

Pontifícia Universidade Católica de Goiás

Programa de Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas

**AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE
UTILIZANDO MODELO HÍBRIDO:
ESTUDO DE CASO NA INDÚSTRIA
SUCROALCOOLEIRA**

Celso Aurélio de Moraes Lima

2017

**AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE UTILIZANDO MODELO HÍBRIDO:
ESTUDO DE CASO NA INDÚSTRIA SUCROALCOOLEIRA**

Celso Aurélio de Moraes Lima

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas.

Orientador: Maria José Pereira Dantas, *Dra.*

Goiânia
Abril de 2017

L732a

Lima, Celso Aurélio de Moraes

Avaliação da confiabilidade utilizando o modelo híbrido[
manuscrito]: estudo de caso na indústria sucroalcooleira/
Celso Aurélio de Moraes Lima.-- 2017.

169 f.; il. 30 cm

Texto em português com resumo em inglês

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica
de Goiás, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu
em Engenharia de Produção e Sistemas, Goiânia, 2017

Inclui referências f. 128-135

1. Engenharia de produção. 2. Engenharia industrial.
3. Processos de Markov. 4. Cana-de-açúcar - Derivados
- Produção - Avaliação. I.Dantas, Maria José Pereira.
II.Pontifícia Universidade Católica de Goiás. III. Título.

CDU: 338.45:633.61(043)

**AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE UTILIZANDO MODELO HÍBRIDO:
ESTUDO DE CASO NA INDÚSTRIA SUCROALCOOLEIRA**

Celso Aurélio de Moraes Lima

Esta Dissertação julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas da Pontifícia Universidade Católica de Goiás em abril de 2017.

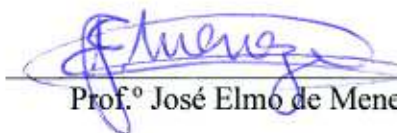


Prof.º Ricardo Luiz Machado, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia de Produção e Sistemas

Banca Examinadora:



Prof.ª Maria José Pereira Dantas, Dra.
Orientadora



Prof.º José Elmo de Menezes, Dr.



Prof.º Flávio Henrique Teles Vieira, Dr.

Goiânia – Goiás
Abril de 2017

DEDICATÓRIA

Dedico os esforços deste trabalho primeiramente a Deus e ao meu guia espiritual, por toda influência positiva e apoio espiritual.

Dedico este trabalho aos meus pais, Celso e Silvânia, por toda dedicação, amor, paciência, atenção, ensinamentos e esforços ao longo de toda minha jornada, sendo minha principal base moral e ética.

Dedico aos meus irmãos, Sílvio e Alice, por todo o apoio recebido.

Dedico também a minha namorada, Nathália Telles, que, durante este percurso, tem me acompanhado com muita dedicação, paciência e carinho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente a minha família, por terem acreditado em mim. Tenho certeza que todas as minhas conquistas foram graças aos incentivos de vocês.

Agradeço a minha namorada Nathália Telles, pelo amor, compreensão e imenso apoio durante os anos de estudo como mestrando.

Agradeço a professora orientadora Dra. Maria José Pereira Dantas, por todas as reuniões, orientações e contribuições concedidas a esta pesquisa.

Agradeço ao amigo Msc. Sérgio Parente Vieira da Rocha, por todas as reuniões à distância e pelo tempo despendido para contribuir com o desenvolvimento desta pesquisa.

Agradeço aos meus grandes e verdadeiros amigos, pelas boas conversas, pelos bons momentos e principalmente pela colaboração recíproca nesses últimos anos. Em especial, ao colega mestrando, Emerson, pelo companheirismo ao longo desta jornada.

Agradeço também aos colegas de trabalho, pelo apoio, compreensão e colaboração.

Muito obrigado a todos!

“O conhecimento deve ser compartilhado a todos que o buscam”

Bruno P. Ramos

"A felicidade só é real quando compartilhada"

Christopher McCandless

RESUMO

O principal objetivo desta dissertação é desenvolver uma avaliação de confiabilidade aplicada a sistemas reparáveis, na indústria sucroalcooleira. O trabalho possui abordagem quantitativa com método de pesquisa combinado: modelagem de simulação com estudo de caso. Portanto, utilizar-se-á de uma modelagem dinâmica para desenvolver um estudo de caso. Para isso, aplicar-se-á um modelo de Processos Não Homogêneos de Markov (PNHM) para representar as transições entre estados (operacional-em manutenção) das centrífugas de açúcar, visando obter indicadores de confiabilidade. Integrado ao modelo PNHM, será utilizado o Processo de Renovação Generalizado (PRG) para descrever as probabilidades de falhas considerando reparos imperfeitos. O PRG é definido em função dos parâmetros de escala, forma e rejuvenescimento (α, β, q) , que serão estimados via Inferência Bayesiana. No desenvolvimento do estudo de caso, realizou-se a coleta de dados de falhas das centrífugas e, por meio da simulação do modelo híbrido, o estudo de caso foi concebido. A disponibilidade estimada para 5640 horas foi de 93,23%, sendo os 7% complementares referentes a manutenções. A confiabilidade apresentada foi de 50% para 323 horas, demonstrando alta suscetibilidade do sistema à falhas. Os resultados sugerem revisão nos intervalos definidos para manutenção preventiva, as quais deverão ser dedicadas ao modo de falha mais observado, denominado mal funcionamento dos sistemas de sensoramento.

Palavras-chave: Processo de Renovação Generalizado, Processo Não Homogêneo de Markov, Confiabilidade.

ABSTRACT

The main objective of this dissertation is to develop a reliability assessment applied to repairable systems in the sugar and alcohol industry. The work has a quantitative approach with a combined research method: simulation modeling with case-study. Therefore, a dynamic modeling is used to develop a case-study. For this, a Non-Homogeneous Markov Process (PNHM) model is used to represent the states transitions (operation-maintenance) of sugar centrifuges, in order to obtain reliability indicators. Integrated to the PNHM model, it will be used the Generalized Renewal Process (PRG) to describe the probabilities of failures considering imperfect repairs. The PRG is defined according to the parameters of scale, shape and rejuvenation (α , β , q), which are estimated by Bayesian Inference. In the development of the case-study, the data collection of centrifugal failures was performed and, through the simulation of the hybrid model, the case-study was conceived. The estimated availability for 5640 hours was 93.23%, whose the other 7% represents maintenances moments. For 323 hours of simulation, the reliability resulting was 50%, demonstrating high system susceptibility to failures. The results suggest the revisions of the intervals defined for preventives maintenances, which should be applied to the most observed failure mode, called malfunction of the sensing systems.

Keywords: Generalized Renewal Process, Non-Homogeneous Markov Process, Reliability.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	IV
AGRADECIMENTOS	V
RESUMO.....	VII
ABSTRACT	VIII
SUMÁRIO.....	IX
LISTA DE FIGURAS.....	XII
LISTA DE TABELAS	XIV
LISTA DE ABREVIACÕES	XVI
INTRODUÇÃO	17
1.1 Objetivos	23
1.1.1 <i>Objetivos Gerais</i>	23
1.1.2 <i>Objetivos Específicos</i>	23
1.2 Motivações e Justificativas.....	23
1.3 Organização do Trabalho	25
CAPÍTULO 2: CONCEITOS FUNDAMENTAIS	27
2.1 Noções sobre Manutenção.....	27
2.1.1 <i>Dados Censurados</i>	29
2.2 Probabilidade.....	31
2.2.1 <i>Abordagem sobre Incerteza</i>	31
2.2.2 <i>Cálculo das Probabilidades</i>	33
2.3 Funções e Modos de Falha dos Equipamentos.....	38
2.3.1 <i>Taxas de Falha e Reparo</i>	39
2.4 Modelos Paramétricos da Confiabilidade.....	39
2.4.1 <i>Distribuição de Probabilidade Exponencial</i>	40
2.4.2 <i>Distribuição de Probabilidade Weibull</i>	40
2.5 Processos Estocásticos	41
2.5.1 <i>Processo de Contagem</i>	42

2.5.2	<i>Taxa de Ocorrência de Falha e Função Intensidade</i>	43
2.5.3	<i>Processo de Renovação</i>	46
2.5.4	<i>Processo de Poisson</i>	46
2.5.5	<i>Processo Homogêneo de Poisson</i>	47
2.5.6	<i>Processo não Homogêneo de Poisson</i>	48
2.6	Processos de Markov	49
2.6.1	<i>Propriedade Markoviana</i>	50
2.6.2	<i>Probabilidade de Transição entre Estados e Disponibilidade</i>	51
2.7	Estudo de Sistemas Reparáveis e Não Reparáveis	52
2.7.1	<i>Considerações para Processos Contínuos de Sistemas Reparáveis</i>	54
2.7.2	<i>Modelagens para Sistemas Reparáveis</i>	54
2.7.3	<i>Processo de Renovação Generalizado</i>	56
2.8	Revisão de Literatura	61
2.8.1	<i>Modelos para Reparos Imperfeitos</i>	61
2.8.2	<i>Modelos Kijima e Extensões</i>	64
2.8.3	<i>Estimação de Parâmetros dos Modelos</i>	67
CAPÍTULO 3: MODELO DE AVALIAÇÃO DE SISTEMAS REPARÁVEIS..		70
3.1	Modelo para Estimação do PRG via Inferência Bayesiana	70
3.2	Inferência Bayesiana	73
3.2.1	<i>Função de Verossimilhança</i>	74
3.2.2	<i>Distribuição a Priori</i>	76
3.2.3	<i>Distribuição a Posteriori</i>	77
3.2.4	<i>Markov Chain Monte Carlo: Algoritmo Metropolis-Hastings</i>	77
3.3	Modelo Baseado em Processo Não Homogêneo de Markov	81
3.4	Modelo Híbrido para Estudo de Sistemas Reparáveis	82
CAPÍTULO 4: METODOLOGIA DE PESQUISA.....		85
4.1	Método Híbrido: Estudo de Caso via Modelagem e Simulação	86
CAPÍTULO 5: ESTUDO DE CASO NA INDÚSTRIA SUCROALCOOLEIRA		90
5.1	Planejamento do estudo de caso	90
5.1.1	<i>Definição do Objeto de pesquisa</i>	91

5.1.2	<i>Termo para Aquisição de Dados</i>	92
5.2	Aquisição e Análise dos Dados de Falhas	92
5.2.1	<i>Obtenção de Dados</i>	92
5.2.2	<i>Centrífugas de Açúcar</i>	93
5.2.3	<i>Análise dos Dados Coletados</i>	94
5.3	Aplicação do Modelo Híbrido	96
5.3.1	<i>Definição dos Estados do PNHM</i>	96
5.3.2	<i>Definição das Transições de Falha</i>	98
5.3.3	<i>Definição das Transições de Reparo</i>	116
5.3.4	<i>Definição das Transições do Estado Preventivo</i>	117
5.3.5	<i>Análise da Disponibilidade da Centrífuga</i>	118
CAPÍTULO 6: CONCLUSÕES		124
REFERÊNCIAS		128
APÊNDICE A – FORMULÁRIO DE PARADAS		136
APÊNDICE B – DADOS DE FALHAS DAS CENTRÍFUGAS		137
APÊNDICE C – CÓDIGOS PARA ESTIMAÇÃO DO PRG EM MATLAB® ...		141
APÊNDICE D – CÓDIGO DO PNHM EM MATLAB®		155
ANEXO I – TERMO PARA AQUISIÇÃO DE DADOS		163
ANEXO II – ALGORITMOS PARA ESTIMAÇÃO DO PRG (ROCHA, 2006) .		164
ANEXO III – ALGORITMO PARA O PNHM (ROCHA, 2006)		168

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Exemplo de dados para censura do tipo 01 (a), 02 (b) e 03 (c)	31
Figura 2 - Dependência entre eventos	34
Figura 3 – Número de falhas Nt , tempo até as falhas Ti e tempo entre falhas hi	54
Figura 4 – Tipos de reparos e processos estocásticos.....	55
Figura 5 – Idade virtual versus idade real para os tipos de reparo	58
Figura 6 - Relação entre o modelo Kijima Tipo I e II na idade virtual (x_i) imediatamente após o i -ésimo reparo.....	60
Figura 7 – Diagrama do modelo de avaliação de idade virtual com censura	72
Figura 8 – Fluxograma do modelo híbrido para estudos de sistemas reparáveis	84
Figura 9 – Condução do método híbrido: estudo de caso via modelagem e simulação .	88
Figura 10 – Diagrama de blocos do sistema de centrifugação	93
Figura 11 – Ilustração da centrífuga de açúcar.....	94
Figura 12 – Diagrama espaço-estado da Centrífuga.....	98
Figura 13 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 1	101
Figura 14 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 1 ..	101
Figura 15 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 2	103
Figura 16 - Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 2....	103
Figura 17 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 3	105
Figura 18 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 3 ..	105
Figura 19 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 4	107
Figura 20 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 4 ...	107
Figura 21 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 5	109
Figura 22 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 5 ..	109
Figura 23 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 6	111

Figura 24 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 6 ..	111
Figura 25 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 7	113
Figura 26 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 7 ..	113
Figura 27 – Disponibilidade da centrífuga ao longo do tempo (h).....	119
Figura 28 – Percentuais de visitas em cada estado de falha	119
Figura 29 – Diagrama de Markov sem reparo e preventiva	121
Figura 30 – Confiabilidade da centrífuga de açúcar	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados do teste não paramétrico de Kruskal-Wallis	96
Tabela 2 – Comparações múltiplas do teste Kruskal-Wallis.....	96
Tabela 3 – Limites e efeitos para o teste de Kruskal-Wallis	96
Tabela 4 - Estados do modelo Markoviano da centrífuga	97
Tabela 5 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 1.....	102
Tabela 6 - Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 1	102
Tabela 7 - Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 1.....	102
Tabela 8 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 2.....	104
Tabela 9 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 2.....	104
Tabela 10 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 2.....	104
Tabela 11 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 3.....	106
Tabela 12 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 3.....	106
Tabela 13 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 3.....	106
Tabela 14 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 4.....	108
Tabela 15 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 4.....	108
Tabela 16 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 4.....	108
Tabela 17 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 5.....	110
Tabela 18 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 5.....	110
Tabela 19 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 5.....	110
Tabela 20 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 6.....	112
Tabela 21 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 6.....	112
Tabela 22 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 6.....	112
Tabela 23 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 7.....	114
Tabela 24 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 7.....	114

Tabela 25 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 7.....	114
Tabela 26 – Teste de aderência à distribuição exponencial.....	117
Tabela 27 – Quantidade de falhas mais prematuras da simulação	123
Tabela 28 – Dados de falhas da centrífuga de açúcar 1.....	137
Tabela 29 – Dados de falhas da centrífuga de açúcar 2.....	138
Tabela 30 – Dados de falhas da centrífuga de açúcar 3.....	139
Tabela 31 – Dados de falhas da centrífuga de açúcar 4.....	140

LISTA DE ABREVIACÕES

ARA – *Arithmetic Reduction of Age*

ARI – *Arithmetic Reduction of Intensity*

CDF – *Cumulative Density Function* (Função de Densidade Acumulada)

EMV – Estimador de Máxima Verossimilhança

FMEA – *Failure Mode and Effect Analysis* (Análise de Modos de Falhas e Efeitos)

MC – Manutenção Corretiva

MCMC – *Markov Chain Monte Carlo* (Cadeias de Markov via Monte Carlo)

MF – Modo de Falha

MP – Manutenção Preventiva

MPD – Manutenção Preditiva

PDF – *Probability Density Function* (Função de Densidade de Probabilidade)

PHM – Processo Homogêneo de Markov

PHP – Processo Homogêneo de Poisson

PNHM – Processo Não Homogêneo de Markov

PNHP – Processo Não Homogêneo de Poisson

PR – Processo de Renovação

PRG – Processo de Renovação Generalizado

PP – Processo de Poisson

RCM – *Reliability Centered in Maintenance* (Manutenção Centrada em Confiabilidade)

ROCOF – *Rate of Occurrence of Failure* (Taxa de Ocorrência de Falha)

TPM – *Total Productive Maintenance* (Manutenção Produtiva Total)

VA – Variável Aleatória

INTRODUÇÃO

Diante da plena necessidade por avanços tecnológicos, a Segunda Guerra Mundial influenciou sobre inúmeras mudanças globais vislumbradas nas últimas décadas. No quesito tecnologia, pesquisas americanas na indústria bélica foram fundamentais no processo evolutivo tecnológico, juntamente com a evolução da automação industrial, ambas alavancadas pelo desenvolvimento da informática e telecomunicação. No âmbito social, surge a dependência da sociedade contemporânea por modos automáticos de produção em larga escala, com alta qualidade e baixo custo. Neste contexto, o papel da engenharia de manutenção têm sido imprescindível na crescente busca por projetos e operações econômicas e confiáveis para sistemas produtivos (ARAÚJO, 2011).

Nessas circunstâncias, de aumento da demanda global nos quesitos tecnologia e eficiência de produção, destaca-se o posicionamento do importante setor sucroalcooleiro brasileiro que tem passado por inúmeros desafios nos últimos anos, em busca da almejada competitividade. Segundo estudo realizado por Ramos Filho, Atamanczuk e Marçal (2010), para a Companhia Nacional de Abastecimento (Conab), apesar da grande relevância diante da economia nacional e dos elevados índices de produção do setor, o ramo sucroalcooleiro tem enfrentado umas das piores crises da sua história.

De acordo com Lima e Dantas (2016), frente aos desafios impostos pela crise sucroalcooleira, torna-se imprescindível a gestão estratégica e eficaz das fábricas de açúcar e etanol, na busca incessante por competitividade e eficiência industrial. Popescu e Radu (2011) afirmam que uma posição estratégia apropriada para qualquer empresa depende principalmente de dois fatores: o primeiro, seus recursos e capacidades e, o segundo, o ambiente industrial. Uma empresa com boas capacidades e recursos, poderá tirar proveito disso de maneira inteligente, com boas escolhas de mix de produção e

melhorias nos produtos. Desta forma, a capacidade industrial, bem como sua confiabilidade, se tornam palavras-chave na competitividade das indústrias de maneira geral.

Portanto, segundo Pinjala, Pintelon e Vereecke (2006), a manutenção industrial tem se tornado fundamental no cenário de negócios industriais, uma vez que a estratégia de manutenção pode afetar positiva ou negativamente, aspectos competitivos da manufatura, como custo e qualidade. Assim, a demanda contemporânea para o departamento de manutenção é principalmente proporcionar boa articulação e estratégia, garantindo a maior disponibilidade e eficiência possível das máquinas e equipamentos.

Conforme Morad, Pourgol-Mohammad e Sattarvand (2014), um programa de confiabilidade, disponibilidade e manutenibilidade é crucial para um gerenciamento eficaz da manutenção. Embora não seja possível evitar todas as falhas, a aplicação deste programa é muito importante, pois conceitos e técnicas da Engenharia de Confiabilidade são colocados em prática, minimizando tanto a probabilidade de falhas (maior confiabilidade), quanto o impacto delas sobre o equipamento (melhor manutenibilidade).

De acordo com Birolini (2007), o objetivo da Engenharia de Confiabilidade é desenvolver métodos e ferramentas para avaliar e demonstrar a confiabilidade, disponibilidade e manutenibilidade de componentes, equipamentos e sistemas, bem como para apoiar os engenheiros de manutenção e produção. Neste intuito, a Engenharia de Confiabilidade atua no desenvolvimento de modelos de sistemas cada vez mais realísticos, facilitando previsões e inferências que apoiam a tomada de decisão.

Sabe-se que um dos campos de conhecimento abordados pela Engenharia de Confiabilidade é o estudo de sistemas reparáveis. Segundo Andrzejczak (2015), o sistema reparável consiste naquele que após sofrer uma falha, pode ser reparado para o estado de

desempenho totalmente satisfatório por qualquer método que não seja a substituição de todo o sistema.

Os sistemas reparáveis, segundo Gámiz, Kulasekera e Limnios *et al.* (2011), podem ser analisados por meio de modelos de confiabilidade baseados em processos estocásticos. Define-se um processo estocástico como sendo um conjunto de variáveis aleatórias (VA) que assumem diversos papéis, tais como, retratar o número de paradas industriais, tempos até o reparo, tempos até a próxima falha, número de falhas em sistema, dentre outros. Por meio de distribuições de probabilidades, o comportamento de cada VA pode ser modelado.

Segundo Gámiz, Kulasekera e Limnios *et al.* (2011), para a modelagem e estudo dos sistemas reparáveis baseados em processos estocásticos, deve-se atentar às diferentes políticas de reparo (manutenção): reparo perfeito, em que o sistema é restaurado a níveis de um novo; reparo mínimo, onde o sistema é reparado somente à condição imediatamente antes da falha, ou seja, continua velho; e reparo imperfeito, em que o reparo retorna o sistema a condições físicas intermediárias, entre o novo e o velho. Os modelos mais utilizados adotam políticas de reparos perfeitos e mínimos. Conforme a literatura clássica de Rausand e Hoyland (2004), os processos estocásticos mais usuais para modelagem de reparos perfeitos e mínimos são o Processo de Renovação (PR), incluindo o Processo Homogêneo de Poisson (PHP), e o Processo não Homogêneo de Poisson (PNHP).

Os sistemas caracterizados como PR retratam o nível mais otimista dentre os tipos de reparo, conhecido como reparo perfeito e dificilmente verificado na prática real. Significa considerar que, diante de toda e qualquer falha do sistema ao longo de sua vida, o mecanismo de reparo deve ser capaz de efetuar uma restauração perfeita, isto é, retornar o sistema a condição equivalente à de novo. Como no modelo baseado em PR a cada

reparo o sistema volta ao status de “novo”, é insignificante o tempo acumulado T desde que o sistema fora posto em operação pela primeira vez ($t = 0$), sendo relevante, ao cálculo da probabilidade de uma nova falha, somente o tempo de exposição após o último reparo, chamado aqui de Δt .

Para sistemas modelados via PNHP o reparo mínimo é adotado, o que reflete a visão pessimista das atividades de manutenção. Presume-se aqui que a ação de reparo torna o sistema tão ruim quanto um velho, ou seja, retorna o sistema a níveis semelhantes ao de imediatamente antes de falhar. Por dedução, considera-se no PNHP que não há melhoria na confiabilidade do sistema. No contexto de confiabilidade, o tempo acumulado T desde que o sistema fora posto em operação pela primeira vez ($t = 0$), passa a influenciar na probabilidade da próxima falha. Desta forma, a probabilidade da próxima falha será em função do tempo acumulado T e do intervalo de exposição Δt após o último reparo.

Sabe-se que o PR e o PNHP são limitados em termos práticos, uma vez que dificilmente casos extremos de reparo perfeito ou mínimo são observados na realidade. Em geral, os reparos melhoram os sistemas a níveis intermediários, pior do que novo e melhor do que velho. É dito então que o sistema sofreu um reparo imperfeito ou geral.

Literaturas importantes como a de Gámiz, Kulasekera e Limnios *et al.* (2011), e Rausand e Hoyland (2004) reúnem uma série de métodos para modelagem de sistemas sujeitos a reparos imperfeitos. Contudo, o modelo clássico para reparos imperfeitos foi proposto inicialmente por Brown e Proschan (1983), na publicação do artigo intitulado *Imperfect Repair*. Desde então, esse modelo tem passado por inúmeras extensões sugeridas por vários autores. Entretanto, segundo Gámiz, Kulasekera e Limnios *et al.* (2011), a extensão mais reconhecida é o Processo de Renovação

Generalizado (PRG), proposto primeiramente por Kijima e Sumita (1986), cuja abordagem é melhor detalhada no decorrer deste trabalho.

O PRG se enquadra na classe de modelos conhecidos nas bibliografias como *virtual age models* ou *effective age models*, os quais fazem suas considerações baseadas em uma idade virtual do sistema que, em outras palavras, é a idade fictícia acumulada que o sistema possuía antes do reparo, determinada em função dos diferentes reparos que o sistema sofreu em seu histórico de vida. Para o PRG, as atividades de reparo retornam o sistema a patamares variados, dependendo da qualidade do reparo (eficácia da manutenção). O nível de qualidade do reparo é dito pelo parâmetro q , chamado de parâmetro de rejuvenescimento. Esse índice representa a redução ou aumento na idade virtual do sistema em função do reparo.

Segundo Tanwar, Rai e Bolia (2014), a popularidade do PRG se dá em virtude da flexibilidade em representar os cinco estados possíveis de um sistema após o reparo. Estes estados são definidos em função das políticas de reparo. Anteriormente, foram mencionados três tipos de reparo: perfeito (proporciona estado de novo), mínimo (proporciona estado de velho) e imperfeito (proporciona estado intermediário). Mas, existem ainda, dois status extremos, passíveis de serem atingidos por meio de ações de reparo: reparo ótimo (estado melhor que novo) e reparo ruim (estado pior que velho). Portanto, o PRG permite modelar possibilidades compreendidas entre PR e PNHP, além de situações mais extremas. Por se tratar de um processo reconhecido, robusto e flexível, um modelo PRG foi escolhido para o desenvolvimento desta pesquisa.

Para obtenção de resultados consistentes na utilização de processos estocásticos, ressalta-se a importância da escolha apropriada de modelos de estimação dos parâmetros do PRG. Observado isso, a respeito dos modelos de estimação disponíveis na literatura, depara-se com duas vertentes principais: a primeira consiste na utilização de Estimadores

de Máxima Verossimilhança (EMV), conhecida por necessitar de um banco de dados de falhas completo no seu desenvolvimento e, a segunda, a utilização da Inferência Bayesiana que possibilita trabalhar com dados censurados e escassos, bem como com fontes alternativas de conhecimento, por exemplo, os especialistas.

Contudo, esta dissertação aplica um modelo de estimação sugerido Rocha (2006), que consiste na extensão dos modelos desenvolvidos por Groen (2002) e Jacopino (2005). Tal modelo utiliza a metodologia Bayesiana para estimação dos parâmetros do PRG, tendo em vista escassez e censura de dados, variados modos de falha e tempos incertos de falha. Após a escolha do processo estocástico a ser utilizado (PRG) e do modelo de estimação dos parâmetros (Inferência Bayesiana), necessita-se agora de outro modelo que será o modelo de estimação, possibilitando a obtenção de indicadores de desempenho relativos à confiabilidade. Para esta finalidade, é aplicado o modelo de acoplamento baseado em Processo Não Homogêneos de Markov (PNHM) sugerido por Rocha (2006). Tal abordagem viabiliza analisar a dinâmica comportamental do sistema, com diferentes arranjos (série, paralelo, *stand-by*) e integrações de modelos estocásticos na representação do comportamento das VA, bem como estimar indicadores de interesse à avaliação de confiabilidade.

Por fim, por meio da modelagem dita híbrida (por combinar modelos), desenvolveu-se um estudo de caso no setor sucroalcooleiro, a fim de aprimorar os mecanismos de avaliação da confiabilidade de sistemas reparáveis em setores ainda pouco explorados. Para tanto, as centrífugas de açúcar foram definidas como objetos de estudo (casos), observando-se principalmente o critério da criticidade perante o processo de produção de açúcar e etanol, de modo que a pesquisa obtenha relevância ao setor sucroalcooleiro, assim como a comunidade acadêmica. Logo, foram coletados dados de

falhas das centrífugas e o estudo de caso foi desenvolvido, conforme detalhado no capítulo 5.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivos Gerais

Apresentar e aplicar o modelo híbrido sugerido por Rocha (2006) no desenvolvimento de uma avaliação da confiabilidade de sistemas reparáveis em um estudo de caso das centrífugas de açúcar do setor sucroalcooleiro. Para isso, utilizar-se-á o PRG, juntamente com o modelo de estimação via Inferência Bayesiana, integrado (acoplado) ao modelo baseado em PNHM capaz de avaliar a dinâmica do sistema e estimar os indicadores de confiabilidade.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Revisar a literatura acerca dos assuntos pertinentes ao estudo de caso, bem como verificar nas abordagens recentes, artifícios que justifiquem a escolha do modelo híbrido descrito no capítulo 3 (PRG via Inferência Bayesiana combinado com PNHM);
- Desenvolver os códigos de programação no Matlab® para o PNHM e para o estimador Bayesiano do PRG, de modo a possibilitar a aplicação e simulação do modelo;
- Desenvolver todas as etapas do estudo de caso das centrífugas de açúcar (análise de confiabilidade), tais como, coleta de dados, aplicação e simulação do modelo, análise dos dados e resultados e conclusões.

1.2 Motivações e Justificativas

A elaboração deste estudo de caso por meio da modelagem, no setor sucroalcooleiro, é motivada e justificada basicamente em quatro itens:

- Na natureza das centrífugas (objetos de estudo) que se enquadram literalmente nos conceitos e definições de sistemas reparáveis, bem como suas técnicas de reparo equivalentes aos reparos imperfeitos, o que justifica a adoção de um modelo híbrido baseado no PRG (estimado via Inferência Bayesiana) com PNHM;
- Na demanda do setor por estudos e avanços que possam de certa forma contribuir com a competitividade e desenvolvimento do mesmo. Pode-se então, por meio do estudo, colaborar com o aperfeiçoamento das estratégias do departamento de manutenção, assim como da confiabilidade dos itens estudados. A fim de acrescer o valor da pesquisa, selecionou-se um item com elevada criticidade ao processo de fabricação de açúcar, as centrífugas, que são responsáveis pelo desfecho absoluto de toda a produção.
- No intuito de fomentar estudos de confiabilidade de sistemas reparáveis por meio de técnicas avançadas de modelagem conduzidas no Brasil e especialmente no setor sucroalcooleiro. Apesar de boas pesquisas terem sido desenvolvidas em alguns centros acadêmicos pontuais, nota-se diante das publicações brasileiras que pouco tem se estudado acerca do desenvolvimento e aplicação de modelos complexos de confiabilidade para sistemas reparáveis, menos ainda voltados ao setor sucroalcooleiro. Além disso, livros brasileiros sobre confiabilidade, tais como, Fogliatto e Ribeiro (2009), Lafraia (2014) e outros, não abordam temas como Processo Markovianos e modelos da classe *virtual age models*.
- Na intenção de desdobrar possíveis obstáculos que existam entre a prática e a teoria da Engenharia de Confiabilidade, com a aplicação de métodos teóricos para

colher resultados práticos, obtendo assim, conclusões palpáveis e de valia tanto à comunidade acadêmica quanto ao setor industrial.

1.3 Organização do Trabalho

No Capítulo 1, apresentou-se uma introdução de modo a contextualizar o leitor sobre os temas abordados no decorrer da dissertação. Os processos estocásticos baseados nas diferentes políticas de reparo foram comentados, tais como o PR e PNHP, introduzindo os aspectos principais da modelagem baseada em reparo imperfeito (PRG). Em seguida, foram definidos os objetivos da pesquisa, as justificativas e motivações e a organização do trabalho.

No Capítulo 2 inicia-se a revisão bibliográfica acerca dos temas abordados no estudo, indispensáveis ao entendimento e aplicação do modelo híbrido. Foram revistos temas como cálculo de probabilidades, funções e modos de falha, modelos paramétricos, processos estocásticos, Processos Markovianos e análise de sistemas reparáveis, juntamente como o detalhamento do PRG. Ao fim, uma revisão de literatura acerca dos trabalhos correlatos.

No Capítulo 3, o modelo híbrido utilizado no desenvolvimento do estudo de caso é apresentado. Neste momento, detalha-se de forma matemática, o modelo de estimação dos parâmetros do PRG por meio de Inferências Bayesianas. O modelo de acoplamento baseado em PNHM também é apresentado e por fim, um fluxograma com os passos para o desenvolvimento da modelagem.

No Capítulo 4 a metodologia de pesquisa é explicada, onde é comentado sobre a abordagem quantitativa do trabalho, e também sobre o método de pesquisa híbrido, composto pela combinação de estudo de caso exploratório com modelagem de simulação descritiva. Os passos fundamentais para a condução do método de pesquisa combinado foram reunidos em fluxograma e apresentados neste capítulo.

O Capítulo 5 consiste no desenvolvimento do estudo de caso propriamente dito. Portanto, apresenta-se o planejamento do estudo de caso, assim como os objetivos da pesquisa e os métodos de coleta de dados. Em seguida, são apresentados os resultados obtidos nas simulações do modelo híbrido, bem como as análises de disponibilidade e confiabilidade das centrífugas de açúcar.

Por fim, são apresentadas as revisões bibliográficas que embasaram esta dissertação, os apêndices e anexos. Nos apêndices encontram-se o formulário de coleta de dados, as tabelas de dados de falhas e os códigos de programação utilizados na simulação do modelo híbrido, em Matlab®, vide Apêndice C e D. Nos anexos encontram-se o termo para aquisição de dados e os algoritmos dos códigos do modelo híbrido, retirados de Rocha (2006).

CAPÍTULO 2:

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Este capítulo introduz conceitos fundamentais que serão essenciais ao entendimento do desenvolvimento deste trabalho. Em um primeiro momento, serão abordadas questões pertinentes ao estudo de sistemas reparáveis, tais como, dados censurados, taxas de falha e reparo e distribuições probabilísticas. Então, faz-se a conceituação dos processos estocásticos, tais como PR, PHP e PNHP e dos processos Markovianos, como o PNHM. Em seguida, são apresentados os aspectos relativos ao estudo de sistemas reparáveis e apresenta-se o PRG. Por fim, elaborou-se uma revisão de literatura acerca dos trabalhos correlatos. Durante esta dissertação, o termo sistemas é utilizado para representar itens, peças, componentes e equipamentos.

2.1 Noções sobre Manutenção

Segundo Rouzbahaneh (2015), toda ação destinada a manter um sistema em determinadas condições, ou mesmo restaurá-lo a uma condição desejada, pode ser chamada de manutenção. Xenos (2004) menciona que a manutenção consiste basicamente nas atividades existentes para evitar degradações de sistemas, provocadas pelo uso e pelo desgaste natural.

Avaliar atentamente a manutenção é essencial na obtenção de alguns ganhos: maximizar a disponibilidade, aumentar a confiabilidade, estender a vida útil, minimizar paradas não planejadas, garantir altos padrões de segurança, proteger o meio ambiente e evitar perdas financeiras (ROUZBAHANEH, 2015).

As diferentes metodologias de manutenção podem ser classificadas principalmente em três tipos: manutenção corretiva (MC), manutenção preventiva (MP) e manutenção preditiva (MPD).

A MC, de acordo com Lafraia (2014), engloba todas as medidas cabíveis para retornar um sistema que está em modo de falha em modo disponível para operar. Rouzbahaneh (2015) explica que a MC, denominada em sua pesquisa por manutenção reativa, frequentemente apresenta o maior custo em relação aos outros tipos de manutenção, pois agir somente após a ocorrência da falha, pode causar múltiplos danos aos outros componentes do sistema.

A MP, segundo Rouzbahaneh (2015), é a manutenção baseada no tempo e no conhecimento empírico das manufaturas. Para Xenos (2004), a MP envolve algumas atividades sistemáticas, tais como as reformas, substituição de peças, inspeções e outras que, realizadas periodicamente, devem se tornar as principais tarefas da manutenção em qualquer empresa. Por muitas vezes substituir peças antes dos seus limites de vida útil, a MP também pode resultar em custo elevado, embora evite que falhas ocorram, aumentando a disponibilidade dos equipamentos e reduzindo paradas indesejadas.

Para Rouzbahaneh (2015), a MPD é a manutenção baseada nas medições atuais e, com relação aos objetivos da manutenção, é a mais efetiva. Segundo Xenos (2004), a MPD permite definir o melhor momento para aplicação da MP, dada pela substituição e reformas de peças estendendo o intervalo de manutenção dos sistemas, pois possibilita prever quando uma peça se aproximará do seu limite de vida.

De forma geral, o objetivo da manutenção é reduzir a probabilidade de um sistema falhar, colocando-o em uma condição melhor do que estava antes da manutenção, assegurando a operação em níveis aceitáveis de desempenho durante o tempo estipulado (ROCHA, 2006).

Algumas metodologias de gestão estratégica de manutenção, voltadas à busca do desempenho eficaz dos sistemas produtivos, são adotadas frequentemente nas grandes empresas. Neste contexto, sobressaem-se algumas abordagens, tais como a *Reliability*

Centered Maintenance (RCM) e a *Total Productive Maintenance* (TPM). Para estudos mais aprofundados, literaturas como as de Rausand e Hoyland (2004) e Takahashi & Osada (1993) podem ser consultadas. Outra área de conhecimento dedicada ao aprimoramento do setor de manutenção é usualmente chamada de Engenharia de Confiabilidade, a qual tem o propósito principal de estudar, avaliar, mensurar e aprimorar a confiabilidade de sistemas, utilizando muitas vezes o estudo de dados de falhas.

Os dados de falhas são termos genéricos que podem representar inúmeras variáveis ligadas aos sistemas, tais como, tempos de degradação, tempos de corrosão, tempos entre falhas, tempos médios para falhas, tempos para reparos, vida útil, dentre outros. Basicamente, durante a aquisição de dados para estudos de confiabilidade, pode-se deparar com duas situações: dados completos (observados na sua totalidade) e censurados (não observados na sua totalidade).

2.1.1 Dados Censurados

Para campos de conhecimento sobre análise de dados, o termo censura surgiu com intuito de representar um processo de aquisição de dados que de certa forma foi interrompido sem que todas as variáveis desejadas pudessem ser observadas. Em linhas gerais, os dados são censurados quando a ocorrência de um evento qualquer não permite observar o tempo em que outros ocorrem. Por exemplo, ao término do período de pesquisa sobre efetividade de um dado tratamento clínico, pacientes ainda poderão estar em recuperação. Desta forma, não se conhece todos os tempos de recuperação, bem como os números de pacientes que obtiveram a cura completa. Isso ocorre porque a pesquisa foi encerrada, antes de observados todos os eventos desejados, angariando assim, dados censurados para os eventos observados. Se as variáveis foram observadas na sua totalidade, diz-se que os dados são completos.

Lee e Wang (2003) estudaram métodos estatísticos para análise de dados de sobrevivência, classificando a censura de dados em três tipos básicos:

- **Tipo 01 de Censura:** Muitas vezes, durante a aquisição de dados, não é possível aguardar que todos os eventos ocorram, seja por limitações de custo ou de tempo. O tipo 01 de censura propõe a fixação de períodos de tempo para a aquisição de dados. Para as áreas de manutenção, os tempos até as falhas do sistema podem ser os eventos observados. Portanto, dado um período de observação, os tempos até as falhas que ocorrerem dentro do período serão classificados como dados não censurados, exatos ou completos. Os que não ocorrerem serão os dados censurados. Durante a execução da MP, muitas falhas de um dado sistema serão evitadas, ou seja, em uma observação dos tempos até a falha em dado período, alguns tempos de algumas falhas não serão identificados, pois a MP as evitou antes mesmo que acontecessem, logo, diz-se que a MP provou um censura nos dados. A Figura 1 (a) apresenta os tempos de sobrevivência de um item, observados em um tempo pré-definido. Nota-se que o item C e E são os dados censurados ao término do período, pois não falharam.
- **Tipo 02 de Censura:** Neste método, em nível de censura fica a critério do observador, ou seja, ele pode simplesmente decidir pausar a aquisição de dados com certo número de ocorrência de eventos. Na Figura 1 (b), determinou-se o critério de parar a observação constatada a ocorrência de quatro eventos. O item C foi censurado e o item F, por motivos externos, foi retirado do processo de avaliação.
- **Tipo 03 de Censura:** Em alguns casos, os itens a serem observados poderão, por algum motivo, ser inseridos durante o período de estudo. Por exemplo, durante um período de estudo clínico, determina-se que os pacientes entrem em diferentes

períodos, sendo que, antes do fim do estudo, alguns podem ser retirados por motivos diversos (exemplo: morte) e outros permanecem vivos até o fim do estudo. A Figura 1 (c) exemplifica esta situação.

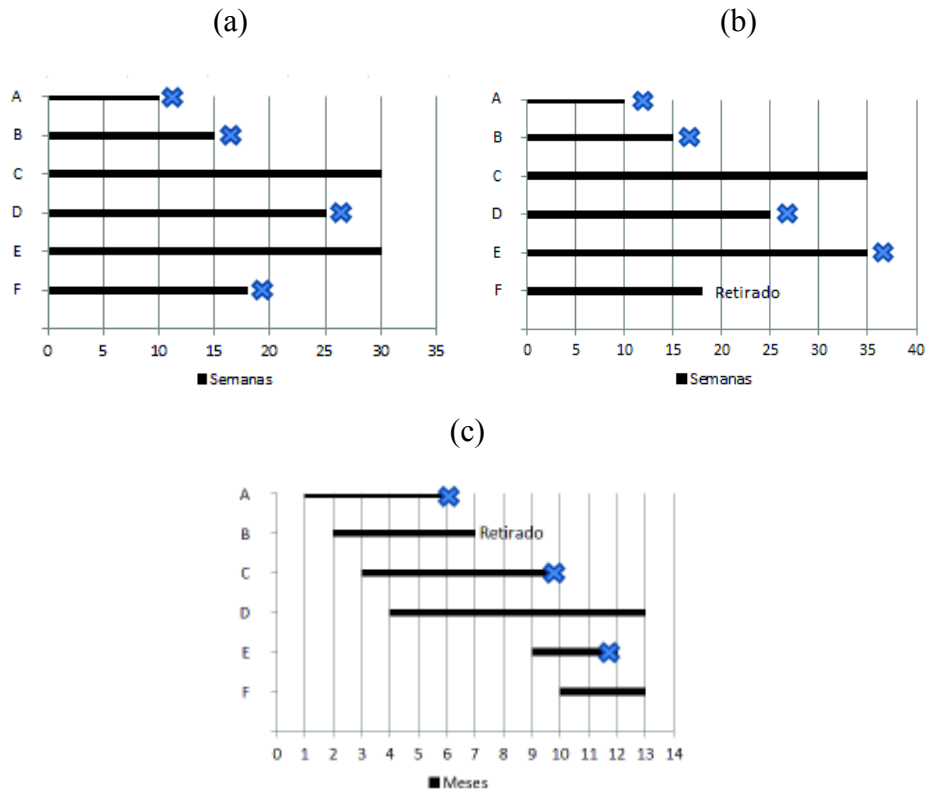


Figura 1- Exemplo de dados para censura do tipo 01 (a), 02 (b) e 03 (c)

Fonte: Adaptado de Lee e Wang (2003)

2.2 Probabilidade

2.2.1 Abordagem sobre Incerteza

Segundo Firmino (2004), de maneira geral, concluir sobre conjuntos de dados ou regras (domínio) requer simplificações. Durante processos de enquadramento ou afirmações de comportamentos, regras ou conhecimentos, geralmente, nota-se que há exceções. No entanto, frequentemente, essas não são totalmente relacionadas, por exemplo, “cão que late não morde”. A afirmação anterior desconsidera o fato que existem

exceções, ou seja, cães que latem e mordem, para efeito de simplificação, são desprezados.

Lidar com restrições no domínio de informações é o mesmo que lidar com incertezas. Para esses cenários necessita-se trabalhar com probabilidades (níveis de certeza) e não somente com valores lógicos (booleanos). De acordo com Charniak (1991), o maior benefício da análise probabilística sobre a lógica é possibilitar a tomada de decisões embora não existam dados suficientes para aprova-las. Charniak (1991) conclui que técnicas Bayesianas, oferecem ao pesquisador uma maneira conveniente para atacar uma série de problemas em que se deseja chegar a conclusões que não se justificam logicamente, mas, sim, probabilisticamente.

Pearl (1988) aliou técnicas da inteligência artificial e a abordagem bayesiana em um estudo no qual as crenças pudessem ser representadas supondo-se que, na ausência absoluta do conhecimento sobre o problema, conclusões sensatas devem ser adotadas. Segundo Pearl (1988), o objetivo da inferência Bayesiana é encontrar modos para que crenças sejam alteradas haja vista novas evidências, enquanto a inteligência artificial busca definir modelos computacionais para raciocínios sensatos.

