$$

$$D_{31} = D_{12} = 2,$$

$$p_1 = 64,31, p_2 = 64, p_3 = 67,83,$$

e as demais variáveis iguais a zero, com

Custo = 120, e Perda = 3,83.

Os resultados obtidos constam de forma resumida na tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Tabulação dos resultados obtidos com o modelo (MMO)

<b>Soluções</b>	<b>Custo</b>	<b>Perda de carga</b>
(S1)	50	3,91
(S2)	60	1,48
(S3)	70	32,5
(S4)	120	20,39
(S5)	90	13,13
(S6)	140	1,02
(S7)	110	13,52
(S8)	120	3,83

Na tabela 5.1 podemos observar que a solução (S2) domina as soluções (S3), (S4), (S5), (S7) e (S8), porque tanto a coluna custo quanto a coluna perda de carga possuem valores menores para a solução (S2). Portanto, as soluções eficientes e não dominadas obtidas através do modelo (MMO) são as soluções (S1), (S2) e (S6), conforme figuras 5.1, 5.2, 5.3; respectivamente. Nestas figuras, denotaremos a seta grossa para diâmetro igual a 2, enquanto que a seta fina para diâmetro igual a 1.

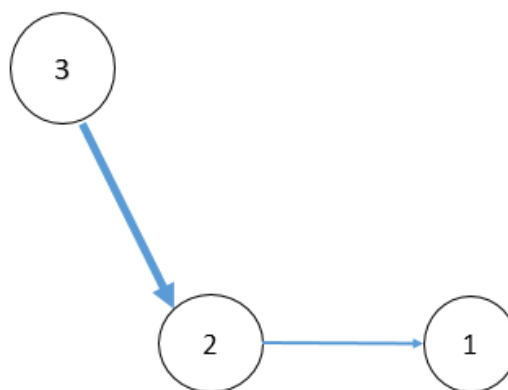


Figura 5.1 - Solução eficiente (S1).

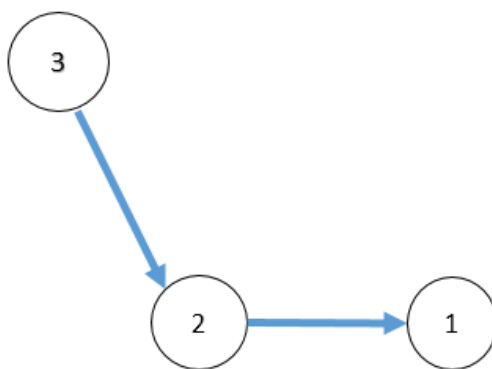


Figura 5.2 - Solução eficiente (S2).

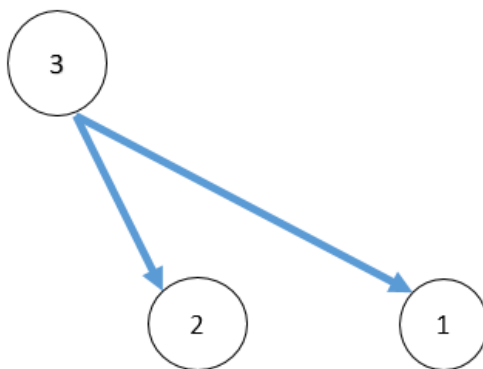


Figura 5.3 - Solução eficiente (S6).

Comparando inicialmente a solução (S1) com a solução (S2), pode ser verificado que os valores de custo entre estas duas alternativas são muito próximos. Contudo, quando se considera nesta comparação os valores das suas respectivas perdas de carga, verifica-se uma diferença considerável que refletirá ao longo do tempo em um maior gasto energético devido à sua menor eficiência.

