

SUELY VIEIRA LOPES

**ENSINO DE MATEMÁTICA:
UM ESTUDO DE CASO DE UMA PRÁTICA DIFERENCIADA.**

**UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
Goiânia, 2002**

SUELY VIEIRA LOPES

**ENSINO DE MATEMÁTICA:
UM ESTUDO DE CASO DE UMA PRÁTICA DIFERENCIADA.**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Católica de Goiás, sob orientação da Profª Drª Marília Gouvea de Miranda

UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
Goiânia, 2002

Esta dissertação foi orientada, avaliada e aprovada pela Comissão de Dissertação da candidata e aceita como parte dos requisitos da Universidade Católica de Goiás para obtenção do grau de:

MESTRE EM EDUCAÇÃO

Área de Concentração: Prática Educativa

**ENSINO DE MATEMÁTICA:
UM ESTUDO DE CASO DE UMA PRÁTICA DIFERENCIADA.**

Suely Vieira Lopes

Candidata

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO STRICTO SENSU

Departamento

Comissão:

Prof^a. Dr^a. MARÍLIA GOUVEA DE MIRANDA

Prof^a. Dr^a. MAGDA IVONETE MONTAGNINI

Prof. Dr. JOSÉ CARLOS LIBÂNEO

Local e data

Dedico este trabalho aos educadores de matemática que, com sua prática de ensino, possibilitam ao aluno conhecer o prazer de saber matemática.

AGRADECIMENTOS

Realizar um trabalho de investigação demanda o esforço de muitas pessoas. Agradeço a todos os colaboradores que, de alguma forma, possibilitaram essa construção acadêmica.

De modo especial, à professora Marília Gouvea de Miranda, pela dedicação, cuidado e compreensão nos momentos difíceis e confusos dessa caminhada, propiciando-me prosseguir, apesar das minhas dificuldades e limitações.

Agradeço à minha família pelo incentivo, a fim de que o sonho se realizasse, compreendendo-me pelas faltas e ausências.

As contribuições dos professores José Carlos Libâneo e Magda Ivonete Montagnini foram fundamentais na etapa da qualificação e, por isso, agradeço-lhes imensamente.

Meus agradecimentos especiais à direção, equipe técnica, professoras e alunos da escola estudada, os quais acolheram-me e possibilitaram-me conhecer o trabalho pedagógico desenvolvido na referida escola.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	09
CAPÍTULO I – O conhecimento matemático e seu ensino-aprendizagem	12
O ensino de matemática no Brasil.....	25
As abordagens pedagógicas e o ensino de matemática.....	26
CAPÍTULO II – A teoria piagetiana e suas implicações no ensino de matemática	37
2.1- Estágios do desenvolvimento cognitivo	40
2.1.1- O Estágio Sensório-Motor.....	40
2.1.2- O Estágio Pré-Operatório.....	41
2.1.3- O Estágio Operatório-Concreto.....	43
2.1.4- O Estágio das Operações Formais.....	49
CAPÍTULO III – O ensino diferenciado de matemática	54
3.1- A seleção da escola estudada	55
3.2- Observando a escola	56
3.3- As aulas de matemática	62
3.4- O laboratório de matemática	66
3.5- Abordagens metodológicas empregadas	69
3.6- O desempenho dos alunos em matemática	73
CONSIDERAÇÕES FINAIS	75
BIBLIOGRAFIA	77

RESUMO

Este trabalho, realizado no período de 1999 até 2002, apresenta um estudo de caso referente a uma proposta de ensino diferenciada para a matemática. Ele foi desenvolvido em uma escola particular de Ensino Fundamental da cidade de Goiânia. A partir de observações das aulas de matemática realizadas em classe e no laboratório específico dessa disciplina, de entrevistas aos professores, coordenadora de área e diretora e da consideração da proposta de ensino da escola referente a essa área do conhecimento, objetivou-se compreender como ocorre uma prática de ensino diferenciada. Entendeu-se como prática de ensino diferenciada aquela que se distingue por buscar implementar um projeto institucional específico para o ensino dessa disciplina. Além disso, seus professores são continuamente preparados e apoiados por condições materiais e físicas adequadas. Dispõem de laboratório de matemática e comungam como uma proposta pedagógica que rompe com a concepção de matemática direcionada para uma elite de alunos intelectualmente privilegiada. Considerando-se o fato de a proposta de ensino de matemática da escola em estudo estar fundamentada na teoria de desenvolvimento cognitivo de Piaget, procurou-se estudar esse enfoque psicológico. Após observação, estudo e análise, conclui-se que a proposta da escola configura-se como uma alternativa viável para o ensino de matemática propiciando a aprendizagem dos conhecimentos dessa área de forma a minorar as dificuldades enfrentadas por professores e alunos.

SUMMARY

This work, done in the period from 1999 to 2002 in a private high school in the city of Goiânia, presents a case study of a differentiated teaching of mathematics.

From observations of mathematics classes, of activities developed in the specific laboratory of this discipline, interviews with teachers, co-ordinators and the principal of the school, an attempt was made to understand how occurs the practice of a differentiated teaching that includes the implementation of an institutional teaching project, continuous qualification of teachers and material conditions (equipment and adequate rooms, classrooms and laboratories). This way of teaching ruptures the conception of mathematics directed to an elite of students intellectually privileged and enables the teaching of this subject to a greater number of students. Considering the fact that the school's mathematics teaching is based on the theory of Piaget's cognitive development an effort was made to study this psychologic focus .

After observations, study and analysis we concluded that this differentiated way of teaching is a viable manner to propitiate an apprenticeship of knowledge about this area, in order to reduce the difficulties faced by teachers and students.

INTRODUÇÃO

“ Construir o possível significa explorar os limites, para reduzi-los, e as alternativas de ação, para ampliá-las. (...) A realidade não é sim ou não – ela é sim e não!”
Terezinha Rios

Pensando nos alunos que dizem, depois de muitos anos de escolaridade, que detestam matemática e que não vêem aplicabilidade para seus conteúdos, uma pergunta necessita de resposta: de que maneira o processo educativo contribui para essa dificuldade, alijando os alunos de um saber tão importante e necessário? Essa pergunta mobilizou-me a buscar conhecer e compreender o ensino da matemática, seus processos e implicações.

O ensino da matemática, ao longo do século XX, manteve muitas características da concepção grega do saber matemático, saber que tinha como essência a abstração e o formalismo, sob a perspectiva de que apenas poucas pessoas conseguiam aprender matemática, por terem inteligência superior. Durante esse período, empreenderam-se também novas práticas para o ensino dessa área do conhecimento, fundamentadas em outros parâmetros e concepções.

Mais recentemente, têm se verificado iniciativas para modificar o ensino de matemática com base nas teorias psicológicas de desenvolvimento e aprendizagem, particularmente a teoria psicogenética de Jean Piaget. Essas inovações distinguem-se por oferecer uma matemática mais acessível ao aluno, mais atenta aos seus processos de aprendizagem, mais preocupada em propor uma metodologia diferenciada.

Nosso problema inicial nessa pesquisa era, portanto, investigar as práticas pedagógicas em matemática que se mostrassem como alternativas para o ensino até então praticado nas salas de aula. Considerou-se como prática pedagógica diferenciada de ensino de matemática aquela que fosse orientada por um projeto especificamente voltado para essa finalidade, dispendo de laboratório para o desenvolvimento de suas atividades.

Ao se definir como critérios a identificação de um projeto formalizado e a existência de condições físicas e materiais para sua efetivação, pretendia-se analisar, unicamente, as iniciativas institucionais que visavam a por uma prática de ensino de matemática diferenciado com relação ao conjunto das escolas. Não foram consideradas, portanto, as iniciativas isoladas de um professor ou um grupo de professores que não estivessem

formalmente apoiadas por um projeto. Além disso, a existência de um laboratório para consolidar o projeto pretendia demarcar o empenho da escola em efetivar tal projeto.

Verificou-se, após levantamento nas Secretarias Municipal e Estadual, que nas redes públicas não havia, até a data pesquisada, nenhuma escola que atendesse a esses critérios, ou seja, que contasse com um projeto pedagógico diferenciado para o ensino de matemática e muito menos com um laboratório. Sendo assim, foi realizada uma sondagem junto às escolas da rede particular de Goiânia, consultando, via telefone, diretores, coordenadores e professores sobre a existência de escolas particulares que atendessem ao critério estipulado. Foi identificada uma única escola particular de Ensino Fundamental que possuía um projeto diferenciado para o ensino de matemática, além de possuir um laboratório específico para desenvolvimento das aulas práticas de matemática. A referida escola está situada na região leste da cidade e atende alunos de Educação Infantil à 8ª série do Ensino Fundamental.

O presente trabalho consiste numa tentativa de compreender como ocorre o ensino-aprendizagem de matemática nessa escola, que propõe uma proposta pedagógica diferenciada para o ensino de matemática. Desde o início, estivemos em busca de olhar essa experiência para analisá-la sob a perspectiva de esta ser de fato uma alternativa ao ensino dessa área. Para isto foram observadas as aulas de duas professoras que atuavam no ensino de matemática em turmas de quinta à sétima séries. Essas séries foram selecionadas porque a maioria de seus alunos foi formada por essa proposta, ou seja, vinha sofrendo a ação dessa inovação do ensino de matemática na escola desde a primeira série.

Estudando o cotidiano das aulas de matemática dessa escola, pretendíamos compreender como de fato ocorre a proposta diferenciada de ensino na sua prática, e como o ensino e a aprendizagem, nesta perspectiva, se desenvolve, bem como os alunos percebem a matemática. Além desses aspectos, procurou-se também analisar a concepção de matemática, sob a ótica dos professores e equipe técnica.

Optamos pelo estudo de caso, como uma abordagem metodológica adequada à investigação da realidade dessa prática pedagógica diferenciada. O estudo de caso é tomado aqui no sentido estrito de estudo descritivo de uma unidade (André, 2000, p. 30), tomando por unidade a escola selecionada, estudada na perspectiva de seu projeto pedagógico para o ensino de matemática.

Observamos, assim, uma escola particular de Goiânia no período de agosto a outubro de 2000, prolongando-se até novembro de 2001, para contatos ocasionais. Foram

observadas três salas de aulas, sendo uma de quinta-série, uma de sexta-série e outra de sétima-série, que foram selecionadas por estarem vinculadas ao projeto desde a sua criação.

Os capítulos desenvolvidos traduzem vários aspectos deste trabalho. No primeiro, relatamos como evoluiu o conhecimento matemático e o seu ensino-aprendizagem, fazendo um histórico da percepção da matemática desde a Grécia até nossos dias e também de como o ensino desta área do conhecimento é desenvolvido no Brasil, citando as orientações dos organismos governamentais e as orientações curriculares.

O capítulo seguinte descreve como o ensino da matemática ocorre em uma escola que tem um projeto alternativo de ensino, as observações são descritas na tentativa de evidenciar como ensina esta escolar, como os alunos percebem a matemática. Ou seja, pretende-se mostrar a escola e sua prática pedagógica em relação ao ensino de matemática.

Finalmente, são feitas as considerações sobre a prática pedagógica observada e suas conseqüências para o processo ensino-aprendizagem que são discutidas, para a compreensão do processo ensino-aprendizagem que foi observado.

CAPÍTULO I

O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E O SEU ENSINO-APRENDIZAGEM

O conhecimento matemático acompanha a humanidade desde os seus primórdios, já tendo sido encontrado, nas pinturas rupestres das cavernas, os primeiros símbolos associados à representação de quantidades.

Segundo Taton (1959), os primeiros elementos da aritmética foram certamente conhecidos muito cedo, pois os homens logo tiveram necessidade de contar seus instrumentos de pedra, suas caças e tudo o mais que fazia parte do seu cotidiano, o que demonstra o quanto a matemática tinha importância para a humanidade; visto que, antes mesmo que o código lingüístico aparecesse, as manifestações da matemática já se faziam presentes.

No período paleolítico, as primeiras figuras geométricas eram representadas com objetivo de ornamentação, destacando-se, entre elas, o ponto, a linha, o círculo, as espirais, o quadrado, o losango e o triângulo. Essas representações, apesar de estarem ligadas à arte, já indicavam a geometria que se manifestava nas produções humanas.

Os povos egípcios contribuíram pouco no campo da aritmética. Apesar de serem apenas rudimentos das operações matemáticas básicas, esses conhecimentos eram usados nos problemas matemáticos aplicados, uma vez que muitos problemas envolviam a divisão de terras e outros buscavam aplicar os conhecimentos matemáticos no próprio cotidiano das pessoas. A matemática apresentada por esses povos começava a indicá-la como ferramenta social de convivência, pois servia para resolver problemas e para as transações comerciais entre as pessoas.

Nessa época, o conhecimento matemático ainda não contava com um sistema de numeração posicional como o sistema utilizado hoje, sendo que só mais tarde, na Mesopotâmia, os babilônios desenvolveriam um sistema posicional com base decimal apenas para atividades práticas. Com os babilônios nasceu a natureza teórica da matemática, natureza esta que busca resultados assentados em bases racionais para desenvolver os conhecimentos matemáticos, o que começava a dar um caráter mais formal ao conhecimento.

A história da construção do conhecimento matemático recebeu contribuições de vários povos, ora agregando-se conhecimentos de um povo com outro, por meio de

invasões que propiciavam a troca de conhecimentos, ora por trocas que ocorriam devido ao fato de alguns povos terem contatos com outros através do comércio, como aconteceu com os fenícios, que, como o povo de Israel, não contribuíram de maneira mais efetiva para o desenvolvimento da Matemática, porém fizeram uso intensivo do sistema de numeração e aplicaram a geometria rudimentar na agrimensura.

Segundo Taton (1959), alguns povos contribuíram para o desenvolvimento da matemática porque deixaram manuscritos do que era conhecido na época; os quais divulgavam os conhecimentos matemáticos ou, ainda, porque construíram conhecimentos como os hindus, que, no século VI, apesar de não terem produzido nenhum tratado de matemática, desenvolveram o sistema de numeração, propiciando um grande avanço para a época ao expressarem, pela primeira vez, o zero no sistema numérico.

A Grécia foi, sem dúvida, o berço da matemática, pois foi no mundo grego que esse campo do conhecimento começou a se organizar com a denominação de *matemáticas*, que compreendia a Aritmética, a Geometria, Astronomia e a Música. Foi também na Grécia que tiveram início as primeiras manifestações para o surgimento da matemática formal, a qual se iniciou, como afirma Miorim:

É difícil precisar quando e qual teria sido o processo que levaria ao surgimento da Matemática abstrata na Grécia, pois não dispomos de nenhum documento daquele período. Fontes posteriores nos indicam apenas que Tales de Mileto (c. 626-545 a. C.) deu passos importantes nessa direção. Por essa razão, atribuem-lhe o título de primeiro dentre os matemáticos gregos. (1998, p.14).

Outro matemático grego de grande importância foi Pitágoras, filósofo (séc. IV a.C.), que influenciou a matemática, desenvolvendo teoremas e construindo conhecimentos novos. E ele também propagou a idéia de que esse conhecimento tudo podia explicar; visto que, para ele, a matemática era a lei usada para escrever a natureza. A frase: “*Os números governam o mundo*”, demonstra como a escola Pitagórica acreditava numa explicação a partir da exatidão matemática. Para a escola Pitagórica, o mundo é harmônico e pode ser escrito por seqüências harmônicas de números. São também legados de Pitágoras o cálculo da média harmônica, a progressão harmônica, o Teorema de Pitágoras e a matemática dedutiva.

Na Grécia, no século III a.C., a Geometria era mais valorizada que as demais áreas da matemática, o que ficou evidenciado também pela criação do livro *Os Elementos*, de Euclides, que é considerado pai da Geometria. Essa valorização ocorre devido à

aplicabilidade geométrica, pois os problemas relacionados às medidas eram resolvidos geometricamente e, assim sendo, levavam a uma valorização maior dessa matemática, demonstrando o seu utilitarismo. Porém, apesar da valorização do prático, o livro de Euclides aponta para uma matemática abstrata, com entes geométricos ideais. O conflito entre a prática e a teoria, o mundo real e o mundo abstrato, tornava-se ponto polêmico entre os pensadores da época.

Para Sócrates, o estudo da Geometria deveria ocorrer para a utilidade, ou seja, para aplicações do cotidiano, comércio, medição de terras e outras aplicações para o homem comum; sendo desnecessário o estudo de problemas abstratos pois, para ele, era suficiente aprender geometria até se saber medir um pedaço de terra (Taton: 1959, p.48). Contrapondo-se a essa idéia, Platão (427-347 a.C.) tinha como concepção que toda e qualquer ciência era reduzida à matemática, e que *“os conhecimentos matemáticos, em seus níveis mais elevados, destinavam-se apenas a alguns privilegiados, os melhores espíritos”* (Miorim, 1998, p.2).

Platão, ao fundar a Academia, propiciou condições para o desenvolvimento da matemática, pois alguns de seus discípulos foram os responsáveis pelos mais importantes trabalhos do século IV a.C. no campo de conhecimento da matemática, como, por exemplo, a fundação da geometria sólida, o estudo das secções cônicas, a teoria das proporções e a criação de um método para calcular áreas e volumes.

Durante a Idade Média, o conhecimento matemático teve pouco desenvolvimento, devido ao fato de o ensino estar voltado mais para as questões religiosas, não havia interesse por problemas que não estivessem ligados à formação religiosa. Após esse período de pouca produção matemática, surgiu uma nova demanda em que o mundo real passou a exigir uma matemática prática, a partir da necessidade de um homem comerciante, banqueiro e de um homem que trabalhava na indústria e que necessitava de conhecimentos da aritmética para aplicação no seu cotidiano. Uma contribuição para delinear o pensamento matemático que foi legado à modernidade encontra-se em René Descartes (1596-1650), que vê na matemática a ciência necessária para a explicação do mundo, quando diz: *“Eu me comprazia principalmente com as matemáticas, devido à certeza e à evidência de suas razões”* (Discurso do Método, 1637). E ele se encanta de tal forma com a Matemática, que também a valoriza em demasia, colocando-a como a explicação científica para todas as coisas. A própria existência de Deus é provada por um processo matemático.

Galileu Galilei (1564-1642) contribuiu também com o pensamento de que a matemática é um campo de conhecimento muito importante pois, para ele, a matemática é a verdadeira linguagem da natureza. Suas contribuições ligadas à Física tentam descrever os fenômenos em linguagem matemática, sendo dele a frase: “O livro da natureza está escrito em caracteres matemáticos”. A contribuição para a história da matemática coaduna com o pensar da matemática como a ciência que tudo explica e, portanto, é mais importante que as outras ciências.

Isaac Newton (1642-1727) é considerado o pai da ciência moderna, pois criou os fundamentos para as ciências naturais, superando o empirismo de Francis Bacon e o racionalismo de René Descartes, elaborou a teoria do cálculo diferencial e integral, considerada a maior contribuição para o campo da matemática, desde os gregos antigos. Toda a física desenvolvida por ele tinha como instrumento de medida o cálculo infinitesimal, demonstrando que a matemática tem por finalidade explicar os fenômenos. Concomitantemente, Leibniz (1646-1716) também desenvolveu o cálculo infinitesimal, independente da produção de Newton; para ele, a natureza é criação de Deus; porém esta obedece a uma ordem lógica-matemática. Os dois cientistas confirmam a visão explicativa da natureza pela matemática.