Conforme descreve Firmino (2004), o conceito de que a probabilidade exige quantias expressivas de dados, a correlação de todos os resultados e de que é estimada de maneira imprópria por pessoas, desfavoreceu a inferência Bayesiana em várias situações, com isso, algumas áreas de aplicação da estatística evoluíram sentido às inferências empíricas, na forma da estatística clássica, baseada somente em dados.

A cerca do tratamento de incertezas, é relevante compreender que a modelagem por meio de técnicas Bayesianas, de um determinado processo, é desenvolvida dentro do conhecimento disponível sobre o mesmo, seja ele constituído por dados ricos e concisos ou subjetivos por intermédio de especialistas.

2.2.2 Cálculo das Probabilidades

Axiomas de Kolmogorov

De acordo com Moreira (2015), Komolgorov, por meio de seus axiomas, proporcionou ao cálculo das probabilidades uma base matemática sólida.

Dado um experimento qualquer e um espaço amostral S , a probabilidade é uma função que concede um número $P(A)$ para cada evento A , intitulada por probabilidade do evento A , e fornece o valor para a possibilidade de ocorrência de A . Para garantir que as atribuições de probabilidade sejam coerentes, axiomas de Komolgorov devem ser atendidos (MOREIRA, 2015).

Segundo Moreira (2015), para todo espaço amostral S e evento A_i para $i = (1, 2, 3 \dots)$ de S , são válidos os axiomas:

Axioma 01: $P(A) \geq 0$

As funções de probabilidade P relacionam somente valores não negativos às chances de ocorrência do evento A .

Axioma 02: $P(S) = 1$

O espaço amostral S contém todas as possibilidades de resultados para o evento A . Desta forma, a maior probabilidade atribuída a S é 1.

Axioma 03: Aditividade

3.1) *Dado $i = (1, 2, 3 \dots k)$, se o conjunto finito A é formado por eventos A_i mutuamente exclusivos, então $P(A_1 \cup A_2 \dots \cup A_k) = \sum_{i=1}^k P(A_i)$.*

3.2) *Dado $i = (1, 2, 3 \dots k)$, se o conjunto infinito A é formado por um conjunto enumerável de eventos A_i mutuamente exclusivos, então $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$.*

O axioma 03 expressa a ideia que, dado que dois eventos distintos não ocorram simultaneamente, a probabilidade de pelo menos um ocorrer é dada pela somatória das chances dos eventos individuais.

Qualquer função P que satisfaça os axiomas 01, 02 e 03, pode ser denominada probabilidade. Moreira (2015) menciona que os axiomas de Kolmogorov fizeram da teoria da probabilidade uma parte autônoma dentro dos campos de estudo da matemática, promovendo, principalmente do ponto de vista teórico, grandes avanços científicos.

Dependências e Condições Probabilísticas

Alguns conceitos podem ser úteis no cálculo de probabilidades, tais como, a independência entre eventos e a ocorrência de um evento condicionada à ocorrência de outro. Nota-se na Figura 2 que a probabilidade de ocorrer o evento A , dado a ocorrência do evento B , é a relação entre probabilidade conjunta da ocorrência de A e B e a probabilidade de ocorrência de B , logo $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B) = P(A)$, se $P(B) = 0$. Define-se assim, que $A \cap B$ são independentes se, a probabilidade de ocorrência de A , dado a ocorrência de B , permanece inalterada, logo $P(A \cap B) = P(A)$.

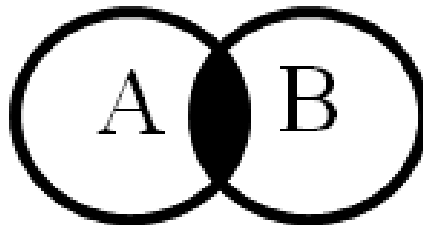


Figura 2 - Dependência entre eventos

Fonte: o autor (2017)

Definição 01 - Independência entre Eventos (FIRMINO, 2004)

Se os eventos de um subconjunto qualquer de A são independentes, a probabilidade conjunta de ocorrência dos mesmos é igual ao produto das suas probabilidades individuais, logo $P(\cap_i A_i) = \prod_i P(A_i)$.

Supondo que se deseja conhecer a probabilidade de ocorrência do evento A , considerando o conhecimento sobre a ocorrência de B . Então, pode-se dizer que se pretende na verdade atualizar o conhecimento sobre A baseando-se na ocorrência de B . Calcula-se esta atualização por meio da probabilidade condicional de A , dado a ocorrência de B .

Definição 02 – Probabilidade Condicional (FARIA, 2014).

Se a probabilidade de ocorrência do evento B é $P(B)$, então, dado a ocorrência de B , a probabilidade condicional para todo evento A é definida por $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B) = P(A)$, dado que $P(B) = 0$.

Para alguns experimentos pode ser relativamente tranquilo atribuir probabilidades condicionais, tornando possível calcular, por meio da regra do produto (multiplicação), a probabilidade de ocorrência simultânea dos eventos (FARIA, 2014).

Teorema 01 - Regra do Produto

Supondo que A_1 e A_2 sejam eventos tais que $P(A_1 \cap A_2) > 0$, então, pela Definição 02, conclui-se que $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1)$.

Teorema 02 - Regra da Cadeia

Supondo que $A_1, A_2 \dots A_n$ sejam eventos tais que $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots A_n) > 0$, então:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \dots A_{n-1}).$$

Pela probabilidade condicional, definição 02, é possível reescrever a segunda parte da equação do Teorema 02.

$$P(A_1 \cap \dots A_n) = P(A_1) \cdot \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_1)} \cdot \frac{P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)}{P(A_1 \cap A_2)} \cdot \frac{P(A_1 \cap A_2 \cap \dots A_n)}{P(A_1 \cap A_2 \cap \dots A_{n-1})} \quad (1)$$

Uma vez que $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots A_n) > 0$, todos os denominadores são positivos, sendo assim, todos os termos da multiplicação se cancelam, exceto o do último numerador $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots A_n)$, comprovando o Teorema 02.

Teorema 03 - Lei da Probabilidade Total

Segundo Rausand e Hoyland (2004), supondo que $B_1, B_2 \dots B_j$ para $j = (1, 2 \dots n)$ sejam eventos mutuamente exclusivos de um subconjunto contido no espaço amostral S e A um evento qualquer de S . Define-se a Lei da Probabilidade Total, expressada por:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A | B_i)P(B_i) \quad (2)$$

Teorema 04 - Regra de Bayes

Supondo que $B_1, B_2 \dots B_j$ para $j = (1, 2 \dots n)$ sejam eventos mutuamente exclusivos de um subconjunto contido no espaço amostral S e A um evento qualquer de S . Sabe-se que a probabilidade conjunta de A e B_j é igual a de B_j e A , descritas em notação científica por $P(A \cap B_j) = P(B_j \cap A)$. Aplicando-se o Teorema 01 nos dois lados da equação, tem-se que $P(A)P(B_j|A) = P(B_j)P(A|B_j)$.

Por meio das colocações descritas no parágrafo anterior é possível determinar que a probabilidade condicional para cada evento B_j , dado a ocorrência de um evento qualquer A :

$$P(B_j|A) = P(B_j) P(A|B_j) / P(A) \quad (3)$$

Conforme apresentado por Rausand e Hoyland (2004), aplicando-se o Teorema 03 no denominador da Eq. (3), obtém-se a equação final para a Regra de Bayes:

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^{\infty} P(A | B_i)P(B_i)} \quad (4)$$

Segundo Guimarães (2008), as distribuições de probabilidades componentes da Regra de Bayes são usualmente nomeadas por função a priori $P(A)$ e $P(B)$, função verossimilhança $P(A|B)$ e função a posteriori $P(B|A)$. De acordo com Ross (2010), a Eq. (4) é conhecida como a fórmula de Bayes (denominada Regra de Bayes por alguns

autores), em homenagem ao filósofo inglês Thomas Bayes. Ross (2010) explica que, supondo B_j como sendo as hipóteses, logo a Eq. (04) pode ser interpretada como as crenças existentes antes dos experimentos, cuja probabilidade $P(B_j)$ deve ser atualizada pelas evidências produzidas no experimento.

Para maior aprofundamento no estudo do cálculo de probabilidade, recomenda-se Rausand e Hoyland (2004), Ross (2010), Guimarães (2008) e Correa (2003).

Variáveis Aleatórias

Geralmente, ao se realizar um experimento qualquer, o interesse principal está em alguma função do resultado e não no resultado propriamente dito. Por exemplo, em um lançamento de dois dados, muitas vezes o interesse é no resultado da soma dos dois dados, e não no resultado de cada dado. Ou seja, pode-se estar interessado em verificar se a soma dos valores é igual a 8, não interessando se os resultados individuais foram (2,6), (3,5), (4,4), (5,3) ou (6,2). As grandezas de interesse são as funções reais, conhecidas como variáveis aleatórias (ROSS, 2010).

Para a introdução dos conceitos de funções de distribuição é importante o conhecimento da função variável aleatória. A variável aleatória fornece um número real para cada valor possível da grandeza de interesse, permitindo a utilização da matemática de forma irrestrita (FIRMINO, 2004).

Definição 03 – Variável Aleatória (FIRMINO, 2004).

Uma variável aleatória é uma função com argumento U , sendo o resultado um valor real.

Função Densidade Acumulada (CDF) e Função Densidade de Probabilidade (PDF)

Define-se uma Função Densidade Acumulada (CDF), ou *Cumulative Distribution Function*, de uma VA de um tempo t , como $F(t) = P(t \geq T)$. Considerando que o tempo

de vida de um sistema é não negativo, a distribuição de probabilidade deve ser positiva. Dado que a CDF seja derivável, a Função Densidade de Probabilidade (PDF), ou *Probability Density Function*, pode ser definida como a derivada da CDF conforme Eq. (5) (ROCHA, 2006).

$$f(t) = \frac{d}{dt}F(t) \rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (5)$$

2.3 Funções e Modos de Falha dos Equipamentos

Por senso comum, define-se falha como sendo a interrupção da capacidade de um equipamento ou sistema desempenhar a função requerida. As possíveis falhas normalmente são classificadas em Modos de Falha (MF). Entretanto, mesmo que fosse possível identificar todas as funções requeridas de um equipamento ou sistema, haveria muitas dificuldades em identificar todos os MF, pois uma função pode possuir muitos MF (ROCHA, 2006).

Uma boa avaliação de confiabilidade depende da habilidade em analisar um sistema, identificando todas as funções requeridas a sua boa operação. Esta avaliação é o principal subsídio para o analista definir os tipos de falhas para cada função, denominados neste trabalho por MF.

De maneira geral, um simples sistema pode ser decomposto em vários componentes. Todos os componentes devem desempenhar sua função requerida, de modo que, juntos, proporcionem ao equipamento ou sistema funcionar sistematicamente.

Por exemplo, um motor elétrico possui vários componentes, sendo um deles o rolamento. O rolamento é responsável por reduzir o atrito do giro mecânico do eixo do motor, permitindo o funcionamento pleno da máquina. Há inúmeros MF que podem interromper o bom funcionamento do rolamento, tais como, problemas na pista externa, folgas, oxidação, defeitos de fabricação. Para maior aprofundamento sobre modos de falha recomenda-se Lafraia (2014).

2.3.1 Taxas de Falha e Reparo

A função risco (denominada neste trabalho por taxa de falha) pode ser considerada a medida de confiabilidade mais difundida na prática. Pode ser entendida como a quantidade de risco associada ao tempo t (FOGLIATTO & RIBEIRO, 2009).

As Taxas de Falha (λ) e de Reparo (μ) podem ser definidas como sendo a intensidade em que um sistema transita de um estado operacional para o estado em falha e do estado em falha para o estado operacional, respectivamente (ROCHA, 2006).

A função $\lambda(t)$ pode ser determinada pelo limite da probabilidade do sistema falhar no intervalo Δt , dado que em T o sistema estava operando, Eq. (6). A função $\lambda(t)$ também pode ser definida em função da Eq. (5) da PDF, veja a Eq. (7) (RAUSAND e HOYLAND, 2004).

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t} \quad (6)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - \int_0^t f(s) ds} \quad (7)$$

Segundo Rausand e Hoyland (2004), para uma variável aleatória expressada pela função $\lambda(t)$, a CDF e a PDF podem ser definidas pelas Eq. (8) e (9). Analogamente, pode-se determinar a função $\mu(t)$, utilizando o tempo até o reparo, ao invés de utilizar o tempo até a falha.

$$F(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(s) ds} \quad (8)$$

$$f(t) = \lambda(t) e^{-\int_0^t \lambda(s) ds} \quad (9)$$

2.4 Modelos Paramétricos da Confiabilidade

As distribuições de probabilidade paramétricas são muito utilizadas para modelagem de tempos até a próxima falha, tempos médios entre falhas, dentre outros indicadores de interesse aos estudos de confiabilidade. Diferentemente das distribuições

não paramétricas (que não possuem estruturas equacionais pré-estabelecidas), essas possuem uma estrutura bem definida em função de parâmetros conhecidos. A seguir são apresentadas distribuições contínuas de probabilidade mais utilizadas na literatura.

2.4.1 *Distribuição de Probabilidade Exponencial*

Segundo Fogliatto e Ribeiro (2009), a distribuição exponencial é importante nos estudos de confiabilidade e apresenta a simplicidade matemática das expressões derivadas da exponencial, o que difundiu o seu uso nos estudos de confiabilidade, muitas vezes inadequado. Essa distribuição é indicada para modelagem de sistemas que possuem taxa de falha λ constante, isto é, quando a falha do sistema ocorre de maneira estritamente aleatória, momento este conhecido por período de maturidade do sistema.

A parametrização de uma distribuição exponencial é dada pela estimação da taxa de falha λ . A PDF da exponencial é dada pela Eq. (10). A confiabilidade é dada pela Eq. (11). A média é dada pela Eq.(12) e a CDF é dada pela Eq. (13).

$$f(t) = -\lambda \cdot e^{-\lambda t} \quad (10)$$

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (11)$$

$$\text{Tempo médio para falha (MTTF)} = 1/\lambda \quad (12)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (13)$$

2.4.2 *Distribuição de Probabilidade Weibull*

A distribuição de probabilidade Weibull é umas das mais utilizadas e relevantes nas modelagens de confiabilidade, em função da sua versatilidade e capacidade de representação de amostras de tempos até falha com comportamentos variados. Pode-se utilizar a Weibull na modelagem de sistemas com taxas de falha λ constante, estritamente crescente e estritamente decrescente (FOGLIATTO E RIBEIRO, 2009).

Parametriza-se uma distribuição Weibull estimando os parâmetros de forma (β) e escala (α). A PDF da Weibull é dada pela Eq. (14). A confiabilidade é dada pela Eq. (15). A taxa de falha é dada pela Eq. (16) e a CDF é dada pela Eq. (17).

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-(t/\alpha)^\beta} \quad (14)$$

$$R(t) = e^{-(t/\alpha)^\beta} \quad (15)$$

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \quad (16)$$

$$F(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^\beta} \quad (17)$$

2.5 Processos Estocásticos

Os processos estocásticos são muito utilizados nas modelagens de sistemas que possuem natureza randômica, isto é, aleatória. Estes sistemas geralmente sofrem eventos não controlados ou que ao menos se relacionam com aspectos não controlados, ditos aqui como eventos estocásticos.

Classificam-se os processos estocásticos em discretos e contínuos. Basicamente, dado que t representa o tempo, a coleção de variáveis randômicas $\{X(t), t \in T\}$ com valores em \mathbb{R} , é chamada de processo estocástico. Se o tempo é um subconjunto discreto de \mathbb{R} , então $X(t)$ é um processo estocástico discreto. Se o tempo é um intervalo de \mathbb{R}^+ , então $X(t)$ é um processo estocástico contínuo no tempo (KNILL, 2009).

De maneira geral, segue a definição de processos estocásticos:

Definição 04 – Processo Estocástico (ROCHA, 2006).

Um processo estocástico $\{X(t), t \in T\}$ consiste em um conjunto de VA, sendo $X(t)$ uma VA para cada $t \in T$, onde t representa o tempo e $X(t)$ o estado de um processo no tempo.

2.5.1 Processo de Contagem

Uma vez que estamos lidando com sistemas reparáveis, consideramos que o sistema sofre várias falhas ao longo do tempo, por isso precisamos de um modelo estocástico para descrever a ocorrência de eventos (que são falhas do sistema) no tempo, isto é, um processo de contagem (GÁMIZ, KULASEKERA, LIMNIOS, 2011).

Definição 05 – Processo de Contagem (GÁMIZ, KULASEKERA, LIMNIOS, 2011).

O processo de contagem é o processo estocástico $\{N(t); t \geq 0\}$, onde $N(t)$ é a VA que denota o número de falhas que ocorreram no intervalo $(0, t]$. Então, a contagem do número de falhas no período $(t_1, t_2]$ é dada pela Eq. (18).

$$N(t_1, t_2] = N(t_2) - N(t_1) \quad (18)$$

A fim de modelar um processo estocástico como um de contagem, é preciso determinar a distribuição conjunta das VA $N(t_1), N(t_2), \dots, N(t_n)$, dado um n qualquer e $t = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ (RIGDON & BASU, 2000).

Segundo Gámiz, Kulasekera, Limnios (2011).a função média do processo de contagem $M(t)$ é o número de falhas no tempo t , sendo uma função não decrescente em t . Verifica-se então que $M(t)$ é uma função contínua à direita. A Definição 06 apresenta a função média $M(t)$. A Definição 07 apresenta o conceito de incrementos estacionários para processos estocásticos de contagem.

Definição 06 – Função Média de um Processo de Contagem (GÁMIZ, KULASEKERA, LIMNIOS, 2011).

Dado que $\{N(t); t \geq 0\}$ é um processo de contagem, a função média do processo é definida como a esperança matemática, Eq. (19).

$$M(t) = E(N(t)) \quad (19)$$

Definição 07 – Incrementos Estacionários (RIGDON & BASU, 2000)

Considerando que a distribuição do número de falhas de um sistema, que ocorrem em um período de tempo qualquer $(t, t + \Delta t]$, depende apenas do tamanho do período (intervalo), não importando a distância do início da operação do sistema (origem), define-se que um processo de contagem dispõe de incrementos estacionários para todo k que não depende de t , conforme Eq. (20).

$$P(N(t, t + \Delta t] = k) \quad (20)$$

2.5.2 Taxa de Ocorrência de Falha e Função Intensidade

Quando os eventos de um processo de contagem são falhas, a taxa do processo é frequentemente chamada de Taxa de Ocorrência de Falhas, em inglês, *Rate of Occurrence of Failures* (ROCOF) (RAUSAND e HOYLAND, 2004).

Definição 08 – Taxa de Ocorrência de Falhas (GÁMIZ, KULASEKERA, LIMNIOS, 2011).

Quando a função média do processo de contagem $M(t)$ é derivável, a função ROCOF pode ser definida pela Eq. (21).

$$\gamma(t) = \frac{d}{dt} M(t) \quad \text{para } (t \geq 0) \quad (21)$$

Esta função é usualmente interpretada como a taxa instantânea de mudança no número de falhas. Funções semelhantes, tais como, a função intensidade incondicional e

a função intensidade condicional serão apresentadas nas definições 09 e 10, respectivamente.

Definição 09 – Função Intensidade Não Condicional (GÁMIZ, KULASEKERA, LIMNIOS, 2011).

Dado que $\{N(t); t \geq 0\}$ é um processo de contagem, a função intensidade não condicional (incondicional) é dada pela Eq. (22).

$$\lambda_{nc}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t + \Delta t] = 1)}{\Delta t} \quad (22)$$

Segundo Gámiz, Kulasekera, Limnios (2011) a probabilidade de falha em um pequeno intervalo de tempo pode ser aproximada pelo produto entre a função intensidade e o tamanho do intervalo de exposição. Para intervalos onde $\lambda_{nc}(t)$ é alta, se espera muitas falhas, da mesma forma, quando $\lambda_{nc}(t)$ é baixa, se espera poucas falhas.

Para processos onde falhas simultâneas não são possíveis (processos chamados ordenados), considera-se que a função intensidade (incondicional) é igual à função ROCOF, $\lambda_{nc}(t) = \gamma(t)$. Na definição, a função intensidade nada diz sobre a história do sistema até t , já que o único interesse é a falha seguinte, que não é necessariamente a primeira. Por outro lado, para a função risco, o histórico do sistema até t aparece implícito, uma vez que a probabilidade da falha (agora a primeira) está sendo calculada, dado que o sistema ainda não falhou (GÁMIZ, KULASEKERA, LIMNIOS, 2011).

Embora a função média $M(t)$, o ROCOF $\gamma(t)$ e a função intensidade incondicional $\lambda_{nc}(t)$ sejam conceitos amplamente utilizados na descrição de processos de contagem, eles não caracterizam completamente as propriedades estocásticas do processo. Assim, uma informação mais completa é necessária, dada pela função intensidade condicional, apresentada na definição 10 (GÁMIZ, KULASEKERA, LIMNIOS, 2011).

Definição 10 – Função Intensidade Condicional (GÁMIZ, KULASEKERA, LIMNIOS, 2011).

Dado que f_{t-} denota a história do sistema (não inclusa) operante para o tempo t . Considere que f_{t-} é dado pelo conjunto $\{N(s), 0 \leq s \leq t\}$, contendo, portanto, todas as informações sobre as falhas do passado, isto é, até t , e é chamado de filtração. Então, a função intensidade condicional é definida na Eq. (23).

$$\lambda_c(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t + \Delta t] \geq 1 | f_{t-})}{\Delta t} \quad (23)$$

Esta função não deveria, em geral, ser confundida com o ROCOF $\gamma(t)$, dado na definição 08, nem, naturalmente, com a função de intensidade incondicional $\lambda_{nc}(t)$ dado na definição 09. No entanto, no caso particular de PNHP, como veremos a seguir, a intensidade condicional depende da história do processo só através do tempo t , isto é, ao contrário de outros modelos mais complexos, $\lambda_c(t)$ é uma função de tempo (determinística) somente de t e é verdade que $\lambda_c(t) = \gamma(t)$ (GÁMIZ, KULASEKERA, LIMNIOS, 2011).

Como exemplo de uma função intensidade de falha, pode-se destacar a função do modelo *Power Law*.

Power Law

Um modelo *Power Law* para seguir uma distribuição de probabilidade Weibull, por exemplo, considera os parâmetros de forma β e de escala α , para o tempo até a primeira falha de um sistema qualquer. Neste caso, o modelo *Power Law* pode ser chamado de processo de Weibull, pois a intensidade de falha assume a mesma forma da taxa de falha instantânea para uma distribuição de Weibull, sendo representado por:

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \quad (24)$$

2.5.3 Processo de Renovação

Processos de Renovação (PR) são dedicados geralmente à modelagem de um sistema que possui reparos perfeitos, isto é, ao sofrer um reparo, torna-se bom como um sistema novo. Segundo Rocha (2006), considera-se no PR que os tempos entre falhas do sistema são independentes e identicamente distribuídos. A seguir, é apresentada a definição do PR.

Definição 11 – Processo de Renovação (GÁMIZ, KULASEKERA, LIMNIOS, 2011)

Um processo por ser dito PR se, depois de colocado em operação no tempo $t=0$, sofre reparo perfeito em todas as ocorrências de falhas, por sucessivas vezes, resultando em uma sequência de VAs (tempos até as próximas falhas) que são independentes e identicamente distribuídas.

No contexto de confiabilidade, afirmar que os tempos entre falhas são independentes e identicamente distribuídos, significa dizer que o sistema não possui memória. O histórico de falhas e reparos não é importante, pois não influencia nas futuras ocorrências de falhas. Logo, a ocorrência de falha no sistema é dependente somente do tamanho do intervalo de exposição após a última ação de reparo (ROCHA, 2006).

2.5.4 Processo de Poisson

Segundo Bernardo & Smith (2000), uma VA de x possui uma distribuição de Poisson se for discreta e possuir a função probabilidade igual a:

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad (25)$$

Definição 12 – Processo de Poisson (ROCHA, 2006)

Um processo de contagem $N(t)$ é considerado um Processo de Poisson (PP) quando:

- i. $N(0) = 0$;
- ii. $N(a, b]$ e $N(c, d]$ são independentes para qualquer $a < b \leq c < d$, a v. a (incrementos independentes);
- iii. Existe uma função de intensidade do processo de Poisson λ dada pela Eq. (26):

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t + \Delta t] = 1)}{\Delta t} \quad (26)$$

- iv. Não há probabilidade de ocorrência de duas ou mais falhas em um pequeno intervalo de tempo, Eq. (27):

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t + \Delta t] \geq 2)}{\Delta t} \quad (27)$$

2.5.5 Processo Homogêneo de Poisson

O Processo Homogêneo de Poisson (PHP) é um PR. Os tempos entre falhas de um PHP podem ser representados por uma distribuição exponencial, com taxa de falha λ . Segundo Rausand e Hoyland (2004), λ pode ser chamada de intensidade ou frequência de eventos (taxa), uma vez que são iguais para processos independentes e identicamente distribuídos.

A taxa de falha λ para um PHP é constante, não variando no tempo. Desta forma, o PHP não pode ser utilizado para modelagem de processos onde a taxa de eventos é variável no tempo, por exemplo, processos que são expostos a variações sazonais e sistemas que melhoram ou deterioram (RAUSAND e HOYLAND, 2004).

Definição 13 – Processo Homogêneo de Poisson

Um processo é dito PHP quando possui taxa de falha (intensidade) λ constante no tempo, em que os tempos entre falhas são independentes e identicamente distribuídos seguindo uma distribuição de probabilidade exponencial.

2.5.6 Processo não Homogêneo de Poisson

O Processo Não Homogêneo de Poisson (PNHP) é um PP para o qual a taxa de falha e a função intensidade são variáveis no tempo t (inconstantes). Nota-se que o modelo PNHP não possui necessariamente a propriedade de incremento estacionário. Assume-se então, que existem períodos que são mais prováveis a ocorrência de falhas do que outros, e, portanto, os tempos entre falhas são, geralmente, não independentes e não identicamente distribuídos (RAUSAND e HOYLAND, 2004).

Definição 14 – Processo Não Homogêneo de Poisson

O PNHP consiste em um processo de Poisson cuja taxa de falha e função intensidade não são constantes, podendo assumir propriedades de incrementos independentes, e, não necessariamente, estacionários.

Processos como este, representam uma condição negativa quanto à qualidade do reparo, o qual, por sua vez, é realizado a fim de assegurar somente que o sistema volte a operar, não atribuindo melhorias na confiabilidade do sistema. Desta maneira, diz-se que o reparo foi imperfeito, pois retornou o sistema somente ao nível de confiabilidade que possuía imediatamente antes da última falha.

Logo, assume-se no PNHP que o tempo de operação do sistema (histórico) desde o início ($t = 0$) passa a interferir na probabilidade de ocorrência das próximas falhas. Então, a probabilidade da próxima falha dependerá de duas variáveis: o histórico do sistema (tempo de operação = T) e o tempo de exposição após o último reparo Δt (ROCHA, 2006).

Por dedução, o modelo PNHP se comporta de modo que em função do aumento do tempo de operação do sistema (histórico) desde o início ($t = 0$), as falhas são esperadas cada vez mais com mais intensidade. Ou seja, a cada reparo que o sistema é submetido, os intervalos entre as falhas são diminuem, e assim sucessivamente.

2.6 Processos de Markov

O processo de Markov trata-se de um processo estocástico caracterizado pela ausência de memória, ou seja, o processo não é dependente do histórico dos eventos do sistema (propriedade Markoviana) para ações futuras. Significa dizer que apenas o estado atual do sistema pode influenciar nas futuras mudanças de estado. Tal processo é denominado processo de Markov, o qual, por definição, assume apenas um conjunto finito de estados que geralmente são representados por grafos, ditos diagramas de espaço-estado, também conhecidos como cadeias de Markov (NORRIS, 1997).

Sericola (2013) argumenta que o processo de Markov é muito importante e amplamente utilizado em vários domínios, como na investigação operacional, ciência da computação e sistemas distribuídos, redes de comunicação, biologia, física, química, economia, finanças e ciências sociais. Em confiabilidade, os processos de Markov são úteis na modelagem de sistemas redundantes, sistemas complexos com múltiplos modos de falhas, dentre outros. A modelagem Markoviana, na prática, permite à engenharia de confiabilidade obter inúmeros indicadores úteis, tais como, frequências de falhas, frequências de reparos, disponibilidade de sistemas complexos, entre outros.

De acordo com Rocha (2006), as transições entre estados, em um processo Markoviano, seguem modelos probabilísticos que devem ser tratados adequadamente ao estudo. Segundo o mesmo autor, os processos estocásticos que conduzem estas transições classificam-se em Processos Homogêneos de Markov (PHM) e Processos Não

Homogêneos de Markov (PNHM). Os homogêneos são caracterizados pelas taxas de falha e reparo constantes no tempo e, de maneira contrária, os não homogêneos, possuem taxas de falha e reparo variáveis no tempo.

Segundo Stroock (2014), processos em que a distribuição de estados futuros depende somente do estado em que o sistema se encontra no momento da mudança, desprezando históricos (movimentações passadas), são ditos detentores da propriedade Markoviana. Conforme comenta Sericola (2013), esta propriedade permite uma redução considerável dos parâmetros necessários para representar a evolução de um sistema no tempo.

2.6.1 Propriedade Markoviana

Sericola (2013) explica que a propriedade Markoviana significa que, para um processo estocástico estabelecido, se o estado do processo é conhecido para um dado tempo t , então o passado e o futuro, com respeito a este tempo, são independentes. O mesmo autor complementa, se o estado de um processo Markoviano é conhecido em um dado tempo, prever o futuro no que diz respeito a este estado, não requer qualquer informação sobre o seu passado. Ressalta-se que tanto o processo homogêneo quanto o não homogêneo são detentores da propriedade Markoviana, que é também reconhecida na literatura como sendo a hipótese Markoviana.

Definição 15 Propriedade Markoviana

Considere um processo estocástico $\{X(t): t = 0,1,2, \dots\}$, tal que $X(t) = i$, onde i representa o estado do processo no tempo t , em que a probabilidade de transição para outro estado denominado j , é descrita por P_{ij} . Se o estado futuro $X(t + \Delta t)$ é conhecido e a probabilidade de alterações futuras do processo permanecem as mesmas diante de informações do passado, então:

$$P\{X(t + \Delta t) = j | X(t) = i, X(u)\} = P\{X(t + \Delta t) = j | X(t) = i\} \quad (28)$$

onde para todo $X(u)$, $0 \leq u < t$, tem-se um processo estocástico que atende a propriedade Markoviana.

2.6.2 Probabilidade de Transição entre Estados e Disponibilidade

Considere um processo estocástico $\{X(t): t = 0, 1, 2, \dots\}$ que satisfaz a propriedade Markoviana. Seja $X(t) = j$ e $X(t + \Delta t) = i$, onde i é o estado atual no tempo t e j é o estado futuro no tempo $t + \Delta t$, define-se que a probabilidade do processo Markoviano contínuo no tempo transitar do estado i para o estado j , é igual a $P_{ij}(t)$:

$$P_{ij}(t) = P\{X(t + \Delta t) = j | X(t) = i\} \quad (29)$$

Segundo Sericola (2013), seja o tempo $t > 0$, temos que $P(t + \Delta t) = P(t) + P(\Delta t)$, para todo $i, j = \{1, 2, 3, \dots, r\}$, portanto a equação de Chapman-Kolmogorov pode ser definida como:

$$P_{ij}(t + \Delta t) = \sum_{k=0}^r P_{ik}(t) \cdot P_{kj}(\Delta t); \quad t > 0 \quad (30)$$

A Eq. (30) expressa que, para transitar para o estado j , no tempo $t + \Delta t$, iniciando do estado i , tem que se estar em qualquer estado k no tempo t , então, iniciando de estado k , temos que estar no estado j no tempo Δt (SERICOLA, 2013).

Conforme demonstrações matemáticas de Sericola (2013), para $i, j = (1, 2, 3, \dots, r)$, a probabilidade de transição de atender as condições a seguir:

$$P_{ij}(t) \geq 0 \quad t > 0 \quad (31)$$

$$\sum_{j=0}^r P_{ij}(t) = 1 \quad t > 0 \quad (32)$$

As taxas de transição do estado i para j podem ser definidas conforme Eq. (33).

$$q_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[X(t + \Delta t) = j | X(t) = i]}{\Delta t} \quad (33)$$

Disponibilidade do Modelo de Markov

Para estimação da disponibilidade dos modelos Markovianos admite-se algumas considerações intuitivas. Portanto, é razoável supor que qualquer modelo é composto por no mínimo dois subconjuntos de possíveis estados: o primeiro, denominado D, consiste nos estados em que o sistema está operante (disponível) e, o segundo, denominado I, compreende os estados não operantes (indisponíveis). Logo, por analogia, entende-se que um sistema modelado via técnicas Markovianas compreende pelo menos dois estados (operante ou não operante). Para tanto, segundo conclusões de Rocha (2006), estima-se a disponibilidade $A(t)$ do sistema em função da probabilidade do modelo Markoviano estar nos estados compreendidos pelo subconjunto D no tempo t , conforme apresenta a Eq. (34). Aplicando o tempo t tendendo a infinito, obtém-se a disponibilidade em regime estacionário, assim como está definido na Eq. (35).

$$A(t) = \sum_{k \in D} P_k(t) \quad (34)$$

$$A_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{k \in D} P_k(t) \quad (35)$$

Outro parâmetro interessante que pode ser obtido da modelagem Markoviana são números de visitas aos estados de indisponibilidade do sistema. Este indicador pode nortear as estratégias de manutenção na tomada de decisões, por exemplo, em substituir uma tecnologia ou criar uma redundância aos mecanismos que mais necessitaram de reparos. Em um intervalo de tempo t , onde $\lambda_{k:i_k}$ é a taxa de transição do estado $d \in D$, d_j para o estado $i \in I$, i_k , o número de visitas a um estado não operante é igual ao número de transições de um estado d_j para i_k , sendo estimado utilizando-se a Eq. (36) (ROCHA, 2006).

$$f = \sum_{k:i_k \in I} \sum_{d_j \in D} \int_0^t P_{d_j}(\tau) \cdot \lambda_{d_j:i_k} \cdot d\tau \quad (36)$$

2.7 Estudo de Sistemas Reparáveis e Não Reparáveis

Um sistema é dito não reparável quando é descartado após sua primeira falha. A necessidade do descarte pode surgir em função de vários motivos: baixo custo-benefício de reparo, impossibilidade de reparo, entre outros.

O sistema reparável, por sua vez, é aquele que após falhar na execução de uma ou mais das suas funções, pode ser restaurado para o estado de desempenho totalmente satisfatório por qualquer método que não seja a substituição de todo o sistema (ANDRZEJCZAK, 2015).

Todo reparo pode ser classificado em diferentes níveis que estão relacionados às melhorias agregadas ao sistema após o término da manutenção. As melhorias conseguidas no reparo variam entre retornar o sistema a um estado idêntico ao novo (reparo perfeito) ou retorna-lo a uma condição semelhante a que o sistema possuía pouco antes da falha (reparo mínimo). Em casos extremos, o reparo pode melhorar o sistema a condições melhores do que se fosse novo, ou mesmo, coloca-lo em um estado considerado pior do que estava pouco antes de falhar. De maneira geral, segundo Rausand e Hoyland (2004), os reparos podem ser classificados em três tipos:

- **Reparo Perfeito:** reestabelece o sistema a um nível tão bom quanto um novo;
- **Reparo Imperfeito:** reestabelece o sistema a um nível intermediário, isto é, pior que o novo e melhor que o velho;
- **Reparo Mínimo:** reestabelece o sistema um nível tão ruim quanto um velho;

A modelagem probabilística para sistemas reparáveis pode, muitas vezes, ser limitada por tratar ações de reparo como fatos booleanos, ou seja, considerar somente dois tipos de reparos: perfeito e mínimo. Para maior abstração da realidade dinâmica dos reparos, modelos alternativos foram propostos nas literaturas, com objetivo de permitir a modelagem dinâmica dos reparos intermediários (imperfeito). Mais adiante, estes modelos serão abordados.

2.7.1 Considerações para Processos Contínuos de Sistemas Reparáveis

Dado um sistema reparável que foi colocado em operação no tempo $t = 0$, supõe-se que quando ocorrer uma falha, o reparo será realizado e a funcionalidade do sistema será reestabelecida. O tempo de reparo será desconsiderado, uma vez que é desprezível em relação ao tempo de operação do equipamento. Quando ocorrer a segunda falha, o sistema será novamente reparado e assim sucessivamente. Desta forma, o interesse será na sequência dos tempos de falhas. A primeira VA de interesse é o número de falhas $N(t)$ no intervalo $(0, t]$. Este processo estocástico particular $\{N(t), t \geq 0\}$ é chamado de *processo contínuo* (RAUSAND e HOYLAND, 2004).

Considere ainda, que a VA do tempo de ocorrência de falhas é representada por T , sendo a primeira falha T_1 , a segunda falha T_2 e assim sucessivamente. Temos a sequência de tempos até a falha T_i , onde $T_0 = 0$ e $T_i : \{i = 1, 2, \dots\}$. Têm-se então a VA dos tempos entre falhas como $h_i = T_i - T_{i-1}$. A Figura 3 ilustra todas estas considerações para o sistema reparável.

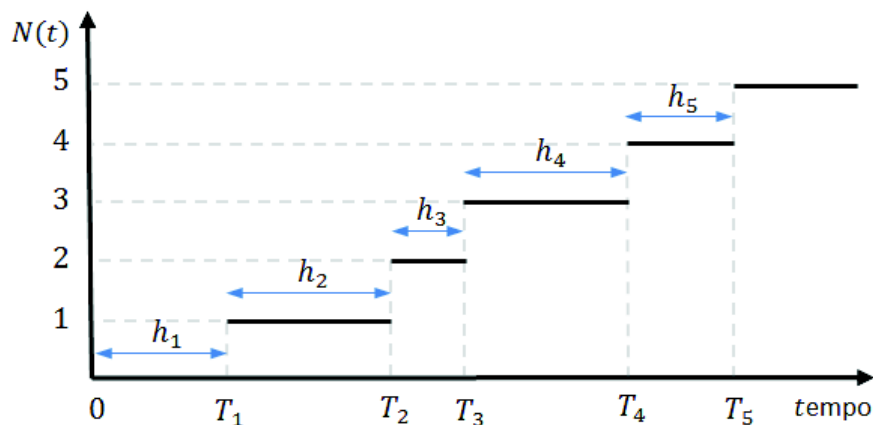


Figura 3 – Número de falhas $N(t)$, tempo até as falhas T_i e tempo entre falhas h_i

Fonte: adaptado de Rausand e Hoyland(2004)

2.7.2 Modelagens para Sistemas Reparáveis

Gámiz, Kulasekera, e Limnios (2011) relatam que a modelagem e estudo dos sistemas reparáveis baseados em processos estocásticos, deve se atentar às diferentes políticas de reparo (manutenção): reparo perfeito, reparo mínimo e reparo imperfeito. Segundo Toledo, Freitas e Colosimo *et al.* (2015), a maioria dos modelos disponíveis adotam políticas de reparo perfeito ou mínimo. Rausand e Hoyland (2004) apresenta que os processos estocásticos mais usuais para modelagem de reparos perfeitos e mínimos são o Processo de Renovação (PR) – juntamente com o Processo Homogêneo de Poisson (PHP) – e o Processo não Homogêneo de Poisson (PNHP). A Figura 4 apresenta os tipos de reparos e seus respectivos modelos.

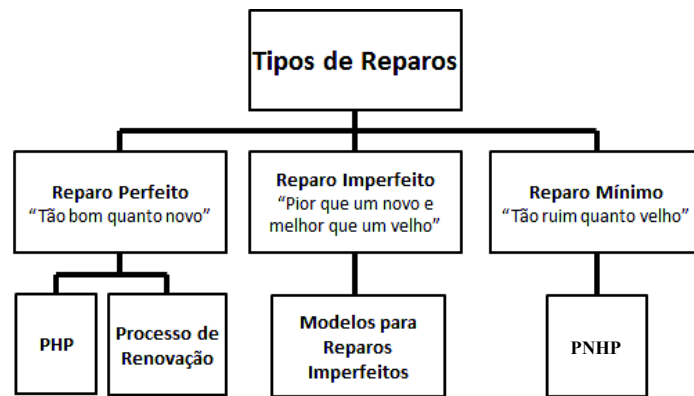


Figura 4 – Tipos de reparos e processos estocásticos

Fonte: Adaptado de Rausand e Hoyland (2004)

De acordo com Rocha (2006), o PR é um processo estocástico de contagem pontual em que o tempo entre falha é uma VA independente e igualmente distribuída, podendo ser representado por distribuição arbitrária, não necessariamente Exponencial. Segundo Rausand e Hoyland (2004), quando se utiliza o PR a ação de reparo é considerada perfeita, isto é, o sistema é restaurado a níveis de como se fosse novo ao término do reparo.

Conforme Rausand e Hoyland (2004), o PNHP estatisticamente assume que os dados não são independentes e igualmente distribuídos. Segundo o autor este modelo é

utilizado para ações de mínimo reparo, quando o reparo objetiva somente reestabelecer o sistema em níveis semelhante ao que era antes da falha. Na prática, o mínimo reparo não ocorre frequentemente, sendo mais usual em processo de produção contínua, quando não se pode parar a produção e função de falhas em sistemas e o reparo perfeito não é possível em função da falta de componentes no estoque. Nesta situação, pode-se optar pelo mínimo reparo para retomar a produção com intuito de suportar tempo o suficiente para que o componente chegue e um reparo melhor possa ser conduzido.

No entanto, muitas vezes, as ações de um reparo levam o sistema a uma condição mediana, isto é, entre o reparo perfeito e mínimo. Logo, caracteriza-se como reparo geral (maioria dos reparos), o reparo imperfeito que melhora o sistema a um nível intermediário de desempenho.

O modelo utilizado neste trabalho é chamado de Processo de Renovação Generalizado e foi proposto inicialmente por Kijima e Sumita (1986). O modelo é generalista quanto à capacidade de representar diversos estados possíveis para o desempenho do sistema após passar por reparos, inclusive os casos extremos, quando o reparo melhora ou piora o sistema. Na seção seguinte, encontra-se o aprofundamento sobre esta metodologia.

2.7.3 Processo de Renovação Generalizado

O Processo de Renovação Generalizado (PRG) foi proposto por Kijima e Sumita (1986) para tratamento dos diversos tipos de reparo. Pertence a uma classe de modelos denominados *Virtual Age Models*, modelos baseados na idade virtual. Esses modelos consideram o reparo segundo o nível de redução sob a idade real do sistema, segundo Tanwar, Rai e Bolia (2014).

Os modelos para tratamento de reparos imperfeitos (gerais) são considerados generalizações de modelos para reparos perfeitos e mínimos. Portanto, o PRG é o modelo

de generalização dos modelos PR e PNHP, pois abrange o conjunto de soluções possíveis entre reparos perfeitos e mínimos, bem como extremos compreendidos pela melhora ou piora o sistema. Desta forma, o PRG utiliza-se da variável q para representar o nível de rejuvenescimento do sistema após o reparo. Segundo Tanwar, Rai e Bolia (2014), o parâmetro q pode assumir valores que permitem representar os principais tipos de reparo:

- $q = 0$ – Reparo perfeito, logo, a idade virtual é anulada após o reparo;
- $0 < q < 1$ – Reparo imperfeito, logo, a idade virtual é uma fração da real;
- $q = 1$ – Reparo mínimo, logo, a idade virtual é igual à idade real.