Agora, comparando a solução (S2) com a solução (S6), pode ser verificado que a solução (S6) já apresenta um custo bem mais elevado que a solução (S2), porém, da

mesma forma, pode ser verificado que apresenta, também, uma perda de carga menor do que a solução (S2). Esta menor perda de carga observada na solução (S6) possibilitará que a pressão de ajuste do compressor seja menor, isto é,  $p_3 = 64,63$  em (S6), enquanto temos  $p_3 = 65,41$  em (S2). A consequência desta menor pressão de ajuste do compressor é um menor consumo energético. Além disso, se o sistema de ar comprimido for ajustado a uma pressão de trabalho menor, isto refletirá em menores perdas por vazamentos. Neste caso, para a tomada de decisão do gestor, é necessário avaliar também o regime de trabalho do sistema, pois a economia energética que a solução (S6) pode proporcionar ao longo do tempo pode facilmente amortizar o valor inicial do investimento. Por outro lado, esta comparação foi feita como se o regime de funcionamento das máquinas fosse intermitente. Mas como são possíveis outros tipos de regime de funcionamento, dependendo do tipo da atividade da indústria, os valores desta economia energética podem não ser atrativos e a amortização do investimento inicial ocorrer em um período mais longo. Ou seja, a solução (S2) de menor custo, neste segundo caso, seria melhor.

Neste ponto é oportuno discutir o modelo ( $M_1$ ) em (ANDRÉ, et al. 2013), o qual apresenta um único objetivo de minimização de custo. Podemos observar que a solução de ( $M_1$ ) para este exemplo se apresenta conforme a solução (S1). Isto vai de encontro com a análise em (WALSKI 2001), ou seja, a qualidade da solução que envolve perdas de carga é sacrificada em função do custo, uma vez que (S2) e (S6) não seriam soluções ótimas em ( $M_1$ ). Todavia, ANDRÉ, et al. resolvem o problema através de métodos numéricos; o que não fazemos aqui.

No próximo capítulo faremos nossas considerações finais.

## Capítulo 6

---

### Considerações finais

Existe atualmente um movimento de esforço tanto na esfera governamental como na empresarial para o uso racional dos recursos, como por exemplo, água, combustíveis fósseis e energia elétrica. Os crescentes custos destes recursos e mesmo a ameaça de que os mesmos em um futuro próximo possam se esgotar, vêm favorecendo políticas e estratégias no sentido de encontrar alternativas para a economia e também a busca por novas fontes energéticas.

A utilidade ar comprimido é responsável por uma grande fatia do consumo elétrico em uma unidade industrial. Dessa forma, o propósito deste trabalho é apresentar, para o nosso conhecimento, um novo modelo para o problema da topologia e dimensionamento em redes de ar comprimido.

A solução do modelo proposto (MMO) poderá ser uma ferramenta útil para o gestor no processo de tomada de decisão, tanto na fase preliminar de um projeto de sistema de ar comprimido, como também, em um processo de reestruturação de uma rede já existente ou até mesmo em projetos de expansão. Além disso, esse modelo pode ser adaptado para projetos de redes de outros tipos de utilidades, como gás, vapor, água, etc..

Neste sentido, em uma tentativa para validar esse modelo, sugerimos o desenvolvimento de algoritmos efetivos para otimização não linear multiobjetivo. Também, a partir do próprio modelo (MMO), pode ser repensado um novo modelo multiobjetivo para a utilização em softwares comerciais já desenvolvidos.



## Referências bibliográficas

---

- ALVES, A. C. B., e M. A. F. MENEZES. *Introdução à Pesquisa Operacional*. Goiânia, GO: Editora da PUC de Goiás, 2010.
- ANDRÉ, J., AURAY, S., BRAC, J., DE WOLF, D., MAISONNIER, G., OULD-SIDI, M., SIMONET, A., “Design and dimensioning of hydrogen transmission pipeline networks.” *European Journal of Operational Reserach*, 2013, 229 ed.: 239-251.
- BHASKARAN, S., e F. J. M. SALZBORN. “Optimal design of gas pipeline networks.” *Journal of Operations Research Society*, 1979, 30 ed.: 1047-1060.
- BOSCH. *Tecnologia de Ar Comprimido*. Campinas, SP: Robert Bosch Limitada, 2008.
- BUREERAT, S., e K. SRIWORAMAS. “Simultaneous topology and sizing optimization of a water distribution network using a hibrid multiobjetive evolutionary algorithm.” *Aplied Soft Computing*, 2013, 13 ed.: 3693-3702.
- CLÍMACO, J. N., C. H. ANTUNES, e M. J. G. ALVES. *Programação Linear Multiobjetivo*. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra, 2003.
- COMPAIR - GARDNER DENVER GROUP. “Air Treatment Productcs.” 2009.
- CROSER, P., e F. EBEL. *Pneumática- Nível Básico*. Festo Didatic Gmbh, 2002.
- D'ANTONIO, M., G. EPISTEIN, S. MORAY, e C. SCHIMIDT. “Compressed Air Load Reduction Approaches and Innovations.” *27 st Industrial Energy Technology Conference* . New Orleans, 2005.
- DE WOLF, D., e Y. SMEERS. “Optimal dimensioning of pipe networks with application to gas transmission network.” *Operations Research*, 1996: 596-608.