Também o filósofo Auguste Comte (1798-1857) reafirmou a concepção da matemática como conhecimento e razão; porque, para ele, a ciência matemática constitui o verdadeiro ponto de partida de toda a educação científica racional, já que possui o maior grau de generalidades. Como representante do Positivismo, elege a matemática como a ciência que tudo explica através da razão.

O conhecimento matemático continuava, assim, a se desenvolver a partir das contribuições de Leibniz e Newton, podendo-se, ainda, destacar Bernoulli (1667-1748) com as séries infinitas, Euler (1707-1783) com as equações diferenciais e ainda, Lagrange (1736-1813) e Laplace (1749-1827) com a teoria da probabilidade.

O século XIX caracteriza-se por grandes descobertas no campo da matemática, não da matemática aplicada, mas da matemática para os matemáticos, ou seja, a matemática abstrata, que tem existência para a construção da própria ciência matemática, sem a atenção priorizada para aplicação imediata dos conhecimentos produzidos. Dentre os matemáticos que contribuíram para essas descobertas, pode-se destacar Cauchy (1789-1857), que desenvolveu a análise matemática dando-lhe rigor à forma e introduzindo a definição de limite. É importante destacar que Cauchy estruturou um curso de cálculo diferencial e integral, que ainda é aplicado atualmente.

O conhecimento geométrico também teve o seu desenvolvimento com os trabalhos de Gauss (1777-1855), matemático e físico alemão, que desenvolveu um teorema que foi a primeira modificação de certa importância introduzida na geometria euclidiana, após 2200 anos. Os seus estudos também projetavam uma geometria não-euclidiana. Outro matemático importante nesse século é Évariste Galois (1811-1832), que por suas descobertas, é considerado o fundador da álgebra moderna. Apesar de todo o conhecimento matemático ter a sua aplicabilidade, esse século mostra um desenvolvimento do conhecimento matemático voltado para o pensar de matemáticos sem, no entanto, buscar uma aplicabilidade imediata.

Os pensadores e matemáticos desse período são responsáveis pelo o entendimento da matemática como a ciência que tudo explica e também pela matemática mais abstrata que prática.

Na transição do século XIX para o século XX, foi realizado o primeiro congresso internacional de matemática em Chicago, no ano de 1893; e sete anos depois, a realização desse evento ocorreu em Paris, ocasião em que foi apresentada uma lista de problemas matemáticos para serem resolvidos pelos matemáticos do século XX.

Nesse período, o mundo passou por muitas transformações, principalmente com a revolução que as máquinas fizeram no mundo do trabalho; ocorrendo, assim a necessidade de se alterar os conteúdos necessários para esse novo trabalhador. Dessa forma, houve um novo pensar sobre que matemática é necessária à pessoa que trabalha. A polêmica em relação ao conhecimento para o utilitarismo ou o conhecimento para a construção da ciência matemática novamente se instala.

Esse repensar sobre a educação adequada desencadeou o desenvolvimento de teorias que influenciaram o ensino da matemática, como se pode citar Pestalozzi (1746-1827), que chegou a escrever uma proposta para o ensino da matemática em que apresentava as relações mais triviais possíveis para a aritmética e geometria, que buscava a prática antes do conceito, como afirma Manacorda:

Aquilo que mais propriamente importa não é o conhecimento de determinadas propriedades e de relações entre formas e números determinados, mas a exatidão do pensamento lógico e a capacidade de invenção... Como é possível fazer entender à criança que dois mais dois são quatro, se primeiro não se mostra isso na realidade? Querer começar com conceitos abstratos é irracional e prejudicial, antes que proveitoso. (1989, p.264).

No século XX, um grupo de matemáticos franceses produziu uma obra que, assim como *Os Elementos* de Euclides, tinha por objetivo ser um tratado de toda a matemática até então conhecida, que contava com cerca de 100 volumes e recebeu o nome de *Elementos de Matemática*, tendo como autor Nicolas Bourbaki, pseudônimo desse grupo de matemáticos. Essa obra teve repercussão no ensino da matemática do mundo inteiro, por representar um marco de organização do conhecimento matemático até então desenvolvido, e caracterizava-se pelo tratamento axiomático, por uma forma totalmente abstrata e geral, a análise de grandes esquemas de resolução matemática também fizeram parte do foco dessa nova abordagem para o ensino da matemática. (Iezzi, 1996). A obra de Bourbaki representa também o manifesto das idéias estruturalistas de Piaget. A partir dos trabalhos de Bourbaki começa o chamado movimento da Matemática Moderna.

Desde as últimas décadas do século XIX, vários países já tinham preocupação em relação ao descompasso entre a matemática ensinada nas escolas e as exigências impostas pelo novo contexto social e econômico. Essa nova proposta de ensino tinha como linhas norteadoras: introdução de novos temas no ensino que, antes, pertenciam ao ensino superior e à articulação entre geometria e aritmética.

Nas décadas de 60 e 70, esse movimento se consolidava e tinha como foco orientar o ensino da matemática com o objetivo de atender à política de modernização econômica e, assim, a matemática trabalhada pelos estudiosos e especialistas foi colocada como a nova matemática a ser desenvolvida nas escolas. A Matemática Moderna propunha um estudo das grandes estruturas, enfatizando a linguagem, a álgebra e os estudos topológicos, dando ênfase à matemática mais pura que aplicada e, portanto, mais abstrata e formal. Com essa nova orientação epistemológica, a matemática ficou mais distante dos alunos, principalmente nas primeiras séries do Ensino Fundamental, pois muitas escolas tinham em seus programas um verdadeiro curso de matemática pura. O objetivo do movimento Matemática Moderna era muito claro, como afirma Carvalho (2000,p.102) *“ensinar a criança a pensar lógica e claramente, a compreender os conceitos básicos da Matemática como estrutura e a aplicá-los de maneira a aprofundar progressivamente seus conhecimentos da matéria”*.

A reforma curricular no ensino de matemática, gestada por volta da década de 50, buscava melhorar o conhecimento da estrutura básica da matemática, unificar os conceitos matemáticos e reconhecer que o comércio e a indústria necessitavam de maior competência em matemática por parte de seus trabalhadores D`Agustine (1970).

Apesar de a Matemática Moderna ter representado um período em que muito se discutiu o ensino da matemática, todo esse esforço não resolveu a problemática do processo ensino-aprendizagem. A ênfase dada à linguagem matemática formal teria distanciado o aluno da disciplina, tornando a matemática ensinada cada vez mais uma matemática para matemáticos e não a matemática para o cidadão comum que estuda e atua profissionalmente nas diversas áreas do conhecimento humano. Afirma Miorim (1998, p.15) que, na década de 70, começaram a aparecer as primeiras críticas a este, encabeçavam essa lista René Thom e Morris Kline, que combateram os exageros que escolas e professores cometiam em nome da matemática moderna, fazendo de seus cursos, uma prática da matemática somente formal. Porém, apesar de não resolver a problemática do ensino da matemática, esse movimento ainda hoje tem repercussão na prática de ensino da matemática e na produção de livros didáticos para essa área do conhecimento.

O próprio Piaget, apesar de a matemática moderna tomar por base parte da epistemologia genética, critica a matemática moderna, afirmando que essa proposta é um fiasco, pois é ensinada com uma pedagogia arcaica, com proposta, logo de início, axiomática, porque é colocada em uma idade em que a criança não compreende esse conhecimento. (Tryphon, 1998)

Nas últimas décadas do século XX, surge novamente a preocupação de se definir qual matemática deveria ser ensinada na escola, mobilizando os estudiosos da área. Novos estudos são realizados e chega-se à necessidade de definir que competências matemáticas são necessárias ao cidadão do novo milênio. Segundo a *National Council of Supervisors of Mathematics* (NCSM), que ocorreu nos Estados Unidos em 1983, as competências matemáticas essenciais para o século XXI devem propiciar condições para que os alunos desenvolvam uma profunda compreensão dos conceitos e princípios matemáticos, têm de raciocinar claramente e comunicá-los de modo eficaz; têm de reconhecer aplicações matemáticas no mundo que os rodeia e devem enfrentar problemas matemáticos com confiança.

A NCSM entende que, para essas competências serem desenvolvidas nos alunos, faz-se necessário um ambiente adequado para o processo ensino-aprendizagem "... O clima de aprendizagem deve esperar muito dos todos os alunos independentemente de sexo, raça, deficiência ou estatuto sócio-econômico. Os alunos precisam explorar a matemática usando material manipulativos, utensílios de medição, modelos, calculadoras e computadores. Precisam ter oportunidade de falar com os outros sobre matemática."

Esse documento ficou conhecido como “Agenda para Ação” e propunha reorientar o ensino de matemática. Alguns pontos foram enumerados como básicos para a formação dos educandos. Esses pontos foram organizados para serem trabalhados no início do processo de escolarização do aluno e visam: direcionar o ensino para garantir competências básicas para o cidadão, possibilitar que o aluno construa o seu próprio conhecimento, enfatizar a resolução de problemas e acrescentar estudos de estatística e combinação.

O ensino da matemática, assim compreendido, tem por meta propiciar o entendimento do mundo, para ter condições de transformá-lo, através da investigação e do desenvolvimento da capacidade de resolver problemas. Nesse contexto, o papel do professor e do aluno assume uma nova dimensão, o aluno passa a ser o construtor do seu conhecimento, portanto é mais ativo e o professor é o organizador da aprendizagem.

Outros trabalham de uma forma diferente dessa prática e buscam resolver os problemas do ensino de matemática, usando como elemento norteador somente a resolução de problemas do cotidiano, para essa linha de pensamento a resolução de problemas seria suficiente para desenvolver todos os conteúdos necessários ao conhecimento do aluno, acreditando, assim, ser esta uma garantia de um ensino de matemática adequado, o que é um equívoco, como afirma Giardinetto:

A formação de todo homem vai muito mais além do que aquilo que foi determinado por atividades prático-utilitárias do cotidiano. Trata-se de necessidades que ultrapassam a compreensão imediata daquilo que o indivíduo pensa que necessita. Assim, o interesse manifesto pela criança, muitas vezes, retrata exatamente a dimensão empírica em que ela vive. O interesse proclamado decorre do imediatamente vivido pelo indivíduo. (1999, p.78).

O trabalho docente na área de matemática deveria buscar alcançar dois objetivos: acabar com o estigma que a disciplina sofre, por ser responsável por alto índice de reprovação, e fazer da aprendizagem desta ciência uma possibilidade de construção da cidadania. Muitos professores ainda têm, entretanto, a visão positivista da matemática, ou seja, conteúdo sendo trabalhado sem significado e aplicação, mais na abstração, uma matemática para matemáticos; gerando, assim, altos índices de reprovação e pouco aproveitamento da disciplina para a formação do ser.

Os educadores da área, após o insucesso da Matemática Moderna, em meados da década de 70, buscaram alternativas para uma educação matemática que contribuíssem

para uma formação do aluno, colaborando para o seu crescimento intelectual e para a cidadania.

O fracasso da Matemática Moderna propiciou um movimento de reação contra a ditadura de um currículo unificado, bem como a concepção de qual matemática deveria ser ensinada para os não-matemáticos. Esses estudiosos da matemática chegaram à conclusão de que a matemática até então ensinada não valorizava o conhecimento que o aluno trazia para a escola, que é resultante de suas interações sociais e das práticas vividas em seu cotidiano. Outro conhecimento matemático que estava fora dos currículos e livros didáticos refere-se ao saber matemático de segmentos da sociedade, tais como: pedreiros, costureiras, comerciantes, também a criança ao brincar, da dona de casa entre outros. Esse saber, até então, era completamente ignorado pela escola. Diante dessa realidade, os matemáticos começaram a criar novos termos para designar uma matemática que retratasse esse outro universo de conhecimento propiciado pela matemática.

Esses termos tentavam evidenciar a matemática sob uma nova perspectiva de saber, demonstrando o seu caráter social: *Matemática Popular ou Matemática do Povo*, que se refere àquela matemática desenvolvida no e para o cotidiano, *Matemática Espontânea*, que indica a matemática utilizada pelos povos para a sua sobrevivência, *Sociomatemática*, que designa a matemática utilizada por grupos sociais específicos, *Matemática Informal*, referindo-se à matemática aplicada fora da escola, *Matemática Oral*, designando também a matemática do cotidiano, *Matemática não-Estandarizada*, que representa a matemática que estaria fora do padrão (standard), *Matemática Cotidiana*, que se refere à matemática do saber fazer (1997, p. 13-14). E finalmente em 1985, Ubiratan D'Ambrósio usa, pela primeira vez, o termo *Etnomatemática*, designando uma nova abordagem para o ensino da matemática.

O termo Etnomatemática tem, em sua estrutura lingüística, o prefixo *etno*, que vem de etnia, que diz respeito ao grupo de pessoas que tem a mesma língua e cultura, entre outras características semelhantes. Essa dimensão direciona a Etnomatemática como uma abordagem da matemática para além do próprio conhecimento matemático, para a matemática no contexto cultural, a qual será aplicada por determinados grupos.

Uma das possibilidades para se entender a Etnomatemática é compreendê-la como a intersecção entre a matemática e a antropologia cultural. Essa concepção entende a Etnomatemática como uma matemática do contexto cultural, Ferreira (1997, p.16). Outra definição, sugerida pelo matemático Hunting, é a Etnomatemática como a matemática

usada por um grupo cultural definido na solução de problemas e atividades do dia-a-dia. Um novo conceito de Etnomatemática foi elaborado por D'Ambrósio, que a define como *“as diferentes formas de matemática que são próprias de grupos culturais”*.

A Etnomatemática faz parte das áreas do conhecimento ligadas à matemática, à Etnologia ou à Educação, conforme a abordagem dos teóricos que defendem essa linha de ensino da Matemática. A Etnomatemática, sendo uma parte da Educação, é defendida por Ubiratan D'Ambrósio e Eduardo Sebastiani Ferreira. Como a Etnomatemática, enquanto conceito sistematizado é muito recente, data de 1985, seu conceito ainda é objeto de estudo e construção por parte dos matemáticos no mundo inteiro.

O conceito de Etnomatemática está sendo elaborado, bem como a busca de uma teoria para essa área de conhecimento. Sendo assim, ainda não se pode considerar a Etnomatemática como uma teoria, mas um conhecimento que está sendo construído a partir de práticas diferenciadas do ensino de matemática. Paulus Gerdes a caracteriza como as *“influências dos fatores sócio-culturais sobre o ensino, a aprendizagem e o desenvolvimento matemático”* Ferreira (1997, p. 16). A Etnomatemática trabalha a matemática ou as idéias matemáticas nas suas relações com o conjunto da vida cultural e social, busca resgatar a expressão cultural dos alunos no campo da matemática.

A grande questão da Etnomatemática é como trazer para a sala de aula o conhecimento étnico da matemática, além de como fazer o elo entre a matemática do cotidiano e a matemática considerada formal da escola. Assim o professor Ferreira propõe:

...uma pesquisa de campo no contexto sócio-cultural do aluno (etnografia), e aqui o professor é um pesquisador de campo com todas as características que este tem que ter. Após uma análise da pesquisa (etnologia) o professor é solicitado pelo alunos a responder indagações que naturalmente surgem destas duas etapas. Uma das maneiras de resolver estes problemas é pela modelagem matemática. ... além de trazer para o contexto de sala de aula toda a cultura do aluno, respeitando-a e propondo alternativas de crescimento desta cultura...(1997, p. 64).

A Etnomatemática surge, então, como uma proposta de ensino que propicia que o aluno, ao entrar para a escola, não seja visto como alguém desprovido de conhecimentos matemáticos, mas sim como uma pessoa que pertence a um grupo social e, portanto, necessita de conhecimentos matemáticos para exercer seu papel nesse meio, pois já tem um conhecimento que deve ser levado em consideração pela escola. A Etnomatemática

resgata esses conhecimentos que são trazidos para a sala de aula, trabalhados com os alunos e reelaborados sob a perspectiva do conhecimento formal.

A busca do cotidiano do aluno pode ser obtida a partir das vivências dele em suas brincadeiras, em seus trabalhos em casa ou em trabalhos fora de casa, vivências em relação ao trabalho realizado pelos pais dos alunos, além de pesquisa na comunidade onde os alunos estão inseridos; podendo ser pesquisados os comércios, as indústrias, as construções, a organização do bairro ou cidade, além de outros ambientes que fazem parte da vivência do aluno.

Cabe ao professor que trabalha sob a perspectiva da Etnomatemática possibilitar que os alunos possam compreender a relação entre a matemática formal da escola e a matemática aplicada no cotidiano. Deve-se, porém, atentar-se para o fato de que é esperado que o professor deva ser bastante preparado para que ele próprio seja capaz de perceber quais conhecimentos matemáticos estão sustentando a prática observada. Não adianta, porém o professor simplesmente mostrar os conceitos matemáticos envolvidos nas práticas cotidianas, é necessário, portanto, que ele assuma o papel de mediador entre o conhecimento praticado e o conhecimento formal estruturado.

Sob a perspectiva da Etnomatemática, o professor é orientado a utilizar as brincadeiras de seus alunos, buscando pesquisar, por exemplo, como eles constroem pipas, fazem roupinhas de bonecas, desenham a amarelinha, brincam de jogo da velha, fazem a brincadeira de corre cutia, entre outras. Espera-se que o professor, inicialmente, observe que conteúdos matemáticos estão envolvidos nessas brincadeiras. Assim, na construção de pipas, o professor pode propor o estudo de ângulos, áreas, medidas, perímetros, figuras geométricas, curvatura, relações métricas no triângulo qualquer e no triângulo retângulo. Aos alunos pode ser solicitado construir uma pipa e registrar os conceitos matemáticos. Porém, é exigido que o professor também observe que nem todos os conteúdos matemáticos necessários à formação do aluno estão subjacentes à construção da pipa; sendo, então, importante que outras atividades sejam propostas para se criar o suporte a fim de que o programa de matemática para a série seja alcançado.

Outra perspectiva de trabalho com a Etnomatemática é buscar, junto à comunidade, profissionais de diversas áreas para que estes possam relatar como realizam seus trabalhos e, assim, poderem explicitar a matemática necessária para desenvolver seus papéis profissionais. Tomando, por exemplo, o trabalho do pedreiro, pode-se questionar como este profissional é capaz de fazer uma parede que tenha 90° e assim não fique torta, como é possível fazer a correta proporção entre areia, cimento e água no concreto a

ser aplicado, como ele consegue calcular área e fazer previsão de orçamento de materiais para a construção de uma casa. O professor é orientado a indagar aos seus alunos que tipo de unidades de medidas são usualmente trabalhadas pelos pedreiros e, assim, confrontar com as medidas aprendidas na escola; podendo demonstrar como a matemática, apesar de não estar explicitada com fórmulas e esquemas, está implícita na atividade do pedreiro, sendo-lhe imprescindível para exercer suas atividades. Nessa atividade, o professor pode trabalhar com a questão social das diversas profissões e a importância da matemática envolvida nas atividades humanas.