Para os casos extremos de reparos, q pode assumir outros valores. Se $q < 0$, sabe-se que o reparo originou um melhora substancial no sistema ao ponto de ser melhor do que quando era novo. Essa situação geralmente está vinculada a uma mudança do projeto. Se $q > 1$, o reparo originou problemas ao sistema que antes não existiam, deixando o sistema em piores condições do que antes da falha. Note que o valor de q é inversamente proporcional à eficácia da manutenção (qualidade do reparo) (VEBER, NAGODE, FAJDIGA 2008).

Segundo Veber, Nagode, Fajdiga (2008), q pode ser visto como um indicador para representar a eficácia e a qualidade do reparo. O ideal seria se todos os tipos de reparo retornassem o sistema para condições similares às de novos ($q = 1$), entretanto, na prática, isso não ocorre. De modo geral, os reparos são imperfeitos, isto é, promovem melhorias nos sistemas, no entanto, não em todos os sentidos ao ponto de deixa-los novos. Para compreender melhor o comportamento da aplicação dos diferentes tipos de reparo, Kijima e Sumita (1986) propuseram o conceito de idade virtual, ilustrado pela Figura 5, que é fundamental ao entendimento do PRG.

Note, na Figura 5, que y_i e x_i representam a idade virtual e real, respectivamente. A diferença, $y_i - x_i$, consiste na idade virtual reduzida por meio do tipo de reparo, ou outras palavras, na melhoria agregada ao sistema em função do reparo.

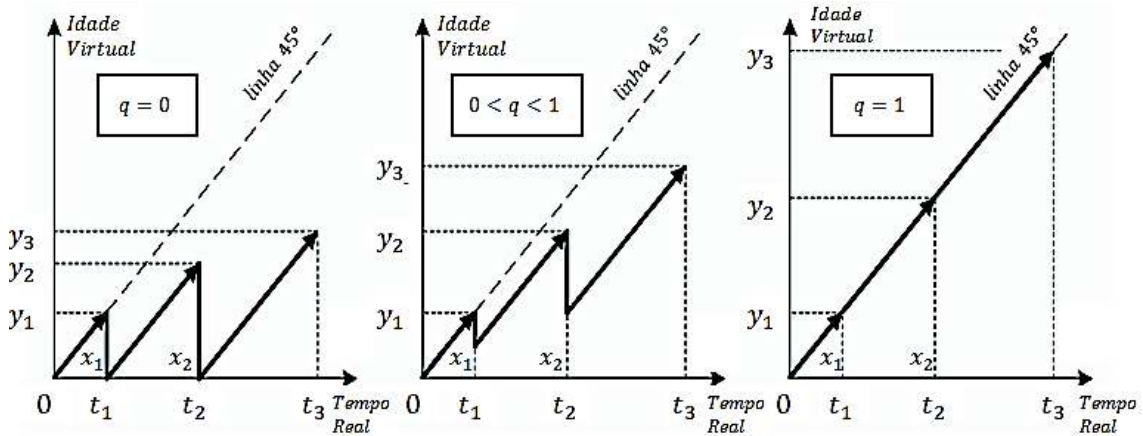


Figura 5 – Idade virtual versus idade real para os tipos de reparo

Fonte: adaptado de Veber, Nagode, Fajdiga (2008),

Kijima e Sumita (1986) propuseram dois modelos para idade virtual, conhecidos por Kijima Tipo I e Tipo II:

- **Kijima Tipo I** – Este modelo considera que o reparo sempre será realizado para sanar somente a falha que ocorreu no período imediatamente anterior ao momento do reparo. Assume-se então que o reparo não pode recuperar danos acumulados falhas que antecedem a última falha, reduzindo apenas a idade adicional da última falha h_i em qh_i . Logo, conclui-se que a idade virtual para este modelo apresentará incrementos proporcionais ao tempo de operação do sistema. A Eq. (37) representa o modelo Kijima Tipo I, onde x_i é a idade virtual após o reparo, h_i é o tempo entre a ocorrência da $(i - 1)$ -ésima e a i -ésima falha, t_i é o tempo sucessivo de falhas e q é o parâmetro de rejuvenescimento.

$$x_i = x_{i-1} + qh_i = qt_i \quad (37)$$

- **Kijima Tipo II** – Considera-se que o reparo irá atuar objetivando restaurar o sistema das falhas que ocorreram em todo o período anterior à última falha. Isto significa que o reparo removerá os danos causados pelas falhas desde o início da operação do sistema. Supondo que a idade virtual, após sucessivas falhas, seja $x_{i-1} + h_i$, o reparo reduzirá a idade em $q(x_{i-1} + qh_i)$. A Eq. (38) representa o modelo Kijima Tipo II.

$$x_i = q(x_{i-1} + h_i) = q(q^{i-1}h_1 + q^{i-2}h_2 + \dots + h_i) \quad (38)$$

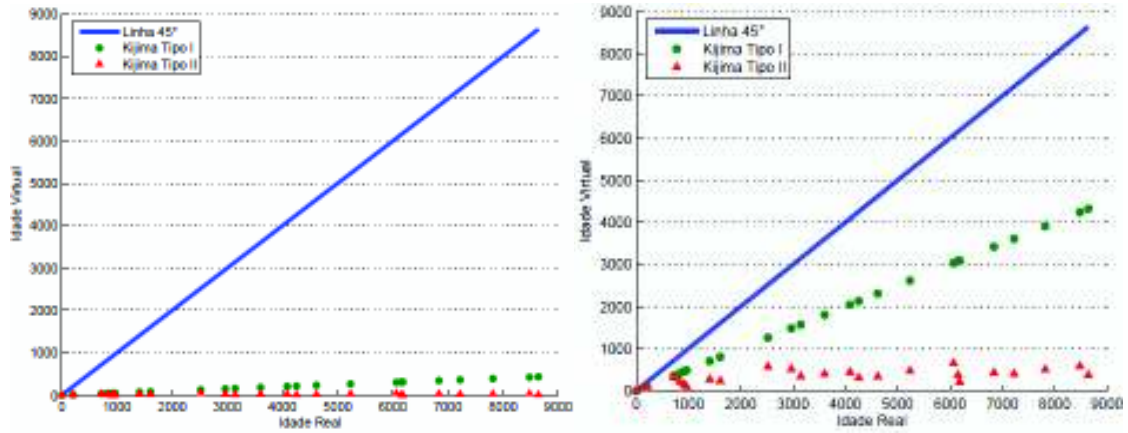
O modelo Kijima Tipo I permite o cálculo da idade virtual do sistema apenas conhecendo o tempo real que o sistema possui até o momento, diferentemente do modelo Kijima Tipo II, que necessita de todo o histórico de tempos entre ocorrência de falhas desde o início da operação do sistema. Desta forma, o modelo Tipo II pode se tornar impraticável se há escassez ou limitação de dados (ROCHA, 2006).

Os comportamentos dos dois modelos são distintos, portanto, a utilização dos mesmos é recomendada de acordo com a aplicação. Segundo Jacopino (2005), quando há um elevado número de reparos no sistema, a intensidade de falhas difere muito entre os dois modelos, exceto quando q é muito próximo de 0 ou 1. Os mesmos autores sugerem que a função do número acumulado de falhas se aproxima de um modelo exponencial (para o modelo Tipo I) e um modelo linear (para modelo Tipo II), sendo recomendadas suas aplicações nas seguintes condições:

- Utilizar o modelo Kijima Tipo I para equipamentos individuais;
- Utilizar o modelo Kijima Tipo II para sistemas complexos.

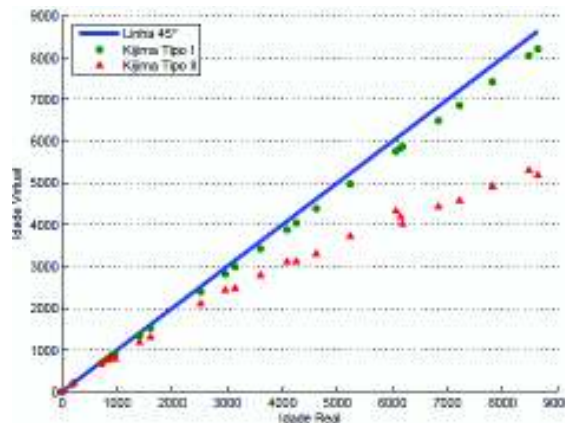
Moura, Rocha e Groggett *et al.* (2007) apresentou uma maneira de ilustrar a diferença entre os modelos Kijima Tipo I e II. O autor simulou tempos de falha segundo o modelo PNHP, em seguida, calculou os valores das idades virtuais para três valores diferentes do parâmetro de rejuvenescimento q . As relações obtidas entre as idades reais

t_i e virtuais x_i são apresentadas na Figura 6, sendo: (a) resultados para $q = 0,05$, (b) resultados para $q = 0,50$ e (c) resultados para $q = 0,95$.



(a) $q = 0,05$

(b) $q = 0,50$



(c) $q = 0,95$

Figura 6 - Relação entre o modelo Kijima Tipo I e II na idade virtual (x_i) imediatamente após o i -ésimo reparo

Fonte: adaptado de Moura, Rocha e Groggett *et al.* (2007)

Segundo Kijima e Sumita (1986), pode-se analisar o i -ésimo tempo esperado de falha t , por meio da função de distribuição acumulada condicionada à idade virtual do sistema imediatamente antes do i -ésimo reparo. A Eq. (39) apresenta a $F(t)$ como sendo a função de distribuição acumulada do tempo até a próxima falha do sistema.

$$F(t) = F(h_i|x_{i-1}) = \frac{F(h_i + x_{i-1}) - F(x_{i-1})}{1 - F(x_{i-1})} \quad (39)$$

Se os tempos até as próximas falhas podem ser representados por uma distribuição Weibull, para estimar os parâmetros do PRG, será necessário determinar o parâmetro de forma β e de escala α (Weibull) juntamente com q . A formulação para a distribuição Weibull é descrita pela Eq. (40) (ROCHA, 2006).

$$F(h_i|x_{i-1}, \alpha, \beta) = F(t_i|x_{i-1}, \alpha, \beta, t_{i-1})$$

$$F(h_i|x_{i-1}, \alpha, \beta) = 1 - \exp \left[\left(\frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \left(\frac{h_i+x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta \right] \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (40)$$

2.8 Revisão de Literatura

2.8.1 Modelos para Reparos Imperfeitos

Segundo Toledo, Freitas e Colosimo *et al.* (2015), quando o assunto é modelo para sistema reparável, um ponto crítico é como contabilizar o efeito das ações de reparo (eficácia) realizadas após as falhas. Sabe-se que maioria dos modelos adotam políticas de reparo perfeito e reparo mínimo, embora o reparo imperfeito seja a política mais realista para modelagem de sistemas reparáveis.

Conforme mencionado nas seções anteriores, o reparo imperfeito é caracterizado por retornar o sistema a níveis de integridade intermediários, isto é, nem tão bom quanto um novo e nem tão ruim quanto um velho. Conforme Tanwar, Rai e Bolia (2014), os modelos destinados ao tratamento desse tipo de reparo são desenvolvidos nas mais variadas classes.

A primeira proposta para modelagem de reparos imperfeitos foi de Nakagawa (1979a) e (1979b) que desenvolveu a regra do (p, q) , conhecida como (p, q) rule, e aplicou na determinação de políticas ótimas de Manutenção Preventiva (MP). Em seguida, o clássico artigo de Brown e Proschan (1983) considerou que o reparo antecipado

(feito durante a MP) consiste também em um reparo com probabilidade p ou $(1 - p)$ e então desenvolveu uma política ótima de substituição.

Na sequência, Block, Borges e Savits (1985) estende o trabalho de Brown and Proschan (1983) incorporando a idade t dos componentes estudados e seus resultados vieram a ser conhecidos como regra $(p(t), q(t))$. Até então, todos os modelos consideravam o tempo de reparo negligenciável. Iyer (1992) mais tarde obteve resultados na estimação de disponibilidade para reparos imperfeitos usando a regra $(p(t), q(t))$, considerando que o tempo de reparo não é negligenciável.

Diferentemente desses modelos, que consideram que o reparo imperfeito possui resultados intermediários, entre o reparo perfeito e mínimo, Malik (1979) introduziu o conceito de fator de melhoria no problema de agendamento da manutenção. Recentemente, Ramírez e Utne (2013) estenderam o modelo com operação contínua e sistemas reservas para decisão de extensão do tempo de vida (vida último).

Segundo Tanwar, Rai e Bolia (2014), alguns autores desenvolveram algumas abordagem de modelos para tratativa de números de falhas, custos e segurança, com aplicação de estudo de caso para um período prolongado de vida do componente. Shaked e Shanthikumar (1986) introduziram o reparo imperfeito multivariado utilizando a chamada regra múltipla de (p, q) . Kijima e Nakagawa (1991) e Kijima e Nakagawa (1992) propuseram um modelo cumulativo de danos, considerando manutenção preventiva imperfeita e também propuseram outro modelo cumulativo de dano com política de MP sequencial assumindo que a MP é imperfeita.

Um grande marco foi atribuído a Kijima e Sumita (1986) na elaboração do artigo que propôs o modelo para reparo imperfeito utilizando o PRG com a ideia da “idade virtual”. De acordo com Tanwar, Rai e Bolia (2014), o artigo incentivou tremendos avanços na literatura referente à manutenção imperfeita e, como consequência, a

abordagem PRG é bem estabelecida nos dias atuais. Conforme mencionado, uma das razões para a popularidade do PRG é que sua abordagem pode retratar os cinco estados possíveis de um sistema após uma ação de reparo.

Lam (1988a) e (1988b) propuseram um modelo estocástico de sistemas reparáveis, denominado Processo Geométrico (PG), a fim de modelar reparos imperfeitos com tempos sucessivos de sobrevivência não crescentes e tempos não decrescentes de reparo. O autor, em seguida determina o custo esperado para um longo tempo, considerando a política ideal de substituição de equipamentos baseado no trabalho com idades e número de falhas, computando o número esperado de falhas com conceitos da Teoria da Renovação. Lam e Zhang (1996), então aplicou o modelo para um sistema de dois componentes e um mantenedor para determinar o ROCOF e a disponibilidade. Lam (1997) estende ainda o trabalho usando uma Rede de Markov contínua no tempo para o modelo de ROCOF, com aplicação de sistemas de dois componentes.

Pham e Wang (1996) revisaram a manutenção imperfeita sobre diferentes métodos de tratamento relacionados à regra $(p(t), q(t))$, tais como, modelos baseados em idades, modelos de danos (*Shock Models*), múltiplos $(p(t), q(t))$. Assim, tratou o reparo imperfeito de tal forma que após a reparação, o tempo de vida de um sistema será reduzido em fração de α , ($0 < \alpha < 1$), imediatamente após o término do reparo, ou seja, o tempo de vida decresce à medida que o número de reparos cresce.

Zhang e Love (2000) apresentaram um modelo para definir políticas de manutenção para sistemas com reparos gerais via Processo de Markov. Love, Zhang e Zitron (2000) apresentaram um modelo com a mesma finalidade, entretanto baseado em Processos Semi-Markovianos.

Doyen e Gaudoin (2004) propuseram duas novas classes para modelos de reparo imperfeito: a primeira, *Arithmetic Reduction of Age* (ARA) e a segunda, *Arithmetic*

Reduction of Intensity (ARI). Pode-se considerar que o *framework* do PRG é baseado nessas duas grandes abordagens. Para o ARA a eficiência do reparo é expressada pela redução da idade virtual. Para o ARI a eficiência do reparo é caracterizada na redução da função intensidade falha. Estes modelos são definidos pelas suas memórias, dadas por m , onde m refere, a cada tempo, o número máximo de tempos de falhas previstos no cálculo da função intensidade. O modelo de idade virtual de Kijima corresponde ao caso particulado do ARA_1 , com ordem de memória 1.

Frequentemente extensões do modelo Kijima são desenvolvidas, por exemplo, *Proportional Age Reduction* (PAR) e o *Proportional Age Setback* (PAS), com o trabalho de diversos autores como Martorell, Sanchez e Serradell. (1999), Zhou, Xi e Lee. (2007) e Sanchez, Carlos e Martorell (2009).

Outros autores dedicaram esforços no desenvolvimento do PRG, entre eles, destacaram-se alguns trabalhos como o de Kaminskiy e Krivtsov (1998), Yañez, Joglar e Modarres (2002) e Krivtsov (2007).

2.8.2 Modelos Kijima e Extensões

Conforme exibido na subsecção 2.7.3, Kijima e Sumita (1986) propuseram dois modelos baseados em idade virtual, intitulados Kijima tipo I e tipo II, em que q representa parâmetro de rejuvenescimento. Sabe-se que para $q = 0$ e $q = 1$ os modelos Kijima correspondem ao reparo perfeito e imperfeito, respectivamente. O caso específico do modelo Kijima Tipo II, em que $q(t) = qt$, $0 < q < 1$, também foram abordados nos trabalhos de Brown and Proschan (1983) e Bai e Yun (1986), fornecendo suporte ao modelo Kijima.

Baxter, Kijima e Tortorella (1996) apoiou os modelos Kijima encontrando uma versão mais simples na concepção de redução da idade, onde apenas a duração do último ciclo (reparo-falha) é reduzida pelo reparo imperfeito correspondente.

Os trabalhos de Dagpunar (1997) e (1998) examinaram a noção das equações do tipo-renovação para reparo gerais dos modelos Kijima e estabeleceram que o reparo pode acrescentar a idade virtual, embora presuma-se que um reparo não envelhece um sistema. O autor considerou isto para propor uma classe de modelo mais realista do que Kijima Tipo I, e nomeou de Modelo Tipo III. Por este modelo, o reparo afeta somente o tempo de operação mais recente, o qual não permite uma grande melhoria no sistema tendo uma alta elevação da idade virtual, mas um tempo recente de operação curto. O Modelo Tipo III pode ser potencialmente melhor em lidar com situações de garantia, em que o mínimo reparo realizado em uma determinada idade virtual quando ocorre a primeira falha.

Finkelstein (1993) e (1997) carrega a ideia de escala adicional introduzindo uma alteração na distribuição dos tempos para falhas antes e depois do reparo. O autor também descreve em detalhes algumas limitações dos modelos Kijima e desenvolve propriedades que utiliza em seu modelo. Finkelstein (2007) incorporou o efeito da mudança de ambiente na distribuição do tempo para falha. O autor deriva a mudança nos parâmetros da função distribuição para ciclos não idênticos e dependentes.

Fuqing e Kumar (2012) estenderam Kijima I e II, e disseram que todos os modelos disponíveis usam um parâmetro para representar o grau de reparação, chamado eficácia do reparo q . Os autores desenvolveram um modelo mais geral para reparos imperfeitos incluindo o tempo de falha dependente da eficácia do reparo $Z(t_n)$ ao invés de q , então, a idade virtual é dada por $V_n = (1 - Z(t_n))(V_{n-1} + X_n)$, onde $Z(t) = \exp(-e^{t^c})$. Claramente os modelos Kijima são casos especiais desse modelo. Os autores ainda desenvolveram um método de simulação para estimar o número acumulativo de falhas, propondo também a Inferência Bayesiana para selecionar o melhor modelo de reparo imperfeito.

Com relação aos trabalhos mais atuais, Moura, Droguett e Firmino *et al.* (2014) desenvolveram um modelo baseado na combinação da técnica *Intensity Proportional Repair Alert*, modelo de Riscos Competitivos e o PRG. O modelo consiste em uma extensão dos modelos Kijima combinados com modelos que lhe proporcionam distinguir os diferentes tipos de falha e consecutivamente as diferentes manutenções.

Ferreira, Firmino e Cristino (2015) sugere um acoplamento para melhorar o modelo de Moura, anexando o rótulo de classe de cada intervenção i , ditos Y_i , e seus respectivos coeficientes, ditos θ_{Y_i} e $(1 - \theta_{Y_i})$, em uma combinação linear entre os modelos Kijima Tipo I e II. Assim, quando a idade virtual for computada, se $\theta_{Y_i} = 1$, então a intervenção da classe tal somente influencia no tempo desde a última intervenção (Kijima Tipo I), enquanto se $\theta_{Y_i} = 0$ a influência é também na idade virtual atual do sistema e, portanto, em todo o histórico completo do sistema. Por outro lado, se $\theta_{Y_i} \in (0,1)$, então a influência da intervenção influencia de modo intermediário todo o histórico de tempos do sistema. O autor nomeou o modelo como sendo o Modelo Misto de Kijima.

Toledo, Freitas e Colosimo *et al.* (2015), trabalharam no aprimoramento da modelagem via ARA e ARI, proposto por Doyen e Gaudoin (2004), que podem ser consideradas as grandes classes do PRG. Para isso, propuseram um modelo gráfico com aplicação da técnica *Goodness of Fit Test* (GOFT) para melhorar a seleção de modelos a partir das derivadas da função verossimilhança. A proposta apresenta um método empírico para avaliar a qualidade de ajuste dos modelos para dados de uma aplicação. Após a aplicação do método é possível identificar qual modelo é mais adequado e também escolher a ordem de memória que promove o melhor ajuste.

Recentemente, o artigo de Oliveira, Cristino e Firmino (2016) promoveu a aplicação do GOFT para o principal modelo do PRG presente na literatura, conhecido como Weibull-PRG (WPRG). De fato, os pesquisadores são mantidos desafiados a

oferecer amostras do WPRG – GOFT. Com o propósito de estudar a performance do WGRP GOFT em termos das taxas de falhas de ambos modelos Kijima Tipo I e Kijima Tipo II, elaborou-se uma simulação e realizou-se o estudo.

O WPRG tem sido o principal modelo PRG adotado na literatura. Vários autores trabalharam com ajustes e/ou aplicações com WPRG. A sigla WPRG ou Weibull-PRG é apenas a nomenclatura dada a um modelo que utiliza PRG, considerando que a distribuição arbitrária dos tempos entre falhas seja Weibull. Nestes casos, os parâmetros de interesse são o de escala, forma e de rejuvenescimento (α, β, q) . Esta dissertação utiliza a abordagem WPRG para seu desenvolvimento, descrita aqui somente na nomenclatura de PRG.

Tanwar, Rai e Bolia (2014) desenvolveram recentemente um artigo que objetivou revisar toda a literatura acerca dos modelos Kijima para reparos imperfeitos. Durante o trabalho ressalta-se várias vezes que muitos autores direcionam seus esforços no desenvolvimento do PRG, entretanto, os modelos Kijima têm sido mais amplamente citados e efetivos. Por esse motivo, adotou-se a aplicação dessa abordagem no estudo de caso proposto por esta pesquisa.

2.8.3 Estimação de Parâmetros dos Modelos

Quanto à estimação dos parâmetros do PRG, Kaminskiy e Krivtsov (1998), apresentaram um método baseado em simulação de Monte Carlo para estimar os parâmetros do PRG. No entanto, este método necessita de grandes quantidades de dados, por isso um estudo de caso foi desenvolvido na indústria automobilística, reconhecida por ter uma rica base de dados. Isso possibilitou a utilização desse método. Entretanto, os

autores, no artigo, reconhecem a dificuldade de se desenvolver matematicamente soluções para tratamento do modelo probabilístico PRG.

Yañez, Joglar e Modarres (2002) desenvolveu um método combinando simulação de Monte Carlo com outros métodos numéricos para resolver via EMV o modelo Kijima Tipo I. No mesmo artigo, os autores apresentam uma abordagem Bayesiana para estimar parâmetros em caso de dados limitados. Os métodos desenvolvidos por estes autores têm sido bem reconhecidos.

Em seguida, Mettas e Zhao (2005) propuseram para o modelo Kijima Tipo II, uma solução via EMV de maneira detalhada, considerando únicos e múltiplos sistemas reparáveis. Os passos sequenciais para um análise de confiabilidade foram exibidos.

Segundo Tanwar, Rai e Bolia (2014), alguns autores tem utilizado EMV para estimação dos parâmetros do PRG, entretanto, diante de dados limitados, esta estimação pode trazer falsos resultados, bem como ser impossibilitada. Neste sentido, alternativas complementares como as técnicas Bayesianas, tem ganhado espaço.

Groen (2002) propôs uma solução Bayesiana, considerando que os tempos entre falhas poderiam seguir uma distribuição Weibull, para estimação dos parâmetros (α, β, q) do PRG. Por meio da aplicação da simulação de *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), Groen estimou as soluções da abordagem Bayesiana e obteve bons resultados no desenvolvendo um caso de estudo de um sistema com um componente. Jacopino (2005) solucionou o mesmo problema de Groen (2002), com o MCMC (algoritmo *slice-sampling*), considerando tempos de falha incertos. Jacopino também obteve bons resultados em sua tese de doutorado.

Continuando o trabalho de Groen (2002) e Jacopino (2005), Rocha (2006) estende o modelo Bayesiano, considerando agora a possibilidade de se trabalhar com dados censurados e escassos, além de tempos incertos de falha e múltiplos modos de falha. O

modelo utilizou o algoritmo Metropolis Hastings para tratar a função a posteriori e estimar os parâmetros. O modelo foi integrado a um PNHM, onde se desenvolveu uma análise de confiabilidade.

Yevkin e Krivtsov (2013) em busca de estender seus trabalhos anteriores na estimação do PRG, os quais concluíram que a estimação via simulação de Monte Carlo demandava muito processamento computacional, desenvolveram um método simples para implementar soluções as quais podem ser trabalhadas no Microsoft Excel®. O modelo obteve uma exatidão de 2% quando comparado ao de Monte Carlo. Uma aproximação para PR está sendo modificada para obter parâmetros PRG. Os resultados da aproximação foram comparados com o da simulação de Monte Carlo e os erros são semelhantes.

Contudo, diante do contexto desta dissertação, escolheu-se aplicar o modelo proposto por Rocha (2006), por ser uma abordagem totalmente flexível, diante da dificuldade que se tem em obter dados completos sobre a vida de sistemas industriais. O tratamento de dados censurados, proposto por Rocha (2006) reflete a realidade das indústrias sucroalcooleiras, que diferentemente de outros setores, param suas operações por quatro meses para MP, o que acaba censurando os dados de falhas, que podem muitas vezes não ser observados na prática.

CAPÍTULO 3:

MODELO DE AVALIAÇÃO DE SISTEMAS REPARÁVEIS

Este capítulo objetiva apresentar o modelo proposto pela pesquisa de Rocha (2006), o qual foi definido como base para a modelagem do estudo de caso que se pretende desenvolver neste trabalho. Portanto, é exposto a seguir um modelo para avaliação de sistemas reparáveis sujeitos a reparos imperfeitos, isto é, quando a intervenção melhora o sistema a níveis intermediários, melhor que velho e pior que novo.

Basicamente, o modelo híbrido proposto por Rocha (2006) utiliza-se dos Processos Markovianos para analisar a dinâmica comportamental do sistema, em que, as probabilidades de transição de estados podem ser modeladas via inúmeros modelos estocásticos. Dar-se-á enfoque no modelo PRG, exibido no capítulo anterior, para modelagem das transições de estados.

A proposta do modelo sugere um método para estimar os parâmetros do PRG por meio dos dados censurados e escassos, tempos de ocorrência de falha desconhecidos e múltiplos modos de falha independentes. Serão utilizadas técnicas Bayesianas de estimação, bem como a abordagem MCMC para resoluções numéricas (algoritmo Metropolis Hastings).

3.1 Modelo para Estimação do PRG via Inferência Bayesiana

Considerando que os tempos entre falhas são arbitrariamente representados, por exemplo, pela distribuição Weibull, pode-se encontrar alguns modelos para estimar os parâmetros do PRG que, geralmente, baseiam-se nas EMVs. Estes modelos, de modo geral, necessitam de quantidades expressivas de dados de falhas que viabilizem seus desenvolvimentos.

Segundo Fogliatto e Ribeiro (2009), o principal objetivo da manutenção é prevenir falhas e restaurar sistemas, no caso de falhas, buscando sempre melhorar a confiabilidade.

Assim, em uma visão ampla, a manutenção procura reduzir a idade virtual de sistemas, melhorando suas condições. Lafraia (2014) descreve que a manutenção pode ser basicamente dividida em dois tipos: preventiva e corretiva.

Presume-se que a manutenção preventiva seja o conjunto de inspeções e reparos realizados periodicamente nos sistemas em geral. Muitas vezes, durante a manutenção preventiva, não são constatadas falhas, entretanto, o reparo ainda sim será realizado de modo a prevenir futuras falhas. Define-se que neste caso o tempo entre falha foi censurado, pois prevenções foram feitas antes que a falha ocorresse (o tempo da falha não pôde mais ser observada), reduzindo a idade virtual do sistema.

De maneira diferente, a manutenção corretiva é efetuada quando uma falha acontece de modo a impedir uma funcionalidade do sistema durante o período de exposição. Contudo, algumas vezes, não há como saber com exatidão o tempo de ocorrência de falha, devido a limitações financeiras ou tecnológicas. Para simular a corretiva, usa-se a amostragem de um tempo de falha t'_i no i -ésimo intervalo de exposição condicionado à idade virtual x_{i-1} . Então, $F(t_{i-1} < t'_i < t_i | x_{i-1})$ em que, $i = (1, \dots, n)$, onde n é o número de intervenções e t_i é um intervalo sucessivo de inspeções de manutenção, preventivas ou corretivas. Esta situação pode ser observada na Figura 7 (MOURA, ROCHA, DROGUETT, 2007).

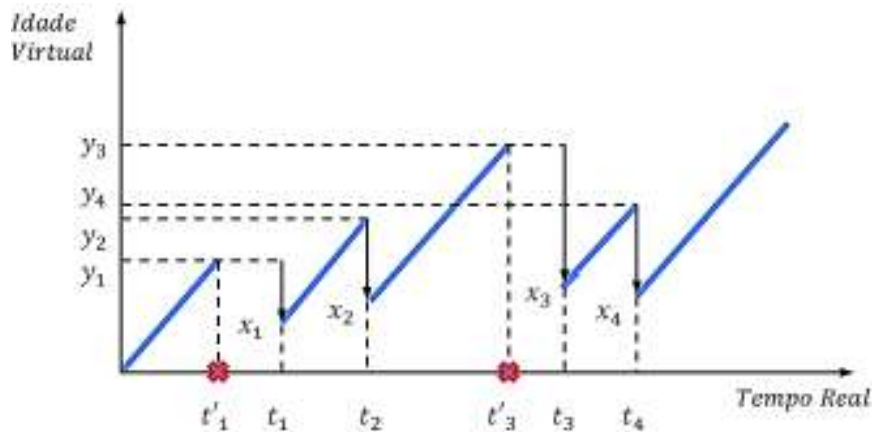


Figura 7 – Diagrama do modelo de avaliação de idade virtual com censura

Fonte: adaptado de Moura, Rocha e Droguett (2007)

O diagrama da Figura 7 representa o comportamento do sistema por meio da relação entre idade virtual (eixo das ordenadas) e real (eixo das abscissas). A idade real acompanha o tempo do relógio, sem interrupções e, à medida que ela avança, falhas t'_i ocorrem em tempos incertos. Ao falhar, presume-se que o equipamento é retirado de operação, onde a idade virtual é paralisada, ou seja, o equipamento não está sendo deteriorado (considerando prazos relativamente curtos de reparo). A idade virtual é pausada até que haja um reparo reestabelecendo o sistema.

Independentemente se ocorreu falha ou não, durante a inspeção t_i uma manutenção preventiva ou corretiva é realizada, retornando o sistema a uma condição melhor do que a que se encontra, por sua vez, a idade virtual é reduzida a níveis intermediários (reparo imperfeito), conforme ilustra a Figura 7.

Este processo é aplicável a um modo de falha, embora nada restrinja a consideração de múltiplos modos de falha, desde que se assuma que os modos de falha são independentes.

Uma avaliação consistente, para dados que apresentem algum tipo de censura ou escassez, pode ser elaborada por meio de modelos Bayesianos. A estimação Bayesiana

oferece abertura quanto à fonte de dados, ou seja, permite a utilização de fontes alternativas de dados de falhas, por exemplo, conhecimentos empíricos de especialistas e dados censurados. Desta forma, pode-se analisar a distribuição de incerteza com uso de dados alternativos, que podem ser atualizados mediante novas informações disponíveis.

3.2 Inferência Bayesiana

A Regra de Bayes (Teorema 04) foi proposta inicialmente por Thomas Bayes no século XVIII. A atribuição do nome do autor (Bayes) à metodologia estatística moderna é uma consequência da publicação de um de seus ensaios para resolver um problema na doutrina de crenças, feito por Richard Price em 1763 (BERNARDO & SMITH, 2000).

Segundo Bernardo & Smith (2000) o Teorema de Bayes diz respeito à atualização de crenças sobre dados observados à luz de novas evidências, relacionando-se com mecanismos inferência preditiva e paramétrica. O objetivo da inferência bayesiana, de fato, é fornecer subsídios para que indivíduos possam trabalhar de maneira consistente com incertezas.

O maior diferencial da inferência Bayesiana é permitir que fontes alternativas de dados sejam utilizadas no processo de estimação dos parâmetros de interesse, por exemplo, guias técnicos, informações empíricas, opiniões de especialistas e outros. Portanto, a flexibilidade da análise Bayesiana fornece a possibilidade de se inferir com dados censurados e escassos, os quais, muitas vezes, são os únicos dados disponíveis. Os parâmetros estimados pelo método de Bayes, são atualizados a medida que novas evidências se tornam disponíveis.

Conforme o desenvolvimento matemático de Koski & Noble (2009), de forma adicional e análoga aos cálculos da subseção 2.3.2, dado que E é uma VA discreta e θ é uma VA contínua, a Regra de Bayes pode ser descrita pela Eq. (41).

$$\pi(\theta|E) = \frac{L(E|\theta)\pi_0(\theta)}{\int_{\theta} L(E|\theta)\pi_0(\theta)d\theta} \quad (41)$$

Em que a variável θ é o parâmetro de interesse, tal como q do PRG, presumindo-se que o parâmetro de rejuvenescimento (eficácia da manutenção) não possa ser predito de forma determinística. A função de distribuição a priori $\pi_0(\theta)$ em θ , isto é, o conhecimento disponível a respeito do parâmetro de interesse, anterior a nova evidência E . O $L(E|\theta)$ é função verossimilhança, representada geralmente na forma de dados empíricos, por exemplo, dados de falhas do chão de fábrica. Fontes alternativas de dados podem ser utilizadas para função de verossimilhança, conforme mencionado anteriormente. Por fim, $\pi(\theta|E)$ é conhecida como a distribuição a posteriori que é a atualização do conhecimento acerca do parâmetro de interesse, dado a ocorrência da nova evidência E .

3.2.1 Função de Verossimilhança

A proposta para estimação da função verossimilhança $L(E|\theta)$ considera uma distribuição arbitrária Weibull e define basicamente a probabilidade de ocorrência da evidência E , dado que os parâmetros de interesse $\theta = (\alpha, \beta, q)$ são os parâmetros do modelo. A evidência E consiste na composição das intercorrências do tempo de exposição $h_i = t_i - t_{i-1}$ e o número verificado de falhas k_i no i -ésimo intervalo h_i (ROCHA, 2006).

As equações a seguir, de estimação da função verossimilhança, foram retiradas do trabalho de Rocha (2006), que consiste na extensão da proposta de Groen (2002) e Jacopino (2005). A principal alteração proposta por Rocha (2006) foi no intuito de considerar dados censurados e escassos, isto é, considerar que no tempo de exposição do sistema não foram observadas falhas, o que corresponde ao tempo até a próxima falha

censurado. A censura ocorre porque a manutenção preventiva evita que a falha ocorra, o que censura o tempo entre falhas que não pode mais ser observado.

A Eq. (42) apresenta a função de verossimilhança genérica:

$$L(E|\alpha, \beta, q) = \int_0^{t_1} \dots \int_{t_{n-1}}^{t_n} \int_{t_n}^{\infty} \prod_{i=1}^n f(\tau_i|\alpha, \beta, q, \tau_{i-1}) d\tau_n \dots d\tau_1 \quad (42)$$

onde, τ_i representa o instante da ocorrência da i -ésima manutenção preventiva ou corretiva, $\tau_0 = 0$ e n é o número de eventos observados.

Para representar a função $f(\tau_i|\alpha, \beta, q, \tau_{i-1})$ segue a Eq. (43):

$$f(\tau_i|\alpha, \beta, q, \tau_{i-1}) = \frac{1}{P_W(\tau_i - \tau_{i-1} + x_{i-1}|\alpha, \beta)} \cdot f_W(\tau_i - \tau_{i-1} + x_{i-1}|\alpha, \beta) \quad (43)$$

onde, $P_W(\cdot)$ é a probabilidade de ocorrência de falhas no intervalo de tempo estudado. Desta forma, de modo a permitir que não tenha falha (dados censurados), o cálculo de P_W se dá por meio da Eq. (44).

$$P_W = \begin{cases} F(\cdot), & \text{caso } k_i \geq 1 \quad (\text{falha}) \\ 1 - F(\cdot), & \text{caso } k_i = 0 \quad (\text{censura}) \end{cases} \quad (44)$$

Conforme definido na subseção 2.8.4, a função de distribuição acumulada de Weibull se dá em função da idade virtual x_i (seja Kijima tipo I ou II), exibida na Eq. (45).

$$F(h_i|\alpha, \beta, x_{i-1}) = 1 - \exp \left[\left(\frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \left(\frac{h_i + x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta \right] \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (45)$$

A PDF da distribuição Weibull é representada por f_W , determinada pela Eq. (46).

$$f(h_i|\alpha, \beta, x_{i-1}) = \frac{d}{dh_i} \left\{ 1 - \exp \left[\left(\frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \left(\frac{h_i + x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta \right] \right\} \quad \text{para } i = 1, \dots, n$$

$$f(h_i|\alpha, \beta, x_{i-1}) = \frac{d}{dh_i} \left\{ 1 - \exp \left[\left(\frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \left(\frac{h_i + x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta \right] \right\}, \quad i = 1, \dots, n \quad (46)$$

Esta subseção apresentou a função verossimilhança que é integrada no modelo de inferência por meio de uma solução de Monte Carlo. A função objetiva descrever o comportamento dos tempos de falhas juntamente com a censura, presumindo-se que os parâmetros do modelo sejam válidos. Para determinação da função verossimilhança foi elaborado um código de programação em Matlab® exibido no Apêndice C, baseado no algoritmo sugerido por Rocha (2006) apresentado no Anexo II.

3.2.2 Distribuição a Priori

Segundo Bernardo e Smith (2000), a distribuição a priori representa a crença sobre o condicionamento dos dados, antes de qualquer novo conhecimento que conduza a novas informações. Isto é, a distribuição a priori consiste no conhecimento dos especialistas anterior ao surgimento de novas evidências, neste caso, compreende no comportamento dos tempos entre falhas que são representados pela função de verossimilhança.

Assume-se, portanto, que o especialista possua as distribuições a priori $\pi_0(\theta)$ independentes para cada parâmetro de interesse $\theta = (\alpha, \beta, q)$. Este conhecimento inicial, disponibilizado pelo especialista, logo, será atualizado, conforme distribuições a posteriori sejam obtidas. Desta forma, chega-se a:

$$\pi_0(\alpha, \beta, q) = \pi_0(\alpha) \cdot \pi_0(\beta) \cdot \pi_0(q) \quad (47)$$

As distribuições a priori estabelecidas a seguir, foram sugeridas por Jacopino (2005):

$$\pi_0(\beta) = \frac{1}{\beta} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln \beta - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \cdot I_B(\beta), \quad B = [0, \infty) \quad (48)$$

$$\pi_0(\alpha) = I_A(\alpha), \quad A = [0, \infty) \quad (49)$$

$$\pi_0(q) = I_Q(q), \quad Q = [0, \infty) \quad (50)$$

onde I representa uma função com valores unitários dentro do intervalo determinado.

Quanto à β , pode-se afirmar que é um parâmetro com nível de compreensão razoável, uma vez que se relaciona diretamente com o nível de deterioração do sistema, portanto, é provável que se tenha mais informação a priori o mesmo. Com relação aos parâmetros α e q , sabe-se que possuem distribuições não informativas, que representam a ausência de informação a respeito de um possível valor (ROCHA, 2006).

O código de programação em Matlab® para geração da função a priori é apresentado no Apêndice C.

3.2.3 Distribuição a Posteriori

A Regra de Bayes para VA contínuas, apresentada na Eq. 04, pode ser definida neste momento em função da verossimilhança definida na Eq. 45 e da distribuição a priori estabelecida na Eq. 47. Desta forma, para os conjuntos $\alpha \in A$, $\beta \in B$ e $q \in Q$, a distribuição a posteriori é dada pela Eq. (51).

$$\pi(\alpha, \beta, q|E) = \frac{L(E|\alpha, \beta, q)\pi_0(\alpha, \beta, q)}{\int_Q \int_B \int_A L(E|\alpha, \beta, q)\pi_0(\alpha, \beta, q) d\alpha d\beta dq} \quad (51)$$

onde E são as evidências que correspondem aos dados completos ou censurados das falhas.

Uma vez que não é possível tratar analiticamente a Eq. (51), pois a distribuição a priori e a função verossimilhança não são um par conjugado, necessita-se de um método numérico para estimar soluções. O método de Markov Chain Monte Carlo (MCMC) é um dos mais conhecidos e utilizados em aplicações Bayesianas.

3.2.4 Markov Chain Monte Carlo: Algoritmo Metropolis-Hastings

Segundo Zio (2013), a simulação MCMC é composta por um número de técnicas de simulação poderosas para geração de amostras, conforme uma dada distribuição de probabilidade. Para Rocha (2006), o MCMC trata-se de algoritmos de amostra ou atualização de conhecimento sobre uma distribuição qualquer, que utiliza métodos de

integração Monte Carlo baseada em Cadeias de Markov, em que o estado da cadeia é utilizado como amostra da distribuição meta, depois de elevados números de iterações.

Integração Monte Carlo

Uma das aplicações da simulação de Monte Carlo é o cálculo de integrais complexas. Supondo que se almeja calcular a integral da Eq. (52), e que, seja possível decompor $h(x)$ em um produto de uma função $f(x)$ e uma densidade de probabilidade $p(x)$, definidas no intervalo (a, b) , obtêm-se a Eq. (53). Logo, a integral de $h(x)$ será definida como o valor esperado de $f(x)$, assim, se forem gerados um número elevado de amostras de uma variável aleatória x , por meio da densidade $p(x)$, tem-se Eq. (54) (ROCHA, 2006).

$$\int_a^b h(x)dx \quad (52)$$

$$\int_a^b h(x)dx = \int_a^b f(x)p(x)dx = E_{p(x)}[f(x)] \quad (53)$$

$$\int_a^b h(x)dx = E_{p(x)}[f(x)] \cong \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \quad (54)$$

Para o desenvolvimento do MCMC, este modelo aborda o algoritmo Metropolis-Hastings, desenvolvido por Metropolis, Rosenbluth e Rosenbluth et al (1953) e estendido, em termos de generalização, por Hasting (1970). Diferentemente do método Gibbs Sampler, o qual é bastante mencionado na literatura, o Metropolis-Hastings exige, para gerar amostras de distribuição meta, somente que seja possível calcular a densidade de probabilidade a cada x , a partir de distribuições candidatas.