DOSA, I. “Modelling complex compressed air networks in order to improve the speed of calculus.” *Annual of the University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski"* 49 PART III Mechanization, eletrification and automation in mines (2006).

FOX, R. W., P. J. PRINCHARD, e A. T. MACDONALD. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. LTC, 2010.

FRANKEL, M. *Facility Piping System Handbook*. McGraw Hill Professional, 2009.

INGERSOLL RAND DO BRASIL LTDA. “Catálogo técnico .” *Intelliflow Air System*. São Paulo, 2002.

KRICHEL, S. V. , e O. SAWODNY. “Analysis and optimization of compressed air networks with model-based approaches.” *PNEVMATIKA* 17 (2011).

“LabPL - LABORATÓRIO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR.” Goiânia: PUC de Goiás, s.d. [http://www2.ucg.br/Institutos/LabPL/Metodos\\_PL.html](http://www2.ucg.br/Institutos/LabPL/Metodos_PL.html), acessado em janeiro de 2015.

LAUREL AND ASSOCIATES, LTD AND DYNAMICS RESOURCE CORPORATION. “Compressed Air Challenge Training : Fundamentals of Compressed Air System.” 1999.

LAWRENCE BERKELEY NATIONAL LABORATORY e DYNAMICS CORPORATION. Em *Improving Compressed Air System Performance : A Sourcebook for Industry*. U.S. Department of Energy , Motor Challenge Program, 1998.

MACINTYRE, A. J. *Bombas e Instalações de Bombeamento*. Rio de Janeiro, RJ: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, 1987.

- MACULAN, N., e M. H. C. FAMPA. *Otimização Linear*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006.
- McCULLOCH, D. *Compressed Air & Gas Handbook*. 6 th. Cleveland, OH: Compressed Air & Gas Institute - CAGI, 2003.
- METTIENEN, KAISA M. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. 1 vols. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- MOHITPOUR, M., H. GOLSHAN, e A. MURRAY. *Pipeline Design & Construction : A Practical Approach*. Third Edition. New York, NY: ASME PRESS, 2007.
- MOUSAVI, S., S. KARA, e B. KORNFELD. “Energy Efficiency of Compressed Air Systems.” *21 st CIRP Conference on Life Cycle Engineering*. ELSEVIER, 2014. 313-318.
- NAYYAR, M. L., e R. C. KING. *Piping Handbook*. Seventh Edition. MCGRAW-HILL, 2000.
- POTTER, M. C., e D. C. WIGGERT. *Mecânica dos Fluidos*. Cengage Learning, 2004.
- PRASAD, T. D., e N. S. PARK. “Multiobjective genetic algorithm for design of water distribution network.” *Journal of Water Resources Planning and Manegment*, 2004, January-February ed.: 73-82.
- RIBEIRO, A. A., e E. W. KARAS. *Otimização Contínua - Aspectos Teóricos e Computacionais*. Cengage Learning, 2014.
- ROTHFARB, B., H. FRANK, D. M. ROSEMBAUM, K. STEIGLITZ, e D. J. KLEITMAN. “Optimal design of offshore natural-gas pipeline systems.” *Operations Research*, 1970: 992-1020.

SALEH, S. H., e T. T. TANYMBOH. “Coupled Topology and Pipe Size Optimization of Water Distribution Systems.” *Water Resources Manegment*, 18 de September de 2013: vol. 27(14) pg. 4795-4814.

WALSKI, T. M. “The wrong Paradigm-Why water distrbution doesn't work?” *Journal of Water Resources Planning and Manegement*, 2001: vol 127 (4) pg.203-205.

WHITE, F. M. *Mecânica dos Fluidos*. McGraw-Hill Companies, Inc.,New York, NY, 2011.