Uma outra orientação de trabalho com a Etnomatemática diz respeito à matemática desenvolvida pelos grupos indígenas. Esses grupos, que são culturalmente diferentes dos grupos aos quais pertencem os alunos, têm muito a contribuir para a percepção da matemática como elemento social das relações entre as pessoas. Que matemática é necessária para quem não tem transações comerciais envolvendo o papel moeda? Que conteúdos são necessários para comunidades que vivem coletivamente e não numa sociedade mais individualista? Essas reflexões podem propiciar condições aos alunos para que se analisem como as idéias matemáticas estão envolvidas até na concepção de sociedade dos grupos étnicos. O professor pode propor visitas a aldeias, quando os alunos terão oportunidades de observar como é o sistema numérico indígena, como os índios trabalham as proporções e a geometria e, a partir dessas observações, esses alunos possam perceber que a matemática, assim como a linguagem, é elemento organizador das sociedades.

Um trabalho interessante também pode ser aplicado aos estudos das probabilidades e análise combinatória, isto é, os alunos observarem a questão dos jogos lotéricos, que são uma das atividades praticadas por muitas pessoas das comunidades. Há aqui um incentivo para que os alunos possam pesquisar e, com isso, desenvolver a habilidade de observar e tirar conclusões a partir de dados observados; levando-os, assim, a uma postura acadêmica diferenciada. O trabalho com conteúdos ligados à probabilidade e análise combinatória já é citado na teoria piagetiana, como uma das estruturas ligadas ao desenvolvimento do pensamento formal.

Com os exemplos acima, observa-se que é necessário que o professor de matemática, que trabalha sob a perspectiva da Etnomatemática, tenha grande conhecimento dos conteúdos para que possa propor determinadas atividades, por estas estarem ligadas aos conteúdos que se deseja trabalhar com os alunos.

Muitos dos alunos são também trabalhadores e, com isso, pode-se fazer a busca dos conhecimentos matemáticos necessários ao jovem trabalhador. Um projeto de estudo da matemática necessária aos alunos que são vendedores ambulantes, por exemplo, pode levar ao estudo dos conteúdos de sistema monetário, porcentagem, operações, resolução de problemas, estimativas, uso da calculadora e proporção. Com a apresentação de situações do cotidiano desses trabalhadores, pode-se desenvolver um projeto para o ensino de uma quantidade razoável de conteúdos de matemática. Porém, faz-se necessário que o professor tenha condições de aplicar a generalização dos mesmos além de formalizá-los para a álgebra, pois esse ramo da matemática tem como aplicação maior a possibilidade de utilizar as incógnitas para que se possa generalizar os conteúdos para qualquer situação. Supondo que os professores tenham condições de fazer esse elo, está garantido o estudo da matemática enquanto atitude científica e não só a matemática da prática.

Outro trabalho com a Etnomatemática está ligado à culinária, pois uma atividade desenvolvida a partir de receitas propicia conhecimentos ligados ao sistema de numeração decimais, estudo dos conjuntos numéricos, unidades de tempo, sistema monetário, proporção e uso da calculadora. Com uma atividade como essa, o professor também pode trabalhar a questão da alimentação e saúde. Faz-se necessário que o professor tenha condições de realizar as atividades aplicando, na prática, a matemática necessária ao desempenho da atividade proposta. Muitas dúvidas podem aparecer, pois na prática as divisões não são números inteiros e, nesse caso, é importante o trabalho com a matemática aproximada, que é a matemática mais utilizada no cotidiano das pessoas.

Uma crítica que se pode fazer à prática de ensino baseada na Etnomatemática seria justamente que apenas o cotidiano fizesse parte das aulas, impedindo, assim, que o aluno não tivesse acesso a outros conhecimentos matemáticos. É importante analisar que dificuldades podem ser acrescentadas, principalmente às classes menos favorecidas financeiramente, ao se ensinar apenas uma matemática pragmática, daí a importância de o professor estar atento às reais necessidades acadêmicas de seus alunos no campo da matemática. Outro problema que pode ser gerado, ao se ensinar a matemática sob a perspectiva da Etnomatemática, é de cunho ideológico; pois, ao se centrar na matemática da comunidade em que se está inserido, o professor poderá estar perpetuando as diferenças sociológicas e econômicas já existentes, Ferreira (1997, p. 24).

A Etnomatemática, como uma nova abordagem metodológica, necessita de um professor que, antes de tudo, seja um estudioso, um profissional curioso e dedicado, pois as suas aulas são planejadas em campo e requerem um aprofundamento de conteúdos matemáticos. Faz-se necessário que o professor tenha condições de trabalhar de maneira interdisciplinar, ser um constante pesquisador, além de muito observador, para que, assim, consiga observar e compreender a matemática que existe por trás de cada atividade humana desenvolvida. Esse perfil de professor ainda não está sendo desenvolvido nos cursos de licenciatura e pedagogia. Sendo assim, as iniciativas metodológicas desenvolvidas a partir da perspectiva da Etnomatemática têm sido esporádicas, pois ainda não é possível ter todo o planejamento de uma série com apoio nessa linha de trabalho.

O ensino de matemática no Brasil

No Brasil do início do século, o que se observa no ensino da matemática é um processo em que esse campo do conhecimento está longe do contexto da vida real dos alunos. A matemática era considerada uma disciplina que nem todas as pessoas tinham condições de aprender e utilizar. Essa idéia, que é herança do pensamento dos gregos, contribuiu muito para o desenvolvimento da Matemática, mas também deixou o mito de que nem todos podem aprendê-la.

O ensino formal no Brasil teve seu início com os jesuítas, em suas três escolas, localizadas na Bahia, Rio de Janeiro e Pernambuco; e nelas eram ministradas aulas de Aritmética, com o objetivo de se ensinar as primeiras operações.

Depois, foram criadas as escolas militares, que ensinavam a matemática com objetivo de aplicar na Artilharia e formação militar, como afirma Valente:

A Matemática, salvo o conhecimento mais elementar da Aritmética, estava reservada para a formação técnica do futuro engenheiro, guarda-marinha etc. Tratava-se, portanto de um saber técnico e especializado. (1999, p.111)

Em 1837, foi criado, pelo império, o Colégio D. Pedro II, e em seu regulamento constam as matemáticas nas oito séries, conforme quadro de Valente(1999, p.118):

COLÉGIO D. PEDRO II - QUADRO DAS MATEMÁTICAS NAS OITO SÉRIES - 1837

	1 ^o Ano	2 ^o Ano	3 ^o Ano	4 ^o Ano	5 ^o Ano	6 ^o Ano	7 ^o Ano	8 ^o Ano
<i>Aritmética</i>	5	5	1					
<i>Geometria</i>				2	2			
<i>Álgebra</i>						5		
<i>Matemática</i>							6	3

Fonte: Valente (1999, p.118)

Esse quadro demonstra que as séries iniciais foram organizadas para o ensino da matemática básica, ficando a cargo das séries mais avançadas o estudo da geometria mais formal, pois acreditavam que esses conhecimentos não eram possíveis de ser aprendidos pelo aluno comum.

Durante os anos que se seguem ao final do século XIX, as matemáticas tradicionais dos colégios se aproximam da escola através dos textos didáticos que tiveram origem nas escolas católicas francesas. Esses livros tinham concepção matemática acadêmica, mostrando o tipo de matemática que se deveria ensinar.

Na década de 20, a reorientação curricular para o ensino de matemática no Brasil não foi suficientemente forte para provocar transformações que tornassem o ensino da matemática menos elitista e mais próximo da realidade do aluno e, assim, melhorar a qualidade para atender à demanda de toda a classe dos estudantes. O caráter elitista estava evidenciado pelo alto índice de reprovação, pois apenas uma minoria conseguia aprender os conteúdos propostos pelo ensino da matemática. A formação de conceitos em momentos inadequados à formação do pensamento do aluno o impedia de compreender a matemática, bem como aplicá-la.

Ao longo do século XX, o ensino de Matemática no Brasil passou por algumas transformações que refletiam menos um movimento intrínseco a esse campo do conhecimento e mais as modificações no âmbito das abordagens pedagógicas.

As abordagens pedagógicas e o ensino de matemática

A matemática, sendo uma disciplina obrigatória nos currículos do Ensino Fundamental, sofre influências das abordagens pedagógicas vigentes nas escolas. Ou

seja, as concepções de ensino e sua prática vão sendo modificadas ao longo do tempo em decorrência das idéias pedagógicas que as orientam. Com o ensino de matemática não ocorreu diferente e, assim, falar dessas diferentes abordagens é relatar algumas importantes concepções de ensino da matemática verificadas no século passado. São elas: a pedagogia tradicional, a pedagogia nova, a pedagogia tecnicista e, mais recentemente, o construtivismo.

A pedagogia tradicional permeou o ensino brasileiro por muitas décadas, tendo como característica uma prática educativa que se consolidou com o passar dos anos, apresentando uma visão de homem que conhece a partir das informações transmitidas, evidenciando um receptor passivo dos conhecimentos. Nesse contexto, o mundo real é apreendido pelo ensino que o aluno recebe e a sociedade é perpetuada a partir das concepções dos conteúdos ensinados na escola.

O papel do professor nesse processo é de ser transmissor dos valores considerados importantes para a sociedade, não importando a especificidade de cada sala de aula. Nesse contexto, o ensino de matemática tem por ritual o professor demonstrar os teoremas, fazer exemplos de aplicações e avaliar a reprodução feita pelos alunos, por meio de listas de exercícios, testes e provas.

O conhecimento na abordagem tradicional é sempre acumulado, sendo considerado inteligente o aluno que conseguir reter a maior quantidade de conteúdos, portanto muitos alunos são reprovados pela incapacidade de memorização.

O erro do aluno, no ensino-aprendizagem dessa abordagem, é tido como final de processo para se aprender. Por exemplo, se um aluno ia mal nos estudos de matemática, a análise feita era a de que ele não “*tinha base*” e, portanto não conseguia mover-se para melhorar o seu desempenho escolar. A frase: *um tijolo sobre outro tijolo*, era a expressão de ordem para todos os alunos que não conseguiam ter um rendimento satisfatório em matemática, mostrando que para aprender matemática era necessária uma “escada”, onde cada degrau representa um pré-requisito obrigatório para o sucesso da unidade seguinte.

Um ponto importante a ser relatado é a preocupação que se tem em relação ao modelo a ser seguido pelo aluno, como afirma Mizukami:

Há aqui uma preocupação com o passado, como modelo a ser imitado e como lição para o futuro. Evidencia-se o caráter cumulativo do conhecimento humano, adquirido pelo indivíduo por meio de transmissão, de onde se supõe o papel importante

da educação formal e da instituição escola. (1986, p.10)

A metodologia aplicada na abordagem tradicional centra-se na aula expositiva e o professor tem todo o poder de decisão sobre os encaminhamentos da sala de aula. A forma era o mais importante e assim era evidenciado o *faz assim*, sem nenhuma preocupação do significado social dos conhecimentos matemáticos trabalhados. As aulas expositivas tinham como ritual: explicar o conteúdo, fazer exemplos e passar exercícios de fixação sobre o conteúdo dado. A graduação de dificuldades é apresentada e valorizada também nos livros didáticos.

Nessa abordagem, o saber teórico é desvinculado da experiência e isso, no ensino de matemática, se reflete como uma matemática trabalhada sem considerar a aplicação, tornando-a um amontoado de conteúdos sem significados, caracterizando um conhecimento que tem existência em si próprio, além de desligado da realidade.

Os programas de matemática nesse contexto eram rígidos, seguindo uma seqüência rigorosa e fechada, não sendo permitido a quebra da estrutura programada.

A avaliação, na abordagem tradicional, é a etapa final do processo ensino-aprendizagem, pois tem a função de auferir resultados obtidos com o objetivo de classificar os alunos para efeito de promoção; não se tem aqui a preocupação de aplicar os resultados da avaliação como forma de replanejar o processo ensino-aprendizagem. A avaliação também tem o caráter de traçar o perfil do aluno, como afirma D'Augustine:

Como há possibilidade de se classificar mal uma criança considerando-se o seu potencial, há necessidade de se lhe administrarem testes individuais de inteligência, que devem ser de tal natureza que permitam traçar o perfil de cada criança. Devem incluir aptidões especiais, como compreensão numérica, percepção especial, raciocínio numérico etc. (1970, p.328)

Nesse período proliferaram nas escolas as chamadas provas unificadas, onde todas as turmas de uma mesma série eram avaliadas com instrumentos iguais, sem que se considerassem as especificidades de cada sala. Também chamada de escola ativa, pois o ensino deveria dar-se pela ação e não pela instrução, a pedagogia denominada de escola nova foi um movimento reformista que propunha o aluno como centro do processo pedagógico, pois a abstração deve ser resultante da ação do aluno. Essa mudança de centro, do professor para o aluno, propiciou uma nova visão sobre o processo ensino-aprendizagem, ligada à teoria da psicologia humanista e ao desenvolvimento da

sociologia. Nesse contexto, o processo de conhecimento é mais importante do que o produto, o conteúdo deve ser compreendido e não decorado.

Nessa escola, o professor é apenas um facilitador do processo, pois se sua concepção de homem é de um ser visto como sujeito situado no mundo, um ser único, o aluno é um ser ativo-participante, devendo os métodos de ensino buscar adequar-se à natureza e às etapas do desenvolvimento do educando.

A metodologia na escola nova tem por princípio o “aprender fazendo”, onde não só a razão é importante, mas também os sentimentos, emoções e ação, Aranha (1996).

Nesse período, foram introduzidos nas práticas educativas de matemática os materiais concretos, como meio de o aluno agir para obter o conhecimento. Pode-se citar materiais criados por Maria Montessori (1870-1952), como as fichas coloridas para entendimento do sistema decimal de numeração e o material dourado, também para esse fim. Outros materiais concretos foram introduzidos nas aulas, como a caixa de blocos lógicos, utilizados para desenvolvimento da estrutura de classificação, a qual, segundo a teoria de Jean Piaget (1896-1980), é construída a partir da manipulação do concreto.

A matemática na escola nova sofre pequenas mudanças, não em relação aos conteúdos, mas na metodologia aplicada, evidenciando um ativismo do aluno sem propiciar uma mudança na concepção da matemática a ser ensinada, a velha questão: que matemática deverá ser ensinada para os alunos não-matemáticos, continua sem resposta, pois o que importava nesse momento era como aprender matemática manipulando objetos concretos.

Desse período, ainda se guarda a necessidade do concreto para aprender e essa necessidade é percebida nas escolas atuais, ou seja, há uma aprendizagem voltada para a ação do aluno.

A pedagogia tecnicista, também conhecida por comportamentalista, privilegiou a experiência planejada como a base do conhecimento. Nesse caso, o conhecimento se estrutura a partir da ordenação de experiências. Assim, o homem é produto do meio em que vive, pois é esse meio que propicia experiências para o seu conhecimento.

Sob a influência dessa concepção pedagógica, ocorre a proliferação de livros com instruções programadas, repletos de exemplos, com muita ênfase na resposta correta, sendo que as respostas vinham nas páginas finais dos livros, para que os alunos conferissem as respostas após a resolução dos exercícios. Esse procedimento didático se deve ao fato de essa abordagem fundamentar-se no Behaviorismo, que entende a mudança de comportamento como fruto de experiências reforçadas positivamente e

negativamente. Os livros didáticos também buscavam mostrar sempre exemplos prontos, para que fossem seguidos como procedimento didático adequado.

Essa abordagem teve como ponto de base a teoria de Skinner (1904-1990) e como pano de fundo, o positivismo; pois, para esse autor, o conhecimento é resultado direto da experiência planejada e controlada. A escola, nesse contexto, é uma agência que tem por função fazer o controle para direcionar os indivíduos às finalidades sociais previstas por instituições que controlam a escola. Seu objetivo é modelar o comportamento humano através de técnicas específicas.

Na escola tecnicista os conteúdos são: informações, leis, princípios; e são extraídos da ciência objetiva. Ao professor cabe administrar e executar os planos de ensino, e ao aluno, ser passivo, receptor do conhecimento e executor de tarefas, como afirma Mizukami:

O controle e o diretivismo do comportamento humano são considerados como inquestionáveis. O indivíduo tem, contudo, seu papel nesse planejamento sócio-cultural, que é ser passivo e respondente ao que dele é esperado. É ele uma peça numa máquina planejada e controlada, realizando a função que se espera seja realizada de maneira eficiente. (1986, p.25)

Essa tendência pedagógica coloca como centro do processo de ensino não mais o professor e o aluno, mas o método, que passa a ter o *status* de garantir as condições necessárias para que ocorra a aprendizagem. A avaliação ocorre com objetivo de auferir o produto final e verificar se os objetivos previamente elaborados foram atingidos.

A matemática, nesse contexto, encontra um campo propício ao seu campo de exatidão, dando ênfase nos modelos de resoluções de problemas, demonstrações de teoremas, seqüência de exercícios de aplicações e fixações. A resposta correta era o alvo, não possibilitando condições para utilizar o erro como parte do processo para aprender. A metodologia aplicada é baseada em aulas expositivas, com a sistemática de dar exemplos e listas de exercícios para a fixação, com o cuidado de repetir a estrutura, variando os números. Aprender matemática significa estar adaptado ao esquema de resolução de exercícios ou em relação ao meio, como escreve o matemático Dienes:

Dizer que uma criança, um adulto ou mesmo um animal ou, de maneira geral, que um organismo qualquer aprendeu alguma coisa significa que esse organismo, esse adulto ou essa criança conseguiu modificar seu comportamento ... (1972, p.3)

Os livros didáticos editados que adotavam a abordagem tecnicista como orientação pedagógica privilegiavam a quantidade excessiva de exercícios como meio de alcançar a aprendizagem, sobretudo pela repetição do modelo. As abordagens tradicionais, escolanovistas e tecnicistas estiveram, ao mesmo tempo, presentes na prática pedagógica dos professores ao longo da segunda metade do século XX. Segundo Saviani (1983), essas influências teriam se interpenetrado de tal forma que foram compondo uma teia cujos fios teriam de ser desembaraçados para que se pudesse compreender a prática dos professores em sala de aula.

Saviani afirmava que o professor de então tendia a pensar a sua prática a partir do ideário escolanovista que ele teria absorvido em seus cursos de formação. O aluno deveria ser o centro do processo educativo, que se realiza na relação professor-aluno. Assim, ele está convencido de que deve levar em consideração, antes de tudo, os interesses dos alunos. Munido da contribuição das ciências que fundamentam a educação (principalmente, a psicologia, a biologia e a sociologia), ele pretende valorizar, sobretudo, a atividade dos alunos e, para tanto, espera contar com classes pouco numerosas, biblioteca, laboratório e material didático variado.

Ao chegar à escola, no entanto, o professor encontrava condições para o exercício de sua prática tão adversas que não lhe restava outra alternativa senão atuar dentro dos parâmetros da escola tradicional. Com a classe superlotada, tendo apenas quadro e giz como recurso didático, não podendo contar com bibliotecas e laboratórios adequados, o professor constatava a falta de condições necessárias para desenvolver um ensino que considerasse a ação do aluno em seu processo de aprendizagem. Ele vive a contingência de ter de exercer uma prática tradicional, uma prática para a qual não foi preparado e que não aprendeu a valorizar.

Mas esse professor precisa, ainda, atender às exigências da pedagogia oficial, que espera que ele seja eficiente e produtivo, planejando suas atividades, racionalizando suas ações. Vê-se, assim, pressionado a responder a um modelo pedagógico tecnicista, que não corresponde nem às condições ideais em que aprendeu a pensar a ação pedagógica e nem às condições objetivas que encontrou para o exercício de sua prática.