Algoritmo Metropolis-Hastings

Por meio deste algoritmo é possível gerar amostras a partir de qualquer distribuição de probabilidade $\pi(X)$. Em sua operação, o código considera uma cadeia de

Markov em que cada estado $X^{(j)}$ só depende do seu anterior $X^{(j-1)}$. Na sequência, é apresentado o algoritmo Metropolis-Hastings (ROCHA, 2006).

```

Repetir enquanto  $j \leq N$  {
    Amostre um estado candidato  $Y$  a partir de  $k(\cdot | X^{(j)})$ ;
    Amostre uma VA, denominada  $U$ , de uma distribuição Uniforme (0,1);
    Se  $U \leq g(X^{(j)}, Y)$  {
         $X^{(j+1)} = Y$ 
         $j = j + 1$ 
    }
    Se não {
         $X^{(j+1)} = X^{(j)}$ 
    }
}

```

Onde N representa o número de amostras e X representa uma VA que consiste na combinação dos parâmetros $[\alpha, \beta, q]$ do PRG. O U representa a VA distribuída uniformemente no intervalo (0,1). O Y é o estado candidato gerado a partir da função densidade $k(X, \dots)$, conhecida como distribuição geradora de candidatas. A geração de candidatas seguindo a distribuição $\pi(\cdot)$ com probabilidade $g(X, Y)$ da Eq. (55), que é a probabilidade de mudança de um estado X para o candidato Y . Mais adiante, o método proposto por Groen (2002) para estimação da distribuição candidata é descrito.

$$g(X|Y) = \min\left(1, \frac{\pi(Y) \cdot k(X|Y)}{\pi(X) \cdot k(Y|X)}\right) \quad (55)$$

Para calcular a função a posteriori utilizada pelo método de Metropolis-Hastings, determina-se o produto entre a função verossimilhança estimada na Eq. (45) e a distribuição conjunta a priori dos parâmetros Eq. (47), resultando em:

$$\pi(X) = \pi(\alpha, \beta, q|E) \propto L(E|\alpha, \beta, q) \cdot \pi_0(\alpha, \beta, q) \quad (56)$$

A aplicação do MCMC exposto nesta seção, objetiva amostrar e estimar os parâmetros de interesse α, β e q para o PRG. Quando posta em funcionamento, a rotina do algoritmo retorna uma distribuição a posteriori dos parâmetros de interesse, de forma a atualizar as informações sobre os mesmos, que estavam disponíveis ao especialista.

Distribuição Candidata para Metropolis-Hastings

Groen (2002) determinou a distribuição candidata (X, Y) do algoritmo Metropolis-Hastings, vide Anexo II, utilizando o seguinte modelo para geração de amostras candidatas:

$$x = \ln(\alpha \cdot \beta) \quad (57)$$

$$y = \ln(\beta) \quad (58)$$

$$z = \ln(-\ln(q)) \quad (59)$$

Os pontos que serão candidatos são criados por meio da adição de desvios normalmente distribuídos:

$$x' = x + dx \cdot N(0,1) \quad (60)$$

$$y' = y + dy \cdot N(0,1) \quad (61)$$

$$z' = z + dz \cdot N(0,1) \quad (62)$$

Por meio de experimentos, Groen (2002) assume que as derivadas podem ser consideradas constantes para a maioria dos problemas: $dx = 0,07$; $dy = 0,03$; $dz = 0,1$. Entretanto, diante de outras bases de dados, outros valores poderão ser utilizados. Contudo, aplica-se a relação inversa para obtenção dos candidatos dos parâmetros de interesse:

$$\alpha' = \exp(x' - y') \quad (63)$$

$$\beta' = \exp(y') \quad (64)$$

$$q' = \exp(-\exp(z')) \quad (65)$$

Assumindo que $j(\cdot)$ representa a matriz Jacobiana, o quociente da distribuição proposta da Eq. (55) é definido por:

$$\frac{k(X|Y)}{k(Y|X)} = \frac{k(\alpha, \beta, q|\alpha', \beta', q')}{k(\alpha', \beta', q'|\alpha, \beta, q)} = \frac{k(x, y, z|x', y', z')}{k(x', y', z'|x, y, z)} \cdot \frac{J(\alpha, \beta, q|\alpha', \beta', q')}{J(\alpha', \beta', q'|\alpha, \beta, q)} \quad (66)$$

Considerando que a distribuição proposta é simétrica, logo:

$$\frac{k(x, y, z|x', y', z')}{k(x', y', z'|x, y, z)} = 1 \quad (67)$$

A resolução da matriz Jacobiana pode ser dada por:

$$J(\alpha, \beta, q|x, y, z) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial x}{\partial \beta} & \frac{\partial x}{\partial q} \\ \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial \beta} & \frac{\partial y}{\partial q} \\ \frac{\partial z}{\partial \alpha} & \frac{\partial z}{\partial \beta} & \frac{\partial z}{\partial q} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\beta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{q \cdot \ln(q)} \end{vmatrix} = \frac{1}{\alpha \cdot \beta} \cdot \frac{-1}{q \cdot \ln(q)}$$

$$J(\alpha, \beta, q|x, y, z) = \frac{1}{\alpha \cdot \beta} \cdot \frac{-1}{q \cdot \ln(q)} = -e^{-x+\exp(z)-z} \quad (68)$$

Desta forma, a distribuição candidata $(X|Y)$ será demonstrada pela Eq. (69)

$$\frac{k(\alpha, \beta, q|\alpha', \beta', q')}{k(\alpha', \beta', q'|\alpha, \beta, q)} = \frac{\exp(-x + \exp(z) - z)}{\exp(-x' + \exp(z') - z')} \quad (69)$$

3.3 Modelo Baseado em Processo Não Homogêneo de Markov

Até o momento, foi estabelecido somente o modelo para tratamento de sistemas reparáveis sujeitos a reparos imperfeitos (gerais), chamado de PRG. Conforme apresentado na seção anterior, os parâmetros de interesse do PRG são estimados via Inferência Bayesiana, considerando dados censurados e escassos. Para tanto, se faz necessário para continuação do estudo de confiabilidade, a definição de outro modelo possa ser acoplado ao PRG, de modo que possibilite representar a dinâmica dos sistemas complexos e determinar os indicadores como a disponibilidade, por exemplo. Então,

Rocha (2006) propôs um modelo baseado na simulação de PNHM, em que as probabilidades de transições de falhas são descritas pelo processo estocástico dito PRG.

Diferentemente do PHM, que possui taxas de transições fixas, representadas por distribuições exponenciais, o PNHM é mais flexível e permite uma representação mais real do comportamento dos sistemas complexos. Neste, as taxas de transições podem assumir distribuições paramétricas (Weibull, Lognormal, Exponencial, etc) e não paramétricas (que não possui estrutura de modelo pré-definida), com probabilidade de falha variável no tempo.

Portanto, o PNHM proposto por Rocha (2006), considera que as taxas para falhas são descritas via PRG e as taxas de reparo via distribuição exponencial. Isso porque as taxas de reparo independem do histórico de falhas e podem ser representadas de maneira geral. O efeito mais relevante do reparo ao sistema é o reflexo no tempo de ocorrência da próxima falha.

Para sistemas Markovianos que possuem mais de dois estados possíveis, as soluções podem se tornar um tanto complexas. Nestes casos, ferramentas podem auxiliar facilitando as resoluções. Desta forma, Rocha (2006) propôs um algoritmo baseado em simulação de Monte Carlo e um fluxograma que apresenta as etapas de todo o modelo proposto, exibido na Figura 8 da seção 3.4. Para simular o PNHM será desenvolvido um código de programação Matlab® no Apêndice D, baseado no algoritmo sugerido por Rocha (2006) exibido no Anexo III.

3.4 Modelo Híbrido para Estudo de Sistemas Reparáveis

Nesta seção, por meio do fluxograma da Figura 8, serão apresentadas as etapas do modelo híbrido de Rocha (2006) para estudos de sistemas reparáveis que consiste basicamente na utilização de um PNHM para a modelagem dinâmica do sistema,

integrado a um modelo do PRG (estimado via Inferência Bayesiana) que descreve o comportamento das taxas de falha, considerando dados censurados e escassos.

Primeiramente, seguindo o fluxo da Figura 8, é definida a estrutura da cadeia de Markov, estabelecendo o número de estados possíveis, as transições e as distribuições que descreverão o sistema. Em seguida, um valor randômico é amostrado para uma distribuição uniforme $U(0,1)$ e, por meio da inversa das distribuições de probabilidades estabelecidas – apresentadas no Capítulo 5 – estima-se os tempos de ocorrência dos possíveis eventos de transição. Dentre os tempos estimados, escolhe-se o menor deles, faz-se então uma verificação se é menor que o tempo de exposição e se sim, altera-se de estado. O mesmo ocorre no processo de reparo. Então, repete-se todo o processo até que o somatório dos tempos supere o tempo de exposição definido (ROCHA, 2006).

Todo este procedimento se repetirá por n vezes, tal que n deve ser elevado o suficiente para que resultados sejam mais precisos, demonstrando convergência. Ao término das repetições, serão geradas médias dos parâmetros de interesse que serão utilizadas para representar a dinâmica esperada do sistema modelado (ROCHA, 2006).

É importante ressaltar que a escolha deste modelo para aplicação do estudo de caso a ser desenvolvido neste trabalho, é fundamentada na robustez e flexibilidade do modelo em tratar sistemas reparáveis complexos. Aliado a estes fatores, o modelo se apresenta atual, visto a varredura realizada na literatura, dispondo de métodos muito empregados na atualidade. Para melhor compreender os trabalhos correlatos, ver a Seção 2.8, a qual apresenta uma revisão acerca do assunto.

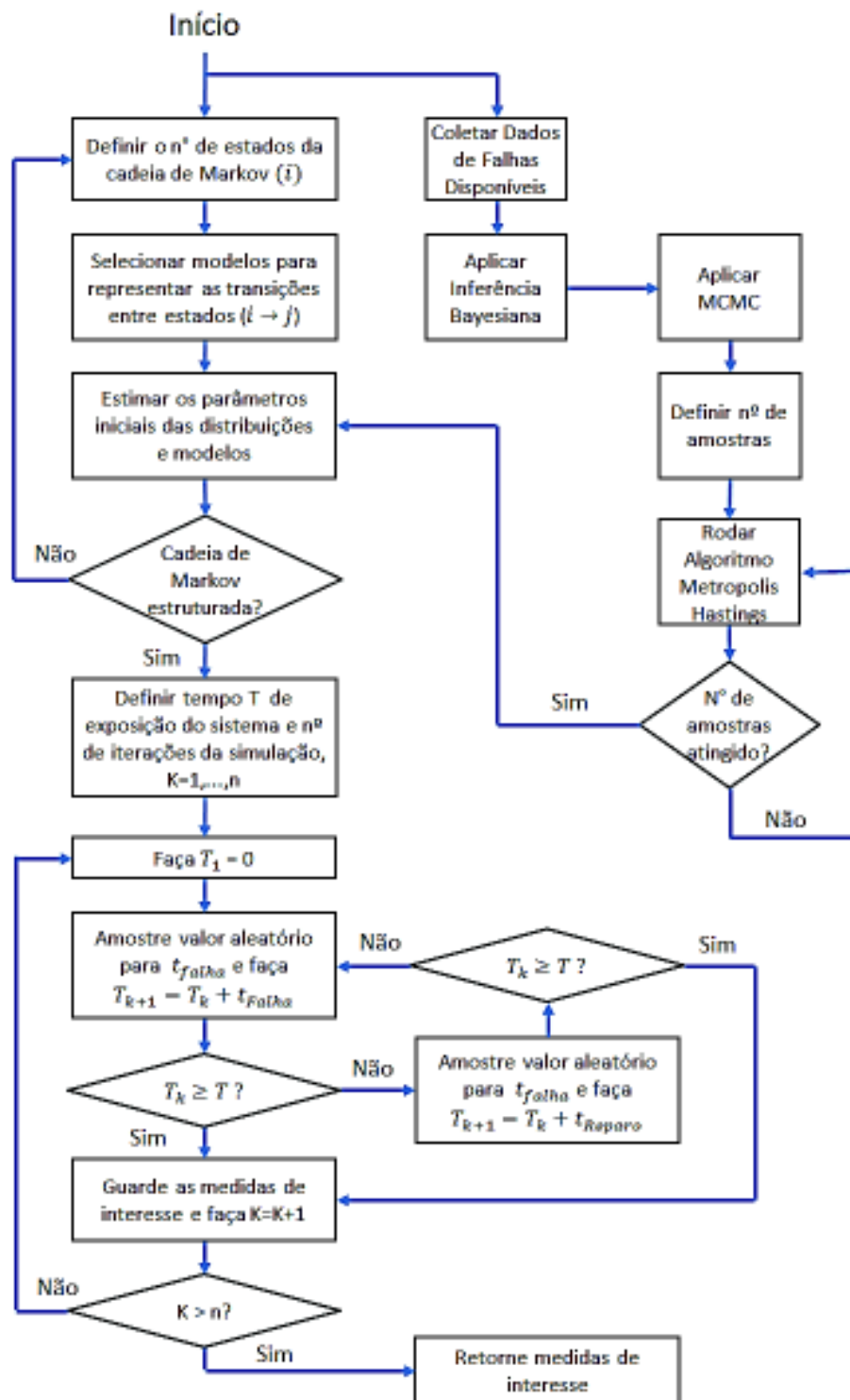


Figura 8 – Fluxograma do modelo híbrido para estudos de sistemas reparáveis

Fonte: adaptado de Rocha (2006)

CAPÍTULO 4:

METODOLOGIA DE PESQUISA

Visando promover o desenvolvimento coeso e completo deste trabalho acerca dos objetivos propostos, a metodologia de pesquisa definida possui uma abordagem quantitativa. Geralmente, trabalhos relacionados à confiabilidade tratam principalmente de falhas e seus respectivos tempos, ou seja, de uma maneira ou de outra, lidam com a *mensuração* cautelosa destas variáveis (por exemplo, tempos entre falhas), o que permite a elaboração de estudos quantitativos de confiabilidade. A mensurabilidade é uma das principais preocupações da abordagem quantitativa, pois exerce um papel fundamental no processo de pesquisa, segundo Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012).

Juntamente a isso, a abordagem quantitativa se justifica em função de todo o contexto do desenvolvimento desta dissertação, que busca, antes de tudo, analisar variáveis de interesse de maneira matemática e numérica, a fim de embasar os resultados e conclusões do estudo de confiabilidade.

Para tanto, definiu-se um método híbrido para esta pesquisa: estudo de caso via modelagem e simulação. Este método combinado é flexível o bastante para proporcionar o bom desenvolvimento deste trabalho, uma vez que, dispõe da utilização de um estudo de caso de caráter exploratório integrado a modelagem e simulação de caráter descritivo. Em outras palavras, significa dizer que, para explorar os aspectos da confiabilidade do *case* ou do objeto de estudo (centrífugas), será aplicado um modelo versátil e robusto o suficiente para gerar simulações que descrevam o comportamento do mesmo.

Apesar da flexibilidade, o método de estudo de caso é apropriado e poderoso quando utilizado em pesquisas exploratórias e de construção da teoria, segundo Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012). Nesta dissertação, esse método foi direcionado à pesquisa exploratória de confiabilidade no setor sucroalcooleiro, especificamente em

sistemas reparáveis, com intuito de: testar a eficácia da modelagem, verificar retornos dos estudos e também de permear possíveis barreiras que não favoreçam este tipo de iniciativa no setor. Enfim, estudos de caso exploratórios objetivam sondar áreas pouco abordadas sendo que, segundo a literatura disponível, pouco ou nenhum estudo de confiabilidade tem sido desenvolvido no setor sucroalcooleiro, embora o Brasil seja o maior produtor canavieiro do mundo e, conforme Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012). possua alta densidade de publicações com estudos de caso na área de engenharia de produção.

Quanto à modelagem e simulação, conceitua-se o modelo quantitativo como sendo o modelo abstrato descrito em linguagem matemática e computacional, que aplica técnicas analíticas e experimentais (simulação) na obtenção de quantias numéricas das propriedades de um sistema em estudo. Esses modelos podem ser utilizados para avaliar os resultados das possíveis manifestações do sistema (MIGUEL, FLEURY e MELLO *et al.*, 2012).

De acordo com Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012), este tipo de modelagem quantitativa, dita descritiva, tem o propósito de compreender o processo modelado explicando suas características, portanto, volta-se a descrever o comportamento do sistema. Conforme mencionado anteriormente, neste trabalho utilizou-se o método híbrido: modelagem de simulação descritiva juntamente com o método de estudo de caso exploratório, com a finalidade de desenvolver um estudo completo de confiabilidade, aplicado ao caso específico de centrífugas do setor sucroalcooleiro.

4.1 Método Híbrido: Estudo de Caso via Modelagem e Simulação

A Figura 9 apresenta os passos para condução deste método híbrido, simplificados e adaptados das propostas para os métodos do estudo de caso e da modelagem e simulação

de Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012). No passo 1, define-se a estrutura conceitual-teórica, onde, segundo Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012), deve-se fazer o mapeamento da literatura de forma a localizar o tópico de pesquisa no contexto da literatura disponível. Neste momento, também serão abordados os passos 1.1 e 1.2, onde, com base na bibliografia acerca do assunto e do sistema a ser estudado, são estabelecidas as variáveis de interesse e as relações matemáticas para descrever o comportamento do sistema, isto é, define-se o modelo adequado a ser aplicado. O desenvolvimento desses passos (1, 1.1 e 1.2) é observado principalmente no decorrer dos capítulos 2 e 3, onde são apresentados os conceitos fundamentais acerca de processos estocásticos, processos de Markov e sistemas reparáveis, bem como o modelo híbrido escolhido, juntamente com as relações matemáticas necessárias a sua operacionalização.

Referente ao passo 2, da Figura 9, Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012) escreve que é o momento da escolha do tipo do estudo caso, que para este estudo, pode ser classificado como *retrospectivo*, pois pretende-se investigar dados históricos de falha. Também deverão ser discutidos quantos casos serão estudados e qual o objeto de estudo, observando sempre as características desejáveis e justificativas teóricas. Esta etapa é melhor observada no capítulo 05, mais especificamente na seção 5.1, onde as centrífugas são definidas como objeto de estudo, escolhidas principalmente por serem sistemas reparáveis críticos à indústria, o que condiz com toda a teoria apresentada, sendo ideal para aplicação do modelo. Após isso, como modo de firmar a finalidade estritamente acadêmica desta pesquisa, bem como de formalizar a solicitação e liberação para prosseguir com a aquisição de dados, foi gerado um termo, entre a PUC-GO e a empresa provedora dos dados, conforme modelo do Anexo I.

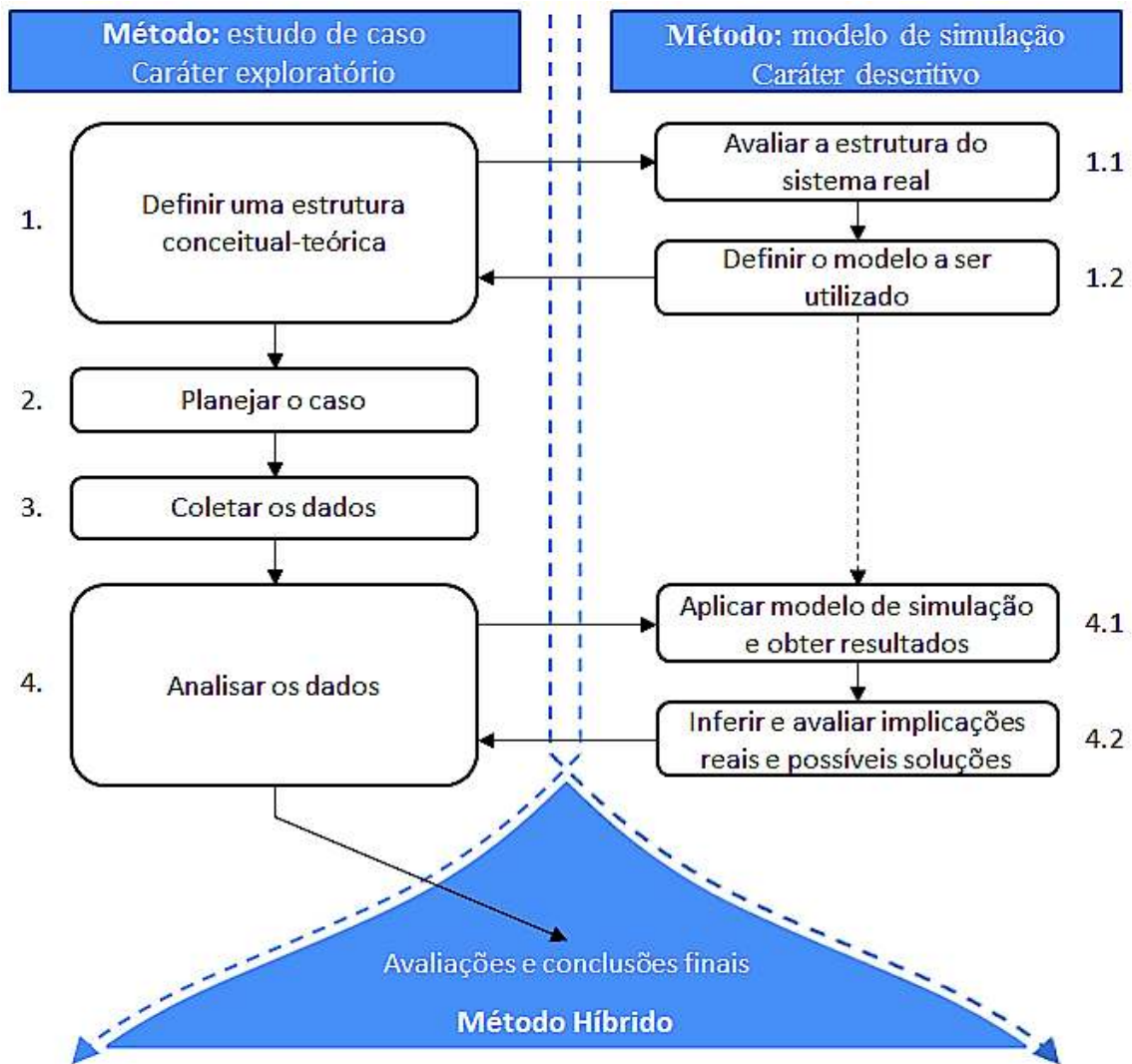


Figura 9 – Condução do método híbrido: estudo de caso via modelagem e simulação

Fonte: o autor (2017)

No passo 3, determina-se o método adequado a coleta de dados e efetua-se a aquisição dos dados. Sabe-se que durante a coleta de dados, é interessante cultivar o status de múltiplas fontes de evidência, fornecendo mais créditos e validade à pesquisa. Neste contexto, Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012) mencionam técnicas de triangulação como forma de acrescer a sustentação dos dados. Assim, nesta proposta de pesquisa, definiu-se que os dados de falhas das centrífugas seriam coletados via formulário de preenchimento apresentado no Anexo I, onde múltiplos gestores da área devem verificar e validar por

meio de assinatura. Os formulários são preenchidos diariamente pela equipe de operação, responsáveis pelas centrífugas, considerando às 24 horas de cada dia de produção. Desta forma, assegura-se o mínimo de credibilidade dos dados de falhas, viabilizando a análise de confiabilidade. Para maiores detalhes, ver seção 5.2.

Durante o passo 4 será feita a análise dos dados de falhas das centrífugas por meio de técnicas de verificação da homogeneidade das amostras, em seguida, conforme passos 4.1 e 4.2, o modelo híbrido apresentado será aplicado na modelagem das centrífugas e por meio das simulações, os resultados de interesse serão retornados. A partir disso, uma avaliação detalha dos *outputs* das simulações é desenvolvida juntamente com propostas de melhorias à níveis de confiabilidade e manutenção das centrífugas. Por fim, diante de uma análise detalha da modelagem das centrífugas, parte-se para as conclusões e considerações finais sobre a confiabilidade e o desenvolvimento da pesquisa. Estas etapas são abordadas no decorrer do capítulo 5.

CAPÍTULO 5:

ESTUDO DE CASO NA INDÚSTRIA SUCROALCOOLEIRA

Este capítulo é destinado a apresentar o planejamento e desenvolvimento do estudo de caso que compreende em desenvolver uma avaliação de confiabilidade aplicada às centrífugas de açúcar de uma indústria sucroalcooleira. Em suma, aplica-se o modelo híbrido apresentado no Capítulo 3 aos dados de falhas dos itens que constituem uma centrífuga. Assim, por meio das simulações serão obtidas as probabilidades para cada estado possível das centrífugas, em seguida, os indicadores de interesse, por exemplo, a disponibilidade média, visita aos estados falhos, probabilidade de operação, dentre outros.

A fim de manter o rigor necessário ao desenvolvimento de um estudo de caso, Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012) recomenda que seja feito um planejamento do estudo de caso visando definir algumas diretrizes, assim como apresenta a próxima seção.

5.1 Planejamento do estudo de caso

Primeiramente, é necessário conhecer os tipos de estudos de caso, que são basicamente dois: longitudinal e o retrospectivo. Este trabalho trata de um estudo de caso do tipo retrospectivo, em função da natureza da pesquisa que é direcionada a verificar o histórico de eventos, isto é, avaliar dados de falhas que constituem o histórico do sistema a ser estudado.

Em seguida, define-se o número de casos a serem estudados, que nesta dissertação, pode-se dizer que é único, pois se pretende obter o maior aprofundamento possível acerca da avaliação de confiabilidade das centrífugas. Segundo Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012), a escolha de múltiplos casos pode resultar em baixo aprofundamento do estudo além de exigir mais recursos.

Por fim, delimita-se o caso a ser estudado. Conforme Miguel, Fleury e Mello *et al.* (2012), esta escolha deve ser provida de uma análise das características

desejáveis do caso, com justificação teórica adequada, para que se tenha um caso ideal ao estudo proposto. Este momento do planejamento, de escolha e delimitação do caso, foi chamado neste trabalho de definição do objeto de pesquisa, descrito na subseção seguinte.

5.1.1 Definição do Objeto de pesquisa

Conforme mencionado no decorrer desta dissertação, as centrífugas de açúcar foram estabelecidas como o caso a ser estudado, o objeto de pesquisa. Estes equipamentos são muito críticos ao processo de fabricação de açúcar, pois todo o fluxo produtivo obrigatoriamente passa pelo processo de centrifugação que na maioria das vezes dispõe de números limitados de centrífugas. Significa dizer que a indisponibilidade de um sistema (centrífuga) pode resultar em redução de toda a cadeia produtiva de uma indústria sucroalcooleira, já que a produção é classificada como contínua e empurrada. Estes fatores demonstram de certa forma a relevância do estudo do ponto de vista do negócio sucroalcooleiro.

Juntamente a isso, as centrífugas constituem apropriadamente o que se pode chamar de sistemas reparáveis, segunda a literatura. Em outras palavras, as centrífugas são frequentemente submetidas a reparos imperfeitos em seus componentes, mas nunca por meio da substituição completa do seu respectivo sistema, logo, é um caso adequado ao estudo proposto nesta pesquisa, que prevê aplicação de modelos para sistemas reparáveis.

Como última justificativa para definição das centrífugas como objeto de pesquisa, destaca-se o rigor dos dados de falha. Esta é uma preocupação recorrente dos estudos que trabalham com dados, pois a credibilidade dos dados pode estar relacionada aos méritos da pesquisa. O método com que os dados de falhas (das centrífugas em especial) são coletados atualmente fornece uma maior garantia de coerência, veracidade, credibilidade, e, portanto, foi também um dos motivos para a seleção destes objetos de

pesquisa. O método de coleta de dados é detalhado mais adiante. A fim de formalizar a liberação para aquisição de dados e de firmar a finalidade estritamente acadêmica, elaborou-se um termo de compromisso (Anexo I).

5.1.2 Termo para Aquisição de Dados

Como parte do planejamento do estudo de caso retrospectivo, realizou-se a coleta de dados do histórico de falhas do objeto de pesquisa. A fim de assegurar o sigilo dos dados de identificação da empresa que colaborou com a pesquisa, assim como de qualquer terceiro ou fornecedor, elaborou-se um termo de formalização autorizando a aquisição de dados. Desta forma, garante-se o sigilo absoluto e o uso dos dados somente para fins acadêmicos, resguardando, de certo modo, a legitimidade dos dados. O modelo de termo utilizado está no Anexo I.

5.2 Aquisição e Análise dos Dados de Falhas

Esta seção é destinada a apresentar o método de coleta de dados, bem como as definições dos modos de falhas estabelecidos para modelagem de uma centrífuga de açúcar. Em seguida, será desenvolvida a análise dos dados: testes de homogeneidade entre as amostras.

5.2.1 Obtenção de Dados

A coleta de dados foi realizada em uma indústria produtora de açúcar, etanol e energia elétrica. A companhia conta com um sistema de registro das paradas das centrífugas de açúcar por meio de formulários diários preenchidos, validados e assinados por no mínimo três gestores industriais e três operadores dos turnos matutino, vespertino e noturno. Os formulários são preenchidos com informações completas das 24 horas de cada dia de operação. O modelo do formulário de coleta utilizado está no Apêndice A.

Para a pesquisa, foram selecionados os dados referentes às 4 centrífugas automáticas de açúcar, localizadas na linha de produção denominada por Fábrica de

Açúcar. O período de coleta foi de 06/04/2015 à 06/04/2017 , totalizando 17520 horas de observação. Esta linha de centrifugação responde por 100% do processamento da matéria prima destinada à fabricação de açúcar, trabalha em regime contínuo, 24 horas por dia, durante aproximadamente 8 meses de safra. Os registros gerais das intervenções (manutenções) são apresentados no Apêndice B.

5.2.2 Centrífugas de Açúcar

Conforme o diagrama de blocos da Figura 10, o sistema de centrifugação é composto por 4 centrífugas de açúcar trabalhando paralelamente. Nota-se que por se tratar de uma linha em série, a falha de qualquer componente provoca a parada da centrífuga. A centrífuga é constituída por vários componentes que desempenham funções relacionadas às disciplinas de elétrica, mecânica e automação.

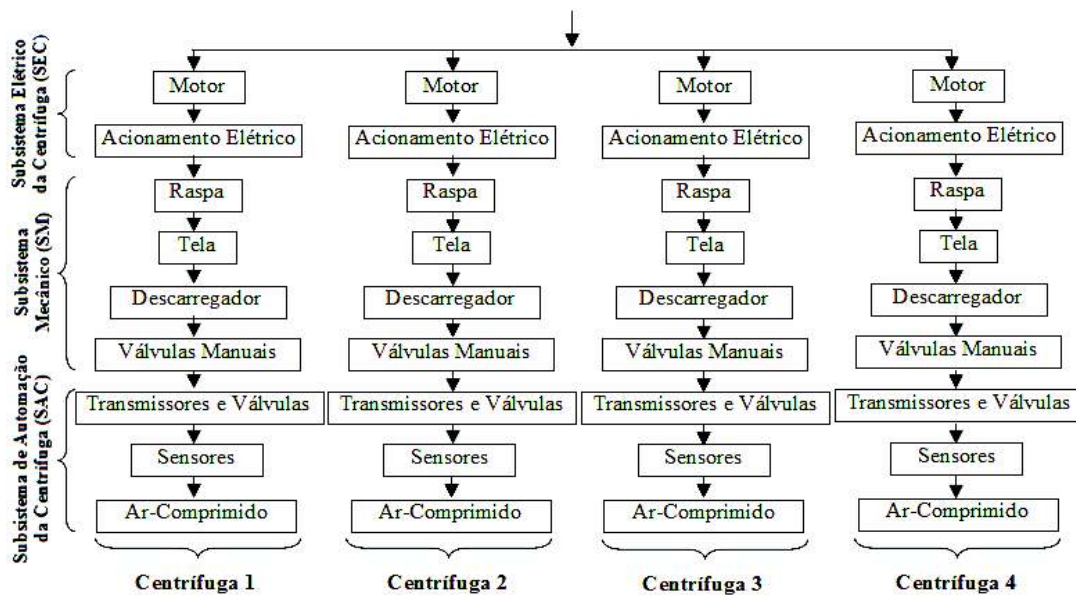


Figura 10 – Diagrama de blocos do sistema de centrifugação

Fonte: o autor (2017)

Nesta dissertação, cada componente da centrífuga é correlacionado a um modo de falha, pois ao falhar, desencadeia uma parada funcional de um subsistema (elétrico, mecânico ou automação) da centrífuga. Embora cada componente possa agregar mais de um modo de falha, para efeito de modelagem, será considerado um modo de falha por

componente, por exemplo, “acionamento elétrico em falha”. Figura 10 exibe os principais componentes da centrífuga de açúcar. A Figura 11 apresenta uma ilustração da centrífuga de açúcar.

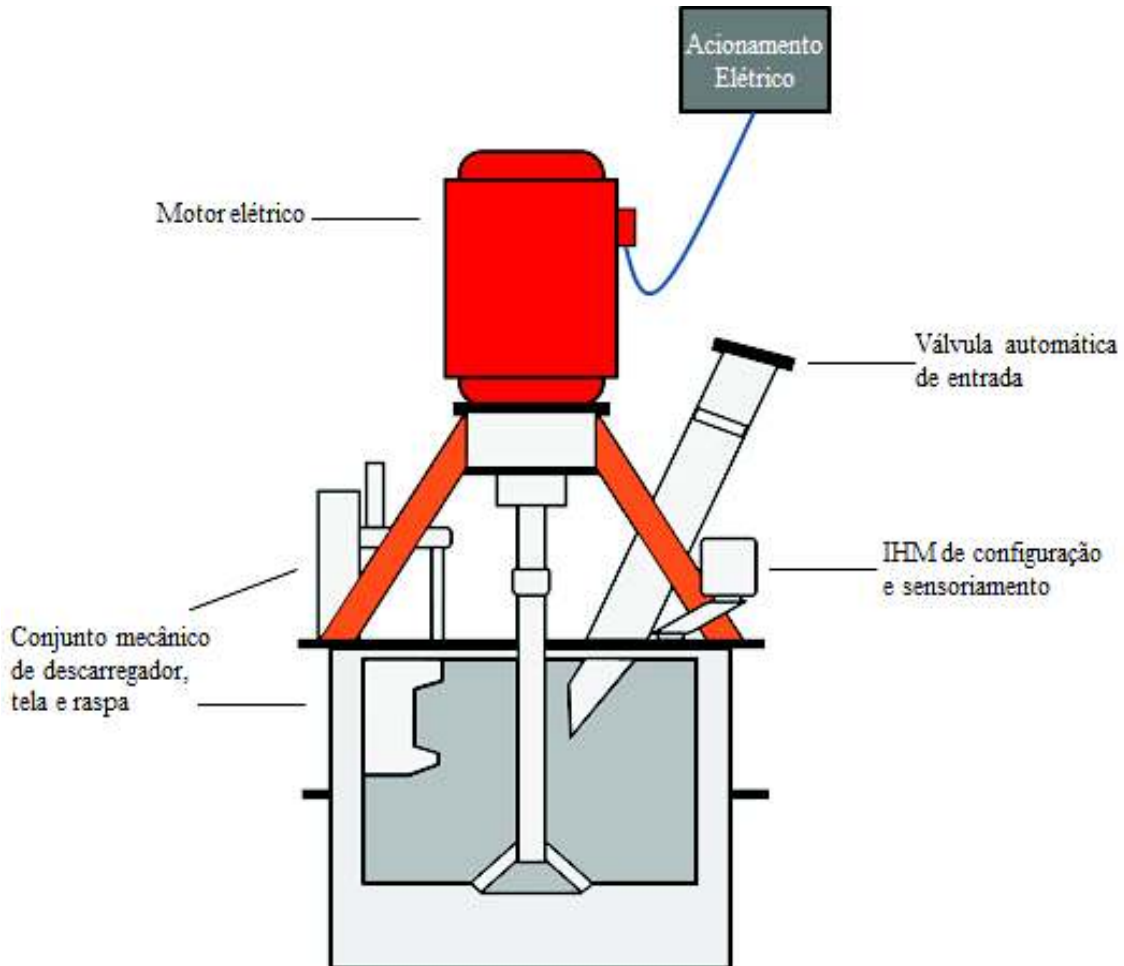


Figura 11 – Ilustração da centrífuga de açúcar

Fonte: o autor (2017)

5.2.3 Análise dos Dados Coletados

Os dados coletados das centrífugas, exibidos no Apêndice B, foram coletados de maneira individual para as 4 centrífugas de açúcar. Portanto, para que todos os dados sejam utilizados de forma agrupada nas simulações, faz-se necessário a aplicação de testes

estatísticos que demonstrem a não rejeição à hipótese de homogeneidade das amostras. Para isso, utilizou-se o teste de Kruskal-Wallis, a fim de checar se as amostras seguem uma distribuição equivalente.

Teste de Kruskal-Wallis

Como não há evidência de que as amostras dos tempos de intervenção são ou não normalmente distribuídas, sugere-se a aplicação do método Kruskal-Wallis para obtenção de resultados consistentes no teste de homogeneidade. Testes de homogeneidade conhecidos, tais como, Levene e Tukey, trabalham com a premissa de amostras independentes e normalmente distribuídas, não sendo, desta forma, recomendados para esta análise.

Segundo Marôco (2011), a avaliação do Kruskal-Wallis é teste mais adequado para comparação de duas ou mais variáveis observadas em duas ou mais amostras independentes. Consiste em um teste não paramétrico aplicado para confrontar a hipótese nula de que todas as amostras possuem funções de distribuição equivalentes contra outra hipótese possível de que no mínimo duas das amostras possuem funções distribuições diferentes.

A aplicação do Kruskal-Wallis não coloca nenhuma restrição quanto a premissas sobre as amostras analisadas. Neste sentido, Marôco (2011) menciona que a técnica de Kruskal-Wallis pode ser utilizada como alternativa não paramétrica à Análise de Variância (ANOVA), uma vez que esta última deve ser utilizada somente para amostras independentes e normalmente distribuídas, isto é, possui aplicação restrita. Portanto, aplicou-se o Kruskal-Wallis nos dados do Apêndice B por meio do software Action®. Os resultados são apresentados nas Tabelas 1, 2 e 3.

Tabela 1 – Resultados do teste não paramétrico de Kruskal-Wallis

Informação	Valor
Kruskal-Wallis qui-quadrado	7,729609337
Graus de Liberdade	3
P-valor	0,05194323

Fonte: o autor (2017)

Tabela 2 – Comparações múltiplas do teste Kruskal-Wallis

Fatores Comparados	Diferença Observada	Diferença Crítica
CF-01 - CF-02	1,904746	26,50862
CF-01 - CF-03	20,222723	29,58965
CF-01 - CF-04	9,340935	25,57529
CF-02 - CF-03	18,317977	28,97432
CF-02 - CF-04	11,245681	24,8608
CF-03 - CF-04	29,563657	28,12294

Fonte: o autor (2017)

Tabela 3 – Limites e efeitos para o teste de Kruskal-Wallis

Fatores	Limite Inferior	Efeito	Limite Superior
CF-01	195,4020253	303,9306306	412,459236
CF-02	158,6013079	261,7	364,7986921
CF-03	239,6515028	366,6981481	493,7447935
CF-04	111,5066826	206,7916667	302,0766507

Fonte: o autor (2017)

Conforme nota-se na Tabela 1, o valor de *P-value* é superior a 0,05 para a comparação entre as amostradas das 4 centrífugas. Para um nível de significância $\alpha = 5\%$, não se rejeita a hipótese que as amostras de dados possuem funções de distribuições equivalentes, pois *P-value* é maior que 5%. Assim, presumindo homogeneidade entre os dados das 4 centrífugas, os mesmos podem ser utilizados de modo agrupado, não sendo necessária a rejeição de nenhuma amostra observada.

5.3 Aplicação do Modelo Híbrido

5.3.1 Definição dos Estados do PNHM

Para definição dos estados Markovianos, devem ser considerados todos os estados em que o sistema passa por manutenção corretiva e preventiva, caso contrário, o sistema encontra-se em estado operante (estado 0).

Os estados de manutenção corretiva foram definidos considerando somente os modos de falhas evidenciados durante o período de coleta. Desta forma, falhas em motores (natureza elétrica) e válvulas manuais (natureza mecânica) foram desprezadas, uma vez que não foi possível obter dados suficientes para o desenvolvimento da modelagem proposta. Contudo, observando a Figura 10 e os dados evidenciados, foram estabelecidos sete modos de falha, onde cada modo representa um estado do PNHM (estados de 1 à 7).

Para representação da manutenção preventiva, foi definido um estado que representa a manutenção preventiva de entressafra (estado 8). Neste período as centrífugas são retiradas, desmontadas e encaminhadas ao fabricante para manutenção preventiva em todos os componentes e subsistemas, a fim de assegurar o bom funcionamento dos equipamentos durante a safra seguinte. A Tabela 4 apresenta a relação de estados do modelo Markoviano da centrífuga.

Tabela 4 - Estados do modelo Markoviano da centrífuga

<i>Estado</i>	<i>Descrição</i>	<i>Status do Equipamento</i>
0	Centrífuga em estado operacional;	Operante
1	MF1 – Acionamento elétrico em falha;	Inoperante
2	MF2 – Raspa danificada;	Inoperante
3	MF3 – Tela danificada;	Inoperante
4	MF4 – Descarregado em mau funcionamento;	Inoperante
5	MF5 – Transmissores e válvulas automáticas em falha;	Inoperante
6	MF6 – Mau funcionamento no sensoramento;	Inoperante
7	MF7 – Deficiência no ar comprimido;	Inoperante
8	Em manutenção preventiva de entressafra	Inoperante

Fonte: o autor (2017)

O processo de Markov, estabelecido por meio dos estados da Tabela 4, pode ser representado pelo diagrama espaço-estado apresentado na Figura 12. O diagrama exhibe

todos os estados possíveis que a centrífuga poderá assumir durante sua vida operacional, abrangendo fases corretivas, preventivas e operacionais.

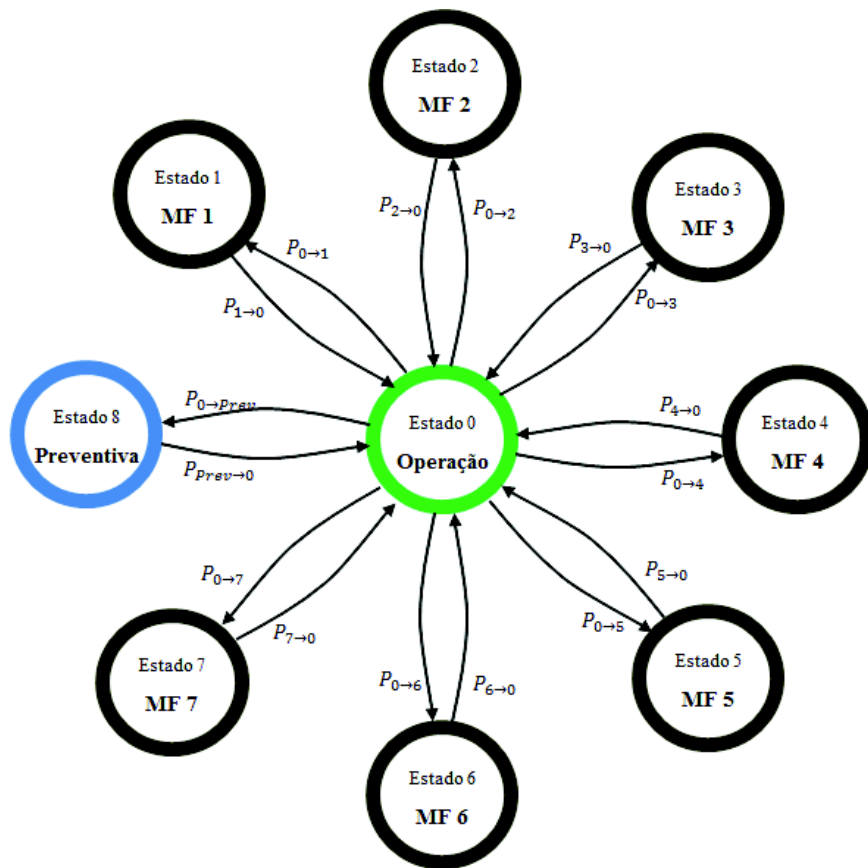


Figura 12 – Diagrama espaço-estado da Centrífuga

Fonte: o autor (2017)

Dado que o diagrama espaço-estado da centrífuga foi estabelecido, a próxima etapa consiste em definir os modelos probabilísticos para representar as transições entre estados, de maneira que retrate adequadamente o comportamento da centrífuga. Assim, tornar-se-á possível a simulação do modelo Markoviano para obtenção dos parâmetros de interesse.