O professor teria, ainda, que enfrentar, nos anos 70 e 80, as implicações das tendências “crítico-reprodutivistas” que identificavam a escola como um lugar de reprodução das relações sociais de trabalho, pela formação da força de trabalho e pelo processo de inculcação ideológica. Essa crítica às possibilidades de sua ação teria

desestimulado o professor que era, então, levado a questionar o alcance social de sua prática.

Para Saviani, esse quadro esboçaria, em 1983, a situação da maioria dos educadores da época:

Em resumo, imbuído do ideário escolanovista (tendência "humanista" moderna) ele é obrigado a trabalhar em condições tradicionais (tendência "humanista" tradicional), ao mesmo tempo que sofre, de um lado, a pressão da pedagogia oficial (tendência tecnicista) e, de outro, a pressão das análises sócio-estruturais da educação (tendência "crítico-reprodutivista"). (1983, p.43)

A partir da década de 80, quando já se vivia o processo de distensão do regime militar no Brasil, a par das críticas às teorias reprodutivistas, verificou-se uma revalorização dos processos intra-escolares e das possibilidades de atuação da escola e do professor. Havia um clima propício à emergência de uma retomada dos princípios escolanovistas que, desta vez, surgiu mediante a influência do construtivismo, fundamentado nas teorias psicológicas de desenvolvimento e da aprendizagem, em especial a de Jean Piaget, verificando-se uma forte investida contra as práticas pedagógicas consideradas tradicionais.

Segundo a concepção construtivista piagetiana, o conhecimento é construído ativamente pelo aluno. O conhecimento, portanto, não é recebido passivamente pelos sentidos ou simplesmente pela comunicação dos conteúdos pelos professores. Entende-se que a inteligência é um processo adaptativo, o que significa afirmar que se constitui mediante os processos interdependentes de assimilação e de acomodação. Diante dos desafios interpostos na relação do sujeito com os objetos, o sujeito busca adaptar-se à nova situação adequando as estruturas cognitivas anteriores de que dispõe (assimilação) ou modificando essas estruturas (acomodação). A teoria piagetiana compreende que o conhecimento se dá, portanto, pelas interações sucessivas que o aluno faz com o meio, uma vez que o ambiente propicia experiências significativas.

Sendo assim, os professores que atuam, segundo essa abordagem, preocupam-se com os processos pelos quais os alunos passam de um estágio a outro. Como se sabe, a gênese da inteligência foi organizada em estágios por Piaget e esses estágios passaram a nortear a divisão dos conteúdos programáticos de matemática em muitas escolas e também em livros didáticos para o ensino de matemática. Na medida em que o aluno se

desenvolve, cabe ao professor ser o mediador da relação da criança com o meio, provocando desequilíbrios nos alunos, conforme seu estágio de desenvolvimento cognitivo, pois é a partir desse desequilíbrio que o aluno é levado a buscar soluções restabelecendo o equilíbrio.

Nesse processo, segundo Piaget, a criança vai adquirindo estruturas cognitivas que passarão a intermediar a relação da criança com o mundo. Estruturas são, de maneira mais ampla, como um sistema apresentando leis e propriedades, leis ou propriedades de totalidade enquanto sistema. Por exemplo, as estruturas de classificação e seriação, que são marcos importantes para o conhecimento de número e de toda a base matemática. Estudando o processo pelo qual essas estruturas vão se constituindo ao longo do desenvolvimento infantil, Piaget entendia que as estruturas mentais se constituem a partir da ação da criança sobre os objetos. Assim, os professores passaram a ser estimulados a valorizar a ação do aluno sobre materiais concretos (em atividades que envolvessem seriação e classificação) como um caminho necessário à aquisição das referidas estruturas, que se revelariam importantes não só no campo da matemática, mas em todas as disciplinas do ensino fundamental.

O construtivismo, em sua versão mais cognitivista, foi criticado por valorizar a aprendizagem em uma perspectiva mais individual do que social, pois o relevante são os processos internos do sujeito que aprende. Uma relação contrária a essa perspectiva encontra desenvolvimento nas teorias de Vygotsky que foi outro teórico que contribuiu para o entendimento sobre o desenvolvimento da inteligência. Para Vygotsky, o signo é o mediador do pensamento e do próprio processo social humano. Este marco da sua teoria mostra como os signos e os sistemas simbólicos propiciam ao ser humano a construção do seu conhecimento, bem como possibilitam modificar-se. Conforme descrito no capítulo anterior, a humanidade já usava signos desde a época das cavernas. As pinturas rupestres são demonstração de que os signos já faziam a organização do pensamento matemático. Para Vygostky, na formação de conceitos, a tarefa principal do professor é propiciar condições para que o aluno possa estabelecer um contato indireto por meio de abstrações das suas características e propriedades, bem como as relações com o conhecimento mais amplo Moysés (1997). O professor e todo o meio social desempenham papéis fundamentais no desenvolvimento da cognição; pois, para Vygostky, primeiro há a interação com o objeto do conhecimento para depois haver uma integração do conhecimento à estrutura mental do indivíduo que aprende.

A orientação construtivista também se manifesta nas contribuições de Kamii e do próprio Piaget, em suas diversas obras sobre a construção das estruturas matemáticas e o desenvolvimento cognitivo. Para Kamii (1992), os princípios de ensino devem estar apoiados em encorajar as crianças a criarem todos os tipos de relações e, para tanto, a criança deve estar alerta aos objetos, ações e eventos, para conseguir fazer as relações. Quantificar os objetos também é fundamental, pois é necessário que a criança pense sobre o número para, após a quantificação, comparar os conjuntos. A autora nos indica a importância da ação concreta e mental que a criança deve ter para aprender matemática, a qual, segundo Piaget, se fundamenta na capacidade de estabelecer relações.

No Brasil, no final da década de 80, começam os estudos da teoria piagetiana com maior ênfase, propiciando campo para a criação de escolas denominadas construtivistas, autoras como Terezinha Carraeher, Íris Barbosa Goulart, Ocsana Danyluk, Maria Celeste Machado Koch, Ivete Maria Baraldi têm seus trabalhos científicos apoiados na teoria de Piaget. Como a teoria piagetiana é muito propícia ao desenvolvimento da matemática, a contribuição dessa epistemologia foi fundamental para alavancar mudanças no ensino da matemática no Brasil.

A orientação construtivista no ensino de matemática também se manifesta nos Parâmetros Curriculares Nacionais, que são documentos propostos pelo MEC a partir de 1996, com objetivo de introduzir parâmetros curriculares nas diversas disciplinas.

O MEC tem orientado os professores, através desses documentos, que a matemática hoje deve ser ensinada entre outros com os seguintes objetivos:

... – identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta ...

- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos...

- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;...(Brasil:,1996, p. 51)

Uma outra abordagem que está sendo trabalhada na atualidade é a matemática segundo a perspectiva sócio-histórico, pois professores de matemática começam a reconhecer a necessidade de contextualização do ensino, além da necessidade de se ter a aprendizagem nas origens das práticas sociais. Como afirma Moysés:

Via de regra, a escola desenvolve o trabalho matemático sem se preocupar com a questão da contextualização. Ele se faz, essencialmente, com base em fórmulas, equações e todo tipo de representações simbólicas. Essas, com freqüência, impedem que se tenha clareza quanto aos aspectos fundamentais do problema. Em geral vamos pelo caminho mais longo quando poderíamos tomar o mais curto. (1997, p.76)

A educação matemática proposta nos parâmetros curriculares aponta para uma tendência à abordagem da teoria de Vygotsky, pois valoriza o trabalho realizado a partir da interação do sujeito com o seu meio, intermediado pelo professor e seus pares, quando sugerem a prática de atividades com jogos:

Além de ser um objeto sócio-cultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos... As crianças passam a compreender e a utilizar convenções e regras que serão empregadas no processo de ensino e aprendizagem. Essa compreensão favorece sua interação num mundo social complexo e proporciona as primeiras aproximações com futuras teorizações. (Brasil, 1996, p.48)

Esse documento do MEC evidencia também a forte relação entre a língua materna e a linguagem matemática, tomando a importância fundamental da linguagem como fator determinante para ocorrer a aprendizagem:

...Se para a aprendizagem da escrita o suporte natural é a fala, que funciona como um elemento de mediação na passagem do pensamento para a escrita, na aprendizagem da Matemática a expressão oral também desempenha um papel fundamental. Falar sobre Matemática, escrever textos sobre conclusões, comunicar resultados, usando ao mesmo tempo elementos da língua materna e alguns símbolos matemáticos, são atividades importantes para que a linguagem matemática não funcione como um código indecifrável para os alunos. (Brasil, 1996, p.64)

Fazendo uma análise mais detalhada do PCN de matemática para o terceiro e quarto ciclos, observa-se que as orientações metodológicas seguem as tendências da NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), quando indicam o recurso à História da Matemática, Recurso às Tecnologias da Comunicação, Recurso aos Jogos e, como ponto

de intersecção desses recursos, a aplicação em situações-problemas e aplicação ao cotidiano do aluno, como mostra:

As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e solucionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. (Brasil,1998, p. 37)

As orientações gerais recaem sobre o trabalho com a matemática com uma orientação ora baseada nas teorias piagetianas, ora nas orientações de Vygotsky e também na perspectiva da Etnomatemática, como mostram os fragmentos do texto do PCN de matemática:

Para que ocorram as inserções dos cidadãos no mundo do trabalho, no mundo das relações sociais e no mundo da cultura e para que se desenvolvam a crítica diante das questões sociais, é importante que a Matemática desempenhe, no currículo, equilibrada e indissocialmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilidade do raciocínio do aluno, na sua aplicação a problemas, situações de vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (Brasil,1998, p. 28).

Sendo assim, o que se percebe é que as orientações estão mostrando uma tendência ao ensino da matemática que procura desenvolver o raciocínio-lógico aliado à capacidade de resolver problemas, com objetivo de que a matemática seja propiciadora de condições para o desenvolvimento dos alunos e que esses possam aplicar os conhecimentos matemáticos para terem uma melhor leitura de mundo.

CAPÍTULO II

A TEORIA PIAGETIANA E SUAS IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Sobre as dificuldades do ensino de matemática, Lauro de Oliveira Lima comenta, ainda em 1964, que essa parece ser uma disciplina que “apenas uns podem aprender, ou é ensinada de forma tão inadequada que somente alguns a aprendem” (1977, p. VII). Fiel à sua condição de grande estudioso e divulgador da obra de Jean Piaget no Brasil, esse educador não podia admitir que só determinados alunos fossem capazes de aprender matemática, pois professava exatamente o contrário: que “o pensamento humano, em sua plenitude operatória, não é senão um ‘pensamento matemático” (1977, p. VII). Recorrendo à teoria psicogenética, o educador lembrava que o pensamento operatório é uma especialidade funcional humana, sendo comum a “todos os seres humanos normais” e que, portanto, o que precisava ser revista era a forma como a matemática era ensinada nas escolas.

Para compreender essa crítica ao ensino de matemática, é necessário considerar que Piaget distinguia dois tipos de pensamento, os quais ele denominava de *pensamento procedural* e *pensamento simbólico*. O primeiro, também chamado de pensamento operatório, é resultante das operações a partir das ações (pensamento lógico-matemático), e o segundo, chamado de pensamento figurativo, é resultante da ação dos sentidos sobre os objetos, com a finalidade de formar a imagem mental dos mesmos. Dessa forma, o ensino de matemática deve propiciar condições para que o aluno possa desenvolver o seu pensamento lógico-matemático e não ser apenas um ensino que seja um amontoado de regras sem sentido, pois não ocorreu a ação do aluno sobre o objeto de conhecimento.

Piaget também distingue dois tipos de processos de abstração: a abstração simples, que é a abstração das propriedades dos objetos obtida da própria observação da realidade externa dos mesmos, e a abstração reflexivante, que ocorre quando a criança introduz uma relação entre objetos; como, por exemplo, a relação “menor que”, quando a criança fala que um objeto X é menor que Y, essa relação foi introduzida entre os objetos, pois o menor não está nem em X e nem em Y, mas na relação entre ambos (Kamii e Drevies, 1991, p. 24).

Do ponto de vista piagetiano, a reversão do problema do ensino de matemática, denominada de “grande revolução pedagógica”, viria da reversão da ênfase na linguagem para a matemática em direção ao processo escolar para o desenvolvimento mental da criança (Lima, 1998, p. 102). Referindo-se ao fracasso dos alunos na matemática e na física, o próprio Piaget afirmava que:

*... Nossa hipótese é, pois, que as pretendidas aptidões que diferenciam os **bons alunos**, em matemática ou em Física, etc., com um mesmo nível de inteligência, consistem sobretudo em poder adaptar-se ao tipo de ensino que lhes é ministrado. Os **maus alunos**, nestas matérias, mas que possuem bom aproveitamento em outras, estão de fato inteiramente, aptos a dominar as questões que parecem não compreender, desde que estas lhes sejam apresentadas de modo diferente, porque o que não compreendem são as **lições** ministradas e não a matéria. Poder-se-ia mesmo afirmar, como já foi observado em numerosos casos, que o insucesso escolar neste ou naquele ponto, deve-se a uma passagem muito rápida da estrutura qualitativa dos problemas (por simples raciocínios lógicos, mas sem introdução imediata de relações numéricas e de leis métricas), à forma quantitativa ou matemática (no sentido de equações já elaboradas) utilizada, normalmente pelo físico. (1974, p. 17)*

A adoção da teoria de Piaget no ensino de matemática é uma referência importante para a compreensão da maneira pela qual a matemática vem sendo ensinada nas escolas, ainda que se considere que essa influência tenha contribuído menos para consolidar uma prática e mais para formar uma espécie de ideário, um conjunto de referências sobre como uma prática efetiva de ensino de matemática deveria ser conduzida. De fato, esse autor muito contribuiu para repensar a maneira pela qual essa disciplina deveria ser ensinada e sua influência, mesmo que se encontre hoje contrabalançada pela recepção das idéias de Vigotski, permanece atual; em especial em razão da adoção do que se convencionou chamar de construtivismo pedagógico.

Como se sabe, Jean Piaget (1896-1980) se dedicou a estudar o desenvolvimento da inteligência. Muitas são as contribuições de sua teoria de desenvolvimento e de aprendizagem para repensar o processo pelo qual a inteligência humana se desenvolve a partir da construção de estruturas operatórias. Nesse capítulo, objetiva-se evidenciar as contribuições dessa teoria para a construção do conhecimento matemático, retomando alguns de seus conceitos centrais para abordar depois as aproximações feitas por alguns autores entre os princípios piagetianos e o ensino de matemática; além de esclarecer que

o ensino de matemática apoiado na teoria piagetiana propicia uma maior possibilidade de que o conhecimento seja realmente construído. A teoria de Piaget repousa em alguns conceitos fundamentais: a adaptação (que compreende os processos de assimilação e acomodação) e a organização. A adaptação é um conceito central na constituição da explicação piagetiana e expressa a grande influência da biologia evolucionista. Adaptação é, para Piaget, o equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, o qual é obtido pela ação e pelo pensamento quando são compelidos a se reajustarem em cada variação do meio exterior.

A assimilação e a acomodação são chamadas por Piaget (1995) de invariantes funcionais. Essas invariantes são responsáveis pelas mudanças das estruturas de pensamento. Elas compõem a adaptação que ocorre no intercâmbio entre o organismo e o ambiente, visando à modificação do organismo. Piaget chama de assimilação o processo de modificação dos elementos do meio, de modo a incorporá-los ao organismo. Ao modificar os elementos para incorporá-los ao organismo, este se modifica para se adaptar ao novo elemento. Essa modificação do organismo foi denominada de acomodação. Por sua vez, o equilíbrio entre a assimilação e a acomodação é o que leva o sujeito à adaptação. Para Piaget, esse é um conceito central para entender a inteligência. Nas palavras de Piaget:

A inteligência é uma adaptação. Para apreendermos as suas relações com a vida, em geral, é preciso, pois, que relações existam entre o organismo e o meio ambiente. Com efeito, a vida é uma criação contínua de formas cada vez mais complexas e o estabelecimento de um equilíbrio progressivo entre as formas e o meio. (1987, p. 15)

A organização, segundo Piaget, é uma das funções biológicas mais genéricas, pois ao se adaptar, faz-se necessário que o organismo tenha uma estrutura reguladora, a qual propicie, de fato, que haja a adaptação ao meio, como mostra Piaget:

Do ponto de vista biológico, a organização é inseparável da adaptação: são os dois processos complementares de um mecanismo único, sendo o primeiro o aspecto interno do ciclo do qual a adaptação constitui o aspecto exterior. (1987, p. 18):

Piaget dividiu o desenvolvimento da inteligência em quatro estágios: Sensório-Motor, Pré-Operacional, Operações Concretas e Estágio das Operações Formais. Esses

estágios tinham, para esse autor, o significado de níveis de inteligência, que variam de um estágio a outro, desde o mais elementar dos comportamentos do lactente ao mais complexo de um adolescente, são constituídos de estruturas que os definem, propiciando uma progressiva evolução mental. Esses estágios apresentam as seguintes características: têm como elemento principal o desenvolvimento das estruturas de pensamento que seguem uma construção contínua e dinâmica. Sua gênese se verifica a partir do desequilíbrio cognitivo num movimento em busca do equilíbrio e, conseqüentemente, a adaptação do sujeito a uma nova situação; propiciando, assim, o desenvolvimento da inteligência. A mudança de um estágio cognitivo para outro se dá pela maturação do sujeito obtida pela vivência em situações que o leve a buscar soluções para problemas. Logo, o desenvolvimento dos estágios não se dá pela ordem da cronologia do sujeito, mas pela necessidade de adaptar-se para responder às demandas do ambiente.

2.1- Estágios do desenvolvimento cognitivo

2.1.1- O Estágio Sensório-Motor

O primeiro estágio do desenvolvimento intelectual é denominado por Piaget de estágio Sensório-Motor. Ele abrange o período desde o nascimento até os dois anos de idade, aproximadamente. Como o próprio nome sugere, esse estágio tem como característica básica a busca do conhecimento através dos sentidos e dos movimentos, verificando-se uma coordenação sensório-motora da ação, baseada na evolução da percepção e da motricidade.

Nesse estágio, situa-se a origem do comportamento inteligente, pois, ao longo do mesmo, ocorre uma organização dos movimentos e dos deslocamentos da criança para a exploração do mundo, o que lhe imprime uma “revolução intelectual”, como relata Piaget:

Quatro processos fundamentais caracterizam esta revolução intelectual realizada durante os dois primeiros anos de existência: são construções de categorias do objeto, do espaço, da causalidade e do tempo, todas as quatro naturalmente a título de categorias práticas ou de ação pura e não ainda como noções do pensamento. (1995, p.21)

O estágio Sensório-Motor vai até aproximadamente dois anos e, nesse período, cada vez mais a criança tem capacidade de lembrar acontecimentos passados, apesar de, ainda ser muito tímido o seu conhecimento sobre o tempo. A criança começa a refletir

para dar resposta frente a uma situação-problema. Isso é um salto de qualidade para a construção do conhecimento matemático, pois embora não seja uma lógica desenvolvida, a criança começa usar recursos anteriores para dar soluções a novos problemas.

Nesse estágio ocorre a transição entre a inteligência sensório-motora e a inteligência representativa. É nesse momento que surge a função simbólica, que é a capacidade de distinguir entre significante e significado e o ato de relacioná-los, capacitando a criança a evocar imagens mentais que podem ser usadas como esboço antecipador de uma ação futura. A função simbólica é primordial para o desenvolvimento do conhecimento matemático, pois, com esse novo recurso, a criança tem a possibilidade de construir signos internos e, em seguida, signos socialmente construídos; os quais propiciam a construção do conhecimento matemático, como a construção da noção de número pela criança, a qual necessita da imagem simbólica para a criação da relação quantidade/número.

Pode-se concluir que, no Pensamento Sensório-Motor, é característica a coordenação dos sentidos com a ação que está baseada na evolução da percepção e da motricidade. Nesse período, a criança passa de simples reflexos até a interiorização de esquemas para o desenvolvimento da inteligência. No estágio sensório-motor ocorre a formação da constância perceptual de forma e grandeza, que são as bases para a conservação operatória que evoluirá até por volta dos dez anos com a conquista da conservação de substância e, até os doze anos, de volume.

2.1.2- Estágio Pré-Operacional

Esse estágio compreende, aproximadamente, as idades entre 2 e 7 anos. Conforme Flavell (1992), um dos avanços da cognição nessa fase é a capacidade que a criança adquire de manipulações internas e simbólicas da realidade. Nesse período, ocorre uma preparação e organização das operações concretas.

Para Piaget, o fator mais importante para que haja representação, ou seja, para que a criança possa fazer referência mental ao objeto, é a capacidade de diferenciação entre significante e significado que define a construção da função simbólica. É necessário que criança seja capaz de evocar um objeto para fazê-lo surgir ou referir-se ao outro.

Assim sendo, a inteligência representativa difere muito da inteligência sensório-motora, pois a primeira é centrada na busca de seus objetivos através do pensamento representativo, que permite a reflexão da criança sobre a organização de seus atos, e a

segunda age conforme o que os sentidos podem lhe oferecer. O desenvolvimento da função simbólica se dá através da imitação interna que passa a ser o primeiro significante a ser construído. A criança desenvolve a capacidade de evocar imagens ausentes.

Nesse período, a criança é egocêntrica em relação às representações. Esse egocentrismo tem muitas implicações; dentre elas, está a incapacidade que a criança tem de assumir o papel de outra pessoa. Assim, lhe é dificultada a percepção de outros pontos de vista. A criança não tem a necessidade de tentar explicar seu raciocínio e sua lógica para os outros.

No estágio Pré-Operatório, ao raciocinar sobre o objeto, a criança se detém em um único aspecto do objeto em detrimento de outros aspectos, também importantes. Nessa fase, tem dificuldade de lidar com as relações de transformações. O seu pensamento é irreversível pela falta de capacidade de seguir uma série de raciocínios e inverter a seqüência. Flavell (1992) comenta que a criança não consegue ligar adequadamente um conjunto de condições sucessivas num todo integrado.

Piaget considera os conceitos iniciais e primitivos como pré-conceitos, que são dominados por imagens e concretos, em lugar de serem esquemáticos e abstratos. Nesse estágio de desenvolvimento cognitivo ocorre o aparecimento da função simbólica e o início da interiorização dos esquemas de ação em representações, predominando a transdução, que é um tipo de raciocínio que se baseia nas relações analógicas, indo do particular para o particular, como cita Flavell:

Primeiro a criança tende a fazer conexões associativas do tipo e em vez de estabelecer relações verdadeiramente implicativas e causais entre os elementos sucessivos de uma cadeia de raciocínio, ou seja, simplesmente justapor os elementos em vez de ligá-los, valendo-se da necessidade lógica ou da causalidade física. (1992, p.162)

Nesse estágio ocorre, também, o aparecimento de organizações representativas verificadas nas configurações estáticas. As estruturas representativas buscam interrogações a respeito dos objetos que serão explorados; nesse momento, a criança é capaz de se dedicar a uma tarefa específica.

Aproximadamente aos 4 anos de idade, a criança raciocina através da intuição. Esse tipo de pensamento é pré-lógico e está centrado na percepção. Para Piaget, segundo Flavell (1992), "Intuições são expressões cognitivas esporádicas e isoladas que não se unem aos conjuntos coesos." Nessa fase, o sujeito tem uma representação

conceitual incompleta e usa o pensamento intuitivo realizando operações com suas imagens mentais. As operações mentais representam pontos fundamentais para o desenvolvimento cognitivo do conhecimento matemático.

Entre 5 anos e meio e 7 anos, ocorrem as regulações representativas articuladas, ou seja, tem início um processo mental para atingir a conservação, que é uma das estruturas mais importantes na transição do estágio Pré-Operatório ao estágio Operatório-Concreto. A conservação é o conhecimento de que certas propriedades permanecem constantes diante de certas transformações como, por exemplo, a conservação da quantidade de massa em relação à forma que esta assume.

Ocorre também, nesse período, o início das ligações entre estados e transformações, sendo possível o pensamento ainda de forma semi-reversível. A irreversibilidade é uma característica do Pensamento Pré-Operacional. Para que a criança tenha o pensamento reversível, é necessário que ela possa seguir uma série de raciocínios e pensar o caminho inverso dessa série.

O estágio Pré-Operacional é inicialmente egocêntrico, autocentrado, pois caracteriza um pensamento estático e irreversível, que se desenvolve a partir de imagens mentais. Até o final do período, seu pensamento vai se descentrando, tornando-se cada vez mais flexível.

A criança pré-operacional não compreende ainda que a quantidade não se altera quanto à forma com que os objetos são organizados espacialmente, não sabe ainda que o todo é maior que qualquer uma de suas partes e nem tem a formação da estrutura de seriação completada. No entanto, do ponto de vista da aquisição dos conceitos matemáticos, a criança é capaz de ter as primeiras conservações de substâncias, tem operações aditivas e classifica com mais de um atributo simultaneamente.

2.1.3- Estágio Operatório-Concreto

O estágio operatório-concreto ocorre por volta dos 7 aos 12 anos de idade. Um dos grandes avanços da criança é que agora ela já conta com um sistema cognitivo coerente e integrado, que é responsável pela possibilidade de manipulação e organização do mundo que a cerca, como afirma Flavell:

A criança dá a impressão clara de possuir uma base sólida, algo flexível e plástico, além de consistente e duradouro, com o qual pode estruturar o presente em termos do passado sem

distorções e deslocamentos individuais, ou seja, sem a tendência constante de cair na perplexidade e na contradição. (1992, p.168)

Nessa fase, a criança começa agir iniciando um processo de reflexão antecipada, como fala Piaget:

O essencial é que a criança se torna suscetível a um começo de reflexão em vez das condutas impulsivas da primeira infância acompanhadas da crença imediata e do egocentrismo intelectual, a criança, a partir dos 7 ou 8 anos, pensa antes de agir, começando, assim, a conquista deste processo difícil que é a reflexão. (1995, p.42)

O início da escolaridade ocorre antes dos sete anos, porém os programas e currículos intensificam-se próximos aos sete anos, ou seja, no início do período operatório concreto. Essa ênfase acadêmica ocorre simultaneamente ao momento em que o desenvolvimento cognitivo da criança tem um grande impulso, visto estar entrando no estágio das operações concretas, o que possibilita a construção de novas formas de organizações nos aspectos cognitivos, afetivos, psíquicos e sociais.

É importante observar que, por volta dos sete anos, as diversas intenções do estágio Pré-Operacional transformam-se em operações que, para Piaget e Inhelder (1990), consistem em transformações reversíveis, podendo essa reversibilidade consistir em inversões (um elemento operado com seu inverso resulta no elemento neutro da operação) ou em reciprocidade (um elemento corresponde a outro e a recíproca é também válida).

Esses sistemas de operações são organizados em função da totalidade das operações do mesmo gênero, ou seja, nenhuma operação se constrói isoladamente.

As intuições transformam-se em operações por constituírem sistemas de conjuntos passíveis de composição e decomposição. Com essa nova estrutura, a criança tende a ter um pensamento mais organizado.

A reversibilidade é uma das características mais importantes da construção do conhecimento pela criança, pois possibilita o retorno ao ponto de partida de toda ação. Para construir o esquema de reversibilidade, é necessário que a criança entenda que, para cada elemento do grupo, existe um; e apenas um elemento inverso que, quando combinados, obtém-se o elemento identidade. Essa estrutura é fundamental para o ensino da matemática, visto ser base da construção das operações matemáticas.

A cognição é construída a partir de estruturas mentais. Dentre essas estruturas, uma das mais importantes é a de conservação. A noção de conservação é um aspecto marcante que diferencia profundamente o estágio Pré-Operatório do estágio Operatório-concreto. Vários esquemas de conservação são constituídos nesse período e estes se sustentam em estruturas lógico-matemáticas. Assim, o esquema conservatório desenvolve-se simultaneamente com as estruturas de classificação, relação e número.

Cada uma das noções de conservação desenvolve-se em determinado momento da construção cognitiva, como as conservações físicas de substância (por volta dos 8 anos, relacionada à conservação de líquidos e massas); a conservação de peso (por volta dos 8 aos 9 anos) e a conservação de volume (por volta dos 10 aos 11 anos).

Assim como a conservação física, a conservação espacial compreende etapas nas aquisições: primeiro conservação de comprimento, que ocorre por volta dos 7 anos e tem como pré requisito a construção da noção de espaço pela criança; depois conservação de superfície, que ocorre por volta dos 7 anos e, finalmente, a conservação de volume, que começa aos 7 anos e completa-se entre 11 e 12 anos, quando a criança consegue estabelecer uma relação matemática entre superfície e volume.

O trato com o tempo, nesse período, não é mais que um esquema de ação ou intuição, mas um esquema de pensamento. A noção de tempo para se estruturar como esquema de pensamento depende de três operações: primeiro uma seriação de conhecimentos que constitui a ordem de sucessão, depois um encaixe dos intervalos entre os acontecimentos pontuais, fonte da duração e, finalmente, uma métrica temporal, isomorfa à métrica espacial.

A noção de velocidade relaciona-se à noção de tempo. O desenvolvimento da noção de velocidade ocorre segundo uma seqüência em que a criança tem as ações: primeiro, só considera o movimento de chegada; depois observa as ultrapassagens e, a seguir, considera a grandeza em intervalos e, finalmente, estabelece relação entre espaço e tempo.

A noção de espaço é fundamental nas estruturas operatórias e ocorre paralelamente à noção de objeto. A criança, inicialmente, percebe o espaço separado em vários espaços para depois compreender o espaço como um todo, onde os objetos e a própria criança estão incluídos e relacionados.

A relação de inclusão ocorre por volta dos 8 anos e se caracteriza pelo fato de a criança dominar os quantificadores *todos* e *alguns* os quais dependem da estrutura de inclusão, que só ocorre quando a criança compara o conjunto dos objetos relacionando-os

qualitativamente, ou seja, quando consegue relacionar uma classe com suas subclasses. Essa capacidade exige a habilidade de coordenar a extensão e a amplitude de classe.

A noção de simetria também é uma conquista desse estágio e constitui também um sistema total de operação, tendo como mais importante a relação de igualdade. A simetria do comprimento aparece por volta dos 7 anos. Porém, a simetria relacionada ao peso e ao volume ocorre por volta dos 9 anos.

A classificação é uma das mais importantes características de que sendo essencial, portanto, para a construção do número pela criança. A conservação tem, por princípio, o encaixamento como nos diz Piaget (1995): *“O princípio é, simplesmente, o encaixamento das partes no todo ou, inversamente, o destacamento das partes em relação ao todo.”*

A classificação consiste em agrupar os objetos através de suas equivalências (semelhanças), utilizando uma ou mais características comuns. Assim, para que a criança possa agrupar os objetos, é necessário que tenha um critério de classificação. Para chegar à classificação operatória, segundo Piaget, a criança passa por três etapas: Coleções Figurais, que são configurações criadas quando a criança dispõe os objetos não apenas pelas suas semelhanças, mas justapondo-os em fileiras, formando uma figura no espaço; na segunda etapa, chamada de Coleções Não-figurais, a criança forma pequenos conjuntos sem forma espacial e que, muitas vezes, se diferenciam em subconjuntos. Ainda não se pode considerar essa etapa como uma classificação operatória, pois revela ainda lacunas de extensão, principalmente em relação ao todo e, finalmente, quando a classificação operatória surge e o problema de extensão é resolvido e a criança consegue classificar formando classes em extensão. A criança é capaz de fazer classificações hierárquicas, ou seja, consegue relacionar o todo com a parte.

Ao lado da classificação, a seriação operatória é essencial para a construção do número pela criança. Para seriar, a criança precisa coordenar relações assimétricas, pois a seriação consiste em ordenar os elementos segundo as grandezas crescentes ou decrescentes. Assim, a criança deve ter estruturado uma organização progressiva de ações que a levem a perceber as diferenças. Por volta dos 7 anos, a criança consegue seriar observando as diferenças entre comprimentos. Já a seriação por peso ocorre por volta dos 9 anos e a de volume, próximo aos 12 anos. A seriação também se divide em fases: primeiro, a criança faz torres, obedecendo a ordem, porém a percepção teve maior ênfase, porque as diferenças são bem nítidas. Depois, quando as diferenças não são claramente perceptíveis, a criança tende a comparar 2 a 2 os objetos. A seguir, a criança procede fazendo experimentos e só então ela constrói a estrutura da seriação e, assim, é

capaz de organizar suas ações, a fim de começar a série pelo menor dos objetos; depois, do menor que ficou, e assim por diante.

A construção do número ocorre na criança após esta conseguir operar com as estruturas de classificação e seriação. Assim sendo, os números inteiros resultam da síntese da seriação com a classificação, como afirmam Lima Filho e Rebouças:

Os números inteiros resultam da síntese resultante da ordem (seriação) e da inclusão ou conjuntos contidos no outro (classificações), o que é feito pela abstração das qualidades. Daí números inteiros serem construídos de elementos puramente lógicos (seriação e classificação), que são reagrupados em uma nova síntese que leva em conta a qualificação através de um processo interativo. (1988, p.30)

Somente depois dos sete anos é que a criança chega à idéia operatória de número. Para que a criança construa a noção de número, ela passa por etapas como afirma Piaget, referendado por Dolle:

...1) das classes ela retém sua estrutura de inclusão (1 incluído em 2; 2 em 3 etc); 2) ela faz abstrações das qualidades, para transformar os objetos em unidades e faz também uma ordem serial, para distinguir uma unidade da seguinte (ordem espacial, temporal ou de simples enumeração). (1994, p.148)

Segundo Kamii e Declark (1992, p. 30), a natureza lógico-matemática do número estudada por Piaget é resultante de relações que a criança cria entre os objetos, por abstração reflexiva, que é a reflexão obtida não na realidade externa do próprio objeto, mas na realidade interna da própria criança. Sendo assim, a semelhança ou diferença entre dois conjuntos de objetos não está no próprio conjunto, mas na relação que a criança faz ao compará-los. Para que o conceito de número seja construído pela criança, fazem-se necessárias as relações de simetria e assimetria. Segundo Flavell (1992, p. 315), na teoria piagetiana, quando uma criança enumera um conjunto de objetos e diz o seu valor cardinal, esses objetos estão sendo considerados iguais, ou seja, a relação assimétrica foi aplicada, porém, apesar de os objetos desse conjunto serem considerados iguais, esses são tratados como diferentes; pois, ao serem enumerados, são colocados em seqüência, evidenciando a relação assimétrica necessária à construção do número.

As relações de afetividade e das interações sociais ocorrem também no estágio Operatório-Concreto e as transformações são profundas. De acordo com Piaget:

... transformações profundas se processam na afetividade da segunda infância . Na medida em que a cooperação entre os indivíduos coordena os pontos de vista em uma reciprocidade que assegura tanto a autonomia como a coesão, e na medida em que, paralelamente, o agrupamento das operações intelectuais situa os diversos pontos de vista intuitivos em um conjunto reversível, desprovido de contradições, a afetividade, entre os sete e os doze anos, caracteriza-se pela aparição de novos sentimentos morais e sobretudo, por uma organização da vontade, que leva a uma melhor integração do eu a uma regulação da vida afetiva. (1995, p.53)

A conduta de respeito mútuo conduz a formas de sentimentos morais novas e a consequência afetiva mais importante é o sentimento de justiça que a criança adquire por volta dos sete e oito anos. A partir desse momento, cada vez mais a justiça torna-se uma norma. Para que tantas transformações ocorram, o meio social tem papel fundamental para que as regras de vida em grupo sejam exercidas. Afinal, de acordo com Flavell:

... sem o intercâmbio de pensamento e sem a cooperação com outras pessoas, o indivíduo jamais consegue agrupar as suas operações num todo coerente: nesse sentido, o agrupamento operacional pressupõe a vida social. Mas, de outro lado, os intercâmbios reais do pensamento obedecem à lei do equilíbrio que só pode ser considerada como um agrupamento operacional, pois cooperar significa também coordenar operações. Portanto, o agrupamento é uma forma de equilíbrio das ações interpessoais e também das ações individuais e, nesse sentido, recupera sua autonomia no próprio âmago da vida social. (1992, p.182):

O estágio das Operações Concretas representa, para a criança, uma grande transformação de qualidade, pois a ela começa a estruturar as operações lógicas. O pensamento torna-se reversível, classificatório, conservatório, tem ordem serial, constrói o conceito de número, espaço, tempo e velocidade. Todas as construções contribuem para que a criança desenvolva o pensamento lógico, o qual só ocorre por meio de organização de sistemas de operações. Esse estágio é um marco fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático.

2.1.4- Estágio das Operações Formais

O estágio das Operações Formais tem por base o surgimento do raciocínio abstrato, que se caracteriza pelo fato de o pensamento da criança tornar-se reversível, o que faz com que ela possa estender o pensamento do real para o potencial, demonstrando uma tendência para o pensamento hipotético-dedutivo, pois consegue pensar com variáveis que estão potencialmente presentes; não manipula apenas variáveis reais, mas também variáveis hipotéticas. A característica principal do estágio das Operações Formais é a distinção entre o real e o possível, isto é, o sujeito tenta solucionar um problema imaginando todas as possíveis soluções, conforme seu entendimento e após o exame das possibilidades sob a ótica da experimentação e da análise lógica, verificando qual a melhor solução. O sujeito opera com a inversão entre o real e o possível a tal ponto que o real se subordina ao possível. O possível está em estreita relação com a equilibração. Logo, o conjunto de operações possíveis constitui um sistema de transformações virtuais que se compensam, ou seja, se equilibram.

Para que o adolescente tente encontrar o real dentro do possível é necessário buscar a hipótese verdadeira dentro do leque de hipóteses formuladas. Descobrir o real dentro do possível supõe que se possa considerar um conjunto de hipóteses que devem ser confirmadas ou refutadas. Quando uma hipótese é confirmada, ela passa a integrar a realidade do adolescente. A lógica não está para que o adolescente tente encontrar o real dentro do possível, é necessário buscar a hipótese verdadeira mais centrada sobre o real, mas sobre hipóteses (Flavell: 1992, p. 210).

O estágio das Operações Formais opera com hipóteses e deduções, por isso recebe o nome de hipotético-dedutivo. O lado hipotético do raciocínio consiste na possibilidade que o adolescente tem de fazer hipóteses, ou seja, não é necessário perceber o real; porque, nesse caso, o pensamento se desvincula do real e, assim, situações imaginárias podem ser pensadas. A parte dedutiva do pensamento consiste em ligar entre si argumentações que o levarão a conseqüentes deduções a partir de situações imaginadas.