5.3.2 Definição das Transições de Falha

O método selecionado por esta pesquisa para modelagem dos tempos de ocorrência da falha será o PRG, proposto por Rocha (2006), apresentado no Capítulo 3. Para tanto, é necessária a estimação dos parâmetros de um PRG (α, β, q) , também

conhecido como Weibull-PRG. Esta subseção destina-se a exibir os detalhes da estimação do PRG para os tempos de ocorrência de falha da centrífuga.

Os parâmetros de um PRG podem ser estimados por máxima verossimilhança ou por inferência Bayesiana. O método PRG foi adotado neste trabalho por permitir trabalhar com dados censurados e limitados, uma vez que os métodos de máxima verossimilhança exigem dados completos sobre as ocorrências de eventos no sistema.

Para estimação Bayesiana dos parâmetros de cada modo de falha, desenvolveu-se e aplicou-se o código de programação em Matlab® exibido no Apêndice C, baseado no algoritmo do Anexo II, o qual emprega a técnica de MCMC. Por meio de 100.000 iterações, gerou-se 100.000 amostras para cada parâmetro (α, β, q) , tal que $\theta^{seq} = \{\theta^1, \dots, \theta^{100.000}\}$ representa a sequência de amostras geradas, onde θ_i é o conjunto de parâmetros do PRG da i -ésima amostra. Em seguida, como processo de tratamento da amostra, aplicou-se a técnica de *Burn-in* e de *Emagrecimento da Cadeia*.

O *Burn-in* utilizado equivale ao comprimento de 10.000 amostras (10%). O *Emagrecimento da Cadeia* aplicado possui comprimento de 10, isto é, seleciona-se uma amostra do conjunto em intervalos de 10, de modo a reduzir o número de amostras de maneira independentes e identicamente distribuídas (i.i.d). Os comprimentos de *Burn-in* e do *Emagrecimento da Cadeia* foram definidos segundo a análise do trabalho de Rocha (2006) que, por sua vez, apoiou-se na pesquisa Brooks (1998). Desta forma, o conjunto amostral a posteriori resultante para cada parâmetro (α, β, q) possui comprimento de 9.000 amostras.

Este processo foi repetido 10 vezes para cada modo de falha com intuito de verificar se o número gerado de 100.000 amostras é suficientemente grande para que as médias dos valores a posteriori α, β, q sigam uma tendência. Desta forma, a comparação entre as 10 médias dos conjuntos amostrais (de tamanho 100.000) demonstrou tendências

equivalentes para cada modo de falha. Portanto, considerou-se que o comprimento 100.000 é suficientemente grande para esta modelagem.

A Figura 13 apresenta os valores das amostras geradas para o conjunto de parâmetros (α, β, q) do Modo de Falha 1 (MF 1). A Figura 14 apresenta os histogramas das amostras do MF 1. As Tabelas 5, 6 e 7 exibem os valores estatísticos das 10 simulações do MF 1 juntamente com os valores a posteriori.

Para o MF 2, a Figura 15 apresenta as amostras dos parâmetros e a Figura 16 exhibe os respectivos histogramas. As Tabelas 8, 9 e 10 apresentam os valores das 10 simulações de MF 2 juntamente com as médias a posteriori.

Para o MF 3, a Figura 17 apresenta as amostras dos parâmetros e a Figura 18 exhibe os respectivos histogramas. As Tabelas 11, 12 e 13 apresentam os valores das 10 simulações de MF 3 juntamente com as médias a posteriori.

Para o MF 4, a Figura 19 apresenta as amostras dos parâmetros e a Figura 20 exhibe os respectivos histogramas. As Tabelas 14, 15 e 16 apresentam os valores das 10 simulações de MF 4 juntamente com as médias a posteriori.

Para o MF5, a Figura 21 apresenta as amostras dos parâmetros e a Figura 22 exhibe os respectivos histogramas. As Tabelas 17, 18 e 19 apresentam os valores das 10 simulações de MF 5 juntamente com as médias a posteriori.

Para o MF 6, a Figura 23 apresenta as amostras dos parâmetros e a Figura 24 exhibe os respectivos histogramas. As Tabelas 20, 21 e 22 apresentam os valores das 10 simulações de MF 6 juntamente com as médias a posteriori.

Para o MF 7, a Figura 25 apresenta as amostras dos parâmetros e a Figura 26 exhibe os respectivos histogramas. As Tabelas 23, 24 e 25 apresentam os valores das 10 simulações de MF 7 juntamente com as médias a posteriori.

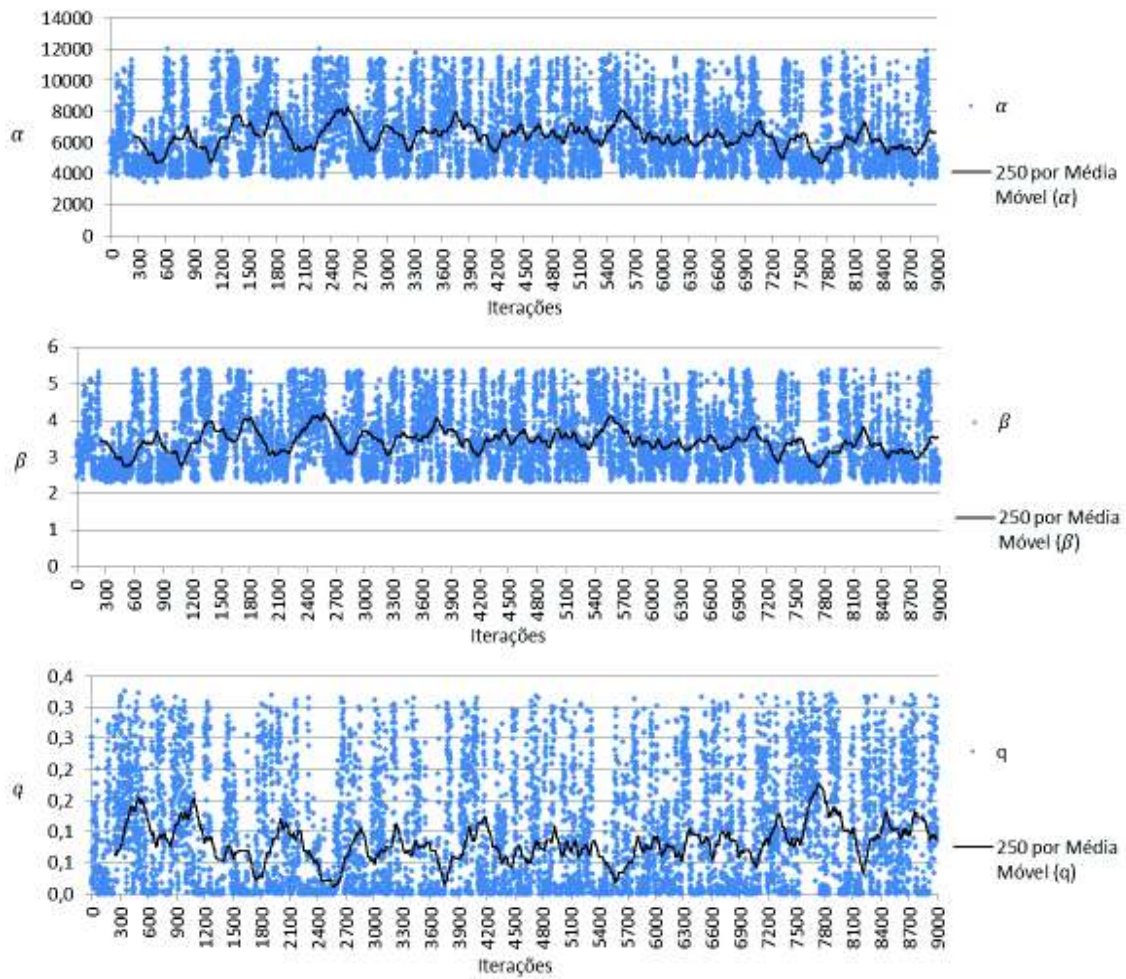


Figura 13 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 1

Fonte: o autor (2017)

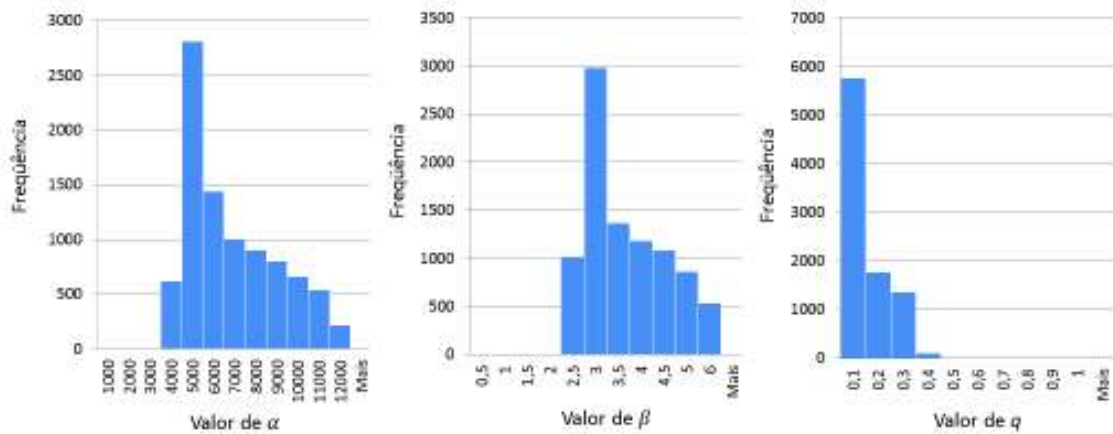


Figura 14 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 1

Fonte: o autor (2017)

Tabela 5 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 1

Nº da Simulação	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	6402,30	5714,80	3924,60	4528,90	5724,70	8032,10	10597,00
2	6393,99	5690,88	3945,13	4543,89	5690,70	8037,22	10547,97
3	6387,39	5718,48	3938,65	4564,28	5718,38	8012,25	10536,72
4	6287,81	5543,37	3923,43	4525,76	5543,36	7832,22	10500,06
5	6283,58	5529,18	3947,33	4574,84	5529,07	7741,30	10497,17
6	6402,34	5714,81	3924,65	4528,94	5714,74	8032,08	10597,27
7	6338,24	5523,88	3928,31	4516,42	5523,86	7940,19	10600,52
8	6369,78	5627,67	3926,40	4519,28	5627,62	7991,78	10594,10
9	6369,70	5673,78	3928,58	4558,23	5673,73	7990,81	10538,25
10	6402,34	5714,81	3924,65	4528,94	5714,74	8032,08	10597,27
	Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante	6363,75 / 45,77	5645,17	3931,17	4538,95	5646,09	7964,20	10560,63

Tabela 6 - Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 1

Nº da Simulação	Média	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	3,439	3,192	2,407	2,681	3,192	4,120	5,072
2	3,437	3,182	2,417	2,687	3,181	4,122	5,054
3	3,434	3,193	2,414	2,696	3,193	4,112	5,050
4	3,394	3,119	2,407	2,679	3,119	4,043	5,037
5	3,393	3,114	2,418	2,701	3,113	4,007	5,036
6	3,439	3,192	2,408	2,681	3,192	4,120	5,072
7	3,413	3,111	2,409	2,675	3,111	4,084	5,073
8	3,426	3,155	2,409	2,676	3,155	4,104	5,071
9	3,427	3,174	2,410	2,694	3,174	4,104	5,050
10	3,439	3,192	2,408	2,681	3,192	4,120	5,072
	Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante	3,424 / 0,018	3,162	2,411	2,685	3,162	4,094	5,059

Tabela 7 - Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 1

Nº da Simulação	Média	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,082000	0,034900	0,0000001	0,000385	0,034900	0,153100	0,269300
2	0,081096	0,036098	0,0000002	0,000381	0,036089	0,150742	0,264725
3	0,080256	0,034668	0,0000002	0,000405	0,034663	0,147569	0,266116
4	0,084342	0,044581	0,0000002	0,000623	0,044580	0,153610	0,269590
5	0,081975	0,045476	0,0000002	0,000770	0,045469	0,145942	0,264235
6	0,082045	0,034856	0,0000001	0,000385	0,034853	0,153105	0,269318
7	0,084231	0,045814	0,0000001	0,000482	0,045812	0,155096	0,268492
8	0,083164	0,039556	0,0000002	0,000425	0,039553	0,154640	0,268915
9	0,081308	0,037008	0,0000002	0,000426	0,037005	0,148502	0,268434
10	0,082045	0,034856	0,0000001	0,000385	0,034853	0,153105	0,269318
	Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante	0,082246 / 0,001315	0,038781	0,0000002	0,000467	0,038778	0,151541	0,267844

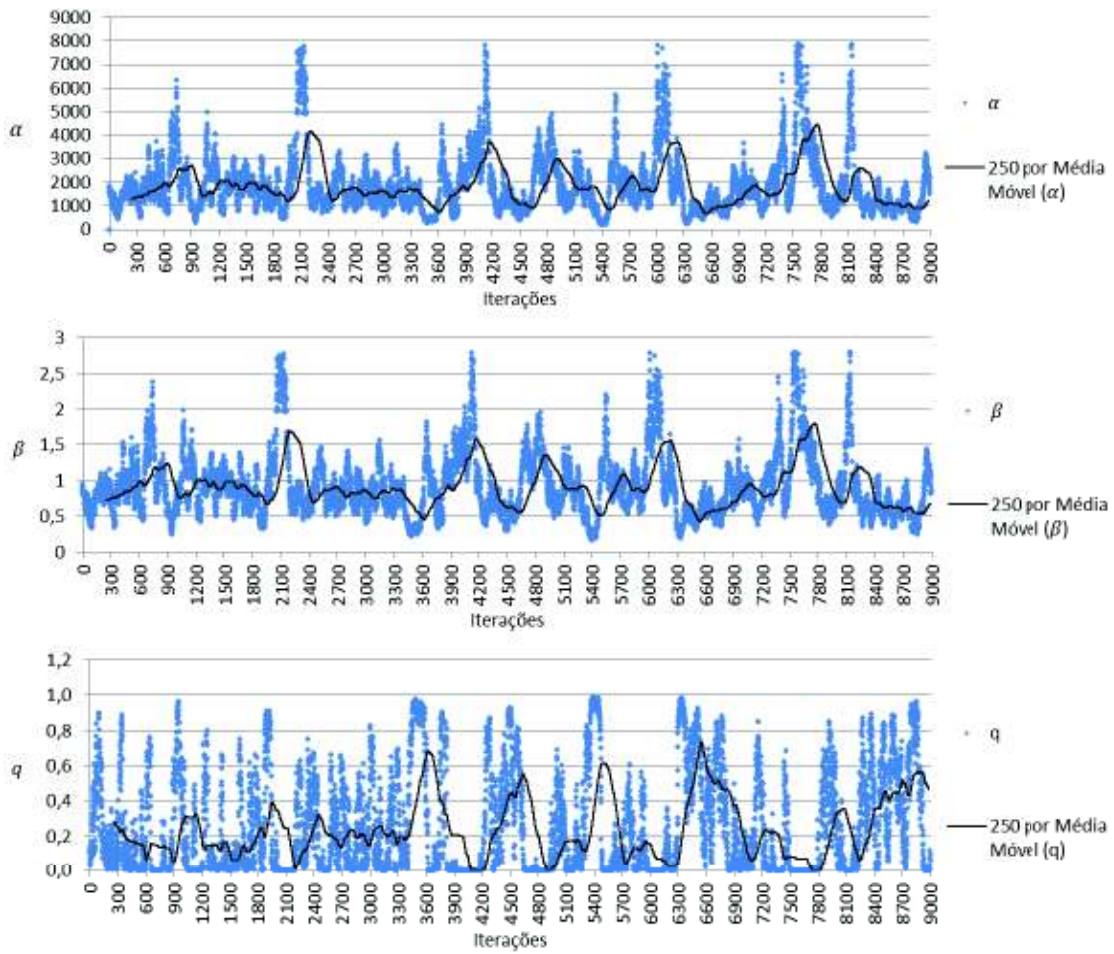


Figura 15 – Amostras geradas para os parâmetros α , β , q do MF 2

Fonte: o autor (2017)

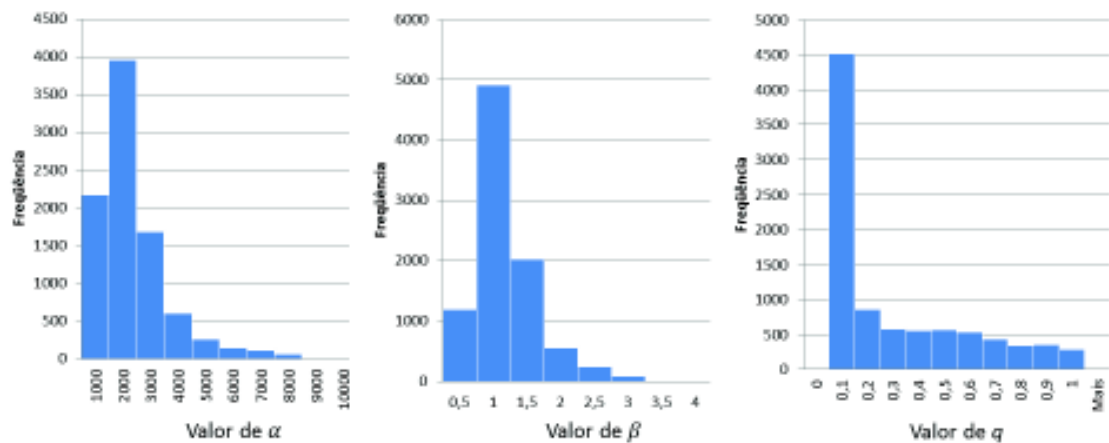


Figura 16 - Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α , β , q do MF 2

Fonte: o autor (2017)

Tabela 8 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 2

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	1336,13	2048,90	1681,23	474,32	1050,91	1681,23	2571,12	5254,04
2	1336,13	1990,09	1683,82	589,27	1150,85	1683,82	2396,01	4637,97
3	1336,13	1856,90	1525,19	380,89	977,75	1525,19	2256,62	5108,21
4	1336,13	1884,07	1551,59	527,06	1030,77	1551,56	2308,23	4468,19
5	1336,13	1856,37	1572,59	509,34	1061,62	1572,59	2315,96	4149,36
6	1336,13	1969,50	1674,48	678,16	1147,00	1674,48	2495,40	4177,71
7	1336,13	1774,12	1474,87	501,20	995,98	1474,87	2160,16	4091,83
8	1336,13	1925,63	1580,45	377,51	977,41	1580,45	2435,90	4940,40
9	1336,13	1856,14	1586,68	600,54	1095,99	1586,65	2247,30	4053,40
10	1336,13	2003,57	1635,30	521,90	1104,34	1635,29	2454,03	4891,71
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		1916,53 / 85,34	1596,62	516,02	1059,26	1596,61	2364,07	4577,28

Tabela 9 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 2

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,740	0,979	0,879	0,340	0,618	0,879	1,209	2,066
2	0,740	0,882	0,797	0,355	0,594	0,797	1,061	1,713
3	0,740	0,907	0,817	0,289	0,585	0,817	1,096	2,023
4	0,740	0,923	0,828	0,368	0,609	0,828	1,115	1,830
5	0,740	0,916	0,836	0,359	0,623	0,836	1,118	1,731
6	0,740	0,961	0,877	0,445	0,660	0,877	1,182	1,740
7	0,740	0,965	0,880	0,400	0,662	0,880	1,147	1,882
8	0,740	0,931	0,839	0,287	0,585	0,839	1,161	1,973
9	0,740	0,918	0,842	0,406	0,638	0,842	1,093	1,701
10	0,740	0,964	0,861	0,366	0,641	0,861	1,167	1,959
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		0,935 / 0,031	0,846	0,362	0,622	0,846	1,135	1,862

Tabela 10 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 2

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,2	0,228752	0,057361	3,67E-22	0,000257	0,057361	0,413540	0,886165
2	0,2	0,259894	0,127410	3,37E-12	0,004753	0,127410	0,462037	0,870452
3	0,2	0,265737	0,106396	1,05E-20	0,002563	0,106396	0,478391	0,932532
4	0,2	0,238987	0,096441	5,05E-15	0,001811	0,096430	0,431117	0,854432
5	0,2	0,234066	0,089032	1,32E-12	0,001719	0,089032	0,404255	0,865537
6	0,2	0,194022	0,059025	8,25E-13	0,000465	0,059025	0,333210	0,744226
7	0,2	0,200683	0,056733	2,02E-16	0,000975	0,056733	0,330163	0,812286
8	0,2	0,260580	0,086372	4,19E-19	0,000730	0,086371	0,478697	0,933988
9	0,2	0,218238	0,084307	6,25E-12	0,002726	0,084298	0,374993	0,804083
10	0,2	0,218500	0,069451	1,13E-18	0,000636	0,069449	0,368040	0,857676
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		0,231946 / 0,02493	0,083253	1,18E-12	0,001663	0,083250	0,407444	0,856138

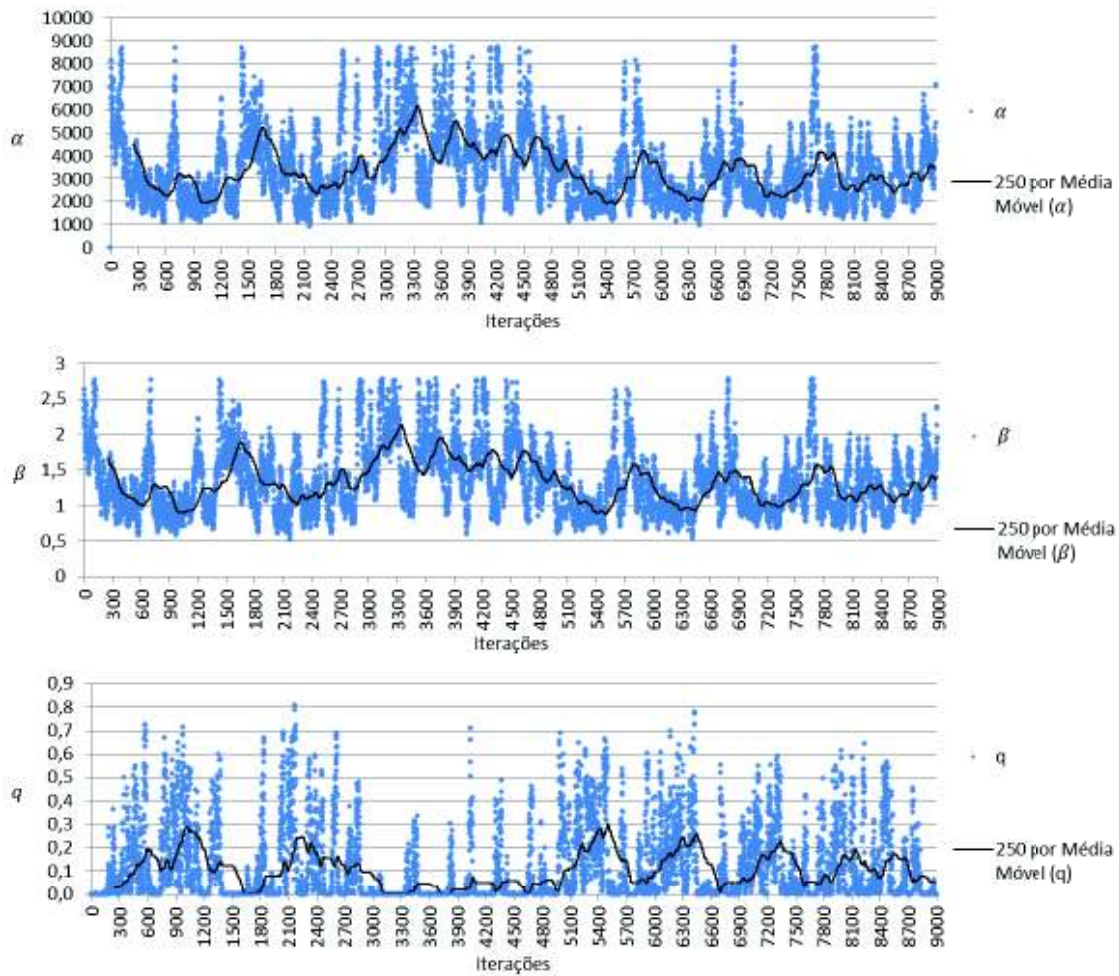


Figura 17 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 3

Fonte: o autor (2017)

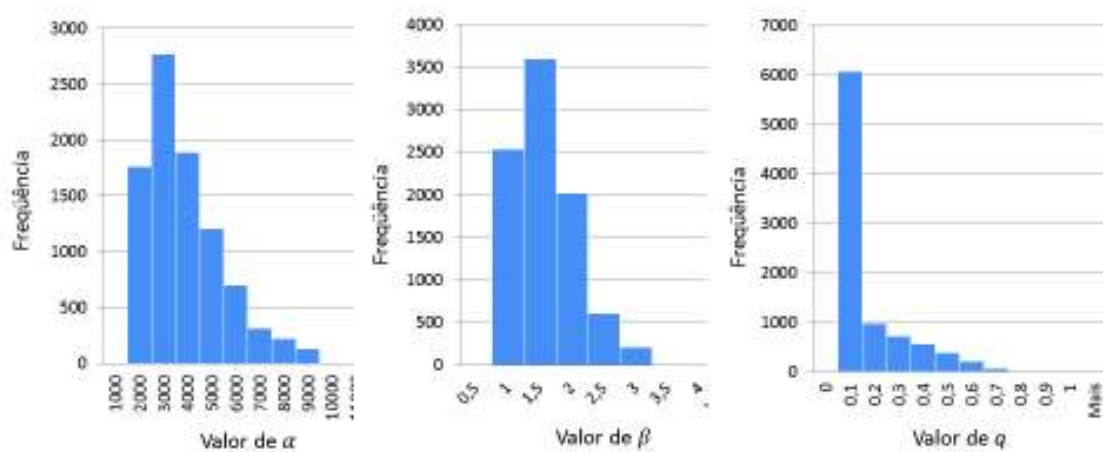


Figura 18 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 3

Fonte: o autor (2017)

Tabela 11 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 3

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	2054,26	3198,62	2678,12	1473,39	1990,51	2678,08	3971,72	6854,72
2	2054,26	3353,07	2933,03	1517,54	2149,62	2933,03	4118,92	6908,71
3	2054,26	3499,66	2968,36	1543,97	2158,58	2968,31	4489,39	7215,70
4	2054,26	3372,80	2985,30	1556,21	2158,48	2985,30	4230,61	6671,89
5	2054,26	3433,62	2984,58	1528,44	2175,41	2984,58	4274,22	7059,96
6	2054,26	3221,71	2776,52	1448,38	2017,05	2776,52	4016,14	6651,87
7	2054,26	3423,67	2928,51	1501,65	2106,54	2928,51	4348,55	7164,17
8	2054,26	3268,46	2833,71	1513,29	2075,79	2833,67	4032,78	6720,62
9	2054,26	3315,04	2868,93	1510,48	2086,04	2868,93	4131,33	6906,56
10	2054,26	3187,46	2744,19	1542,85	2085,06	2744,19	3865,48	6379,14
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		3327,41 / 107,45	2870,13	1513,62	2100,31	2870,11	4147,91	6853,33

Tabela 12 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 3

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,94	1,282	1,147	0,733	0,918	1,147	1,541	2,321
2	0,94	1,331	1,228	0,749	0,973	1,228	1,584	2,334
3	0,94	1,372	1,239	0,759	0,976	1,239	1,690	2,412
4	0,94	1,338	1,244	0,763	0,976	1,244	1,616	2,274
5	0,94	1,354	1,244	0,753	0,981	1,244	1,628	2,373
6	0,94	1,290	1,178	0,723	0,927	1,178	1,554	2,269
7	0,94	1,349	1,226	0,743	0,958	1,226	1,650	2,399
8	0,94	1,305	1,196	0,747	0,947	1,196	1,559	2,287
9	0,94	1,319	1,208	0,746	0,951	1,208	1,587	2,334
10	0,94	1,283	1,168	0,758	0,951	1,168	1,510	2,199
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		1,322 / 0,032	1,208	0,748	0,956	1,208	1,592	2,320

Tabela 13 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 3

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,2	0,112313	0,020135	1,32E-16	0,000028	0,020135	0,180150	0,479370
2	0,2	0,107007	0,019834	3,17E-15	0,000105	0,019834	0,164831	0,470015
3	0,2	0,104335	0,017606	6,86E-17	0,000012	0,017603	0,161764	0,454662
4	0,2	0,103477	0,016616	5,14E-14	0,000056	0,016616	0,161797	0,447570
5	0,2	0,103686	0,016657	4,90E-16	0,000043	0,016657	0,156086	0,463697
6	0,2	0,128447	0,032773	6,47E-14	0,000184	0,032773	0,214910	0,510763
7	0,2	0,131845	0,044013	6,06E-15	0,000233	0,044008	0,225937	0,495994
8	0,2	0,117047	0,027409	2,92E-14	0,000168	0,027406	0,191677	0,472544
9	0,2	0,115094	0,024485	3,26E-15	0,000098	0,024485	0,187791	0,474189
10	0,2	0,115290	0,036171	1,32E-12	0,000402	0,036171	0,188155	0,455293
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		0,113854 / 0,010007	0,025570	1,48E-13	0,000133	0,025569	0,183310	0,472410

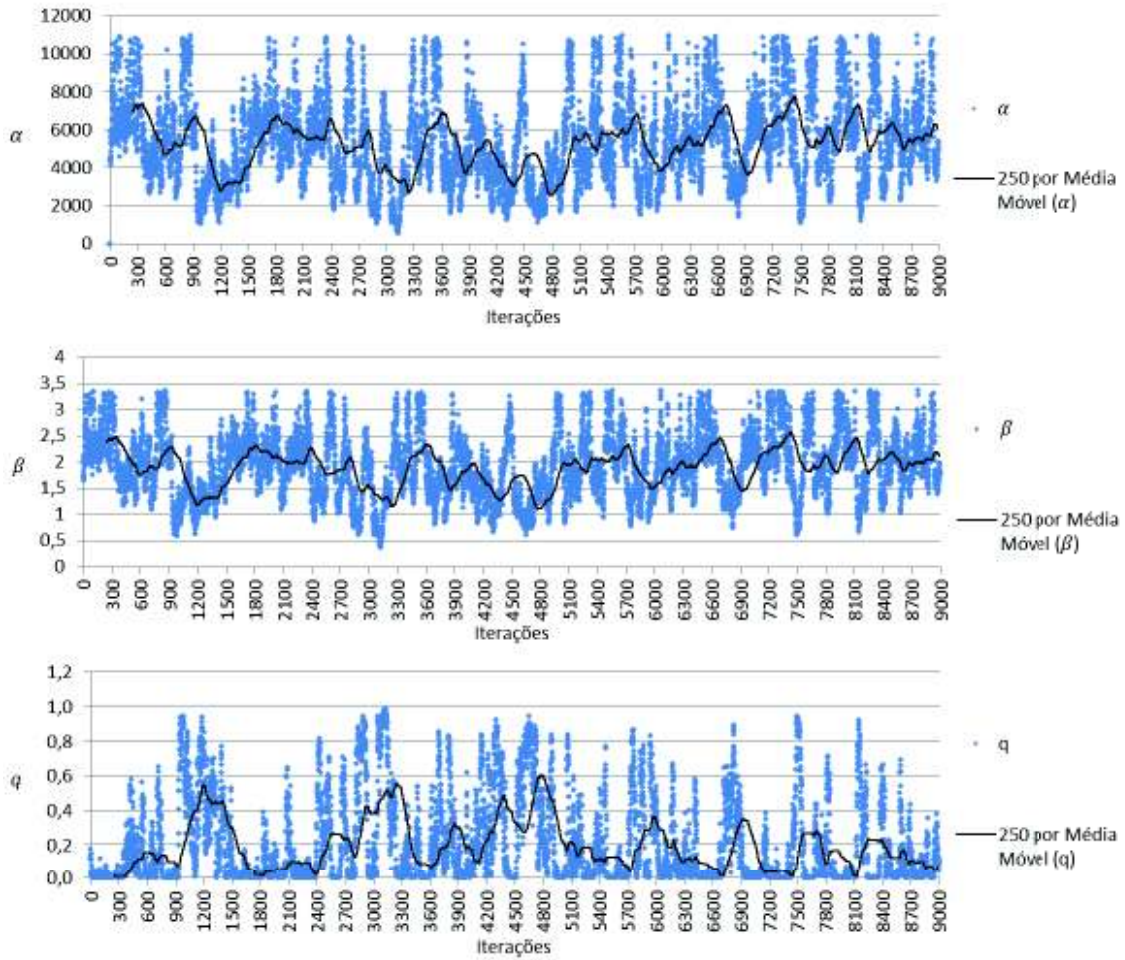


Figura 19 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 4

Fonte: o autor (2017)

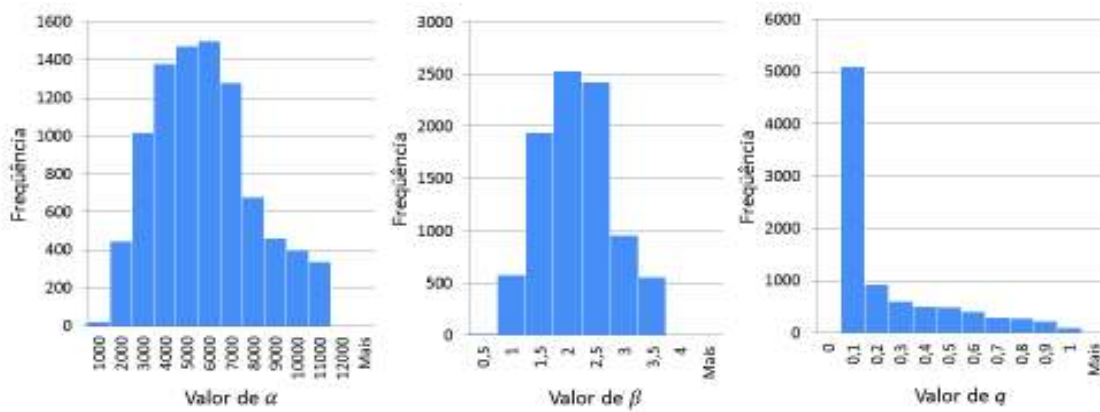


Figura 20 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 4

Fonte: o autor (2017)

Tabela 14 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 4

Nº da Simulação	Valor inicial	Média	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	3821,90	5113,78	4815,08	1814,29	3368,49	4815,08	6580,41	9681,67
2	3821,90	5209,76	4967,47	1894,11	3346,18	4967,45	6717,41	9659,54
3	3821,90	4940,58	4570,25	1882,61	3154,62	4570,25	6364,94	9561,37
4	3821,90	4974,02	4665,36	1726,21	3117,36	4665,36	6505,77	9488,06
5	3821,90	5212,43	4979,75	2044,08	3473,21	4979,68	6653,64	9560,79
6	3821,90	4973,46	4622,31	1723,27	3190,29	4622,31	6455,41	9512,97
7	3821,90	5084,77	4752,38	2148,20	3500,89	4752,33	6316,63	9488,03
8	3821,90	5011,65	4665,79	1927,98	3376,79	4665,79	6382,45	9398,94
9	3821,90	5116,56	4819,65	1877,96	3430,30	4819,63	6509,71	9572,57
10	3821,90	5126,60	4836,87	2070,50	3502,34	4836,87	6477,55	9485,31
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		5076,36 / 97,52	4769,49	1910,92	3346,05	4769,48	6496,39	9540,92

Tabela 15 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 4

Nº da Simulação	Valor inicial	Média	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	1,520	1,852	1,808	0,869	1,383	1,808	2,285	3,052
2	1,520	1,881	1,850	0,898	1,376	1,850	2,320	3,047
3	1,520	1,806	1,738	0,894	1,316	1,738	2,228	3,024
4	1,520	1,813	1,765	0,837	1,305	1,765	2,265	3,006
5	1,520	1,884	1,854	0,951	1,415	1,854	2,304	3,023
6	1,520	1,814	1,753	0,836	1,327	1,753	2,252	3,012
7	1,520	1,852	1,790	0,987	1,423	1,790	2,216	3,006
8	1,520	1,829	1,765	0,910	1,385	1,765	2,233	2,985
9	1,520	1,856	1,809	0,892	1,402	1,809	2,266	3,026
10	1,520	1,863	1,814	0,960	1,424	1,814	2,258	3,006
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		1,845 / 0,028	1,795	0,903	1,376	1,795	2,263	3,019

Tabela 16 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 4

Nº da Simulação	Valor inicial	Média	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,200000	0,218469	0,084600	0,000001	0,004551	0,084600	0,363859	0,806295
2	0,200000	0,209720	0,069259	0,000001	0,003421	0,069257	0,369971	0,786681
3	0,200000	0,237301	0,114435	0,000001	0,007000	0,114434	0,423948	0,789718
4	0,200000	0,240078	0,102050	0,000001	0,005296	0,102050	0,434743	0,826903
5	0,200000	0,198629	0,068123	0,000001	0,003912	0,068116	0,335745	0,748260
6	0,200000	0,235763	0,107528	0,000001	0,005857	0,107528	0,413729	0,827577
7	0,200000	0,200932	0,091611	0,000001	0,007687	0,091606	0,328451	0,720108
8	0,200000	0,216385	0,101997	0,000002	0,006761	0,101997	0,361588	0,778313
9	0,200000	0,210209	0,084105	0,000001	0,005254	0,084103	0,347149	0,790869
10	0,200000	0,200352	0,082261	0,000001	0,005603	0,082261	0,328091	0,741212
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		0,216784 / 0,015884	0,090597	0,000001	0,005534	0,090595	0,370727	0,781594

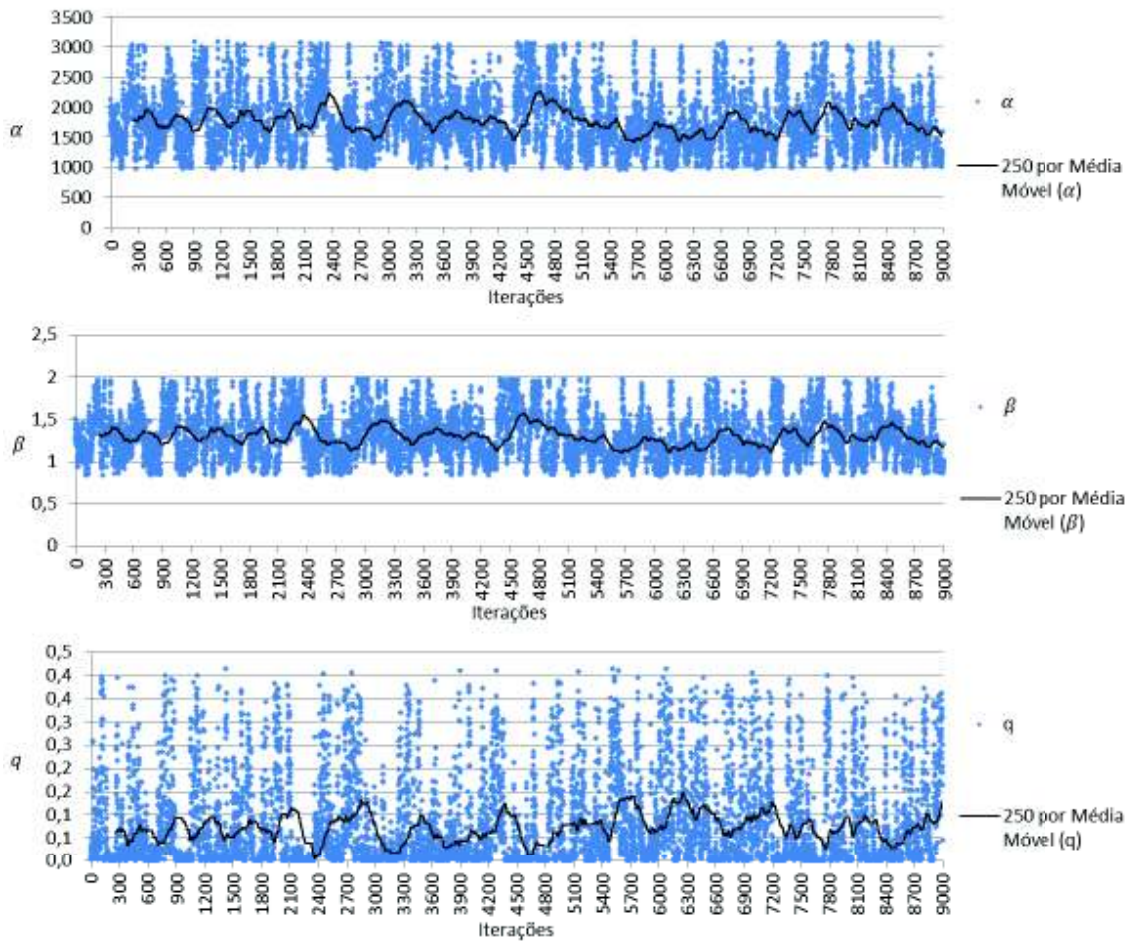


Figura 21 – Amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 5

Fonte: o autor (2017)

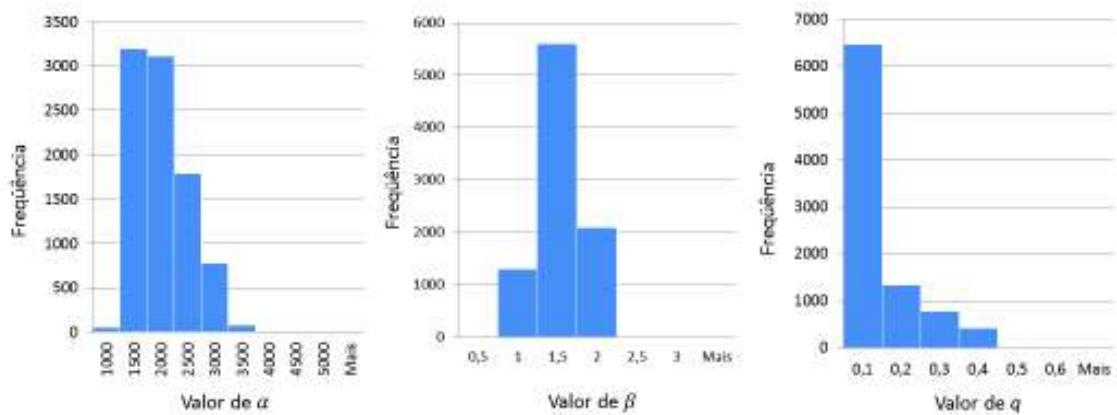


Figura 22 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α, β, q do MF 5

Fonte: o autor (2017)

Tabela 17 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 5

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	1216,96	1743,42	1657,62	1079,04	1330,08	1657,62	2087,51	2732,96
2	1216,96	1761,41	1665,10	1077,49	1322,01	1665,10	2127,07	2782,67
3	1216,96	1713,91	1622,59	1078,39	1310,50	1622,57	2043,13	2704,37
4	1216,96	1759,26	1689,44	1074,90	1343,04	1689,44	2104,75	2743,29
5	1216,96	1766,65	1682,47	1076,66	1317,77	1682,47	2130,66	2791,45
6	1216,96	1729,16	1649,77	1070,70	1300,88	1649,69	2061,97	2762,16
7	1216,96	1776,04	1720,48	1085,57	1356,83	1720,48	2119,84	2741,89
8	1216,96	1766,24	1687,00	1091,10	1373,49	1687,00	2093,55	2748,19
9	1216,96	1808,36	1747,76	1093,68	1386,65	1747,75	2153,21	2799,96
10	1216,96	1763,92	1668,50	1084,14	1333,00	1668,50	2117,41	2782,85
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		1758,84 / 25,89	1679,07	1081,17	1337,43	1679,06	2103,91	2758,98