Ao formular todas as hipóteses possíveis, na ótica do adolescente, o sujeito passa a fazer combinações, ou seja, trabalha com a análise combinatória para as possíveis soluções válidas para o problema em questão.

O estágio das Operações Formais é um pensamento proposicional, pois agora o adolescente toma os resultados das operações concretas, reorganiza sob a forma de proposições e opera com as proposições formuladas fazendo conexões lógicas entre eles. Segundo Flavell(1992, p. 210), Piaget denominou essa forma de operar de interproposicionais, porque abrange relações lógicas entre as proposições organizadas. Chamou também de operações de segunda potência, devido ao fato de as operações formais serem, na realidade, operações realizadas sobre os resultados das operações concretas anteriores.

A linguagem usada por pessoas desse período prova a postura hipotética-dedutiva, pois são incorporadas à linguagem expressões do tipo **se...então...** . Através do pensamento hipotético dedutivo, da análise combinatória e do pensar formulando proposições, entre outras possibilidades do estágio das Operações Formais, o adolescente tem uma boa base para a construção de um raciocínio científico. A partir desse raciocínio, o adolescente começa a controlar variáveis, testar empiricamente todas as possibilidades e interpretar logicamente os resultados.

Para Piaget, a construção do estágio das Operações Formais se dá através de vivências e experiências por que a criança passa, ou seja, à medida que a criança, através de suas experiências, torna-se mais eficiente em organizar e estruturar os dados com métodos operatórios concretos, ela percebe a ineficiência dos métodos para solução de problemas. Diante de novos desafios e problemas, a criança procura uma maneira mais eficaz de resolvê-los tentando isolar variáveis, fazendo combinações de fatores e testando causas e efeitos para, assim solucionar os desafios, estabelecendo vínculos lógicos de implicação.

As operações formais não são ações isoladas sem relações mútuas como eram as operações concretas, mas sim um sistema integrado. Piaget buscou analisar a estrutura em dois níveis. Ele procurou definir as propriedades lógico-matemáticas e especificar as subestruturas de esquemas de operações formais.

As propriedades lógico-matemáticas formam o sistema básico do pensamento do adolescente e os esquemas operacionais formais são esquemas especializados, os quais são acionados quando o adolescente se defronta com determinados tipos de problemas.

O pensamento do adolescente tem como característica o pensar todas as possibilidades, submetendo as variáveis à análise combinatória, que é considerada por Piaget a classificação das classificações. Nesse estágio, todas as hipóteses levantadas constituem o que Piaget chamou de estrutura de reticulado. O sujeito dessa faixa etária

tem uma técnica para produzir todas as combinações possíveis de reticulado, técnica que está baseada na classificação generalizada. O reticulado é um instrumento de cognição do adolescente pois, por meio do reticulado, atinge-se o objetivo de analisar a estrutura causal do problema.

No pensamento formal, além da propriedade do reticulado há também a propriedade do grupo, ou seja, uma estrutura que exige quatro transformações:

Identidade: quando aplicada não altera a proposição sob a qual opera.

Negação: muda a proposição fornecendo o seu oposto.

Reciprocidade: transforma permutando afirmações e negações e vice-versa, porém não alterando as operações.

Correlatividade: permite permutar as operações e não altera as afirmações e negações. Essas quatro transformações, INRC, constituem os elementos de um grupo sob a operação de multiplicação ou combinação e formam um modelo de cognição do adolescente, como afirma Piaget, citado por Flavell (1992): *“O grupo geral INRC é um modelo de cognição adolescente e é um sistema cognitivo de qualidade que abrange operações de lógica.”*

Segundo Piaget, comentado por Flavell (1992), as conquistas cognitivas do adolescente vão do geral para o específico devido aos esquemas operacionais formais, os quais formam um conjunto de instrumentos conceituais. Piaget descreve quatro desses esquemas: proporcionalidade, noção de probabilidade e de correlação e as compensações mais complexas.

O pensamento probabilístico permite ao adolescente justificar que o objeto possuidor de maior frequência num grupo é aquele que tem maior possibilidade de ser escolhido. Para perceber a probabilidade, o adolescente precisa ser capaz de dominar as operações lógicas de combinação e proporcionalidade. Em consequência do domínio da probabilidade, é que se chega a compreender a lei dos grandes números.

A operação lógica de correlação também chamada de indução de leis, é a operação propiciadora da construção de regras ou leis que relacionam entre si acontecimentos que podem envolver certo grau de randomicidade.

Em relação à forma como o adolescente lida com toda essa gama de evolução cognitiva, Piaget fala, referendado por Flavell:

O aumento indefinido de poder intelectual que os novos instrumentos da lógica proposicional, produz, inicialmente, uma capacidade de distinção entre as capacidades novas ou imprevistas do eu e o

*universo cósmico ao qual se aplicam. Em outras palavras, o adolescente ingressa numa fase em que atribui um poder ilimitado aos seus próprios pensamentos de modo que os sonhos de um futuro glorioso ou de transformação do mundo através de idéias (mesmo quando esse idealismo assume uma forma materialista) não são percebidas como meras fantasias, mas como uma ação efetiva que modifica o mundo empírico. Trata-se, obviamente, de uma forma de egocentrismo cognitivo. Embora difira nitidamente do egocentrismo da criança (que é sensório-motor ou simplesmente representativo, sem **reflexão** introspectiva), ele resulta do mesmo mecanismo e surge em função de novas condições criadas pela estruturação do pensamento formal. (grifo do autor). (1992, p.229):*

Assim, todos os traços descritos do Pensamento Formal unem-se para transformá-lo em instrumentos do raciocínio científico. O adolescente é capaz de achar solução correta para um genuíno problema de descoberta científica.

Esse quarto e último estágio do desenvolvimento, que ocorre por volta de 12 aos 17 anos, é um período decisivo para a intelectualidade do adulto, pois o adulto que não chega a construir o pensamento formal tem dificuldades para desempenhar sua função na sociedade de maneira satisfatória. Esse estágio de desenvolvimento cognitivo recebe o nome de formal, porque é capaz de distinguir a forma do conteúdo e considera a forma de raciocínio independente do conteúdo específico.

Com o estágio das Operações Formais, o adolescente tem condições de construir o conhecimento matemático trabalhando com hipóteses e fazendo as generalizações necessárias. Porém, é de fundamental importância que as escolas propiciem condições para que as etapas de desenvolvimento cognitivo sejam respeitadas; a fim de que, de fato, o aluno possa construir o conhecimento e não fazer da matemática a disciplina que encerra um amontoado de fórmulas sem sentido e aplicabilidade. A teoria de Piaget é uma teoria epistemológica e, como tal, tem por objetivo estudar os processos pelos quais o ser humano desenvolve a inteligência. Dessa forma, não se pode extrair implicações imediatas da teoria piagetiana para o ensino de matemática, mas se pode analisar como o pensamento lógico-matemático contribui para a formação dos conhecimentos de matemática.

O conhecimento lógico-matemático não é *ensinável*, como afirma Kamii e Drevies (1991, p. 25), porque é construído a partir das relações que ela, a matemática, estabelece entre os objetos e entre as relações, num processo de abstração reflexivante e de equilibração.

Para o desenvolvimento do conhecimento matemático pela criança, faz-se necessário que ela construa a idéia de número e saiba operá-los. Para Piaget, o número é construído pelo ser humano através da criação e coordenação de relações; as quais constituem âmbito da abstração reflexivante. Logo, não se deve ensinar matemática como se fosse um conhecimento social que se obtém pela interação na sociedade, mas propiciando condições para que a criança elabore e coordene relações entre objetos e relações sobre relações.

CAPÍTULO III

O ENSINO DIFERENCIADO DE MATEMÁTICA

Esse estudo enfoca a prática pedagógica de uma escola que disponha de um projeto de ensino diferenciado na área de matemática. Entende-se por um projeto diferenciado aquele que se distingue por buscar implementar um projeto específico para o ensino dessa disciplina institucionalmente formalizado, em que os professores sejam continuamente preparados e apoiados por condições, materiais e físicas, adequadas dispendo, inclusive, de um laboratório de matemática.

Uma proposta de ensino se coloca como diferenciada se consegue romper com a concepção de que a matemática seja destinada a poucos, mas que é um conhecimento que pode ser aprendido pelo aluno comum, pelo aluno que não precisa ter uma inteligência superior para compreendê-la. Porém, não é suficiente que a escola tenha essa concepção, porque é necessário oferecer condições para que ocorra a aprendizagem e, para tanto, faz-se necessária a atuação de professores que também tenham uma prática pedagógica coerente com a proposta de escola. É importante observar que o material didático a ser utilizado por professores e alunos esteja de acordo com a proposta diferenciada para o ensino.

Uma proposta diferenciada de ensino necessita estar fundamentada em teorias, que dêem sustentação para fazer o diferencial em termos de aprendizagem do aluno. Na proposta deve-se contemplar também a forma de avaliar todo o processo de ensino, sendo uma avaliação que aponte para o crescimento do processo ensino-aprendizagem e não como final de processo.

Um projeto diferenciado para o ensino de matemática propiciará ao aluno fazer aplicações da matemática em seu cotidiano, mas será também uma vinculação com o desenvolvimento cognitivo do aluno, pelo seu caráter reflexivo. O ensino deverá propiciar condições para que os alunos pensem e cheguem a conclusões a partir do que foi trabalhado, propiciando que o aluno tenha uma maior capacidade de argumentação.

A existência de um laboratório especificamente destinado ao ensino de matemática é um critério indicador do empenho da escola em propor e efetivar condições para o exercício dessa prática. Com isso não se pretende afirmar que a existência do laboratório implique necessariamente uma prática diferenciada de qualidade e nem mesmo que a existência de um laboratório seja imprescindível para a consolidação de uma prática dessa

natureza. O estabelecimento desse critério partia, apenas, do suposto de que sua existência tornava mais visível o projeto pedagógico da escola. Entende-se que a iniciativa para se constituir um lugar especial para ensinar matemática demonstra que essa disciplina, neste ambiente de ensino, requereu um olhar especial por parte dos professores e da equipe técnica da escola.

Entendia-se, finalmente, que deveriam ser estudados apenas os projetos formalmente propostos pelas escolas, não devendo incluir iniciativas de professores e grupos de professores isolados que não fossem apoiados por projetos institucionais.

3.1- A seleção da escola estudada

Para estudar uma proposta com as características acima citadas, foi feito, no ano de 1999, um levantamento junto às secretarias de educação municipal e estadual. O critério para a seleção do universo a ser estudado baseava-se na escolha de uma escola que dispusesse de um projeto diferenciado para o ensino de matemática e que destinasse um espaço para o ensino dessa disciplina, porque, acreditava-se, como foi dito acima, que esses critérios seriam indicadores de que, nessas escolas, a matemática fosse objeto de discussão e de reflexão e, ainda, que houvesse uma preocupação em transformar esse ensino.

O levantamento junto às secretarias de educação constatou que nenhuma escola pública municipal ou estadual dispunha de uma sala de matemática ou um laboratório ou mesmo um “cantinho da matemática”.¹ Em vista disso, decidiu-se verificar a existência de projetos diferenciados para o ensino de matemática nas escolas pertencentes à rede privada. A Superintendência de Planejamento e Programação da Secretaria de Educação de Goiás (MEC/INEP/SEE/SUPP) forneceu um relatório com o rol de escolas particulares da cidade de Goiânia, em que constavam 318 unidades que compõem a rede particular de ensino da cidade.

Mediante contato por telefone com as coordenadoras, diretoras e, em alguns casos, com as professoras, foram identificadas 160 escolas que oferecem o Ensino Fundamental de quinta à oitava séries. Verificou-se, ainda, que todas essas escolas identificavam como planejamento específico de matemática os planos de cursos anuais, que são exigidos em todo início de ano letivo. Das 160 escolas que atendiam as séries de quinta à oitava, observou-se que apenas 05 delas relataram possuir projetos específicos na área de

¹ No ano 2000, o Colégio Liceu de Goiânia criou uma sala intitulada Laboratório Caseiro de Matemática.

matemática. Questionando-se, ainda por telefone, sobre a natureza desses "projetos", foi detectado que em apenas uma escola havia a preocupação sistemática de formação matemática, pois as outras quatro tinham projetos orientados para situações isoladas, como a promoção de eventos do tipo "supermercado", "feirinha de matemática", "mostra de matemática", com exposição de trabalhos de matemática expostos nas feiras de ciências que a escola promove.

Quanto aos materiais pedagógicos de apoio às aulas de matemática, as informações obtidas permitiram dividir as escolas em 03 grupos: as que dispunham de materiais adquiridos prontos (que foram comprados de fornecedores especializados); as que utilizavam materiais confeccionados na escola, e as escolas que não tinham nenhum material para apoio didático-pedagógico. Dentre as escolas que possuíam materiais (adquiridos ou confeccionados), foi relatado que a maioria dos materiais era utilizado apenas pelas professoras da primeira à quarta séries. Verificou-se a existência de apenas um laboratório com destinação exclusiva para o ensino de matemática, localizado justamente na única escola que informou possuir um projeto diferenciado de ensino de matemática.

Foi localizada, portanto, apenas uma unidade que preenchesse os critérios pré-estabelecidos para a seleção da escola a ser estudada, facilitando, assim, a sua definição.

3.2- Observando a escola

A escola selecionada pertence à rede particular de ensino, tem 28 anos de existência, possuía 820 alunos no ano de 2000 da educação infantil até a oitava série, nos turnos matutino e vespertino oferecidos em suas duas unidades: uma delas com uma área de 1500 m² e a outra, 600 m². A unidade estudada nessa pesquisa é a que dispõe de maior espaço físico, que é também a mais antiga e onde fica sediada a sua direção administrativa e pedagógica.

Conta com 18 salas de aula, com salas destinadas à direção, aos professores e à coordenação, além de uma pequena biblioteca, um auditório de 50 lugares, laboratórios de matemática, informática e de ciências, além de uma grande área de lazer, com jardim,, piscina e quadras de vôlei e de basquete.

A escola conta com assessoria pedagógica, sendo sua equipe técnica formada por 8 pedagogas, 6 psicopedagogas, e pessoas com formação em licenciaturas específicas,

como Letras e Geografia. Seu quadro de professores está constantemente realizando estudos, mediante grupos de estudo ou cursos de capacitação promovidos pela própria escola ou fora desta, bem como buscando assessoria de uma professora da PUC de São Paulo, doutora em educação, vinculada à Associação Brasileira de Psicopedagogia.

A elaboração do projeto diferenciado para o ensino de matemática foi pensada pela escola muito antes da criação do laboratório, sendo que a escola já possuía muitos jogos, elaborava seu próprio material didático-pedagógico e já apresentava a preocupação de realizar reuniões pedagógicas em que ocorria a discussão sobre como melhorar a aprendizagem dos alunos nesta área considerada tão difícil para os alunos. A partir das dificuldades observadas pelas professoras em seus alunos, no âmbito da matemática, nasceu a necessidade de se trabalhar os conteúdos de outra forma, privilegiando o uso de jogos materiais concretos reunidos em um espaço próprio, o que levou à sugestão de criação de um espaço especialmente dedicado ao ensino de matemática. Em 1991 duas professoras foram designadas para a tarefa de criar esse laboratório, sendo que uma professora fazia parte da equipe da escola e a outra, uma professora da Universidade Federal de Goiás, foi contratada para dar o formato do laboratório, não só em sua estrutura física, mas principalmente no assessoramento aos professores e equipe da escola.

O laboratório de matemática contou inicialmente com os materiais didáticos já existentes na escola, além dos materiais confeccionados pelas professoras juntamente com os alunos, e também pela assessora da escola, que serão posteriormente descritos. O objetivo maior do projeto era propiciar uma prática pedagógica diferenciada no ensino de matemática, possibilitando que os alunos, de fato, aprendessem matemática e não apenas, serem repetidores de fórmulas e cálculos sem sentidos. A teoria que fundamenta a prática pedagógica desenvolvida no laboratório e também no cotidiano das aulas de matemática está baseada nas teorias de Piaget. As professoras durante todo o processo de implantação do projeto pedagógico em matemática estudavam textos de Piaget e alguns de seus seguidores, como Constance Kamii, além de outros autores como Vygotsky, Ausubel e Paulo Freire.

Para descrever o dia-a-dia das salas de aula de matemática da escola foram abordados aspectos importantes para delinear como a prática pedagógica se processa e sobre como o aluno trabalha com a matemática. Estes aspectos permitem apreender

como de fato ocorre o ensino de matemática nesta escola selecionada, supondo que as regularidades observadas expressem o processo pedagógico analisado.

O trabalho pedagógico da escola está organizado em forma de projetos interdisciplinares, sendo assim, busca a contextualização da matemática nas diversas áreas do conhecimento e vice-versa. Em suas duas unidades e em todas as séries, é abordado o mesmo tema para os projetos desenvolvidos nas disciplinas, sendo que este tema é escolhido pela equipe técnica e professores. No trabalho desenvolvido pela escola especificamente na área de matemática, todos os alunos têm acesso ao Laboratório de Matemática, que é um espaço onde tem materiais pedagógicos industrializados, confeccionados por encomenda pela escola e materiais confeccionados pelos professores e alunos.

Na proposta pedagógica da escola fica clara a relevância de se trabalhar a matemática a partir de situações problemas, sendo o ponto de partida um contexto problematizado, que gera a necessidade do conhecimento, para depois, trabalhar o conceito. A partir dos problemas o encaminhamento didático-pedagógico é propiciar condições para que o aluno leia o problema, o interprete e possa estruturar um caminho para dar uma solução ao mesmo. Para resolver os problemas os alunos devem ser incentivados a trabalhar com o material concreto, sempre que a situação for pertinente, porém a proposta indica que paulatinamente o aluno deverá sair da atividade concreta para a abstrata. Faz parte também da proposta da escola trabalhar com a história da matemática, visando contextualizar os conteúdos para um melhor entendimento dos conteúdos ensinados. A escola trabalha com o registro e relatórios das atividades desenvolvidas. Outra forma de trabalho proposta é o uso de tecnologias para o desenvolvimento do conhecimento matemático e, para isto, a escola propõe o uso da calculadora com os alunos e também de computadores para o desenvolvimento de atividades ligadas à matemática. O uso de jogos e a manipulação de materiais concretos em sala de aula também são recursos aplicados na escola para o desenvolvimento do conhecimento matemático, porém o diferencial da proposta é a forma como o conhecimento matemático é visto, ou seja, qual o papel da matemática na formação intelectual do aluno. A matemática, nesta escola, é tida como uma das disciplinas que propiciam o desenvolvimento da capacidade de pensar com lógica, com coerência e dessa forma, não se cobra do aluno a memorização de fórmulas e teoremas, mas saber como solucionar os problemas a partir das situações e aplicando o que foi aprendido. Na escola observada não há uma preocupação com a matemática formal considerada pela escola

como uma abordagem que não dá importância ao contexto real, apesar de não descartar a construção de conhecimentos matemáticos necessários para a sustentação da própria matemática, como por exemplo, cálculos algébricos, que têm por função dar sustentação ao desenvolvimento da própria matemática, enquanto ciência, ou seja, a matemática para matemáticos não se faz presente nesta escola, mas a presença é da matemática para a vida, a matemática para o aluno que segue aprendendo, sem no entanto se perder em um formalismo desnecessário.