Tabela 18 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 5

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,990	1,287	1,248	0,905	1,058	1,248	1,484	1,816
2	0,990	1,296	1,252	0,904	1,053	1,252	1,505	1,841
3	0,990	1,270	1,228	0,904	1,047	1,228	1,460	1,802
4	0,990	1,295	1,266	0,902	1,066	1,266	1,493	1,821
5	0,990	1,299	1,262	0,903	1,051	1,262	1,507	1,845
6	0,990	1,278	1,244	0,899	1,041	1,244	1,470	1,831
7	0,990	1,305	1,284	0,909	1,074	1,284	1,501	1,821
8	0,990	1,300	1,265	0,912	1,084	1,265	1,487	1,824
9	0,990	1,322	1,299	0,914	1,092	1,299	1,519	1,849
10	0,990	1,297	1,254	0,908	1,060	1,254	1,500	1,841
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		1,295 / 0,014	1,260	0,906	1,063	1,260	1,493	1,829

Tabela 19 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 5

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,200000	0,081003	0,030655	0,000005	0,002024	0,030655	0,133999	0,303779
2	0,200000	0,081473	0,029470	0,000003	0,001503	0,029470	0,138124	0,305076
3	0,200000	0,085519	0,036745	0,000007	0,002801	0,036742	0,144172	0,304323
4	0,200000	0,078571	0,025872	0,000005	0,001780	0,025872	0,127553	0,307226
5	0,200000	0,081500	0,026862	0,000003	0,001462	0,026862	0,140331	0,305780
6	0,200000	0,086033	0,031942	0,000004	0,002443	0,031930	0,149350	0,310813
7	0,200000	0,074565	0,021823	0,000005	0,001588	0,021823	0,120933	0,298324
8	0,200000	0,073121	0,026216	0,000004	0,001936	0,026216	0,113268	0,293744
9	0,200000	0,069674	0,018719	0,000002	0,001229	0,018718	0,107474	0,291578
10	0,200000	0,079250	0,028943	0,000003	0,001617	0,028942	0,132528	0,299489
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		0,079071 / 0,005268	0,027725	0,000004	0,001838	0,027723	0,130773	0,302013

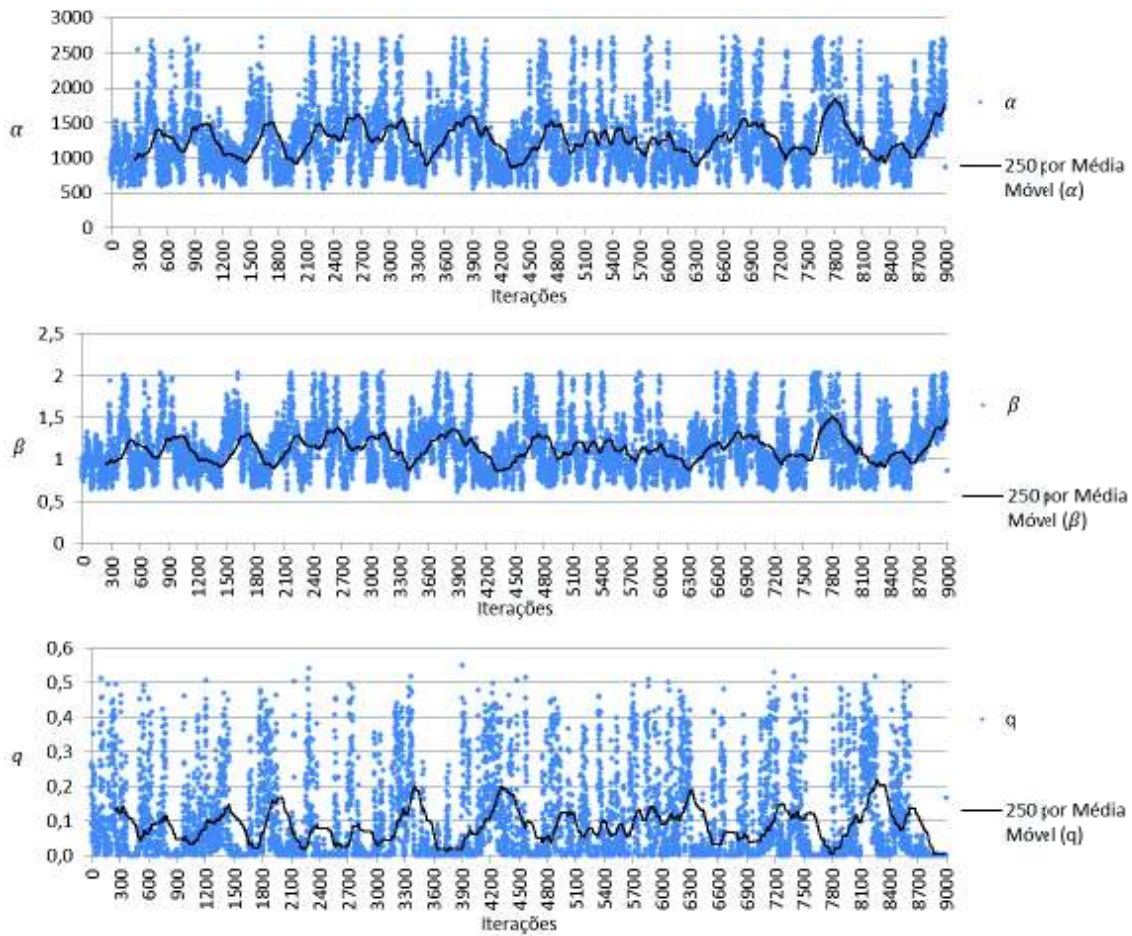


Figura 23 – Amostras geradas para os parâmetros α , β , q do MF 6

Fonte: o autor (2017)

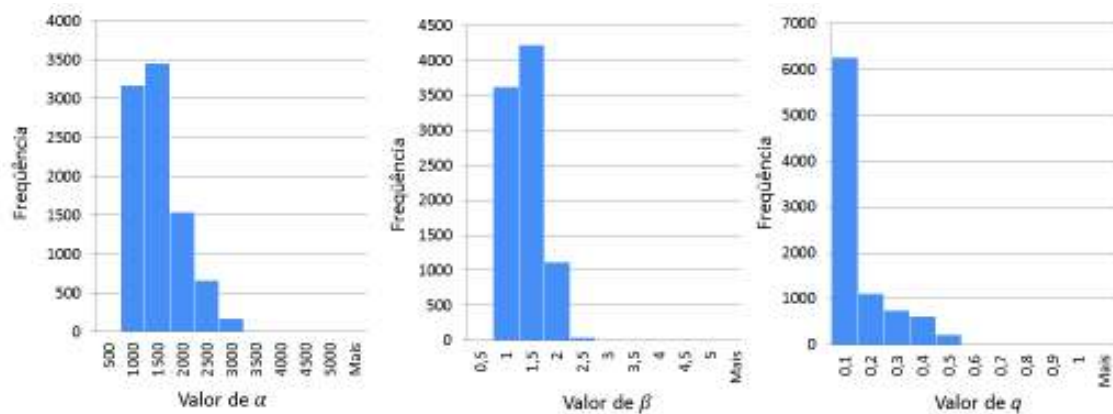


Figura 24 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α , β , q do MF 6

Fonte: o autor (2017)

Tabela 20 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 6

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	821,63	1297,80	1183,57	688,48	921,31	1183,57	1561,67	2360,29
2	821,63	1386,50	1275,89	705,18	961,64	1275,89	1690,95	2457,64
3	821,63	1263,42	1142,82	678,68	885,33	1142,82	1532,97	2307,39
4	821,63	1332,72	1240,78	680,84	924,96	1240,78	1623,43	2387,16
5	821,63	1251,08	1154,92	680,22	884,26	1154,91	1508,07	2265,10
6	821,63	1299,12	1166,72	681,73	895,37	1166,70	1592,01	2388,83
7	821,63	1372,06	1254,42	696,06	949,87	1254,36	1681,63	2453,15
8	821,63	1267,61	1142,87	685,33	897,31	1142,87	1531,27	2333,41
9	821,63	1372,61	1287,01	700,52	977,70	1287,01	1648,33	2426,31
10	821,63	1313,90	1204,10	685,21	914,55	1204,10	1597,78	2382,99
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		1315,68 / 48,92	1205,31	688,23	921,23	1205,30	1596,81	2376,23

Tabela 21 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 6

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,830	1,155	1,091	0,727	0,904	1,091	1,344	1,831
2	0,830	1,213	1,155	0,740	0,934	1,155	1,426	1,888
3	0,830	1,131	1,063	0,719	0,878	1,063	1,325	1,801
4	0,830	1,177	1,131	0,721	0,907	1,131	1,383	1,847
5	0,830	1,124	1,071	0,720	0,877	1,071	1,309	1,776
6	0,830	1,154	1,080	0,722	0,885	1,080	1,363	1,848
7	0,830	1,203	1,140	0,733	0,925	1,140	1,420	1,885
8	0,830	1,134	1,063	0,724	0,887	1,063	1,324	1,816
9	0,830	1,205	1,162	0,736	0,946	1,162	1,399	1,870
10	0,830	1,165	1,106	0,724	0,899	1,106	1,367	1,845
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		1,166 / 0,032	1,106	0,727	0,904	1,106	1,366	1,841

Tabela 22 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 6

Nº da Simulação	Valor inicial	Média a Posteriori	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,200000	0,079954	0,018162	1,67E-10	0,000330	0,018162	0,117312	0,355397
2	0,200000	0,067957	0,007936	1,53E-11	0,000057	0,007936	0,092065	0,333432
3	0,200000	0,090113	0,025420	5,78E-10	0,000475	0,025420	0,143730	0,368562
4	0,200000	0,078998	0,010994	8,74E-11	0,000146	0,010994	0,114838	0,365674
5	0,200000	0,089830	0,023047	1,51E-09	0,000645	0,023045	0,144572	0,366458
6	0,200000	0,086436	0,020916	8,42E-11	0,000222	0,020913	0,135971	0,364470
7	0,200000	0,072052	0,009702	1,71E-11	0,000065	0,009697	0,098982	0,345343
8	0,200000	0,086873	0,025410	3,15E-10	0,000484	0,025410	0,134517	0,359607
9	0,200000	0,065809	0,007137	3,35E-11	0,000104	0,007137	0,083239	0,339497
10	0,200000	0,081597	0,015230	9,64E-11	0,000206	0,015230	0,121975	0,359782
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		0,079962 / 0,00882	0,016395	2,91E-10	0,000273	0,016394	0,118720	0,355822

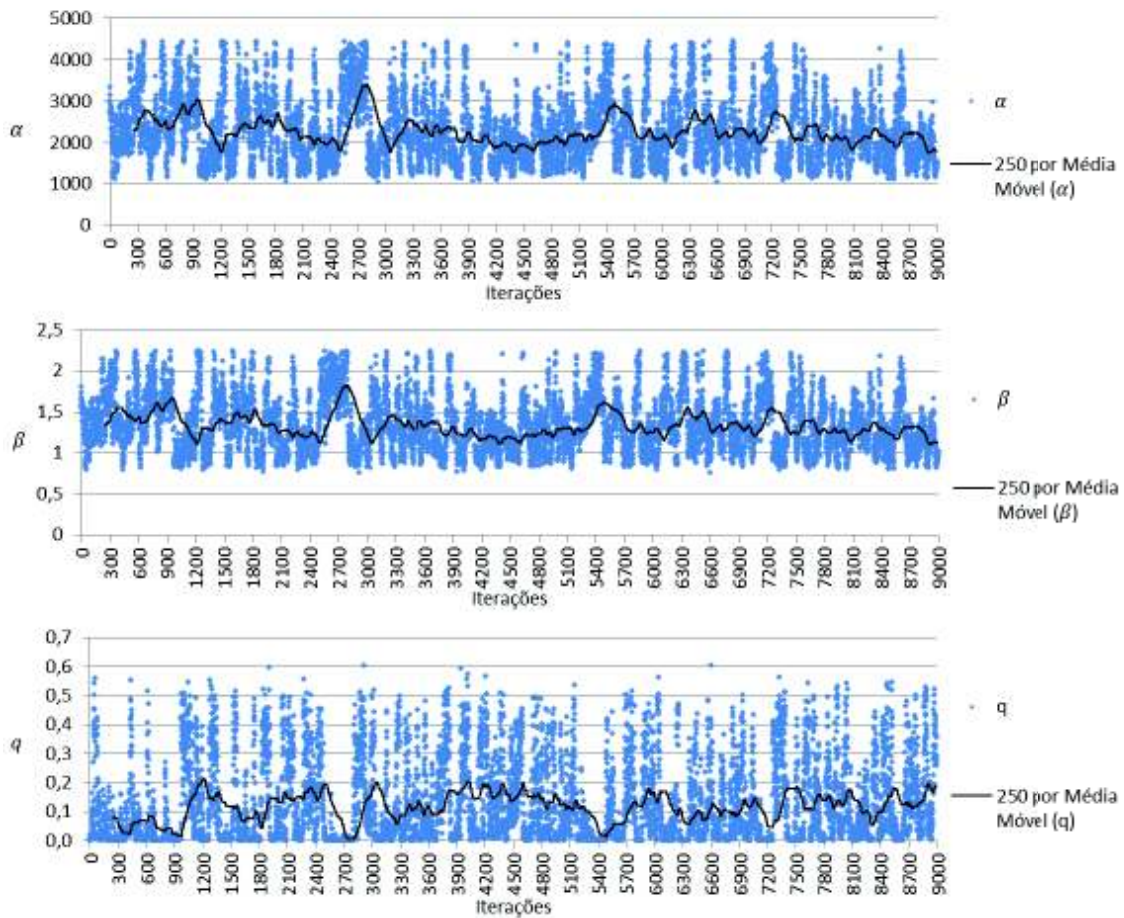


Figura 25 – Amostras geradas para os parâmetros α , β , q do MF 7

Fonte: o autor (2017)

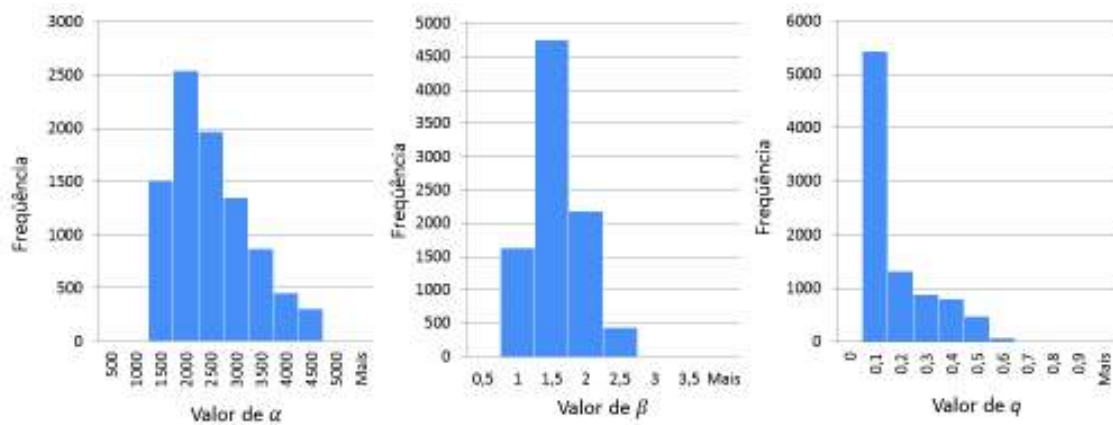


Figura 26 – Histogramas das amostras geradas para os parâmetros α , β , q do MF 7

Fonte: o autor (2017)

Tabela 23 – Estatística do parâmetro a posteriori de α para o MF 7

Nº da Simulação	Valor inicial	Média	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	1645,75	2386,38	2263,32	1342,62	1767,03	2263,30	2885,33	3944,59
2	1645,75	2317,28	2154,75	1307,66	1676,27	2154,70	2833,84	3937,95
3	1645,75	2275,74	2117,77	1296,20	1656,36	2117,73	2750,25	3876,74
4	1645,75	2261,91	2094,22	1294,54	1646,74	2094,19	2755,40	3836,80
5	1645,75	2295,71	2142,51	1297,65	1664,10	2142,51	2806,78	3877,93
6	1645,75	2330,97	2185,02	1299,92	1669,09	2184,96	2869,88	3952,00
7	1645,75	2365,66	2201,18	1312,41	1702,36	2201,16	2925,48	3995,18
8	1645,75	2268,82	2099,54	1295,05	1645,25	2099,53	2750,44	3902,37
9	1645,75	2355,40	2231,35	1327,98	1740,95	2231,35	2865,77	3880,10
10	1645,75	2323,16	2198,60	1314,89	1687,77	2198,60	2839,15	3859,20
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		2318,10 / 42,67	2168,83	1308,89	1685,59	2168,80	2828,23	3906,29

Tabela 24 – Estatística do parâmetro a posteriori de β para o MF 7

Nº da Simulação	Valor inicial	Média	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	1,060	1,387	1,346	0,910	1,118	1,346	1,615	2,042
2	1,060	1,356	1,297	0,892	1,075	1,297	1,593	2,039
3	1,060	1,338	1,281	0,886	1,065	1,281	1,558	2,015
4	1,060	1,332	1,270	0,885	1,060	1,270	1,560	2,000
5	1,060	1,346	1,292	0,887	1,069	1,292	1,582	2,016
6	1,060	1,361	1,311	0,888	1,071	1,311	1,609	2,045
7	1,060	1,377	1,318	0,895	1,087	1,318	1,632	2,062
8	1,060	1,334	1,272	0,886	1,060	1,272	1,558	2,025
9	1,060	1,374	1,332	0,902	1,106	1,332	1,607	2,017
10	1,060	1,359	1,317	0,896	1,080	1,317	1,596	2,009
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		1,356 / 0,019	1,304	0,893	1,079	1,304	1,591	2,027

Tabela 25 – Estatística do parâmetro a posteriori de q para o MF 7

Nº da Simulação	Valor inicial	Média	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
1	0,200000	0,093086	0,028165	0,000001	0,001430	0,028163	0,146235	0,380028
2	0,200000	0,109805	0,042558	0,000001	0,001908	0,042550	0,185428	0,404244
3	0,200000	0,114444	0,048647	0,000001	0,002997	0,048641	0,194855	0,412247
4	0,200000	0,117618	0,052876	0,000002	0,002916	0,052871	0,199512	0,413433
5	0,200000	0,112844	0,044502	0,000001	0,002212	0,044502	0,191154	0,411222
6	0,200000	0,110091	0,038048	0,000001	0,001560	0,038040	0,188793	0,409660
7	0,200000	0,104539	0,035804	0,000000	0,001135	0,035802	0,173516	0,400920
8	0,200000	0,117187	0,051895	0,000001	0,002994	0,051892	0,200244	0,413094
9	0,200000	0,098333	0,031906	0,000001	0,001597	0,031906	0,156863	0,390016
10	0,200000	0,106060	0,036155	0,000001	0,001852	0,036155	0,180104	0,399195
		Média / σ	Mediana	P5	P25	P50	P75	P95
Resultante		0,108401 / 0,00802	0,041056	0,000001	0,002060	0,041052	0,181670	0,403406

Observando o valor resultante a posteriori do parâmetro de forma β da Tabela 9 do MF 2, nota-se que o valor de 0,93 está próximo do valor de 1, demonstrando certa estabilidade na taxa de falha da raspa. Embora entenda-se que a taxa de falha para este β seja levemente decrescente, por estar muito próximo de 1, este comportamento pode ser reconhecido como o período de maturidade na vida do equipamento, momento este onde falhas são de natureza aleatória e não devido à deterioração do equipamento.

Analisando as Tabelas 12, 15, 18, 21 e 24, verifica-se que o β dos MF 3, 4, 5, 6 e 7 apresentaram valores entre 1 e 2, isto é, com taxa de falha crescente. Dentre esses, os MF 3, 5, 6 e 7 apresentaram valores de β próximos de 1, demonstrando uma taxa suavemente crescente. MF 4 apresentou o β próximo de 2 caracterizando uma taxa de falha crescente que se assemelha a linear. A Tabela 6 apresenta o valor de 3,424 para β do MF 1 mostrando que a taxa de falha é crescente e se assemelha a uma distribuição normal.

Os parâmetros de forma β com valores superiores a 1 indicam que, entre dois eventos consecutivos, a força de mortalidade do tempo de falha é crescente. Pode-se dizer que o equipamento está sob um processo de deterioração (ROCHA, 2006).

Com relação aos parâmetros de rejuvenescimentos q (eficácia da manutenção), os valores apresentados nas Tabelas 7, 10, 13, 16, 19, 22 e 25 demonstram, de maneira geral, que a eficácia da manutenção possui níveis razoavelmente bons, estando próximo ou superior a 80%. Os melhores níveis de eficácia de manutenção (q) foram observados para os MF 1, 5 e 6, com índices superiores a 90%.

Ainda todos os MF apresentaram valores dos parâmetros q relativamente bons, o setor de manutenção deve destinar seus esforços no melhoramento dos procedimentos de reparo perante os MF 2 e 4, pois apresentaram os menores índices de eficácia de

manutenção. Este indicador pode sinalizar que os procedimentos de manutenção devem ser revisados e, se possível, melhorados.

Contudo, definido todos os parâmetros de interesse para as transições de falha, será utilizado o método da inversão das variáveis aleatórias discretas para geração dos tempos de falha durante a simulação, por meio da seguinte fórmula:

$$t_F = \alpha \cdot \left(\left(\frac{q}{\alpha} \cdot t \right)^\beta - \log(1 - U) \right)^{\frac{1}{\beta}} - q \cdot t$$

5.3.3 Definição das Transições de Reparo

Sabe-se que diante de qualquer eventualidade ocorrida em um sistema, a equipe de manutenção industrial estará imediatamente a postos para execução dos reparos necessários para retornar o sistema ao estado operacional. Logo, entende-se que diante de qualquer falha, o equipamento será reparado tão logo quanto possível, portanto, por analogia, quanto maior o tempo de reparo, maior a probabilidade de mudança do estado falho para operante. Pode-se dizer que este comportamento pode ser representado por uma distribuição exponencial.

Para verificar a suposição dos tempos de reparo serem representados por uma distribuição exponencial, o teste de aderência denominado Qui-Quadrado foi aplicado para os dados dos tempos de reparo de cada modo de falha, Tabela 26. Nota-se que os valores de p-value são inferiores à 0,05 para todos os MF. Logo, pode-se considerar que os tempos de reparo podem ser representados por uma distribuição exponencial.

Uma vez definida a distribuição para representação dos tempos de reparo, pode-se estimar a Taxa de Reparo (μ), sendo $\mu=1/MTTR$, onde MTTR representa o Tempo Médio para Reparo. A fórmula utilizada para geração dos tempos de reparo é apresentada a seguir:

$$T_{rep} = - \left(\frac{1}{\mu} \right) \cdot (\log(1 - U))$$

Tabela 26 – Teste de aderência à distribuição exponencial

<i>Modo de falha</i>	<i>Teste de Aderência</i>	<i>Distribuição de probabilidade</i>	<i>Nível de confiança</i>	<i>P-Value</i>	<i>Resultado</i>
MF 1	Qui-Quadrado	Exponencial	5%	0,072082157	Não rejeitado
MF 2	Qui-Quadrado	Exponencial	5%	0,058839275	Não rejeitado
MF 3	Qui-Quadrado	Exponencial	5%	0,090971150	Não rejeitado
MF 4	Qui-Quadrado	Exponencial	5%	0,052458178	Não rejeitado
MF 5	Qui-Quadrado	Exponencial	5%	0,317800964	Não rejeitado
MF 6	Qui-Quadrado	Exponencial	5%	0,119898869	Não rejeitado
MF 7	Qui-Quadrado	Exponencial	5%	0,617702071	Não rejeitado

Fonte: o autor (2017)

5.3.4 Definição das Transições do Estado Preventivo

O setor sucroalcooleiro possui uma particularidade referente à manutenção preventiva. Como nos períodos chuvoso a colheita da cana é inviabilizada, a organização programa para o período do ano com menor índice chuvoso para realização da safra (8 meses). Desta forma, durante 4 meses do ano a produção fica parada para manutenção de entressafra (período chuvoso). Neste momento são realizadas todas as manutenções preventivas de entressafra, inclusive a das centrífugas de açúcar.

As manutenções preventivas de entressafra de uma centrífuga possuem duração pré-definidas, com tempos de duração semelhantes em todos os anos. Independente do histórico de equipamento, as preventivas de entressafra são realizadas na entressafra de cada ano, e assim por diante. Neste contexto, para representação deste cenário, será utilizada uma transição discreta no tempo para representar a alteração do estado operacional para o estado preventivo, bem como para mudança do estado preventivo para operacional.

Portanto, passado o Tempo Operacional para Manutenção Preventiva (T_{OMP}) específico em que a manutenção preventiva deve iniciar, o estado operacional transitará para o estado preventivo com probabilidade igual a um. Dado o Tempo de Manutenção

Preventiva (T_{MP}) pré-estabelecido, o mesmo ocorre para a transição do estado preventivo para operacional.

$$\begin{cases} P_{0 \rightarrow 8}(t) = 1, & \text{Se } t \geq T_{OMP} \\ P_{0 \rightarrow 8}(t) = 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{8 \rightarrow 0}(t) = 1, & \text{Se } t \geq T_{MP} \\ P_{8 \rightarrow 0}(t) = 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

5.3.5 Análise da Disponibilidade da Centrífuga

Após estabelecer as transições entre estados da centrífuga de açúcar, a cadeia de Markov está completamente estruturada para a simulação do comportamento e obtenção dos parâmetros de interesse. Para isso, será utilizado o código desenvolvido em Matlab® do Apêndice D para aplicação do modelo Markoviano definido nas seções 3.3 e 3.4 e baseado no Anexo III, que consiste em um PNHM. Como a centrífuga é um equipamento eletromecânico que sofre processo de deteriorização, isto é, possui taxa de falha variável no tempo, considera-se inadequado a aplicação da modelagem simplória do PHM, pois o mesmo trata a taxa de falha dos equipamentos como constante.

Com a simulação do PNHM para vários tempos de missão (tempos de operação do sistema), é possível obter o perfil da disponibilidade média ao longo do tempo. Para cada tempo de missão, foram geradas 15000 iterações, das quais foram retiradas as médias de disponibilidade. A Figura 27 exibe a curva de disponibilidade da centrífuga em função do tempo.

Nota-se no comportamento decrescente da disponibilidade a sugestão de degradação do equipamento ao longo do tempo. Como a centrífuga constitui um equipamento eletromecânico, este cenário de desgaste é bastante coerente e comum. Os valores cada vez menores de disponibilidade do sistema se dão também em função da manutenção não possuir 100% de eficácia em seus reparos, ou seja, os parâmetros q dos

MF são maiores do que 0, o que, de certa forma, indica que o equipamento deva falhar mais rapidamente a medida que sofre reparos.

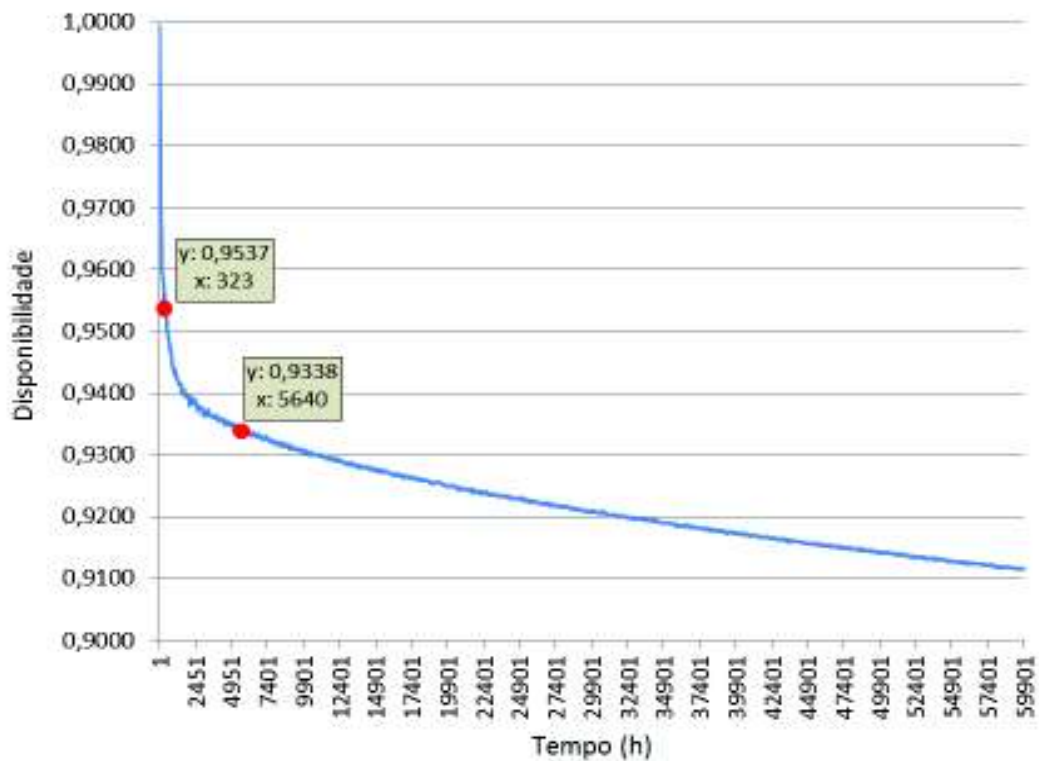


Figura 27 – Disponibilidade da centrífuga ao longo do tempo (h)

Fonte: o autor (2017)

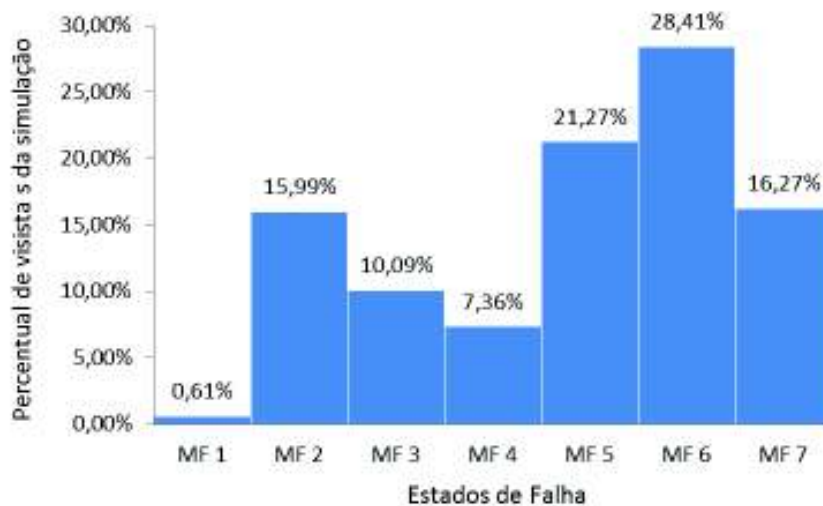


Figura 28 – Percentuais de visitas em cada estado de falha

Fonte: o autor (2017)

Para o tempo de missão da simulação equivalente ao tempo em que a centrífuga entra em manutenção preventiva (5640 horas), observa-se a disponibilidade é de 93,23%. Significa dizer que durante aproximadamente 7% do tempo operacional a centrífuga esteve indisponível (em falha) para manutenções. Para 60000 horas de operação, equivalente à aproximadamente 7 anos, a disponibilidade apresentada cai para aproximadamente 91%, demonstrando certo envelhecimento do sistema.

Por meio da simulação, pôde-se obter também a quantidade de vezes que cada estado de falha foi visitado, em outras palavras, quantas vezes a centrífuga falhou em cada MF. A Figura 28 apresenta os resultados em percentuais para cada MF. Nota-se que as falhas mais observadas foram referentes ao MF 6 com 28,41% dos eventos. O MF 6 diz respeito ao mal funcionamento dos sensores, portanto, sugere-se que a manutenção industrial despenda mais recurso e aperfeiçoe as técnicas de manutenção aos subsistemas de sensores das centrífugas a fim de elevar a disponibilidade do equipamento.

Para determinar a curva de confiabilidade da centrífuga de açúcar, necessita-se retirar as probabilidades de transições de manutenção preventiva e transições de reparo, restando somente as probabilidades de falha, conforme Figura 29. Em outras palavras, a simulação do modelo da Figura 29 possibilita adquirir a probabilidade da centrífuga de açúcar se manter no estado operacional, antes que seja observada qualquer falha.

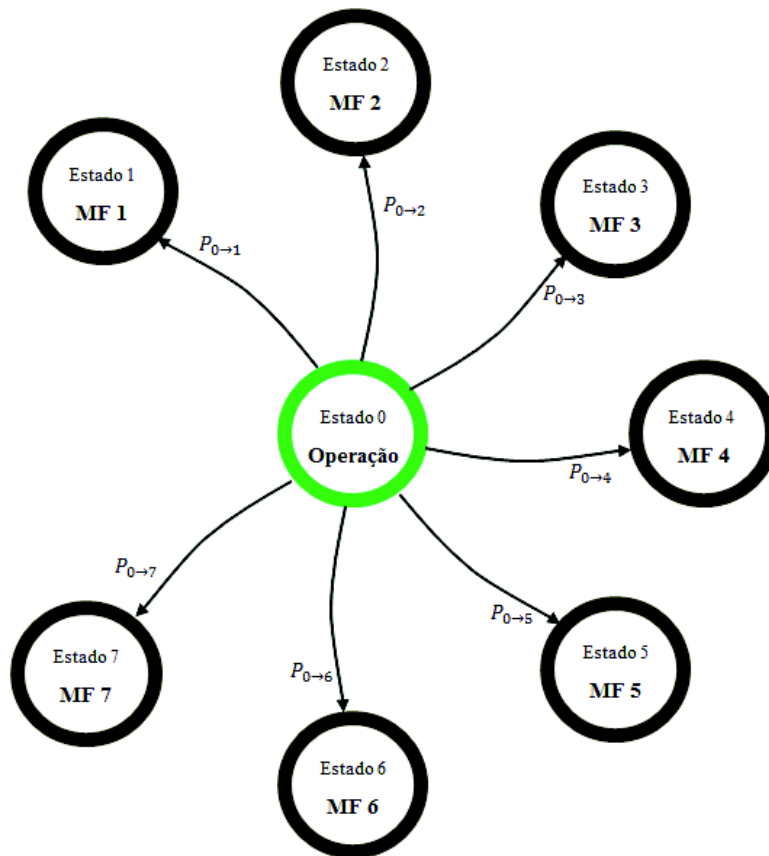


Figura 29 – Diagrama de Markov sem reparo e preventiva

Fonte: o autor (2017)

Para a estimação do diagrama de Markov da Figura 29, testa-se a probabilidade de ocorrência da primeira falha ao longo do tempo. Isto é, para cada tempo de missão, gera-se tempos falhas para cada MF (por um número grande de vezes). Se o tempo de missão for menor que todos os tempos para falhas gerados, considera-se que a centrífuga está confiável para aquele tempo, caso contrário, entende-se que o sistema falhou. Assim, realizou-se 25000 iterações para cada tempo de missão de 0 até 2000 horas, objetivando estimar uma média de probabilidade da centrífuga estar confiável a cada tempo de missão. A curva de confiabilidade da centrífuga de açúcar é apresentada na Figura 30.

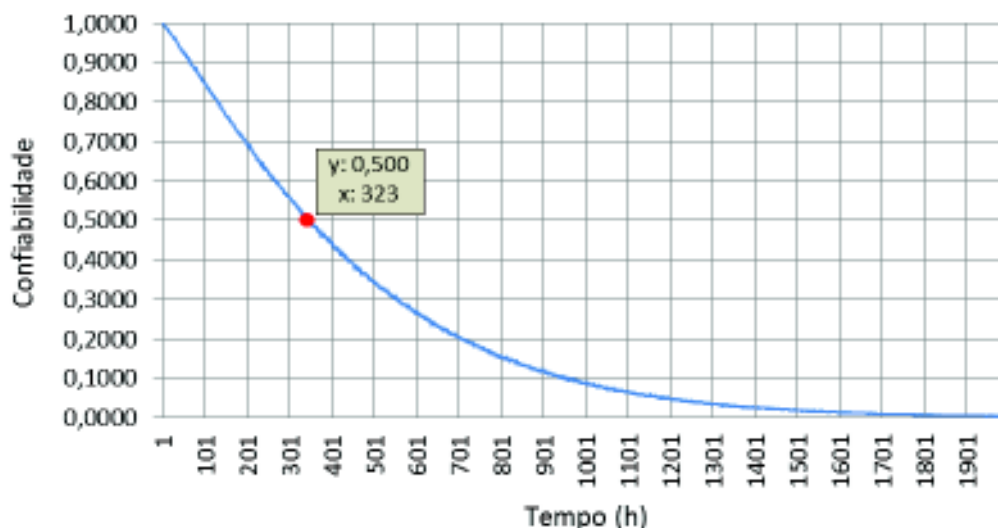


Figura 30 – Confiabilidade da centrífuga de açúcar

Fonte: o autor (2017)

Observando a Figura 30, nota-se que o tempo para que a centrífuga atinja 50% (ponto vermelho) de confiabilidade é muito baixo, de 323 horas (11,46 dias). A partir deste momento, sabe-se que a probabilidade de falhar é maior que a de manter-se no estado operacional. Isso demonstra elevada suscetibilidade à falhas consecutivas por parte da centrífuga de açúcar, o que é notoriamente perceptível nos dados de falha do Apêndice B.

A Figura 30 demonstra que após 900 horas (37 dias) de operação a centrífuga tem a probabilidade de manter-se em operação inferior à 10% tendendo à 0. Logo, como o tempo pré-definido para ocorrência de manutenção preventiva é de 5640 horas (235 dias), estima-se que ocorrerão várias falhas antes de uma próximas preventiva, o que não é um bom cenário industrial. O ideal é que manutenções preventivas de curta duração sejam programadas em um intervalo abaixo das 323 horas, focadas nos equipamentos que apresentam mais falhas precoces, conforme Tabela 27. Desta forma, a manutenção acresceria os níveis de confiabilidade da centrífuga e assim, seria possível reajustar os intervalos de intervenções preventivas a medida que melhores níveis de confiabilidade fossem observados.

Para nortear o departamento de manutenção, a Tabela 27 apresenta os valores dos MF que mais falharam precocemente, são eles: MF 6, 2 e 5. Melhorando os procedimentos de manutenção relativos a estes MF, bem como aplicando manutenções preventivas de curta duração, em intervalos menores que os atuais, o aumento do nível de confiabilidade da centrífuga será atingido e, conseqüentemente, a melhora nos índices de disponibilidade.

Tabela 27 – Quantidade de falhas mais prematuras da simulação

<i>Modo de Falha</i>	<i>Nº falhas</i>	<i>Percentual</i>
MF 1	35189	0,07%
MF 2	11932882	23,21%
MF 3	4573510	8,89%
MF 4	1362099	2,65%
MF 5	10390071	20,21%
MF 6	16024330	31,16%
MF 7	7101703	13,81%

Fonte: o autor (2017)

CAPÍTULO 6:

CONCLUSÕES

O capítulo de conclusões é organizado em três momentos. O primeiro, acerca dos objetivos gerais e específicos da pesquisa comparados aos itens realizados efetivamente. O segundo, refere-se à análise da metodologia adotada para o desenvolvimento da análise de confiabilidade, bem como dos resultados do trabalho. Por fim, serão abordados possíveis trabalhos futuros.

Trabalho desenvolvido

Com relação ao objetivo geral, foi desenvolvida a análise de confiabilidade em um estudo de caso das centrífugas de açúcar com metodologia clara e pré-definida (Capítulo 4). No desfecho do trabalho estimou-se alguns parâmetros preciosos para a manutenção industrial, tais como: confiabilidade, disponibilidade, estados que mais falharam e os que mais falharam precocemente. Considera-se, desta forma, que o estudo de caso foi desenvolvido conforme havia sido proposto.

Sobre o primeiro objetivo específico, visando contextualizar a natureza de pesquisa, assim como promover o bom entendimento do leitor sobre o tema pesquisado, elaborou-se Capítulo 2, onde assuntos correlacionados ao tema principal foram abordados, tais como, noções de manutenção, probabilidade, funções e modos de falha, modelos paramétricos, entre outros. Em seguida, explanou-se sobre outros assuntos fundamentais como Processos Estocásticos, Processos de Markov e Sistemas Reparáveis. Por fim, o Capítulo 2 apresentou uma varredura literária horizontal que abrange os trajetos percorridos nos últimos anos acerca de modelos para reparos imperfeitos, modelos Kijima e estimação de parâmetros.

O segundo objetivo específico diz respeito ao desenvolvimento dos códigos de programação em Matlab® para o estimador de parâmetros PRG e para o PNHM. Os

códigos foram desenvolvidos com sucesso, baseados nas abordagens apresentadas no Capítulo 3 e nos Anexos II e III, o que possibilitou desdobrar a análise de confiabilidade proposta no trabalho. Nos Apêndices C e D os códigos são exibidos.

Acerca do terceiro e último objetivo específico, esta dissertação conseguiu realizar as etapas propostas no estudo de caso, sendo estas, coleta de dados, análise dos dados, aplicação e simulação do modelo, análise dos resultados e conclusões. Portanto, o trabalho percorreu os passos requeridos à um estudo de caso, de maneira metodológica, permitindo obter resultados e inferências sobre aspectos de confiabilidade da centrífuga de açúcar.

Metodologia e Resultados

A metodologia do trabalho foi desenvolvida por meio de método híbrido, combinando estudo de caso com modelagem de simulação, como explicado no Capítulo 4. A conciliação de métodos apresentou resultados efetivos em prol de se atingir os objetivos desta dissertação.

Para o método estudo de caso, o fator mais dispendioso foi a coleta de dados. Uma vez definida a maneira de se coletar os dados, dedicou-se atenção ao preenchimento coerente dos formulários de coleta, assim como na credibilidade das informações. Ao término desta etapa da coleta de dados, aplicou-se o método de modelagem de simulação para obtenção dos resultados e análises. Uma das vantagens de se aplicar um estudo de caso é aproximação da teoria às aplicações práticas, agregando valor ao tema estudado.

Quanto à modelagem utilizando PRG, via Inferência Bayesiana, para representação das falhas do sistema reparável (centrífuga), foram dedicados grandes esforços na estimação dos parâmetros. Algumas literaturas ressaltam que o processo de estimação PRG sempre demanda muita energia, sendo, portanto, um dos maiores desafios desta pesquisa. Porções de horas foram despendidas em simulações e processamentos

computadorizados, com simulações extensas e trabalhosas. Entende-se que, de certa forma, que esta complexidade seja uma das desvantagens de adotar distribuições não paramétricas (PRG) para representação do comportamento de sistemas reparáveis. Após estimar os parâmetros, o emprego da modelagem do PNHM para adquirir os indicadores de interesse ao estudo de caso, que demonstrou baixa complexidade no seu desenrolar, sendo um fator positivo desta técnica.

Os resultados obtidos com a aplicação do método híbrido permitiram visualizar os aspectos da confiabilidade da centrífuga de açúcar. Notou-se que embora a confiabilidade da centrífuga seja baixa, a disponibilidade é relativamente alta. Significa dizer que o sistema falha repetidas vezes, com certa facilidade, mas que o reparo, geralmente, é realizado em pouco tempo, vide tempos de reparo no Apêndice B. Para o aumento da confiabilidade, sugere-se o reajuste dos intervalos de manutenção preventiva focados nos MF que mais falham precocemente, especialmente os sistemas de sensoriamento da centrífuga. Esta reavaliação dos intervalos de preventiva deve ser dotada de cautela, já que se sabe que os tempos de reparo são baixos. Logo, paralisar a centrífuga para preventivas pode aumentar os valores de manutenção atuais, o que não é desejável.