Foram observadas as aulas de duas professoras e seus respectivos alunos nas séries de quinta a sétima séries. Foram feitas, ainda, entrevistas com essas professoras e com a diretora e realizado um exercício com os alunos, com o objetivo de analisar como eles lidam com o conhecimento matemático.

Ao todo foram observadas 48 aulas, sendo 16 de cada série, no período de agosto a outubro de 2000. As observações se restringiram até a sétima série devido ao fato de serem, estas turmas as primeiras turmas a participarem da proposta de ensino diferencial para a matemática, pois esses alunos estavam na primeira série do ensino fundamental, quando o laboratório foi fundado, em 1994. As observações eram escritas e tentavam registrar atividades de professoras e alunos.

As entrevistas com as professoras propiciaram traçar um perfil de cada uma delas em relação à prática pedagógica.

A professora A é formada em pedagogia e trabalha há 25 anos nessa escola, acumulando atualmente as funções de professora e coordenadora da área de matemática. Ela afirma que desde o início do trabalho na escola tem procurado conhecer e aprimorar-se na área da matemática. Por algum tempo trabalhou com a matemática nas quartas séries e depois assumiu as turmas de quintas-séries. Colaborou com a criação do laboratório de matemática, auxiliando a professora da UFG contratada para sua implantação, passando a substituí-la na coordenação do laboratório quando esta deixou a escola. A professora A diz participar regularmente de cursos de capacitação na área de matemática e na área pedagógica em geral; procurando ir às oficinas oferecidas pelos autores de matemática e seus editores. Ela ainda relata que faz o planejamento anual na escola, juntamente com os outros professores da área. O planejamento das aulas ocorre de quinze em quinze dias e é feito em casa pelos professores, o planejamento feito pelos professores deve conter não apenas os aspectos relacionados aos conteúdos de matemática, mas também os procedimentais (como o aluno elabora estratégias de resolução buscando a sua aprendizagem) e aspectos atitudinais. Segundo a professora,

para a elaboração dos planos de aula, utiliza outros livros didáticos na área de matemática, bem como os livros da área da educação e da psicologia, tais como os livros de Piaget e Vygotsky e outros autores que abordam esses teóricos. Outros livros que apóiam as professoras em seus planejamentos, são as coleções de paradidáticos da área de matemática, como as coleções: Para que serve a matemática, A descoberta da matemática, Contando a história da matemática entre outras.

A professora A, ao responder a pergunta sobre como ela classifica a sua prática pedagógica, ela diz que tem mais práticas construtivistas em sala de aula, busca estimular bastante seus alunos, visando um resultado satisfatório para os alunos e para ela. Para ela, a matemática é uma disciplina que ensina a pensar e como tal, a professora deve ter uma prática que propicie o pensar.

A professora relata que costuma levar para a sala de aula jornais, revistas, textos, pesquisas da internet e filmes (como, por exemplo, "Pato Donald no país da Matemática") com a finalidade de prover material para a pesquisa dos alunos. Estes também têm a liberdade de levar para a aula, artigos, recortes e outros materiais que desejem mostrar ou analisar com a professora e alunos.

Apesar de toda a preocupação que a referida professora relata ter com a aprendizagem de todos os alunos ela expressa também sua grande preocupação em cumprir todo o conteúdo programado.

Como a escola tem por meta trabalhar com a pedagogia por projetos de trabalho, a professora A relata que seu planejamento tem como alvo ser um trabalho interdisciplinar que contemple o histórico de tudo o que é trabalhado, os assuntos são interligados e há uma preocupação com a contextualização.

Em relação à avaliação, a professora A relata que tem buscado formas mais coerentes de avaliar, propiciando várias oportunidades dos alunos mostrarem o que de fato aprenderam, havendo um compromisso de sua parte em observar e reconhecer o nível real de aprendizagem do aluno, segundo suas palavras, ela observa o interesse do aluno de forma global, em suas facilidades e dificuldades. A professora, em comum acordo com as normas da escola, diz praticar uma avaliação contínua. Para ela, o erro é indicativo de replanejamento, pois o mesmo é analisado para determinar se houve distração, conflito, confusão ou se o aluno não entendeu o conteúdo trabalhado. A partir dessa constatação, ela procura elaborar relatórios sobre o conhecimento prévio do aluno e retoma questões ainda não aprendidas, o que não acarreta dificuldades em sua dinâmica de aula, pois a professora trabalha com um planejamento flexível. Os alunos são

analisados individualmente para, segundo a professora, serem estimulados verbalmente e por escrito.

Em relação à disciplina em sala de aula, a professora A diz estar conseguindo com a prática do diálogo, "negociar sem ofensa" e conscientizar todos os alunos sobre a importância de uma postura comprometida com a aprendizagem. O relacionamento dela com alunos, segundo relato feito, é muito afetivo e caloroso, pautado com muito respeito e compromisso, o que seria devido ao fato de haver uma grande preocupação em realizar um trabalho individualizado com o aluno.

Ao assumir o trabalho da coordenação de área e do laboratório de matemática da escola, a professora A diz reafirmar seu compromisso com a matemática. É objetivo dela que a matemática seja "ressignificada", ou seja, que a matemática tenha significado para a vida, que cada vez mais os alunos gostem dela e a apliquem em suas vidas.

O trabalho de coordenação destina-se a todas as séries da escola, da Educação Infantil e Ensino Fundamental. Segundo a Professora A, enquanto coordenadora, ela orienta as professoras, dá assistência aos alunos da segunda fase que têm dificuldade, coordena o laboratório de matemática e dá suporte para a manutenção e desenvolvimento do mesmo. A coordenadora também supervisiona todos os projetos da escola, relativo às partes ligadas à matemática. Outro trabalho que a professora também orienta é a apresentação de oficinas e ou atividades desenvolvidas na área de matemática, tais como exposições, jornadas de matemática e outros.

A professora B leciona para as sextas e sétimas séries, é graduada em Economia e Matemática, tem vinte anos de profissão e nove que é funcionária da escola que está sendo analisada e trabalha também na rede municipal de ensino no período noturno. Ela relata que participa de cursos de capacitação promovidos pela própria escola e também outros cursos ligados à matemática. Ela diz ser uma professora que se considera "mais construtivista", mas que, alguns momentos, ainda é uma "professora tradicional". Em relação ao vínculo com os alunos, ela relata que tem um bom relacionamento com a turma e trata os alunos com carinho e respeito.

A professora B também faz seu plano anual na escola e faz o planejamento das aulas em sua casa. Segundo seu relato, ela inicialmente pensa no que vai ensinar, procura livros didáticos sobre o assunto e materiais que necessários, além de confeccionar alguns materiais específicos. O material básico utilizado é o quadro e giz, folhas fotocopiadas e recortes. Ela também leva para a sala outros livros didáticos, que são consultados pelos alunos em suas pesquisas em sala de aula, visando com isso uma

prática de sempre buscar conhecer em outras fontes, além do livro-texto. Neste tipo de procedimento os alunos sentam em grupos, estudam e fazem atividades de pesquisa. O planejamento também abrange as atividades que são desenvolvidas nos projetos da escola, principalmente com a disciplina Português. Os projetos da professora B, segundo ela, buscam sempre integrar o conhecimento trabalhado no bimestre com a temática proposta pela escola para o período.

A avaliação, para a professora B, é um processo que ocorre em vários momentos e de forma bem diversificada, pois assim propicia um *feedback* para a professora. A prática avaliativa da professora propicia que os alunos sejam avaliados em duplas e também individualmente, com e sem consulta aos livros e cadernos, ela elabora trabalhos, pesquisas, seminários e trabalha com biografias, todas as atividades extras são valorizadas como momento de avaliar a participação e aprendizagem dos alunos. Para a professora B, a avaliação deve ocorrer em diversos momentos, sendo assim, ela está sempre avaliando as atividades produzidas pelos alunos, desde a tarefa de casa até a prova avaliação propriamente dita.

Em relação aos alunos que não conseguem acompanhar o ritmo de aprendizagem da turma a escola oferece a recuperação paralela, que ocorre ao final de cada bimestre. A professora B faz um acompanhamento bem de perto com os alunos que estão necessitando mais de suas explicações. A professora relata também que o erro do aluno é suporte para a construção do conhecimento, ela busca refazer as questões das provas de maneira mais individual. O aluno também é muito incentivado pela professora B, através de bilhetes nas avaliações e também oralmente.

Com relação à disciplina, a professora B diz estar conseguindo que a turma trabalhe, buscando estar de bom humor e também propondo atividades cada vez mais interessantes e assim obter a atenção concentrada nas atividades e conteúdos de matemática.

Em relação ao conteúdo ministrado pela professora B ela relata que cumpre em torno de 90% do conteúdo programado e que ela busca contextualizar os conteúdos propostos no livro, com o objetivo de tornar as aulas mais interessantes.

3.3- As aulas de matemática

Nas salas de aulas das três séries analisadas não havia cartazes e nem estímulos visuais ligados à matemática para as séries deste estudo. Foi constatado que as salas de

aulas eram utilizadas, no período vespertino, por crianças da Educação Infantil e sendo assim, a estimulação era direcionada para estas séries.

A sala de aula da quinta série tem a organização de carteiras em filas, porém quando às vezes a professora A chegava e encontrava as carteiras em outra disposição, os alunos já as organizavam. Como o espaço para as 30 carteiras era pequeno, a disposição propiciava à professora melhor condição para atender aos alunos nas carteiras, pois, como mostra a figura abaixo, os alunos podiam ficar todos virados para o quadro negro e para a professora. Observou-se também que se sentavam à frente os alunos que requeriam maior atenção da professora, por terem dificuldades de aprendizagem ou na disciplina.

Nas aulas da professora A, o início das aulas é demarcado pelo retomada de atividades anteriores, sejam para recordar os últimos conteúdos ou para recomeçá-las. A professora tem uma preocupação com a ligação entre uma aula e outra, para que os alunos possam situar-se.

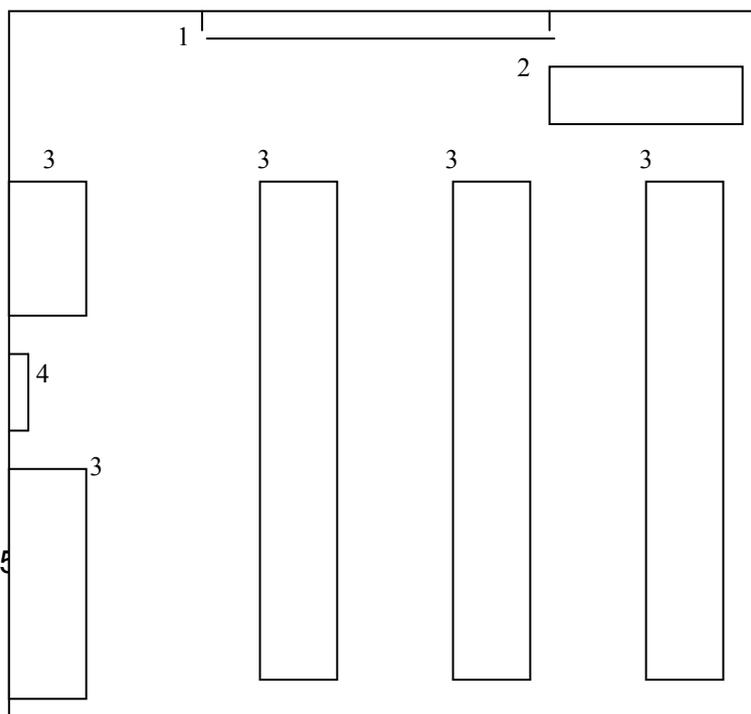
A aula continua com a introdução dos conteúdos, porém, na grande maioria das vezes, esse conteúdo é formalizado ao final da aula, pois a introdução do mesmo se dá fazendo-se atividades de construção através de dobraduras, receitas, atividades com papéis diversos e com jogos pedagógicos que a escola tem em seu laboratório. No transcorrer da aula, a professora questiona os alunos a respeito do que estão fazendo e as etapas das atividades são transcritas. É importante salientar que as etapas são feitas em conjunto, isto é, a professora só passa para a próxima etapa após a maioria dos alunos terem terminado a etapa anterior. Algumas das aulas são realizadas em grupo, mas, na maioria das vezes, ocorrem atividades individuais. Nas aulas em grupo os alunos têm a opção de escolher com quem desejam trabalhar. A professora A não usa o livro didático com muita ênfase, porém utiliza jornais, revistas, pesquisas da internet que os próprios alunos trazem, filme e materiais do laboratório.

Após o término das atividades, a professora pede um registro da atividade desenvolvida pelos alunos, que fazem os registros aparentemente sem dificuldades, já que o registro da aula realizada parece ser uma prática comum. Quando há tarefa de casa, a professora dá o visto no caderno dos alunos, passando de carteira em carteira, fazendo observações sobre o trabalho desenvolvido.

A professora tem um relacionamento caloroso e afetivo e trata os alunos com muito respeito. A aula é alegre e a professora sorri muito para os alunos, incentivando-os quando eles participam. Há uma preocupação também com estar perto dos alunos,

quando ela anda pela sala, observando a produção dos alunos, questionando-os e tirando dúvidas.

Figura 1
Estruturação física da sala de quinta-série



- 1- Quadro-negro
- 2- Mesa da professora
- 3- Carteiras
- 4- Porta
- 5- Janela

Distinguindo-se da prática adotada pela Profa. A, nas aulas da Prof.a B, a dinâmica predominante é a aula expositiva dialogada. O início de aula, na maior parte das vezes, consiste em conferir quem fez a tarefa de casa e em a professora passa dando visto nos cadernos de quem fez e anotando em pontos positivos sinal (+) ou negativos com sinal (-) para quem não realizou a tarefa.

A professora quase sempre leva para a sala de aula materiais extras para ministrar as aulas. Esses materiais são jornais, régua, transferidor, materiais impressos, recortes e materiais do laboratório, que são manipulados pela professora e alunos.

Durante a maioria das aulas, a professora estimula a participação dos alunos, perguntando e argumentando sobre as perguntas que eles fazem. A participação também é incentivada nas gincanas que a professora organiza, bem como chamando os alunos para resolverem problemas no quadro. A introdução do conteúdo, na maioria das aulas observadas, foi feita utilizando uma situação problema. A partir da problematização, os alunos começam debater sobre a temática, criando assim condições para a professora começar falar do conteúdo proposto para a aula. A seguir a professora B, passa atividades para serem desenvolvidas na sala de aula, sendo que algumas vezes os alunos realizavam em grupos e em outras, individualmente. Essas atividades ora são retiradas do livro didático adotado, ora são criados pela própria professora e passadas no quadro. A professora B também realiza atividades em grupos maiores, pedindo aos alunos que apresentem seminários e resoluções de exercícios no quadro.

A professora tem um bom relacionamento com os alunos, trata-os com carinho, respeito e é muito bem-humorada. Ela sempre procura conversar com os alunos sobre outros assuntos, ligados à matemática, mas interessantes para a faixa etária dos alunos.

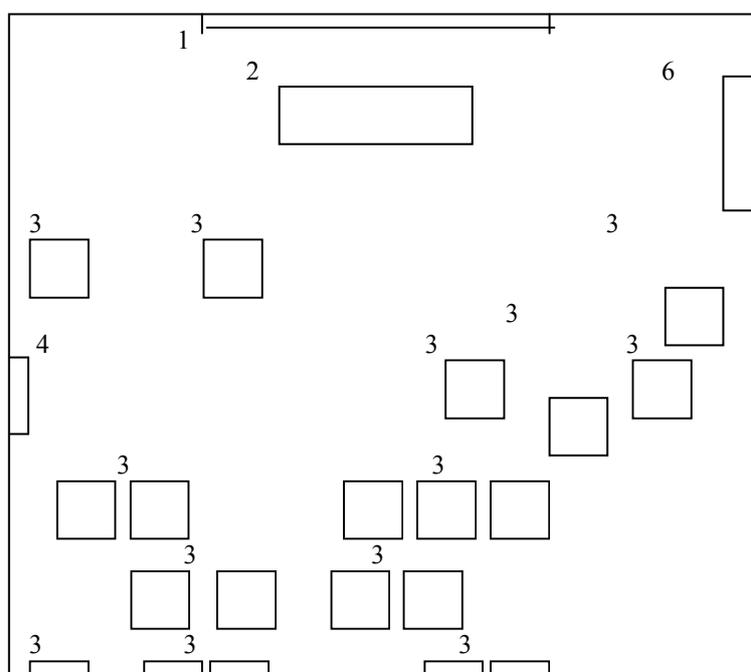
A finalização da aula da professora B, geralmente ocorre com a anotação da tarefa a ser feita e ou solicitação de materiais para realizar a aula seguinte, esses materiais geralmente era cola, papéis e recortes de revistas ou jornais.

Nas salas de aula da professora B, que lecionava na sexta e sétima séries, as carteiras não obedeciam a uma fila rígida, sendo que freqüentavam 20 e 14 alunos respectivamente.

A conformação física mais freqüente nas aulas da professora B é a seguinte:

Figura 2

Estruturação física da sala de sexta e sétima séries



Legenda:

- 1- Quadro-negro
- 2- Mesa da professora
- 3- Carteiras
- 4- Porta
- 5- Janela
- 6- Estante de materiais da sala de Educação Infantil (turno vespertino)

A professora B não exigia carteiras com disposição rígida, porém ela andava a sala inteira nos diversos grupos, bem como atendia aos alunos que preferiam ficar sozinhos. Muito raramente as carteiras ficavam em fila.

3.4- O laboratório de Matemática

O Laboratório de Matemática, segundo relato da diretora, foi fundado em 1991, porém as idéias relacionadas a uma matemática ensinada de forma diferente já existiam muito tempo antes. A idéia de um laboratório de matemática começaram desde a fundação da escola, quando a escola já tinha em seus materiais pedagógicos jogos matemáticos, jogos estes que tinham como conteúdo básico: a tabuada, figuras geométricas, ordenação de tamanho e cores, entre outros, além do material dourado, que é um material pedagógico para trabalho com o sistema de numeração decimal.