Contudo, conclui-se que o arranjo combinado dos métodos proporcionou ao estudo uma natureza teórica substancial, com aplicação prática e real. Apresenta a vantagem de ser permissível quanto à utilização de dados escassos e censurados. Por outro lado, exigiu altos recursos teóricos e computacionais, principalmente na estimação dos parâmetros PRG.

Extensões Futuras

- Para avanços e extensões futuras do trabalho, são propostas algumas abordagens que podem agregar valores e multiplicar as dimensões do trabalho:
- Obter mais dados de falhas para centrífugas de açúcar, criando uma gama de informações completa de todos os modos de falha, para que seja possível aplicar técnicas de estimação dos parâmetros PRG por Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMV). Desta forma, poder-se-á comparar os resultados com o método de estimação via Inferência Bayesiana.
- Utilizar os mesmos dados de falhas das centrífugas em uma modelagem PNHM considerando que os dados de falha seguem uma distribuição Weibull convencional, a fim de se comparar resultados com o modelo PRG. Assim, será possível concluir se há justificativas para a aplicação complexa do PRG para representar as falhas.
- Elaborar estudo de Análise dos Modos de Falhas e Efeitos (FMEA) para a centrífuga de açúcar, propondo um plano de manutenção preventiva adequado para cada modo de falha identificado.
- Estudo de viabilidade econômica sobre novos ajustes de intervalo de tempo para manutenções preventivas, determinando se vale a pena reajustar ou se a corretiva, neste caso, é mais adequada.

REFERÊNCIAS

- ANDRZEJCZAK, K. “Stochastic Modelling of the Repairable System”, **Journal of Konbin**, v. 35, n. 1, pp. 5-14, Nov. 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1515/jok-2015-0034>>. Acesso em: 20 de maio de 2016.
- ARAÚJO, E.G., 2011. **Confiabilidade Aplicada a Sistemas Elétricos Industriais**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São João Del-Rei, São João Del-Rei, Minas Gerais, Brasil. Disponível em: <<http://www.ppgel.ufsj.edu.br/portal/images/stories/Arquivos/dissertacao011.pdf>>. Acesso em: 13 de maio de 2016.
- BAI, D.S., YUN, W.Y. “An Age Replacement Policy with Minimal Repair Cost Limit”, **IEEE Transactions on Reliability**, v.35, n.4., pp.452-454, Out. 1986. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TR.1986.4335503>>. Acesso em: 03 de maio de 2016.
- BAXTER, L.A., KIJIMA, M., TORTORELLA, M. “A Point Process Model for the Reliability of a Maintained System Subject to General Repair”, **Stochastic Models**, v.12, n.1, pp.37-65, 1996. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/15326349608807372>>. Acesso em 13 de maio de 2016.
- BERNARDO, J.M., SMITH, A.F.M. **Bayesian Theory**. 1 ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2000. 611p.
- BIROLINI, A. **Reliability Engineering: Theory and Practice**. 5 ed. New York: Springer - Reliability Engineering, 2007. 588p.
- BLOCK, H.W, BORGES, W.S., SAVITS, T.H. “Age-dependent Minimal Repair”, **Journal of Applied Probability**, v.22, n.2, pp.370-385, Jun. 1985. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/S0021900200037839>>. Acesso em: 17 de maio de 2016.
- BROOKS, S. P. Quantitative convergence assessment for Markov Chain Monte Carlo via cusums. *Statist. Comput.*, v. 8, p. 226-227, 1998.
- BROWN, M., PROSCHAN, F. “Imperfect Repair”, **Journal of Applied Probability**, v. 20, n. 4, pp. 851-859, Dez. 1983. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307/3213596>>. Acesso em: 17 de maio de 2016.
- CHARNIAK, E. “Bayesian Networks without Tears”, **The American Association for Artificial Intelligence**, 50-63, Menlo Park, California, USA, 1991. Disponível em: <<http://www.aaai.org/ojs/index.php/aimagazine/article/view/918/836>>. Acesso em: 10 de junho de 2016.
- CORREA, S.M.B.B. **Probabilidade e Estatística**. 2 ed. Belo Horizonte: PUC Minas Virtual, 2003. 116p.
- DAGPUNAR, J.S. “Renewal-Type Equations for a General Repair Process”, **Quality and Reliability Engineering International**, v.13, n.4, pp.235-245, Jul. 1997. Disponível em: <[https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1638\(199707\)13:4<235::AID-QRE99>3.0.CO;2-Y](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1638(199707)13:4<235::AID-QRE99>3.0.CO;2-Y)>. Acesso em: 15 de maio de 2016.

DAGPUNAR, J.S. “Some Properties and Computational Results for a General Repair Process”, **Naval Research Logistics**, v.45, n.4, pp.391-405, Jun. 1998. Disponível em: <[https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1520-6750\(199806\)45:4<391::AID-NAV5>3.0.CO;2-0](https://doi.org/10.1002/(SICI)1520-6750(199806)45:4<391::AID-NAV5>3.0.CO;2-0)>. Acesso em: 14 de junho de 2016.

DOYEN, L., GAUDOIN, O. “Classes of Imperfect Repair Models Based on Reduction of Failure Intensity or Virtual Age”, **Reliability Engineering and System Safety**, v.84, n.1, pp.45-56, Abr. 2004. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0951-8320\(03\)00173-X](https://doi.org/10.1016/S0951-8320(03)00173-X)>. Acesso em: 03 de maio de 2016.

FARIA, R.C., 2014. **Redes Probabilísticas: Aprendendo Estruturas e Atualizando Probabilidades**. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~cpg/teses/Dissertacao-RodrigoCandidoFaria.pdf>>. Acesso em: 11 de maio de 2016.

FERREIRA, R.J., FIRMINO, P.R.A., CRISTINO, C.T. “A Mixed Kijima Model Using the Weibull-Based Generalized Renewal Processes”, **PLoS One**, v.10, n.7, Jul. 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0133772>>. Acesso em: 23 de junho de 2016.

FINKELSTEIN, M.S. “On Some Models of General Repair”, **Microelectronics Reliability**, v.33, n.5, pp.663-666, Abr. 1993. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0026-2714\(93\)90273-2](https://doi.org/10.1016/0026-2714(93)90273-2)>. Acesso em: 01 de maio de 2016.

FINKELSTEIN, M.S. “On Some Ageing Properties of General Repair Processes”, **Journal of Applied Probability**, v. 44, n.2, pp.506-513, Jun. 2007. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/27595857>>. Acesso em: 01 de maio de 2016.

FINKELSTEIN, M.S. “The Concealed age of Distribution Functions and the Problem of General Repair”, **Journal of Statistical Planning and Inference**, v.65, n.2, pp.315-321, Dez. 1997. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0378-3758\(97\)00057-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0378-3758(97)00057-8)>. Acesso em: 15 de junho de 2016.

FIRMINO, P.R.A., 2004. **Redes Bayesianas para a Parametrização da Confiabilidade em Sistemas Complexos**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil. Disponível em: <<http://repositorio.ufpe.br:8080/xmlui/handle/123456789/5864>>. Acesso em: 13 de maio de 2016.

FOGLIATTO, F. S.; RIBEIRO, J. L. D. **Confiabilidade e Manutenção Industrial**. 1 ed. Rio de Janeiro: Editora Elsevier, 2009. 265p.

FUQING, Y., KUMAR, U. “A General Imperfect Repair Model Considering Time-Dependent Repair Effectiveness”, **IEEE Transactions on Reliability**, v.61, n.1, pp.95-100, Mar. 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TR.2011.2182222>>. Acesso em: 05 de junho de 2016.

GÁMIZ, M.L. KULASEKERA, K.B., LIMNIOS, N., *et al.* **Applied Nonparametric Statistics in Reliability**. 1 ed. New York, Springer - Reliability Engineering, 2011. 239p.

GROEN, F. *Bayesian Framework for General Renewal Process Modelling Report*, Technical Paper, University of Maryland, 2002.

GUIMARÃES, P.R.B. *Métodos Quantitativos Estatísticos*. 1 ed. Curitiba: IESDE, 2008. 64p.

HASTINGS, W.K. “Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications”, *Biometrika*, v. 57, n.1, pp. 97-109, Abr. 1970. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307/2334940>>. Acesso em: 19 de maio de 2016.

JACOPINO, A.G., 2005. *Generalization and Bayesian Solution of the General Renewal Process for Modelling the Reliability Effects of Imperfect Inspection and Maintenance Based on Imprecise Data*. Ph.D. dissertation, University of Maryland, College Park, Maryland, USA. Disponível em: <<http://drum.lib.umd.edu/handle/1903/3168>>. Acesso em: 08 de maio de 2016.

KAMINSKIY, M.P., KRIVTSOV, V.V. “A Monte Carlo approach to repairable system reliability analysis”, *Probabilistic Safety Assessment Management*, pp. 1063-1068, 1998.

KIJIMA, M., NAKAGAWA, T. “A Cumulative Damage Shock Model with Imperfect Preventive Maintenance”, *Naval Research Logistics*, v.38, n.2, pp.145-156, Abr. 1991. Disponível em: <[https://doi.org/10.1002/1520-6750\(199104\)38:2<145::AID-NAV3220380203>3.0.CO;2-D](https://doi.org/10.1002/1520-6750(199104)38:2<145::AID-NAV3220380203>3.0.CO;2-D)>. Acesso em: 16 de junho de 2016.

KIJIMA, M., NAKAGAWA, T. “Replacement Policies of a Shock Model with Imperfect Preventive Maintenance”, *European Journal of Operational Research*, v.57, n.1, pp.100-110, Fev. 1992. Disponível em: 13 de junho de 2016.

KIJIMA, M., SUMITA, U. “A Useful Generalization of Renewal Theory: Counting Processes Governed by Non-Negative Markovian Increments”, *Journal of Applied Probability*, v. 23, n. 1, pp. 71-88, Mar. 1986. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307/3214117>>. Acesso em: 1 de junho de 2016.

KNILL, O. *Probability Theory and Stochastic Processes with Applications*. 1 ed. New Delhi: Overseas Press, 2009. 382p.

KOSKI, T. NOBLE, J.M., *Bayesian Networks: An Introduction*. 1 ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2009. 368p.

KRIVTSOV, V.V. “Recent Advances in Theory and Applications of Stochastic Point Process Models in Reliability Engineering”, *Reliability Engineering and System Safety*, v.92, n.5, pp.549-551, Maio 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.res.2006.05.001>>. Acesso em: 01 de maio de 2016.

LAFRAIA, J.R.B. *Manual de Confiabilidade, Mantenabilidade e Disponibilidade*. 5.ed. Rio de Janeiro: Qualitymark Editora - PETROBRAS, 2014. 374p.

LAM Y. “A Note on the Optimal Replacement Problem”, *Advances in Applied Probability*, v.20, n.2, pp.479-482, Jun. 1988. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307/1427402>>. Acesso em: 20 de maio de 2016.

- LAM Y. ZHANG, Y.L. “Analysis of a Two-Component Series System with a Geometric Process Model”, **Naval Research Logistics**, v.43, n.4, pp.491-502, Jun. 1996. Disponível em: <[https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1520-6750\(199606\)43:4<491::AID-NAV3>3.0.CO;2-2](https://doi.org/10.1002/(SICI)1520-6750(199606)43:4<491::AID-NAV3>3.0.CO;2-2)>. Acesso em: 25 de junho de 2016.
- LAM Y. “Geometric Processes and Replacement Problem”, **Acta Mathematicae Applicatae Sinica**, v.4, n.4, pp.366-377, Nov. 1988. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF02007241>>. Acesso em: 23 de junho de 2016.
- LAM Y. “The Rate of Occurrence of Failures”, **Journal of Applied Probability**, v.34, n.1, pp.234-247, Mar. 1997. Disponível em: <<https://doi.org/10.2307/3215190>>. Acesso em: 04 de junho de 2016.
- LEE, E.T., WANG, J.W., **Statistical Methods for Survival Data Analysis**. 3 ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003. 535p.
- LIMA, C.A.M., DANTAS, M.J.P. "Análise da confiabilidade de centrífugas de açúcar no setor sucroalcooleiro com aplicação da modelagem baseada em cadeias de Markov", **Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, Vitória, Espírito Santo, Brasil, 27-30 set. 2016.
- LOVE, C.E., ZHANG, Z.G., ZITRON, N.A. *et al.* “A Discrete Semi-Markov Decision Model to Determine the Optimal Repair/Replacement Policy Under General Repairs”, **European Journal of Operational Research**, v.125, n.2, pp.398-409, Set. 2000. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00009-0](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00009-0)>. Acesso em: 11 de maio de 2016.
- MALIK, M.A.K. “Reliable Preventive Maintenance Scheduling”, **AIIE Transactions**, v.11, n.3, pp.221-228, 1979. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/05695557908974463>>. Acesso em: 18 de maio de 2016.
- MORÔCO, J. **Análise Estatística com o SPSS Statistics**. 5ª ed. Pero Pinheiro: Rolo & Filhos II, SA. 2011. 992p. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=9d2XupSIDmUC&oi=fnd&pg=PR12&dq=Teste+de+Kruskal+Wallis&ots=mU4Rc1OErG&sig=NjWkNTZkrXVz_R0K-k0A5rxQ6Gk#v=onepage&q&f=false>. Acesso em: 15 de janeiro de 2017.
- MARTORELL, S., SANCHEZ, A., SERRADELL, V. “Age-dependent Reliability Model Considering Effects of Maintenance and Working Conditions”, **Reliability Engineering and System Safety**, v.64, n.1, pp.19-31, Abr. 1999. Disponível em: 17 de maio de 2016.
- METROPOLIS, N., ROSENBLUTH, A.W., ROSENBLUTH, M.N., *et al.* “Equation of State Calculations by Fast Computing Machines”, **The Journal of Chemical Physics**, v. 21, n. 6, pp. 1087-1092, Jun. 1953. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1699114>>. Acesso em: 15 de maio de 2016.

METTAS, A., ZHAO, W. **Modeling and Analysis of Repairable Systems with General Repair**. In: Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium. Alexandria, Virginia, USA., 2005. Disponível em: <http://www.reliasoft.com/pubs/2005rm_07B_03.pdf>. Acesso em: 10 de junho de 2016.

MIGUEL, P.A.C., FLEURY, A., MELLO, C.H.P. *et al.* **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier: ABEPRO, 2012.

MORAD, A.M., POURGOL-MOHAMMAD, M., SATTARVAND, J. “Application of Reliability-centered Maintenance for Productivity Improvement of Open Pit Mining Equipment: Case Study”, **Journal of Central South University**, v.21, n.6, pp.2372-2382, Jun. 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11771-014-2190-2>>. Acesso em: 11 de maio de 2016.

MOREIRA, A.P.M., 2015. **Aplicações da Teoria da Decisão e Probabilidade Subjetiva em Sala de Aula do Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil. Disponível em: <<http://www.ime.unicamp.br/~laurarifo/alunos/dissertacaoAndrea.pdf>>. Acesso em: 17 de maio de 2016.

MOURA, M., DROGUETT, E.L., FIRMINO, P.R.A. *et al.* “A Competing Risk Model for Dependent and Imperfect Condition-Based Preventive and Corrective Maintenances”, **Journal of Risk and Reliability**, v.228, n.6, pp.590-605, Dez. 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1748006X14540878>>. Acesso em: 01 de junho de 2016.

MOURA, M.C., ROCHA, S.P.V., DROGUETT, E.L., *et al.* “Avaliação Bayesiana da Eficácia da Manutenção Via Processo de Renovação Generalizado”, **Pesquisa Operacional**, v.27, n.3, pp.569-589, Set.-Dez. 2007.

NAKAGAWA, T. “Imperfect Preventive-Maintenance”, **IEEE Transactions on Reliability**, v.28, n.5, pp.402, Dez. 1979. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TR.1979.5220657>>. Acesso em: 18 de maio de 2016.

NAKAGAWA, T. “Optimum Policies when Preventive Maintenance is Imperfect”, **IEEE Transactions on Reliability**, v.28, n.4, pp.331-332, Out. 1979. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TR.1979.5220624>>. Acesso em: 17 de maio de 2016.

NORRIS, J.R. **Markov Chains**. 1 ed. New York: Cambridge University Press, 1997. 256p.

OLIVEIRA, C.C.F., CRISTINO, C.T., FIRMINO, P.R.A. “In the Kernel of Modelling Repairable Systems: A Goodness of Fit Teste for Weibull-based Generalized Renewal Processes”, **Journal of Cleaner Production**, v.133, n.1, pp.358-367, Out. 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.05.123>>. Acesso em: 1 de junho de 2016.

PHAM, H., WANG, H. “Imperfect Maintenance”, **European Journal of Operational Research**, v.94, n.3, pp.425-438, Nov. 1996. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(96\)00099-9](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00099-9)>. Acesso em: 01 de junho de 2016.

PEARL, J. **Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems**. 1. ed. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc, 1988. 552 p.

PINJALA, S.K., PINTELON, L., VEREECKE, A. “Na Empirical Investigation on the Relationship Between Business and Maintenance Strategies”, **Reliability Engineering and System Safety**, v.104, n.1, pp.214-229, Nov. 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.12.024>>. Acesso em: 20 de maio de 2016.

POPESCU, D., RADU, C. “Strategies to Increase the Competitiveness of Industrial Products in the Context of the Global Economic Crisis”. **International DAAAM Symposium**, 1726-9679, Vienna, Austria, EU, 2011. Disponível em: <http://www.daaam.info/Downloads/Pdfs/proceedings/proceedings_2011/1123_Popescu.pdf>. Acesso em: 11 de maio de 2016.

RAMOS FILHO, J.A., ATAMANCZUK, M.J., MARÇAL, R.F.M. “Seleção de Técnicas de Manutenção para Processo de Armazenagem pelo Método de Análise Hierárquica”, **Associação Brasileira de Engenharia de Produção – ABEPRO**, v.10, n.1, pp.142-166. 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.14488/1676-1901.v10i1.375>>. Acesso em: 12 de maio de 2016.

RAMÍREZ, P.A.P., UTNE, I.B. “Decision Support for Life Extension of Technical Systems Through Virtual Age Modelling”, **Reliability Engineering and System Safety**, v.115., n.1, pp.55-69, Jul. 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ress.2013.02.002>>. Acesso em: 03 de junho de 2016.

RAUSAND, M., HOYLAND, A. **System Reliability Theory: Models, Statistical Methods, and Applications**. 2.ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2004. 636p.

RIGDON, S. E., BASU, A. P. **Statistical methods for the reliability of repairable systems**. 1 ed. Nova York: John Wiley, 2000. 281 p.

ROCHA, S.P.V., 2006. *Um Modelo Integrado de Inferência Bayesiana e Processos Markovianos para Análise de Sistemas Reparáveis Sujeitos a Reparo Imperfeito Via Processo de Renovação Generalizado*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil. Disponível em: <http://repositorio.ufpe.br/bitstream/handle/123456789/5751/arquivo7328_1.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 05 de maio de 2016.

ROSS, S. **Probabilidade: Um Curso Moderno com Aplicações**. 8 ed. Porto Alegre, Bookman, 2010. 607p.

ROUZBAHANEH, M., 2015. *Subsea Pump Vibration Analysis for Predictive Maintenance*. M.Sc. dissertation, University of Bergen, Bergen, Norway. Disponível em: <<http://bora.uib.no/handle/1956/11666>>. Acesso em: 08 de maio de 2016.

SANCHEZ, A., CARLOS, S., MARTORELL, F. *et al.* “Addressing Imperfect Maintenance Modelling Uncertainty in Unavailability and Cost Based Optimization”,

Reliability Engineering and System Safety, v.94, n.1, pp.22-32, Jan. 2009. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ress.2007.03.022>>. Acesso em: 22 de junho de 2016.

SHAKED, M., SHANTHIKUMAR, J.G. “Multivariate Imperfect Repair”, **Operations Research**, v.34, n.3, pp.437-448, Jun. 1986. Disponível em: <<https://doi.org/10.1287/opre.34.3.437>>. Acesso em: 22 de maio de 2016.

SERICOLA, B. **Markov Chains: Theory, Algorithms and Applications**. 1 ed. John Wiley & Sons, 2013. 411p.

STROOCK, D.W. **An Introduction to Markov Processes**. 2 ed. New York, Springer - Reliability Engineering, 2014. 213p.

TAKAHASHI, Y., OSADA, T. **Manutenção Produtiva Total**. 4 ed. São Paulo: Instituto IMAM, 1993. 322p.

TANWAR, M., RAI, R.N., BOLIA, N. “Imperfect Repair Modeling Using Kijima Type Generalized”, **Reliability Engineering and System Safety**, v.124, pp.24-31, Abr. 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ress.2013.10.007>>. Acesso em: 10 de junho de 2016.

TOLEDO, M.L.G., FREITAS, M.A., COLOSIMO, E. A. *et al.* “ARA and ARI Imperfect Repair Models: Estimation, Goodness-of-fit and Reliability Prediction”, **Reliability Engineering and System Safety**, v.140, n.1, pp.107-115, Ago. 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ress.2015.03.035>>. Acesso em: 3 de junho de 2016.

VEBER, B., NAGODE, M., FAJDIGA, M. “Generalized Renewal Process for Repairable Systems Based on Finite Weibull Mixture”, **Reliability Engineering and System Safety**, v.93, n.10, pp.1461-1472, Out. 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ress.2007.10.003>>. Acesso em: 10 de junho de 2016.

YAÑEZ, M., JOGLAR, F., MODARRES, M. “Generalized Renewal Process for Analysis of Repairable Systems with Limited Failure Experience”, **Reliability Engineering and System Safety**, v. 77, n. 2, pp. 167-180, Ago. 2002. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0951-8320\(02\)00044-3](https://doi.org/10.1016/S0951-8320(02)00044-3)>. Acesso em: 23 de junho de 2016.

YEVKIN, O., KRIVTSOV, V.V. “An Approximate Solution to The G-Renewl Equation With an Underlying Weibull distribuiton”. **IEEE Transactions on Reliability**, v. 61, n. 1, pp. 68-73, Marc. 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TR.2011.2182399>>. Acesso em: 25 Junho de 2016.

XENOS, H.G. **Gerenciando a Manutenção Produtiva: O Caminho para Eliminar Falhas nos Equipamentos e Aumentar a Produtividade**. 1 ed. Nova Lima: Editora Falconi, 2004. 308p.

ZHANG, Z.G., LOVE, C.E. “A Simple Recursive Markov Chain Model to Determine the Optimal Replacement Policies Under General Repairs”, **Computers and Operations Research**, v.27, n.4, pp.321-333, Abr. 2000. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(99\)00053-2](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00053-2)>. Acesso em: 12 de maio de 2016.

ZHOU, X., XI, L., LEE, J. “Reliability-centered Predictive Maintenance Scheduling for a Continuously Monitored System Subject to Degradation”, **Reliability Engineering and System Safety**, v.92, n.4, pp.530-534, Abr. 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ress.2006.01.006>>. Acesso em: 20 de junho de 2016.

ZIO, E. **The Monte Carlo Simulation Method for System Reliability and Risk Analysis**. 1.ed. London: Springer - Reliability Engineering, 2013.198p

APÊNDICE A – FORMULÁRIO DE PARADAS

FORMULÁRIO				FR IND 111																		
Up Time - Centrifugas de Açúcar				Unidade:																		
				Revisão: 01																		
				Data Elaboração:																		
				Data Revisão:																		
Data: ____/____/____			Dias de Safra: _____																			
Centrifuga Automática 01				OCORRÊNCIA																		
INICIO	FINAL	T. PARADA	CÓD. MOTIVO																			
Centrifuga Automática 02				OCORRÊNCIA																		
INICIO	FINAL	T. PARADA	CÓD. MOTIVO																			
Centrifuga Automática 03				OCORRÊNCIA																		
INICIO	FINAL	T. PARADA	CÓD. MOTIVO																			
Centrifuga Automática 04				OCORRÊNCIA																		
INICIO	FINAL	T. PARADA	CÓD. MOTIVO																			
Centrifuga Contínua 01				OCORRÊNCIA																		
INICIO	FINAL	T. PARADA	CÓD. MOTIVO																			
Centrifuga Contínua 02				OCORRÊNCIA																		
INICIO	FINAL	T. PARADA	CÓD. MOTIVO																			
Centrifuga Contínua 03				OCORRÊNCIA																		
INICIO	FINAL	T. PARADA	CÓD. MOTIVO																			
Turno I	Turno II	Turno III	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;">Cód</th> <th>Motivo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>A</td><td>FALTA DE MASSA</td></tr> <tr><td>B</td><td>PROBLEMA MECÂNICO</td></tr> <tr><td>C</td><td>PROBLEMA ELÉTRICO</td></tr> <tr><td>D</td><td>PROB. INSTRUMENTAÇÃO</td></tr> <tr><td>E</td><td>TANQUE DE MEL</td></tr> <tr><td>F</td><td>SEMENTEIRA CHEIA</td></tr> <tr><td>G</td><td>DEPENDENDO DE OUTRO EQUIPAMENTO</td></tr> <tr><td>H</td><td>STANDBAY</td></tr> </tbody> </table>		Cód	Motivo	A	FALTA DE MASSA	B	PROBLEMA MECÂNICO	C	PROBLEMA ELÉTRICO	D	PROB. INSTRUMENTAÇÃO	E	TANQUE DE MEL	F	SEMENTEIRA CHEIA	G	DEPENDENDO DE OUTRO EQUIPAMENTO	H	STANDBAY
Cód	Motivo																					
A	FALTA DE MASSA																					
B	PROBLEMA MECÂNICO																					
C	PROBLEMA ELÉTRICO																					
D	PROB. INSTRUMENTAÇÃO																					
E	TANQUE DE MEL																					
F	SEMENTEIRA CHEIA																					
G	DEPENDENDO DE OUTRO EQUIPAMENTO																					
H	STANDBAY																					
COORD. TURNO I	COORD. TURNO II	COORD. TURNO III																				

APÊNDICE B – DADOS DE FALHAS DAS CENTRÍFUGAS

Tabela 28 – Dados de falhas da centrífuga de açúcar 1

Equipamento	Natureza	Descrição	Data Falha	Horário Falha	Data Reparo	Horário Reparo	Tempo para Intervenção (h)	Tempo para Reparo (h)	Tipo de Manutenção
CF-01	Automação	Falha nos sensores	10/04/2015	16:10	10/04/2015	16:15	112,17	0,08	MC
CF-01	Automação	Falha nos sensores	10/04/2015	16:20	10/04/2015	16:30	0,08	0,17	MC
CF-01	Automação	Falha nos sensores	13/04/2015	10:40	13/04/2015	11:30	66,17	0,83	MC
CF-01	Automação	Falha no ar-comprimido	16/04/2015	03:00	16/04/2015	05:15	63,50	2,25	MC
CF-01	Automação	Falha no ar-comprimido	18/04/2015	07:40	18/04/2015	11:20	50,42	3,67	MC
CF-01	Mecânica	Falha na tela	20/04/2015	16:40	21/04/2015	02:40	53,33	10,00	MC
CF-01	Automação	Falha nos sensores	04/05/2015	09:38	04/05/2015	10:20	318,97	0,70	MC
CF-01	Mecânica	Falha na tela (peça de suporte inferior)	04/05/2015	12:10	04/05/2015	13:10	1,83	1,00	MC
CF-01	Automação	Falha no ar-comprimido	28/06/2015	04:05	28/06/2015	05:03	1286,92	0,97	MC
CF-01	Automação	Falha nos transmissores	03/07/2015	15:00	03/07/2015	16:40	129,95	1,67	MC
CF-01	Automação	Falha nos sensores (apalpador)	16/08/2015	00:00	16/08/2015	07:50	1015,33	7,83	MC
CF-01	Automação	Falha nos sensores (apalpador)	01/10/2015	11:40	01/10/2015	16:25	1083,83	4,75	MC
CF-01	Elétrica	Falha no acionamento elétrico (cabo elétrico)	05/10/2015	05:13	05/10/2015	06:13	84,80	1,00	MC
CF-01	Preventiva	Manutenção Preventiva de Entressaíra	01/12/2015	00:00	05/04/2016	23:59	1337,78	3047,98	MP
CF-01	Automação	Falha na válvula (automática de entrada)	06/04/2016	06:35	06/04/2016	08:55	6,60	2,33	MC
CF-01	Automação	Falha nos sensores (apalpador)	18/04/2016	02:00	18/04/2016	03:10	281,08	1,17	MC
CF-01	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	30/04/2016	11:58	30/04/2016	13:09	296,80	1,18	MC
CF-01	Automação	Falha nos sensores	03/05/2016	01:50	03/05/2016	11:50	60,68	10,00	MC
CF-01	Automação	Falha nos sensores (painel de sensoramento)	10/05/2016	00:05	10/05/2016	01:15	156,25	1,17	MC
CF-01	Mecânica	Falha na raspa	20/05/2016	15:00	20/05/2016	17:18	253,75	2,30	MC
CF-01	Mecânica	Falha na raspa	25/05/2016	16:20	25/05/2016	18:40	119,03	2,33	MC
CF-01	Automação	Falha nos sensores	30/05/2016	04:00	30/05/2016	11:40	105,33	7,00	MC
CF-01	Automação	Falha na válvula (automática de entrada)	08/06/2016	19:10	08/06/2016	21:20	200,17	2,17	MC
CF-01	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	09/06/2016	05:25	09/06/2016	05:55	8,08	0,50	MC
CF-01	Mecânica	Falha na tela	23/07/2016	08:30	23/07/2016	10:30	1058,58	2,00	MC
CF-01	Elétrica	Falha no acionamento (Inversor de Frequência)	27/07/2016	00:00	27/07/2016	01:55	85,50	1,92	MC
CF-01	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	09/09/2016	01:45	09/09/2016	02:05	1007,83	0,33	MC
CF-01	Automação	Falha no ar-comprimido	22/09/2016	04:30	22/09/2016	05:00	314,42	0,50	MC
CF-01	Automação	Falha na válvula (automática de entrada)	11/10/2016	19:10	12/10/2016	02:20	470,17	7,17	MC
CF-01	Automação	Falha na válvula (automática de entrada)	12/10/2016	04:20	12/10/2016	06:00	2,00	1,67	MC
CF-01	Automação	Falha nas válvulas (carga e descarga)	07/11/2016	20:50	07/11/2016	21:50	614,83	1,00	MC
CF-01	Mecânica	Falha na raspa	08/11/2016	10:25	08/11/2016	12:06	12,58	1,68	MC
CF-01	Mecânica	Falha na tela	12/11/2016	21:50	12/11/2016	23:45	105,73	1,92	MC
CF-01	Preventiva	Manutenção Preventiva de Entressaíra	03/12/2016	00:00	05/04/2017	23:59	480,25	2975,98	MP

Fonte: o autor (2017)

Tabela 29 – Dados de falhas da centrífuga de açúcar 2

Equipamento	Natureza	Descrição	Data Falha	Horário Falha	Data Reparo	Horário Reparo	Tempo para Intervenção (h)	Tempo para Reparo (h)	Tipo de Manutenção
CF-02	Automação	Falha nos sensores	10/04/2015	15:00	10/04/2015	16:30	111,00	1,50	MC
CF-02	Mecânica	Falha na raspa	12/04/2015	19:50	12/04/2015	22:00	51,33	2,17	MC
CF-02	Mecânica	Falha no descarregador (mangueira condensado)	18/04/2015	00:00	18/04/2015	00:20	122,00	0,33	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores	29/04/2015	00:00	29/04/2015	01:50	263,67	1,83	MC
CF-02	Mecânica	Falha na válvula (manual de entrada)	04/05/2015	14:55	05/05/2015	00:00	133,08	9,08	MC
CF-02	Automação	Falha no transmissor (posição)	16/06/2015	11:15	16/06/2015	11:20	995,25	0,08	MC
CF-02	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	03/07/2015	15:00	03/07/2015	16:40	411,67	1,67	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores (apalpador)	15/08/2015	09:00	15/08/2015	12:25	1000,33	3,42	MC
CF-02	Elétrica	Falha no motor elétrico (refrigeração)	17/08/2015	19:40	18/08/2015	11:05	55,25	15,42	MC
CF-02	Automação	Falha no ar-comprimido	03/09/2015	10:15	03/09/2015	10:45	359,17	0,50	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores (painel de sensoramento)	08/09/2015	01:15	08/09/2015	17:10	110,50	15,92	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores (apalpador)	09/09/2015	00:00	09/09/2015	02:15	6,83	2,25	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores	22/09/2015	00:00	22/09/2015	03:00	309,75	3,00	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores	01/11/2015	08:00	09/11/2015	05:00	941,00	189,00	MC
CF-02	Automação	Falha no ar-comprimido	09/11/2015	23:50	10/11/2015	12:00	18,83	12,17	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores	10/11/2015	13:00	10/11/2015	14:50	1,00	1,83	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores	14/11/2015	00:00	14/11/2015	00:45	81,17	0,75	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores (painel de sensoramento)	14/11/2015	22:00	25/11/2015	16:00	21,25	258,00	MC
CF-02	Preventiva	Manutenção Preventiva de Entressafrã	01/12/2015	00:00	05/04/2016	23:59	128,00	3047,98	MP
CF-02	Mecânica	Falha na raspa	09/04/2016	03:30	09/04/2016	06:10	75,52	2,67	MC
CF-02	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	09/04/2016	08:50	09/04/2016	09:05	2,67	0,25	MC
CF-02	Automação	Falha nas válvulas (carga e descarga)	10/05/2016	00:00	10/05/2016	03:30	734,92	3,50	MC
CF-02	Mecânica	Falha na raspa	25/05/2016	18:50	25/05/2016	20:42	375,33	1,87	MC
CF-02	Automação	Falha no ar-comprimido	07/06/2016	22:30	07/06/2016	23:00	289,80	0,50	MC
CF-02	Automação	Falha no ar-comprimido	08/06/2016	18:10	08/06/2016	18:40	19,17	0,50	MC
CF-02	Mecânica	Falha na raspa	17/06/2016	00:00	17/06/2016	01:30	197,33	1,50	MC
CF-02	Mecânica	Falha na tela (rompimento)	21/06/2016	02:00	21/06/2016	20:30	96,50	18,50	MC
CF-02	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	30/06/2016	18:45	30/06/2016	19:20	214,25	0,58	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores	23/08/2016	07:30	23/08/2016	09:10	1260,17	1,67	MC
CF-02	Automação	Falha no ar-comprimido	14/09/2016	18:00	14/09/2016	18:15	512,83	0,25	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores	08/10/2016	12:15	08/10/2016	13:00	570,00	0,75	MC
CF-02	Mecânica	Falha na raspa	21/10/2016	11:40	21/10/2016	12:15	310,67	0,58	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores (painel de sensoramento)	25/10/2016	15:00	25/10/2016	23:00	98,75	8,00	MC
CF-02	Automação	Falha no ar-comprimido	27/10/2016	04:20	27/10/2016	04:50	29,33	0,50	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores (painel de sensoramento)	28/10/2016	15:30	28/10/2016	23:00	34,67	7,50	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores (painel de sensoramento)	30/10/2016	01:23	30/10/2016	06:45	26,38	5,37	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores	24/11/2016	09:55	24/11/2016	10:20	579,17	0,42	MC
CF-02	Automação	Falha nos sensores	25/11/2016	12:20	25/11/2016	20:00	26,00	7,67	MC
CF-02	Mecânica	Falha na tela (rompimento)	30/11/2016	05:00	30/11/2016	13:30	105,00	8,50	MC
CF-02	Preventiva	Manutenção Preventiva de Entressafrã	03/12/2016	00:00	05/04/2017	23:59	58,50	2975,98	MP

Fonte: o autor (2017)

Tabela 30 – Dados de falhas da centrífuga de açúcar 3

Equipamento	Natureza	Descrição	Data Falha	Horário Falha	Data Reparo	Horário Reparo	Tempo para Intervenção (h)	Tempo para Reparo (h)	Tipo de Manutenção
CF-03	Automação	Falha nos sensores	10/04/2015	16:10	10/04/2015	16:15	112,17	0,08	MC
CF-03	Mecânica	Falha na tela (peça de suporte inferior)	04/05/2015	12:10	04/05/2015	13:10	571,92	1,00	MC
CF-03	Automação	Falha na válvula (Malaxes)	20/05/2015	04:05	20/05/2015	04:25	374,92	0,33	MC
CF-03	Mecânica	Falha no descarregador (mangueira condensado)	13/06/2015	12:00	13/06/2015	12:35	559,58	0,58	MC
CF-03	Automação	Falha nos sensores	18/06/2015	11:40	18/06/2015	13:10	119,08	1,50	MC
CF-03	Automação	Falha no ar-comprimido	28/06/2015	04:05	28/06/2015	05:03	230,92	0,97	MC
CF-03	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	03/07/2015	15:00	03/07/2015	16:40	129,95	1,67	MC
CF-03	Automação	Falha no ar-comprimido (pistão de movimento)	15/07/2015	11:00	15/07/2015	13:00	282,33	2,00	MC
CF-03	Automação	Falha nos sensores (apalpador)	22/07/2015	07:00	22/07/2015	09:25	162,00	2,42	MC
CF-03	Mecânica	Falha no descarregador	23/07/2015	15:00	25/07/2015	10:00	29,58	43,00	MC
CF-03	Mecânica	Falha na raspa	29/07/2015	12:05	29/08/2015	23:00	98,08	754,92	MC
CF-03	Automação	Falha nos sensores	22/09/2015	14:00	22/09/2015	14:30	543,00	0,50	MC
CF-03	Automação	Falha nos sensores	04/10/2015	13:20	29/10/2015	15:25	286,83	602,08	MC
CF-03	Automação	Falha nos sensores	31/10/2015	00:00	31/10/2015	03:00	32,58	3,00	MC
CF-03	Preventiva	Manutenção Preventiva de Entressafra	01/12/2015	00:00	05/04/2016	23:59	741,00	3047,98	MP
CF-03	Automação	Falha na válvula (automática de entrada)	06/04/2016	06:35	06/04/2016	12:50	6,60	6,25	MC
CF-03	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	20/05/2016	02:15	20/05/2016	02:45	1045,42	0,50	MC
CF-03	Automação	Falha no ar-comprimido	07/06/2016	21:30	07/06/2016	22:20	426,75	0,83	MC
CF-03	Automação	Falha no ar-comprimido	08/06/2016	18:10	08/06/2016	18:40	19,83	0,50	MC
CF-03	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	18/06/2016	06:50	18/06/2016	08:50	228,17	2,00	MC
CF-03	Elétrica	Falha no acionamento (Inversor de Frequência)	09/07/2016	00:00	10/07/2016	14:00	495,17	38,00	MC
CF-03	Automação	Falha nos sensores (painel de sensoramento)	12/07/2016	05:00	12/07/2016	09:00	39,00	4,00	MC
CF-03	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	21/07/2016	14:00	21/07/2016	15:00	221,00	1,00	MC
CF-03	Automação	Falha nos sensores (apalpador)	14/09/2016	03:00	14/09/2016	03:57	1260,00	0,95	MC
CF-03	Mecânica	Falha na raspa	21/10/2016	09:30	21/10/2016	10:00	893,55	0,50	MC
CF-03	Mecânica	Falha na tela	11/11/2016	13:45	11/11/2016	20:20	483,75	6,58	MC
CF-03	Preventiva	Manutenção Preventiva de Entressafra	03/12/2016	00:00	05/04/2017	23:59	507,67	2975,98	MP

Fonte: o autor (2017)

Tabela 31 – Dados de falhas da centrífuga de açúcar 4

Equipamento	Natureza	Descrição	Data Falha	Horário Falha	Data Reparo	Horário Reparo	Tempo para Intervenção	Tempo para Reparo (h)	Tipo de Manutenção
CF-04	Automação	Falha nos sensores (descarga)	18/04/2015	11:15	18/04/2015	14:55	299,25	3,67	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa	20/04/2015	00:00	20/04/2015	09:30	33,08	9,50	MC
CF-04	Automação	Falha nos sensores (tela)	21/04/2015	01:10	21/04/2015	05:00	15,67	3,83	MC
CF-04	Mecânica	Falha no descarregador	23/04/2015	01:40	23/04/2015	04:15	44,67	2,58	MC
CF-04	Automação	Falha no ar-comprimido	08/05/2015	00:35	08/05/2015	01:30	356,33	0,92	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa	19/05/2015	08:10	19/05/2015	10:20	270,67	2,17	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa	23/05/2015	15:30	23/05/2015	18:00	101,17	2,50	MC
CF-04	Elétrica	Falha no acionamento (Inversor de Frequência)	25/05/2015	18:40	25/05/2015	18:55	48,67	0,25	MC
CF-04	Mecânica	Falha na tela	25/05/2015	21:40	30/05/2015	16:15	2,75	114,58	MC
CF-04	Mecânica	Falha na tela (Montada errada)	05/06/2015	05:00	06/06/2015	23:00	108,75	42,00	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa	06/06/2015	23:00	07/06/2015	02:15	0,00	3,25	MC
CF-04	Automação	Falha no ar-comprimido	28/06/2015	04:05	28/06/2015	05:03	505,83	0,97	MC
CF-04	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	03/07/2015	15:00	03/07/2015	16:40	129,95	1,67	MC
CF-04	Automação	Falha nos sensores (raspa)	05/07/2015	02:50	05/07/2015	03:50	34,17	1,00	MC
CF-04	Mecânica	Falha na tela	18/07/2015	18:40	25/07/2015	16:00	326,83	165,33	MC
CF-04	Automação	Falha nos sensores (apalpador)	03/09/2015	06:00	03/09/2015	07:00	902,00	1,00	MC
CF-04	Automação	Falha no ar-comprimido	03/09/2015	10:15	03/09/2015	10:45	3,25	0,50	MC
CF-04	Automação	Falha nos sensores	24/09/2015	23:00	25/09/2015	14:00	516,25	15,00	MC
CF-04	Automação	Falha no transmissor	26/09/2015	23:00	27/09/2015	00:00	33,00	1,00	MC
CF-04	Automação	Falha nos sensores	06/10/2015	04:30	06/10/2015	05:30	220,50	1,00	MC
CF-04	Automação	Falha nos sensores	06/10/2015	23:30	07/10/2015	07:00	18,00	7,50	MC
CF-04	Mecânica	Falha na tela	03/11/2015	02:40	28/11/2015	11:00	619,67	608,33	MC
CF-04	Preventiva	Manutenção Preventiva de Entressaфра	01/12/2015	00:00	05/04/2016	23:59	61,00	3047,98	MP
CF-04	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	28/05/2016	09:40	28/05/2016	12:20	1257,68	2,67	MC
CF-04	Automação	Falha nos sensores	30/05/2016	15:00	30/05/2016	15:40	50,67	0,67	MC
CF-04	Automação	Falha no transmissor (massa na bica)	30/05/2016	18:05	30/05/2016	19:10	2,42	1,08	MC
CF-04	Automação	Falha na válvula (automática de entrada)	16/07/2016	10:25	16/07/2016	10:50	1095,25	0,42	MC
CF-04	Mecânica	Falha no descarregador	05/08/2016	04:00	05/08/2016	06:00	449,17	2,00	MC
CF-04	Automação	Falha no ar-comprimido	26/08/2016	01:20	26/08/2016	01:50	499,33	0,50	MC
CF-04	Automação	Falha nos sensores (descarga)	27/08/2016	03:00	27/08/2016	05:20	25,17	2,33	MC
CF-04	Automação	Falha no ar-comprimido (pistão de movimento)	13/09/2016	16:00	13/09/2016	17:40	394,67	1,67	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa	16/09/2016	08:00	16/09/2016	13:05	62,33	5,08	MC
CF-04	Automação	Falha no ar-comprimido	22/09/2016	00:00	22/09/2016	01:00	130,92	1,00	MC
CF-04	Automação	Falha na válvula (automática de entrada)	27/09/2016	10:40	27/09/2016	11:00	129,67	0,33	MC
CF-04	Mecânica	Falha na tela	28/09/2016	10:10	28/09/2016	18:50	23,17	8,67	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa	29/09/2016	04:10	29/09/2016	05:25	9,33	1,25	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa	11/10/2016	03:15	14/10/2016	09:25	285,83	78,17	MC
CF-04	Automação	Falha nos sensores	16/10/2016	02:40	16/10/2016	03:10	41,25	0,50	MC
CF-04	Automação	Falha na válvula (condensado)	17/10/2016	13:00	17/10/2016	17:35	33,83	4,58	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa	21/10/2016	09:30	21/10/2016	10:00	87,92	0,50	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa	21/10/2016	10:05	21/10/2016	11:15	0,08	1,17	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa (encostando no cesto)	21/10/2016	16:07	21/10/2016	19:35	4,87	3,47	MC
CF-04	Mecânica	Falha na raspa (eixo travado)	22/10/2016	14:50	22/10/2016	15:35	19,25	0,75	MC
CF-04	Preventiva	Manutenção Preventiva de Entressaфра	03/12/2016	00:00	05/04/2017	23:59	968,42	2975,98	MP

Fonte: o autor (2017)

APÊNDICE C – CÓDIGOS PARA ESTIMAÇÃO DO PRG EM MATLAB®

1) Código principal – Estimação dos Parâmetros PRG via Inferência Bayesiana

```
% Dissertação - Estimação dos Parâmetros PRG
% Inferência Bayesiana (Utilização do Metropolis-Hastings)
clear
clc
n=100000;
j=2;
kont=0;
VetL(1,n)=0;
VetPriori(1,n)=0;
VetBeta(1,n)=0;
VetAlfa(1,n)=0;
VetQ(1,n)=0;

%Limpeza de memória de variáveis
%Limpeza da tela de simulação
%Número de iterações (amostras) (100.000)
%Declara operador de iterações
%Número de rejeições
%Inicializa vetor com amostras aceitas da Verossimilhança
%Inicializa vetor com amostras aceitas da Priori
%Inicializa vetor com amostras aceitas de Beta
%Inicializa vetor com amostras aceitas de Alfa
%Inicializa vetor com amostras aceitas de Q

Input_Select_Dados() %Carrega Dados de Falhas e Seleciona MF a ser modelado
Inicializar_Simulacao() %Gera valores para posição (1) dos vetores: início da cadeia
while (j<=n) %Loop do nº de iterações da simulação
    Ger_Dist_Candidata() %Gera uma Distribuição Candidata
    Verossimilhanca() %Gera Verossimilhança Eq (p/ m=6000x)
    if (w==1)
    else
        A_Priori() %Gera a priori
        Metropolis_Hastings() %Aplica o Metrópolis-Hastings
        VetL(j)=L; %Vetor c/ Verossimilhança p/ cada simulação
        VetPriori(j)=Priori; %Vetor c/ a Priori p/ cada simulação
        j %Imprimi o valor da iteração p/ acompanhamento
    end
end
Outputs() %Chama Função Tratar Amostras (Burn-in e Thin Factor) e gera Outputs dos resultados
```



```
MF7=[243 50.42 1672.75 3666.95 3988.52 1699 3538.25 1597.08 492 1486.52 19.17 2303.33 1018.08 859.17 1972.08
413.95 3251 1485.52 19.83 4181.33 768.58 1202.58 1565.20 2101.25 3361.35 422.17 198.33 1703; 1 1 0 1 0 1 1 0
1 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 0]; % Declara vetor com Tempos entre Eventos para MF 7
```

```
%Solicita o MF a ser modelado:
Selec_MF=input('Modelagem WPRG: Centrífugas\Modos de Falha:\n1) Acionamento Elétrico\n2) Raspa\n3) Tela\n4)
Descarregador\n5) Transmissor e Válvulas\n6) Sensores\n7) Ar comprimido\n\nDigite o nº do MF que deseja
modelar: ');
```

```
%Calculando Vetores de Interesse p/ o MF Selecionado (Te, Cf e Ce)
```

```
switch Selec_MF
case 1 %Caso Modo de falha seja 1
MF=MF1;
alfa=4259.07; %Parâmetro inicial de alfa da Dist Weibull MF1
beta=2.56; %Parâmetro inicial de beta da Dist Weibull MF1
Q=0.2; %Parâmetro inicial de rejuvenescimento (PRG) MF1
%Caso Modo de falha seja 2
case 2
MF=MF2;
alfa=1336.13; %Parâmetro inicial de alfa da Dist Weibull MF2
beta=0.74; %Parâmetro inicial de beta da Dist Weibull MF2
Q=0.2; %Parâmetro inicial de rejuvenescimento (PRG) MF2
%Caso Modo de falha seja 3
case 3
MF=MF3;
alfa=2054.26; %Parâmetro inicial de alfa da Dist Weibull MF3
beta=0.94; %Parâmetro inicial de beta da Dist Weibull MF3
Q=0.2; %Parâmetro inicial de rejuvenescimento (PRG) MF3
%Caso Modo de falha seja 4
case 4
MF=MF4;
alfa=3821.9; %Parâmetro inicial de alfa da Dist Weibull MF4
beta=1.52; %Parâmetro inicial de beta da Dist Weibull MF4
Q=0.25; %Parâmetro inicial de rejuvenescimento (PRG) MF4
%Caso Modo de falha seja 5
case 5
MF=MF5;
alfa=1216.96; %Parâmetro inicial de alfa da Dist Weibull MF5
beta=0.99; %Parâmetro inicial de beta da Dist Weibull MF5
Q=0.2; %Parâmetro inicial de rejuvenescimento (PRG) MF5
```



```

case 6
    MF=MF6;
    alfa=821.63;
    beta=0.83;
    Q=0.2;
case 7
    MF=MF7;
    alfa=1645.75;
    beta=1.06;
    Q=0.2;

end

k=size(MF);
for (d=1:k(2))
    Te(d)=MF(1,d);
    if (d==1)
        Cf(d)=MF(2,d);
        Ce(d)=MF(1,d);
    else
        Cf(d)=Cf(d-1)+MF(2,d);
        Ce(d)=Ce(d-1)+MF(1,d);
    end
end

%Caso Modo de falha seja 6
%Parâmetro inicial de alfa da Dist Weibull MF6
%Parâmetro inicial de beta da Dist Weibull MF6
%Parâmetro inicial de rejuvenescimento (PRG) MF6
%Caso Modo de falha seja 7
%Parâmetro inicial de alfa da Dist Weibull MF7
%Parâmetro inicial de beta da Dist Weibull MF7
%Parâmetro inicial de rejuvenescimento (PRG) MF7

```

3) Código de Inicialização da Cadeia – Função: Inicializar_Simulacao()

```
% Dissertação - Inicializar Simulação (Cadeia)
% Inferência Bayesiana (Utilização do Metropolis-Hastings)

alfa_=alfa;
beta_=beta;
Q_=Q;

Verossimilhanca ()
A_Priori()
VetL(1)=L;
VetPriori(1)=Priori;
VetBeta(1)=beta_;
VetAlfa(1)=alfa_;
VetQ(1)=Q_;

%alfa'=alfa -> início da simulação roda com dados iniciais
%beta'=beta -> início da simulação roda com dados iniciais
%beta'=beta -> início da simulação roda com dados iniciais

%Rodar Verossimilhança com inputs iniciais
%Rodar Priori com inputs iniciais
%Recebe Verossimilhança inicial
%Recebe Priori inicial
%Vetor c/ Beta aceito (Posteriori) p/ cada simulação
%Vetor c/ Alfa aceito (Posteriori) p/ cada simulação
%Vetor c/ Q aceito (Posteriori) p/ cada simulação
```

4) Código de Geração da Candidata – Função: Ger_Dist_Candidata()

```
% Dissertação - Geração de Distribuição Candidata p/ Metropolis Hastings
% Inferência Bayesiana (Utilização do Metropolis-Hastings)

X=log(alfa*beta);      %Calcula-se X p/ geração da candidata p/ MH
Y=log(beta);          %Calcula-se Y p/ geração da candidata p/ MH
Z=log(-log(Q));       %Calcula-se Z p/ geração da candidata p/ MH

dx=0.07;
dy=0.03;
dz=0.1;

%Derivada assumida constante Groen (por experimento)
%Derivada assumida constante Groen (por experimento)
%Derivada assumida constante Groen (por experimento)

nrnd1=normrnd(0,1);  %Desvio aleatório normalmente distribuído

X_ =X+dx*nrnd1;
Y_ =Y+dy*nrnd1;
Z_ =Z+dz*nrnd1;

%Gerando ponto candidato X' com adição de desvio dx
%Gerando ponto candidato Y' com adição de desvio dy
%Gerando ponto candidato Z' com adição de desvio dz

alfa_ =exp(X_ -Y_ );
beta_ =exp(Y_ );
Q_ =exp(-exp(Z_ ));
%Aplica-se relação inversa p/ obter parâmetro alfa candidato
%Aplica-se relação inversa p/ obter parâmetro beta candidato
%Aplica-se relação inversa p/ obter parâmetro Q candidato
```

5) Código de Verossimilhança – Função: Verossimilhança()

```
% Dissertação - Verossimilhança (deve rodar 6000x) - Ver algoritmo do Anexo II
% Inferência Bayesiana (Utilização do Metropolis-Hastings)

w=1; %Função de densidade de probabilidade condicionada
m=6000; %Número de amostras de verossimilhança geradas
L=0; %Declara variável Verossimilhança média (L) como zero
p=1; %Declara operador do número de simulações
Weq=0; %Declara vetor W (Verossimilhança de cada iteração)

while (p<=m) %Loop da verossimilhança até n° iterações desejadas da Verossimilhança
    i=1; %Inicializando operador i=0
    k=0; %Número de falhas observadas entre o (i-1)ésimo e i-ésimo instante
    w=1; %Função de densidade de probabilidade condicionada
    ni=size(Te); %Número de intervenções observadas
    t=0; %Início do tempo (zero)//tempo de ocorrência do evento corretivo ou preventivo (tempo simulado)
    x=0; %Idade virtual imediatamente após o reparo (Kijima Tipo I)
    y=0; %Idade virtual imediatamente antes do reparo
    Y_kk=0; %Próxima tempo de vida virtual imediatamente antes do reparo
    t_kk=0; %Tempo de falha amostrado
    R=0; %Confiabilidade
    F=0; %Probabilidade Condicional de Falha (1-F)

    while (i<=ni(2))
        x=Q_*t(i);
        if (i==1)
            R=exp(-(Te(i)/alfa_)^beta_);
            if (Cf(i)==0)
                w=w*R;
                t(i+1)=t(i)+Te(i);
                %y=Te(i)+x;
                y=t(i+1)+x;
            else
                k=k+1;
                w=w*(1-R);
            %repita até atingir o número de intervenções
            %Fórmula equivalente de Kijima Tipo I
            %tempo da primeira interverção
            %Confiabilidade Weibull
            %Se não houve falhas
            %PDF=PDF*(1-F)
            %Tempo real simulado p/intervenção

            %Se houve falhas
            %Número de falhas incrementa
        end
    end
end
```



```

%_____Calculando tempo para a próxima falha
r=2;
while (r<0.00000001 || r>1)
    r=rand();
    r=Rc+r*(Ra-Rc);
end
U =1-r;
Y_kk=alfa * ((- (x/alfa_ ^beta_)) -log(U_))^(1/beta_); %Gera próx. idade virt Groene (2002)
t_kk=t(i) + (Y_kk-x); %Tempo Tempo p/ próxima falha
w=w*F;
t(i+1)=t_kk;
Y=Y_kk;
%_____
else
    w=-1; %Condição de rejeição da Verossimilhança
    break
end;end;end
i=i+1; %Incrementa operador do número de intervenções
if (w== -1) %Condição de rejeição da Verossimilhança
    break
else
    %_____Calculando Probabilidade de Falha Condicionada a Idade Virtual_____
    ta=Q_ *x;
    tb=t(ni(2)+1) -x+Q_ *x;
    Ral=exp(-(ta/alfa_) ^beta_);
    Rbe=exp(-(tb/alfa_) ^beta_);
    F=Rbe/Ral; %Probabilidade de falha após *olhar algoritmo
    w=w*F;
    W(p) =w; %Vetor W recebe valor da simulação Verossimilhança
    Weq=W(p) +Weq; %Weq recebe somatório de todo os valores do vet W
    p=p+1; %Incrementa operador do Loop de iterações da Verossimilhança
end
end
if (w== -1) %Condição de rejeição da simulação Verossimilhança
    kont=kont+1; %Conta número de Verossimilhanças rejeitadas
else
    I=Weq/m; %Verossimilhança é igual soma de w/m (equivalente de m=6000x)
end

```

6) Código de Verossimilhança – Função: A_Priori()

```
% Dissertação - A Priori
% Inferência Bayesiana (Utilização do Metropolis-Hastings)

% _____ Calculando o Beta da A Priori
Sigma=0.6; %Desvio padrão utilizado (ver seção 3.2.2)
Mi=0.63; %Média do beta utilizada (ver seção 3.2.2)
beta_pri=(1/beta_)*exp(-0.5*((log(beta_)-Mi)/Sigma)^2); %Função Lognormal (ver seção 3.2.2)
%
% _____
% _____ Definindo o alfa da A Priori
alfa_pri=1;
%
% _____ Definindo o Q da A Priori
Q_pri=1;
%
Priori=beta_pri*alfa_pri*Q_pri; %A Priori igual o produto das variáveis a priori
```

7) Código do Metropolis – Função: Metropolis_Hastings()

```
% Dissertação - Metropolis-Hastings
% Inferência Bayesiana (Utilização do Metropolis-Hastings)

% _____ Calculando G
LogP=1;
LogTarget=0;
LogVeroX=log(VetL(j-1)); %Log última verossimilhança (j-1)
LogVeroY=log(VetL(j)); %Log verossimilhança atual
LogPrioriX=log(VetPriori(j-1)); %Log última Priori (j-1)
LogPrioriY=log(VetPriori(j)); %Log Priori atual

LogTarget=LogVeroY+LogPrioriY-LogVeroX-LogPrioriX; %Log de (PriY/PriX)
LogProposal=X_-X+Z_-Z+exp(Z)-exp(Z_); %Log do Quociente da Jacobiana

LogP=LogTarget+LogProposal; %Log do produto entre (PriY/PriX)*Quociente da Jacobiana
P=exp(LogP); %Produto entre (PriY/PriX)*Quociente da Jacobiana
G=min(1,P); %Definição de G: Mínimo entre 1 e P

% _____
U=rand(); %Gera VA uniformemente distribuida (0,1)
if(U<=G) %Se VA aleatória (0,1) é menor igual a G

    VetBeta(j)=beta_;
    VetAlfa(j)=alfa_;
    VetQ(j)=Q_;

    j=j+1;
    alfa=alfa_;
    beta=beta_;
    Q=Q_;

else
    VetBeta(j)=beta;
    VetAlfa(j)=alfa;
    VetQ(j)=Q;
    j=j+1;
end

%Rejeita parâmetros a Posteriori e replica dados antecessores de alfa, beta e Q
```


8) Código de Plotagem e Outputs – Função: Outputs()

```
% Dissertação - Plotagem dos Parâmetros PRG
% Inferência Bayesiana (Utilização do Metropolis-Hastings)

op1=0;
op2=0;
op3=0;
op4=0;
op5=0;
op6=0;
op7=n*0.1;
VetAiid(1,op7)=0;
VetBiid(1,op7)=0;
VetQiid(1,op7)=0;

Ord_Beta = sort(VetBeta);
Ord_Alfa = sort(VetAlfa);
Ord_Q = sort(VetQ);
Beta_p_5 = Ord_Beta(n*0.05);
Alfa_p_5 = Ord_Alfa(n*0.05);
Q_p_5 = Ord_Q(n*0.05);
Beta_p_25 = Ord_Beta(n*0.25);
Alfa_p_25 = Ord_Alfa(n*0.25);
Q_p_25 = Ord_Q(n*0.25);
Beta_p_50 = Ord_Beta(n*0.50);
Alfa_p_50 = Ord_Alfa(n*0.50);
Q_p_50 = Ord_Q(n*0.50);
Beta_p_75 = Ord_Beta(n*0.75);
Alfa_p_75 = Ord_Alfa(n*0.75);
Q_p_75 = Ord_Q(n*0.75);
Beta_p_95 = Ord_Beta(n*0.95);
Alfa_p_95 = Ord_Alfa(n*0.95);
Q_p_95 = Ord_Q(n*0.95);

for (op1=1:n)
    op2=op2+1;
```

```

if (op2==10)
    op3=op3+1;
    VetAiid(op3)=VetAlfa(op1);
    VetBiid(op3)=VetBeta(op1);
    VetQiid(op3)=VetQ(op1);
    op2=0;
end
end
op4=((n/10)*0.1);
op5=size(VetAiid);
for (op6=op4:op5(2))
    VetAiid_burn(op6-op4+1)=VetAiid(op6);
    VetBiid_burn(op6-op4+1)=VetBiid(op6);
    VetQiid_burn(op6-op4+1)=VetQiid(op6);
    op6=op6+1;
end
end
Estatistica_Alfa=[mean(VetAlfa) median(VetAlfa) std(VetAlfa) mean(VetAiid_burn) ...
std(VetAiid_burn) Alfa_p_5 Alfa_p_25 Alfa_p_50 Alfa_p_75 Alfa_p_95];
Estatistica_Beta=[mean(VetBeta) median(VetBeta) std(VetBeta) mean(VetBiid_burn) ...
std(VetBiid_burn) Beta_p_5 Beta_p_25 Beta_p_50 Beta_p_75 Beta_p_95];
Estatistica_Q=[mean(VetQ) median(VetQ) std(VetQ) mean(VetQiid_burn) ...
std(VetQiid_burn) Q_p_5 Q_p_25 Q_p_50 Q_p_75 Q_p_95];
Estatistica = [Estatistica_Alfa;Estatistica_Beta;Estatistica_Q];

VAlfa = VetAlfa';
VBeta = VetBeta';
VQ = VetQ';
Dados = [VAlfa VBeta VQ];

VAiid = VetAiid_burn';
VBiid = VetBiid_burn';
VQiid = VetQiid_burn';
Viid = [VAiid VBiid VQiid];

switch Selec_MF
case 1
    %Observe a variável Modo de Falha Simulado
    %Caso Modo de falha seja 1
    xlswrite('Estatistica_MF1.xlsx',Estatistica,'Plan1','A1');%Exporta estatística MF1 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Geradas_MF1.xlsx',Dados,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Geradas MF1 / Excel®

```

```

xlswrite('Amostras_Tratadas_MF1.xlsx',Viid,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Tratadas MF1 / Excel®

case 2
    %Caso Modo de falha seja 2
    xlswrite('Estatistica_MF2.xlsx',Estatistica,'Plan1','A1');%Exporta estatística MF2 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Geradas_MF2.xlsx',Dados,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Geradas MF2 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Tratadas_MF2.xlsx',Viid,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Tratadas MF2 / Excel®

case 3
    %Caso Modo de falha seja 3
    xlswrite('Estatistica_MF3.xlsx',Estatistica,'Plan1','A1');%Exporta estatística MF3 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Geradas_MF3.xlsx',Dados,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Geradas MF3 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Tratadas_MF3.xlsx',Viid,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Tratadas MF3 / Excel®

case 4
    %Caso Modo de falha seja 4
    xlswrite('Estatistica_MF4.xlsx',Estatistica,'Plan1','A1');%Exporta estatística MF4 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Geradas_MF4.xlsx',Dados,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Geradas MF4 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Tratadas_MF4.xlsx',Viid,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Tratadas MF4 / Excel®

case 5
    %Caso Modo de falha seja 5
    xlswrite('Estatistica_MF5.xlsx',Estatistica,'Plan1','A1');%Exporta estatística MF5 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Geradas_MF5.xlsx',Dados,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Geradas MF5 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Tratadas_MF5.xlsx',Viid,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Tratadas MF5 / Excel®

case 6
    %Caso Modo de falha seja 6
    xlswrite('Estatistica_MF6.xlsx',Estatistica,'Plan1','A1'); %Exporta estatística MF6 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Geradas_MF6.xlsx',Dados,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Geradas MF6 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Tratadas_MF6.xlsx',Viid,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Tratadas MF6 / Excel®

case 7
    %Caso Modo de falha seja 7
    xlswrite('Estatistica_MF7.xlsx',Estatistica,'Plan1','A1');%Exporta estatística MF7 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Geradas_MF7.xlsx',Dados,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Geradas MF7 / Excel®
    xlswrite('Amostras_Tratadas_MF7.xlsx',Viid,'Plan1','A1'); %Exporta Amostras Tratadas MF7 / Excel®

end

```

APÊNDICE D – CÓDIGO DO PNHM EM MATLAB®

1) Código principal do PNHM – Avaliação de Disponibilidade

```
% Dissertação - Avaliação de Disponibilidade
% Processo Não Homogêneo de Markov (PNHM)

clear
clc
% ----- Input de Parâmetros do PNHM -----
alfa = [6363.75 1916.53 3327.41 5076.36 1758.84 1315.68 2318.10]; %Parâmetro de escala (Alfa) do WPRG
beta = [3.424 0.935 1.322 1.845 1.295 1.166 1.356]; %Parâmetro de forma (Beta) do WPRG
q = [0.082045 0.231946 0.113854 0.216784 0.079071 0.079962 0.108401]; %Parâmetro Eficácia da Manutenção (q)
lambda = [0.097 0.023 0.013 0.103 0.482 0.035 0.632]; %Parâmetro da Distribuição Exponencial
% ----- Declaração de variáveis -----
T_sim = 60000; %Tempo total de simulação
t = 1; %Tempo de simulação que inicia em 1 até T_sim
n_sim = 15000; %Número de iterações
n = 7; %Número total de estados da cadeia
E = 0; %'Estado atual', onde i,j=1,2,...,n
kont_E(n+2) = 0; %Vetor conta estado que a cadeia visitou
k = 0; %Número de ocorrências de Falhas
s = 0; %Número de ocorrências de Reparos
T_op = 0; %Tempo Operacional
V_T_op(n_sim)=0; %Vetor de Tempos Operacionais
T_op_mean(T_sim)=0; %Vetor médio de T_op para cada tempo simulado
T_nop = 0; %Tempo Não Operacional
V_T_nop(n_sim)=0; %Vetor de Tempos Não Operacionais
T_nop_mean(T_sim)=0; %Vetor médio de T_nop para cada tempo simulado
T_rep = 0; %Tempo em Reparo
T_msamp = 0; %Menor Tempo de Falha amostrado para a transição i->j
T_samp(n)=0; %Tempo de Falha amostrado para a transição i->j
Disp_aux(n_sim)=0; %Vetor disponibilidade auxiliar para cada iteração
Disp(T_sim)=0; %Vetor disponibilidade média para cada tempo simulado
a1=0;a2=0;a3=0;a4=0;a5=0;a6=0;a7=0; %Variáveis auxiliares p/ manutenção preventiva
```

```

% Início da Cadeia de Markov (PNHM)
while(t<=T_sim)
j=1;
while(j<=n_sim)
T_op = 0;
T_nop = 0;
T_rep = 0;
a1=0;a2=0;a3=0;a4=0;a5=0;a6=0;a7=0;a8=0;a9=0;a10=0; %Variáveis auxiliares p/ manutenção preventiva
%Repita enquanto T_op + T_nop for menor que o Tempo Total de Sim
for(i=1:n)
u=rand();
T_samp(i)=alfa(i)*((q(i)/alfa(i))*T_op^beta(i)-log(1-u))^(1/beta(i))-q(i)*T_op; %Cria vetor com
Tempos de Falhas candidatos [Kijima Tipo I]
end
T_msamp=min(T_samp);
if(T_op+T_nop+T_msamp>=t)
T_op=t-T_nop;
else
T_op=T_op+T_msamp;
k=k+1;
end
for(z=1:n)
if(T_msamp==T_samp(z))
E=z;
kont_E(E+1)=1+kont_E(E+1);
break
end
end
if(T_op+T_nop+T_rep>=t)
T_nop=t-T_op;
else
T_rep=- (1/lambida(z))* (log(1-u));
T_nop=T_nop+T_rep;
s=s+1;
E=0;
kont_E(E+1)=1+kont_E(E+1);
end
end
%repita até atingir o número de iterações
%Reinicia Tempo Operacional
%Reinicia Tempo Não Operacional
%Reinicia Tempo de Reparo
%Para 1 até número de estados
%Gera número aleatório
%Se sim, transição para estado operacional p/ falho não aceita!
%Tempo operacional retorna ao que era antes do último reparo
%Se não, transição para estado operacional p/ falho aceita!
%Tempo op recebe Tempo op + Menor Tempo para Falha Candidato
%Número de falhas incrementa
%Mudando a variável estado(E) para estado falho (z)
%Mudando a variável estado(E) para estado falho (z)
%Mudando a variável estado(E) para estado falho (z)
%Vector conta estados visitados recebe estado atual
%Mudando a variável estado(E) para estado falho (z)
%Mudando a variável estado(E) para estado falho (z)
%Mudando a variável estado(E) para estado falho (z)
%Se sim, transição de estado falho p/ operacional não aceita!
%Tempo não operacional retorna ao antecessor
%Se não, transição de estado falho p/ operacional aceita!
%Calcula Tempo de Reparo respectivo a falha atual (Exponencial)
%T_nop recebe T_nop mais Tempo de Reparo simulado (Exponencial)
%Incrementa número de reparos
%'E' retorna ao estado 'Operando'- valor: '0'
%Vector conta estados visitados recebe estado atual

```



```

a3=1;
end
end
if (a4==0)
    if(T_op+T_nop>31488)
        if(T_op+T_nop+2976>=t)
            T_nop=t-T_op;
        else
            T_nop=T_nop+2976;
        end
    end
    E=8;
    kont_E(E+1)=1+kont_E(E+1);
    E=0;
    kont_E(E+1)=1+kont_E(E+1);
    a4=1;
end
end
if (a5==0)
    if(T_op+T_nop>40104)
        if(T_op+T_nop+2976>=t)
            T_nop=t-T_op;
        else
            T_nop=T_nop+2976;
        end
    end
    E=8;
    kont_E(E+1)=1+kont_E(E+1);
    E=0;
    kont_E(E+1)=1+kont_E(E+1);
    a5=1;
end
end
if (a6==0)
    if(T_op+T_nop>48720)
        if(T_op+T_nop+2976>=t)
            T_nop=t-T_op;
        else
            T_nop=T_nop+2976;
        end
    end
    E=8;
    kont_E(E+1)=1+kont_E(E+1);

```

%Incrementa a1, sinalizando que 1ª preventiva foi realizada
 %Se sim, tempo de preventiva excede Tempo de simulação
 %Se não, tempo de preventiva não excede Tempo de simulação
 %Tempo não operacional recebe tempo total de preventiva
 %Transita para Estado de Preventiva (8)
 %Vetor conta estados visitados recebe estado atual
 %Transita para Estado Operacional (0)
 %Vetor conta estados visitados recebe estado atual
 %Incrementa a1, sinalizando que 1ª preventiva foi realizada
 %Se sim, tempo de preventiva excede Tempo de simulação
 %Se não, tempo de preventiva não excede Tempo de simulação
 %Tempo não operacional recebe tempo total de preventiva
 %Transita para Estado de Preventiva (8)
 %Vetor conta estados visitados recebe estado atual
 %Transita para Estado Operacional (0)
 %Vetor conta estados visitados recebe estado atual
 %Incrementa a1, sinalizando que 1ª preventiva foi realizada
 %Se sim, tempo de preventiva excede Tempo de simulação
 %Se não, tempo de preventiva não excede Tempo de simulação
 %Tempo não operacional recebe tempo total de preventiva
 %Transita para Estado de Preventiva (8)
 %Vetor conta estados visitados recebe estado atual

```

E=0;
kont_E(E+1)=1+kont_E(E+1);
a6=1;
end
end
if(a7==0)
    if(T_op+T_nop>57336)
        if(T_op+T_nop+2976>=t)
            T_nop=t-T_op;
        else
            T_nop=T_nop+2976;
        end
    end
    E=8;
    kont_E(E+1)=1+kont_E(E+1);
    E=0;
    kont_E(E+1)=1+kont_E(E+1);
    a7=1;
end
end
%
end
V_T_op(j)=T_op;
V_T_nop(j)=T_nop;
Disp_aux(j)=T_op/t;
j=j+1;
end
T_op_mean(t)=mean(V_T_op);
T_nop_mean(t)=mean(V_T_nop);
Disp(t)=mean(Disp_aux);

t=t+1;
t
end
Outputs_PNHM()

```

%Transita para Estado Operacional (0)
 %Vetor conta estados visitados recebe estado atual
 %Incrementa a1, sinalizando que 1ª preventiva foi realizada

%Se sim, tempo de preventiva excede Tempo de simulação
 %Se não, tempo de preventiva não excede Tempo de simulação
 %Tempo não operacional recebe tempo total de preventiva

%Transita para Estado de Preventiva (8)
 %Vetor conta estados visitados recebe estado atual
 %Transita para Estado Operacional (0)
 %Vetor conta estados visitados recebe estado atual
 %Incrementa a1, sinalizando que 1ª preventiva foi realizada

%Vetor T_op recebe T_op na posição j
 %Vetor T_nop recebe T_nop na posição j
 %Variável Disponibilidade auxiliar recebe disponibilidade instantânea
 %Vetor T_nop recebe T_nop na posição j

2) Código Plotagem e outputs – Função: Outputs_PNHM()

```
%% Dissertação - Outputs do PNHM
% Plotando o Processo Não Homogêneo de Markov (PNHM)

%%
VDisp = Disp';
Vkont_E = kont_E';

figure(1)
plot(Disp)
title('Disponibilidade da Centrífuga')

figure(2)
bar(kont_E)
title('Gráfico de barras dos estados visitados')

xlswrite('Disp_Centrifuga.xlsx',VDisp,'Plan1','A1');
xlswrite('Estados Visitados.xlsx',Vkont_E,'Plan1','A1');
```

```
% Vetor VDisp recebe Vet Disponibilidade Transposta
% Vet Vkont_R recebe Vet Kont Estados Visitados Transp

% Figura 1
% Plota Vetor Disponibilidade
% Título do Gráfico

% Figura 2
% Plota Vetor Kont Estados Visitados
% Título do Gráfico

% Exporta Vetor Disponibilidade da Centrífuga
% Exporta veto Estados visitados
```

3) Código do PNHM para estimação da Confiabilidade – Avaliação da Confiabilidade

```
%% Dissertação - Avaliação de Confiabilidade
% Processo Não Homogêneo de Markov (PNHM)

clear
clc
%
% Input de Parâmetros do PNHM
alfa = [6363.75 1916.53 3327.41 5076.36 1758.84 1315.68 2318.10]; %Parâmetro de escala (Alfa) do WPRG
beta = [3.424 0.935 1.322 1.845 1.295 1.166 1.356]; %Parâmetro de forma (Beta) do WPRG
q = [0.082045 0.231946 0.113854 0.216784 0.079071 0.079962 0.108401]; %Parâmetro Eficácia da Manutenção (q)
do WPRG
%
% Declaração de variáveis
T_sim = 2000; %Tempo total de simulação
t = 1; %Tempo de simulação que inicia em 1 até T_sim
n_sim = 25000; %Número de iterações
n = 7; %Número total de estados em falha da cadeia
T_msamp = 0; %Menor Tempo de Falha amostrado para a transição i->j
T_samp(n)=0; %Tempo de Falha amostrado para a transição i->j
E=0; %Estado que falhou primeiro
kont_E(n)=0;
Conf_aux(n_sim)=0;
SConf=0;
Conf(T_sim)=0;
%
% Início da Cadeia de Markov (PNHM)
while (t<=T_sim)
j=1;
E=0;
while (j<=n_sim)
for (i=1:n)
u=rand();
T_samp(i)=alfa(i)*t^beta(i)/alfa(i)-log(1-u)^(1/beta(i))-q(i)*t; %Cria vetor com tempos de
falha candidatos
end
T_msamp=min(T_samp);
if (T_msamp>t)
%Recebe o menor Tempo para Falha Candidato
end
end
```

```

Conf_aux(j)=1;
else
Conf_aux(j)=0;
for(z=1:n)
    if(T_msamp==T_samp(z))
        E=z;
        kont_E(E)=1+kont_E(E);
        break
    end
end
end
end
j=j+1;
SConf=sum(Conf_aux);
Conf(t)=SConf/n_sim;
t=t+1;
t
end
VConf=Conf';
figure(1)
plot(Conf)
title('Confiabilidade da Centrífuga')
xlswrite('Conf_Centrifuga.xlsx',VConf,'Plan1','A1'); %Exporta Vetor Confiabilidade da Centrífuga
Vkont_E=kont_E';
figura(2)
bar(kont_E)
title('MFs que falharam primeiro')
xlswrite('Primeiras_falhas_Centrifuga.xlsx',Vkont_E,'Plan1','A1'); %Exporta Vetor Confiabilidade da Centrífuga

```

ANEXO I – TERMO PARA AQUISIÇÃO DE DADOS



**PUC
GOIÁS**

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA

Av. Universitária, 1.069 • Setor Universitário
Cidade Postal 88 • CEP 74465-010
Goiânia • Goiás • Brasil
Fone: (62) 2946.1070 • Fax: (62) 2946.1070
www.pucgoias.edu.br • prp@pucgoias.edu.br

Goiânia, 12 de setembro de 2016:

Prezado Senhor,

Apresentamos o acadêmico Celso Aurélio de Moraes Lima do curso de Mestrado em Engenharia de Produção e Sistema - PROPE/MEPROS, da PUC-GOÍÁS, matrícula 20151.2104.0005-6, que está desenvolvendo seu trabalho dissertativo intitulado “AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE UTILIZANDO MODELO HÍBRIDO: ESTUDO DE CASO NA INDÚSTRIA SUCROALCOOLEIRA”, sob a orientação do Profa. Dra. Maria José Pereira Dantas.

Com objetivo de levantar dados referentes às falhas das centrífugas dos processos de produção de açúcar e etanol, visando o desenvolvimento de um estudo de confiabilidade, solicitamos autorização para que o referido aluno possa coletar através de formulários e relatórios do sistema de manutenção desta empresa os dados necessários ao desenvolvimento de seu trabalho dissertativo.

Ressaltamos que o nome e a identificação desta empresa, assim como de terceiros, não serão divulgados e que os dados coletados serão utilizados apenas para fins acadêmicos.

Sem mais para o momento desde já agradecemos a atenção dispensada.

Atenciosamente,

Prof. Dr. Ricardo Luiz Machado
Coordenador – PROPE/MEPROS
PUC GOIÁS

Ao
Ilmo Senhor,
Diretor de Operações

ANEXO II – ALGORITMOS PARA ESTIMAÇÃO DO PRG (ROCHA, 2006)

1) Algoritmo para estimação da Verossimilhança:

A integração dada na Equação 4.2.7 é repetida um número m de vezes para amostrar valores de w .

```

n          // Número de eventos observados
i   = 1    // Instante de observação
ki       // Número de Falhas observadas entre o (i-1)-ésimo e i-ésimo instante
w   = 1    // Função de densidade de probabilidade condicionada
xi      // Idade virtual imediatamente após o reparo
yi      // Idade virtual imediatamente antes do reparo
ti      // Tempo de ocorrência do evento manutenção (corretiva ou preventiva)
F(ti)    // Função de distribuição acumulada da falha até o instante ti
hi      // Tempo de exposição desde o último reparo (ti - ti-1)
t0     = 0

```

```

Enquanto (i ≤ n){
    hi = ti - ti-1
    xi = q · hi + xi-1    //(Equação 3.4.1)
    Se(i = 1){
        Se(ki = 0){
            w = w · (1 - F(ti))
            yi = ti
        }Se não{
            w = w · F(ti)
            Amostre t'i em (ti-1, ti)
            yi = t'i
        }
    }Se não{
        Se(ki = 0){
            w = w · (1 - F(ti-1 < t'i < ti | xi-1))
            yi = hi + xi-1
        }Se não{
            w = w · F(ti-1 < t'i < ti | xi-1)
            Amostre t'i em (ti-1, ti)
            yi = t'i
        }
    }
    i = i + 1
}Se(i > n){
    w = w · F(ti > tn | xi)
}

```

A função de verossimilhança é então estimada como o valor médio de w

$$\hat{L}(E|\alpha, \beta, q) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m w_j \quad \therefore j = 1, \dots, m$$

Sabendo que $R(t) = \exp\left(-\frac{t}{\alpha}\right)^\beta$. O procedimento de amostragem do tempo t'_i entre (t_{i-1}, t_i) é dado da seguinte forma:

Amostra-se um número aleatório $U \in (0, 1)$

$$r = R(t_{i-1}) - U \cdot (R(t_i) - R(t_{i-1}))$$

$$\bar{U} = 1 - r$$

Se $(i=1)\{$

$$t'_i = \alpha(-\ln(\bar{U}))^{1/\beta}$$

$\}\text{Se não}\{$

$$y_i = \alpha \left[\left(\frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \ln(\bar{U}) \right]^{1/\beta}$$

$$t'_i = t_{i-1} + (y_i - x_{i-1})$$

$\}$

A probabilidade de falha entre t_i e t_{i-1} condicionada na idade virtual x_{i-1} , é dada por:

$$F(t_{i-1} < t'_i < t_i | x_{i-1}) = \frac{R(t_{i-1}) - R(t_i)}{R(x_{i-1})}$$

A probabilidade de falha após t_i condicionada na idade virtual x_{i-1} , é dada por:

$$F(t_i > t_n | x_i) = \frac{R(t_n)}{R(x_i)}$$

2) Modelo de geração de distribuições candidatas do Metropolis-Hastings:

O modelo de geração de amostras candidatas utilizado no algoritmo Metropolis Hastings segue como:

$$x = \ln(\alpha \cdot \beta)$$

$$y = \ln(\beta)$$

$$z = \ln(-\ln(q))$$

Os pontos candidatos são gerados a partir da adição de desvios normalmente distribuídos

$$x' = x + dx \cdot N(0, 1)$$

$$y' = y + dy \cdot N(0, 1)$$

$$z' = z + dz \cdot N(0, 1)$$

onde os valores das derivadas são assumidos constantes e vem de Groen (2002) através de experimentos, que podem assumir os seguintes valores para a maior parte dos problemas: $dx = 0,07$; $dy = 0,03$ e $dz = 0,1$. Ressalta-se que esses valores podem ser ajustados de acordo com a base de dados utilizada.

Após isso se aplica a relação inversa para obtermos os parâmetros candidatos de interesse

$$\alpha' = \exp(x' - y')$$

$$\beta' = \exp(y')$$

$$q' = \exp(-\exp(z'))$$

O quociente da distribuição proposta presente na Equação 4.2.19 é dado por:

$$\frac{k(X|Y)}{k(Y|X)} = \frac{k(\alpha, \beta, q|\alpha', \beta', q')}{k(\alpha', \beta', q'|\alpha, \beta, q)} = \frac{k(x, y, z|x', y', z') \cdot J(\alpha, \beta, q|\alpha', \beta', q')}{k(x', y', z'|x, y, z) \cdot J(\alpha', \beta', q'|\alpha, \beta, q)}$$

Onde $J(\cdot)$ é a matriz Jacobiana

Assumindo que a distribuição proposta é simétrica, então:

$$\frac{k(x, y, z|x', y', z')}{k(x', y', z'|x, y, z)} = 1$$

resolvendo a matriz Jacobiana,

$$J(\alpha, \beta, q|x, y, z) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial x}{\partial \beta} & \frac{\partial x}{\partial q} \\ \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial \beta} & \frac{\partial y}{\partial q} \\ \frac{\partial z}{\partial \alpha} & \frac{\partial z}{\partial \beta} & \frac{\partial z}{\partial q} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{\alpha} & \frac{1}{\beta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{q \ln(q)} \end{vmatrix} = \frac{1}{\alpha \cdot \beta} \cdot \frac{-1}{q \cdot \ln q} = -e^{-x+e^z-z}$$

encontraremos que a distribuição candidata $(X|Y)$ pode ser descrita da seguinte forma:

$$\frac{k(\alpha, \beta, q|\alpha', \beta', q')}{k(\alpha', \beta', q'|\alpha, \beta, q)} = \frac{\exp(-x + \exp(z) - z)}{\exp(-x' + \exp(z') - z')}$$

ANEXO III – ALGORITMO PARA O PNHM (ROCHA, 2006)

1) Cálculo das probabilidades de estado para o Processo Markov Não homogêneo:

Este algoritmo é baseado no método de Monte Carlo. Consiste inicialmente em definir o estado atual inicial i e possíveis transições j , em seguida as probabilidades de estado.

Deve-se repetir um número ψ , suficientemente grande, o seguinte procedimento:

```

n          // Número total de estados da cadeia
Ei       // Estado,  $\forall i, j = 1, 2, \dots, n$ 
k = 0     // Número de ocorrências de Falhas
s = 0     // Número de ocorrências de Sucessos
T = 0     // Tempo Operacional
T̄ = 0    // Tempo não Operacional
TRep = 0 // Tempo em Reparo
TM = 0  // Tempo total da missão
TSamp(i,j) = 0 // Tempo de falha amostrado para a transição  $i \rightarrow j$ 
Pij(t) // Probabilidade de ocorrer uma falha ou, a depender do contexto,
          // o fim do reparo em t
q         // Eficácia da manutenção
    
```

```

Enquanto(T + T̄ < TM) {
    Calcule TSamp = min(TSamp(i,j)), segundo Pij(t|T)
    Incremente s
    Se (T + T̄ + TSamp ≥ TM) {
        T = TM - T̄
    } Se não {
        Defina o estado atual Ei
        Incremente k
        T = T + TSamp
        Calcule TRep segundo Pij(t')
        Se (T + T̄ + TRep ≥ TM) {
            T = TM - T̄
        } Se não {
            T = T + TRep
        }
    }
}
Defina o estado atual Ei
}
    
```

A disponibilidade média é calculada a partir da seguinte equação. Sua precisão aumenta, quanto maior for o tamanho de ψ .

$$A = \frac{1}{\psi} \sum_{l=1}^{\psi} \frac{T}{T + \bar{T}}$$

Procedimento para cálculo do tempo T_{Samp} a partir da função probabilidade condicional de falha $P_{ij}(t|T)$:

Gere um número aleatório $U(0, 1)$

Caso Weibull{

Se($k = 0$) {

$$T_{Samp} = \alpha \cdot (-\log(1 - U))^{\frac{1}{\beta}}$$

}Se não{

Caso modelo PRG{ //Para Kijima Tipo I

$$T_{Samp} = \alpha \cdot \left(\left(\frac{q}{\alpha} \cdot T \right)^{\beta} - \log(1 - U) \right)^{\frac{1}{\beta}} - q \cdot T$$

}

Caso modelo PHP{

$$T_{Samp} = \alpha \cdot (-\log(1 - U))^{\frac{1}{\beta}}$$

}

Caso modelo PNHP{

$$T_{Samp} = (\alpha^{\beta} \cdot (-\log(1 - U)) + T^{\beta})^{\frac{1}{\beta}} - T$$

}

}

}

Caso Discreta{

T_E = Tempo de ocorrência do evento predeterminado;

$$T_{Samp} = T_E - (T + \bar{T})$$

}

Procedimento para cálculo do tempo T_{Rep} a partir da função probabilidade do reparo tenha concluído $P_{ij}(t)$:

Gere um número aleatório $U(0, 1)$

Caso Dist. Weibull{

$$T_{Rep} = \alpha \cdot (-\log(1 - U))^{\frac{1}{\beta}}$$

}

Caso Dist. Exponencial{

$$T_{Rep} = -\frac{1}{\lambda} \cdot (\log(1 - U))$$

}