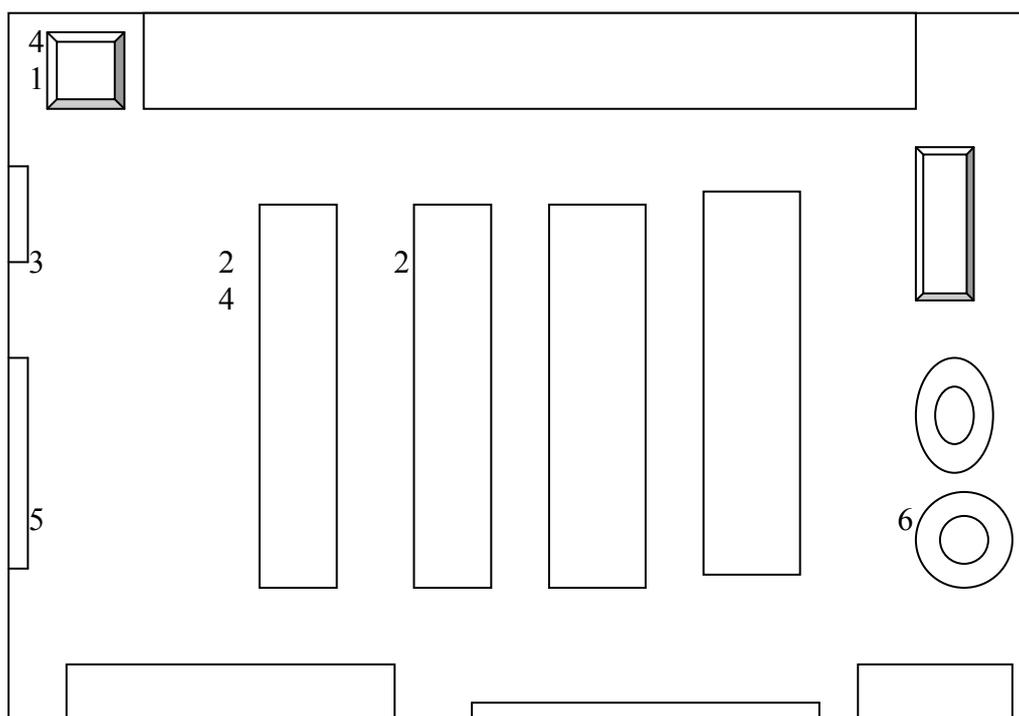
O laboratório nasceu do anseio da direção, da professora A e da equipe técnica da escola, que a partir dessa necessidade desenvolvida, convidou uma professora de matemática da UFG, que já trabalhava na linha da educação matemática. O laboratório levou três anos para ser montado e contava com matérias que a escola já tinha e com materiais que foram construídos especialmente para o ensino de matemática. Inicialmente a frequência era obrigatória e todas as turmas iam duas vezes por semana, as professoras recebiam assessoramento da professora da UFG, que acompanhava os planos de aula e as aulas propriamente ditas. Após a realização das aulas os professores faziam um relatório sobre as atividades desenvolvidas.

Segundo a coordenadora da área (professora A), o Laboratório de Matemática, em seu início era visto pelos alunos como a sala de brincar e jogar, porém com a sistematização das atividades propostas pelos professores a sala começou a ser vista como espaço de aprender. A reunião semanal que acontecia com todas as professoras fazia com que a cada dia as atividades fossem ficando cada vez mais elaboradas e pensadas para um maior desenvolvimento da matemática. O grupo envolvido começou a produzir materiais pedagógicos também com os alunos, esses materiais ora eram sugeridos pelos professores, ora eram resultados de estudos e da criatividade dos próprios alunos. A criação do laboratório e a prática pedagógica propiciada por seus recursos eram, nos primeiros tempos, resultados da vontade de toda equipe de fazer uma prática diferenciada e nem tanto resultado de estudos que culminassem na necessidade de se criar um laboratório; Porém com o passar do tempo, a equipe começou estudar de forma sistemática o que levou ao desenvolvimento de mais atividades e de entender mais

o papel do laboratório, que não era apenas um lugar físico, mas um espaço para se pensar uma matemática para a vida. A teoria buscada neste momento foi a teoria piagetiana, que fez com que a equipe pudesse criar situações para que os alunos se desenvolvessem cognitivamente, agora com uma teoria epistemológica sistematizada.

O laboratório tem três tipos de materiais: materiais pedagógicos industrializados, materiais confeccionados pelas professoras e materiais confeccionados pelos alunos. O laboratório, por atender alunos desde Educação Infantil até oitava série, tem materiais variados, contando com um espaço bem maior do que a sala de aula convencional da escola, pois sua área total é o equivalente a duas salas de aula.

Figura 3
Estrutura física do laboratório de Matemática



Legenda:

- 1- Estantes de materiais didáticos
- 2- Carteiras
- 3- Porta
- 4- Painéis
- 5- Janela
- 6- Mesa de exposição de trabalhos dos alunos

7- Quadro-negro

Segundo a coordenadora de área, inicialmente, não havia uma teoria explícita por trás do trabalho feito no laboratório, mas aos poucos a escola começou estudar a teoria piagetiana e depois a vygotskiana, bem como textos que davam suporte para a proposta de matemática. Além do estudo o grupo de professores e equipe técnica da escola se reuniam duas vezes por bimestre, com a assessoria de a professora da PUC de São Paulo, para refletir sobre a prática pedagógica que estavam desenvolvendo.

Após nove anos à frente do laboratório de matemática, a professora da UFG se desligou da escola, ficando a professora A como coordenadora. A atual coordenadora continua sendo a professora A, que continua trabalhando junto a todos os professores da Educação Infantil, Ensino Fundamental, da área de matemática.

Atualmente o laboratório tem materiais² feitos pelos alunos e professores, bem como materiais industrializados.

3.5- Abordagens metodológicas empregadas

O conjunto das observações realizadas permitiu verificar a recorrência de alguns traços típicos que caracterizam as aulas das duas professoras, a saber: a manipulação de objetos, a elaboração de relatórios dos alunos sobre os conhecimentos matemáticos desenvolvidos, seminários, pesquisas, oficinas de atividades, dobraduras, busca da história da matemática, atividades de recorte e colagem, contextualização de situações a partir de problemas, uso de receitas culinárias e atividades escritas em grupo e individuais. A apresentação dessas diferentes abordagens metodológicas evidencia, segundo a direção, a busca constante da escola em estar sempre aprimorando a sua prática pedagógica em matemática e assim atender ao projeto maior que é a formação de alunos que apliquem a matemática para a vida e para desenvolver o pensamento lógico-matemático.

A manipulação de objetos ocorre nas aulas do laboratório, bem como quando as professoras levam para a sala objetos, papéis, mapas, material pedagógico, entre outros

² - Jogos diversos (pentaminós, tangrams, corrida, tabuada, autódromo etc), balança, cubo versátil, recipiente de medida do decímetro cúbico, funil, sucata, material de contagem diverso, papéis (quadriculados e outros), varetas, figuras geométricas, dobraduras, quadros sobre assunto de matemática, polígonos, sólidos geométricos, embalagens, ábaco, materiais sobre fração, material dourado, geoplano, poliedros de vidro, quadro de giz e régua.

que visam a construção do conhecimento pelo aluno também facilitada pela intermediação do trabalho com o material concreto. Em uma aula observada na quinta série, pode-se exemplificar essa forma didática de trabalhar o conteúdo, como mostra a aula da professora A, descrita abaixo.

Em uma aula sobre ângulos, na quinta série em que a professora A leciona, com 30 alunos presentes, dos quais 14 eram meninas, a aula ocorreu na sala de aula convencional onde as carteiras estavam dispostas em filas. Foi observado que a professora procurava resgatar a história da matemática estabelecendo vinculações com a própria história do Brasil, ela fazia referência como o ângulo é importante na navegação e principalmente no período das Grandes Navegações, em que os navegantes usavam os ângulos sem contar com aparelhos que indicavam com precisão o ângulo a ser obtido para chegar ao destino pretendido. Em diversos momentos, ela utiliza materiais para realizar com os alunos dobraduras, para explicar o que é ângulo. Ficou evidenciado também que a professora preocupa-se muito em questionar os alunos sobre o significado do que está sendo feito por eles, bem como mostrar a relevância dos conteúdos matemáticos, pelo fato da matemática estar no cotidiano. A observação da sala também propiciou condições para se perceber que os alunos não têm aversão em relação às aulas de matemática, nem a realização de exercícios, pois na maioria das aulas observadas, foi percebido entusiasmo em realizar as atividades propostas nas aulas, o que favorece uma maior aprendizagem. Foi percebido também que a professora busca fazer um trabalho interdisciplinar, além de estar constantemente questionando sobre os conteúdos que estão envolvidos na atividade desenvolvida. É muito claro que a atividade do aluno é a tônica da aula, mas não só a atividade com material concreto, como também a atividade de pensar sobre os conteúdos analisados. A professora A também propicia condições para que o aluno tenha autonomia de buscar o conhecimento, ela incentiva as descobertas, utilizando as perguntas dos próprios alunos, que não são respondidas de imediato, mas são colocadas para a turma pensar. Percebe-se que ela, em diversos momentos, confrontava o conhecimento dos alunos com a teoria, que ora ela ia ensinar. Ao final das aulas os alunos organizavam o pensamento relativo aos conhecimentos abordados durante o período através de relatos, orais e escritos.

Na escola analisada há uma preocupação muito grande em relação à organização do pensamento do aluno em relação ao conteúdo e para tanto faz parte da prática pedagógica que os alunos façam o relatório do que foi aprendido. Segundo a coordenação da escola isto se deve ao fato da equipe da escola acreditar na importância que a

linguagem tem na formação de conteúdos. Abaixo alguns exemplos de relatórios produzidos pelos alunos da quinta série, após a parte de trabalhos em grupos em relação ao conteúdo de fração:

Relatório sobre a aula de frações

A professora entrou na sala e nos entregou $\frac{4}{4}$. Cada grupo tinha $\frac{4}{4}$.

Eram divididos em $\frac{1}{4}$, depois nos entregou 60 lacres e mandou-nos dividirmos os lacres em cada $\frac{1}{4}$.

O inteiro corresponde a 100%. Como eram separados em 4 pedaços, cada pedaço corresponde a 25%.

Relatório sobre a aula de frações

Hoje fizemos uma aula bastante criativa, na qual trabalhamos com um círculo de madeira dividido em quatro quartos = $\frac{4}{4}$. Neste $\frac{4}{4}$ descobrimos como colocar 60 lacres de latinhas de refrigerantes.

Relatório sobre a aula de frações

Na aula de matemática de hoje fizemos uma grande descoberta, um tesouro, foi legal formar várias coisas com um círculo dividido em quartos $\frac{1}{4}$.

Os relatórios acima são realizados pelos alunos, nos próprios cadernos, os alunos só fazem a leitura dos relatórios se assim o desejarem, porém foi observado que a maioria quer ler. A professora A, às vezes, faz alguns comentários sobre aspectos abordados nos relatórios. Nas observações das aulas, identificou-se que a professora não comenta o nome do aluno, mas como ele estruturou o pensamento em relação ao conteúdo trabalhado em sala, que descobertas foram feitas, além de itens curiosos sobre a relação que o aluno fez com outros conteúdos da matemática e de outras ciências.

Outra forma de trabalho diferenciada foi observada nas aulas da professora B, que também valoriza o uso da linguagem em suas aulas de matemática, isto fica evidenciado quando ela propõe a técnica do seminário, metodologia muito aplicada nas aulas de geografia e de história. A descrição abaixo refere-se a uma aula em que a professora B propõe esta forma de trabalho. A turma analisada foi a sétima série, com o tema: triângulos. A sala de aula tem apenas 14 alunos e a disposição das carteiras é a forma circular. A forma de conduzir a aula mostra como a professora propõe que os alunos busquem o seu conhecimento. Ela, inicialmente, não explicou o conteúdo, apenas dividiu os tópicos e organizou os grupos. Cada equipe pesquisou em diversos livros, além de consultar a própria professora. É importante observar que os alunos iam até o laboratório, buscavam o material que eles achavam interessante para a apresentação e construíam também outros materiais, tais como cartazes, fichas e triângulos em cartolina. Toda a atividade dos alunos é registrada pela professora que anota várias observações do andamento da atividade, além disso, ela fotografa os alunos realizando as atividades. A matemática empírica é vivenciada pelos alunos, que demonstram o que estudaram fazendo experiências que comprovam os teoremas e propriedades. As atividades que foram realizadas para a montagem do seminário propiciaram um grande envolvimento da turma, com participação de todos os alunos. O papel da professora neste momento e de orientadora do processo, pois ela oferece subsídios para que o grupo continue pensando, não foi percebido imposição quanto à forma de apresentar, mas sempre ela questionava como seria o processo de uma forma ou de outra, levando o grupo a pensar sobre a ação. O laboratório oferece várias opções de materiais, porém foram selecionados pelos grupos o geoplano, triângulos de diversos tamanhos em madeira, além de emborrachados. O seminário propiciou uma construção coletiva, onde o conhecimento de fato era socializado pelo grupo, pois os alunos trocavam idéias sobre o conteúdo e como eles deveriam apresentá-lo para o restante da turma, com esta dinâmica percebeu-se uma troca de informações entre os alunos, bem como uma aproximação da linguagem de quem neste momento ensina para quem aprende. O grupo buscava aprender e procurava a melhor forma de se fazer entender pela turma. Em certo momento da aula percebia-se uma polêmica sobre como demonstrar com materiais concretos como a semelhança de triângulos poderia ser percebida, nesta discussão percebeu-se o quanto que os alunos argumentavam para explicar ao outro que sua teoria era a certa.

As situações problemas são exploradas também como uma forma para o desenvolvimento dos conteúdos de matemática, aliado a essa necessidade a aplicação

em situações do cotidiano. A aula abaixo descrita, mostra uma situação problema do cotidiano, liga vários conteúdos de matemática e a linguagem.

A professora A está na quinta-série e propõe uma atividade em relação ao conteúdo de medidas. Ela inicia a aula retomando a proposta de fazer um lanche com os alunos, onde seriam servidos suco e bolo. Os ingredientes foram trazidos pelos alunos, com os preços pesquisados. Além disso, foram coletados também dados referentes ao tempo gasto para assar e a relação quantidade por aluno. A professora a começa fazendo a coleta de todos os preços e pede aos alunos que calculem a média. Vale lembrar que este conteúdo já entra na área da Estatística, que hoje é apresentada como mais uma área necessária ao entendimento do cotidiano do aluno. A professora propõe que os alunos façam um relatório de toda a atividade, desde a compra dos ingredientes até o momento que o lanche é servido. No momento em que os alunos levantam os preços, a professora faz todo um questionamento em relação ao custo/benefício além da responsabilidade de comprar adequadamente, olhando validade, qualidade e preço. Além do conteúdo de medida, foi percebido que a professora extrapolou aplicando também questionamentos referentes à proporção, sistema monetário, fração, linguagem escrita e oral, ética e valores morais. A professora fazia questionamentos orais abordando temas do cotidiano do aluno e de sua família, sobre como fazem compras, se levam em consideração o custo/benefício do produto a ser adquirido, além de cuidados ao comprar em relação à validade de um produto, a leitura das embalagens e o uso correto de produtos, em relação às quantidades.

3.6- O desempenho dos alunos em matemática

Os alunos foram observados durante as aulas, como relatado nas observações das aulas, porém fazia-se necessário observar esta proposta diferenciada de ensino de matemática propiciava um desenvolvimento cognitivo nos alunos. Para essa análise, foi pedido aos alunos que realizassem uma atividade, sem consulta ao livro ou caderno. As questões do exercício foram aplicadas apenas nos alunos de quinta e sexta séries, por estes alunos serem os alunos que ficaram para fazer provas finais, pois na sétima série nenhum aluno havia feito essa avaliação. No exercício da quinta série, as cinco questões abordavam as relações espaciais (questões 1a, 1b e 1c), a noção de probabilidade (questão 2) e a comparação de grandezas (questão 1d). Responderam este exercício, três alunos e observou-se que 66,7% conseguiram resolver a questão 1a e 1b e 100%

resolveram corretamente a questão 1c, em relação à questão 2, nenhum deles conseguiu resolvê-la, porém a noção operatória, segundo a teoria piagetiana, é esperada no pensamento formal, estágio ainda não alcançado pelos alunos desta faixa etária. Em relação à questão sobre a comparação de grandezas, verificou-se que todos os alunos conseguiram resolvê-la.

Em relação às questões da sexta-série, foram analisados os seguintes temas: operações com duas variáveis simultaneamente e outra questão com probabilidade. Dos nove alunos que fizeram o exercício, observou-se que 78% acertaram a questão sobre análise com duas variáveis simultâneas e na questão sobre probabilidade 100% dos alunos resolveram corretamente.

Foi analisada a qualidade das respostas dos alunos, a partir da justificativa em cada questão, o que foi verificado é que os alunos têm capacidade de argumentação bastante alta, pois a justificativa tinha lógica. Outro dado importante diz respeito ao fato de que os alunos da sexta série tiveram facilidade para responder atividades que, geralmente só seriam possíveis a alunos, com faixa etária maior.

Avaliando o conjunto das informações obtidas esta escola configura-se como uma instituição de ensino fundamental que realmente tem uma proposta diferenciada para o ensino de matemática e que esta proposta aponta para uma prática pedagógica que propicia uma aprendizagem de acordo com a concepção que a escola tem em relação ao ensino de matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A prática educativa estudada se constitui e se define como uma prática escolar construtivista, com maior ou menor aproximação, de acordo com a professora analisada. Ainda que não chegue a se configurar, em sua integridade, como uma prática escolar tipicamente construtivista, já sinaliza para uma prática que vai aos poucos se consolidando em suas atividades laboriais, como uma proposta em que as atividades para construção do conhecimento matemático são fruto da concepção da matemática diferente da prática apoiada na concepção grega do saber dessa área.

A escola analisada percebe a matemática, como uma das áreas do conhecimento própria para a resolução de problemas, porém valorizando a construção do saber matemático, sem, no entanto restringir o ensino desse conhecimento à mera resolução de problemas. O eixo norteador da prática pedagógica observada referenda sua fundamentação na teoria psicológica do desenvolvimento e da aprendizagem de Jean Piaget, que evidencia que o aluno aprende a partir da sua ação.

O projeto pedagógico de matemática da escola analisada teve seu estudo iniciado antes da criação do laboratório, porém este espaço foi fundamental para a mudança da prática educativa das professoras, que, até então, buscavam a construção do conhecimento pelos seus alunos, sem, no entanto, ter esta perspectiva alcançada. Com a criação de um espaço especial para o ensino da matemática, houve, então, uma sistematização de uma prática, em que o alunopodia exercer uma ação que preconizava a nova forma de ensinar e aprender matemática nesta escola. Com o apoio em estudos sobre a teoria de Piaget, a escola pôde atuar no campo da matemática de uma forma diferenciada das práticas de outras escolas, diferença esta refletida na visão que os alunos têm de matemática, na forma como eles se colocam diante desta disciplina, sempre tão distante dos alunos das outras escolas. Esse diferencial é mais evidenciado quando se observa como os alunos aprendem, pois a postura do estudante é diferente, marcada pela busca do conhecimento por meio da ação concreta, seja na manipulação de materiais, seja na reflexão sobre os conteúdos e ações. Foi observado também que os alunos desta escola possuem uma capacidade de argumentação matemática bem mais elaborada, que outros alunos que não estudam em uma escola que possui tal projeto.

Com o passar do tempo, o laboratório deixou de ser a mola propulsora para a mudança de postura nas práticas do ensino de matemática, pois a idéia e prática do

laboratório, enquanto labor (trabalho), foram sendo incorporadas às aulas dentro da prática educativa estudada, se constituindo e se definindo como uma prática escolar construtivista.

A Etnomatemática faz-se presente em algumas atividades observadas, não constituindo, assim, uma prática rotineira da escola. A aproximação à essa linha de trabalho fica aplicada quando as professoras propõem a busca da aplicabilidade dos conteúdos ensinados nos campos profissionais, como o trabalho do atleta para jogar melhor, os cálculos desenvolvidos pelo pedreiro entre outros grupos de profissionais.

A prática pedagógica das professoras reflete o projeto idealizado pela escola. Mediante a observação, ficou evidenciada uma postura de valorização da produção do aluno, uma ênfase no significado dos conceitos matemáticos, uma preocupação com uma matemática para a vida e uma concepção de uma matemática que propiciasse o desenvolvimento da lógica do aluno, respeitando os seus limites cognitivos, porém buscando a potencialização das possibilidades de aprendizagem. Essa postura é refletida não só na forma de conduzir a aula, como também no momento da avaliação. A postura dos alunos frente ao conhecimento matemático é diferente da maioria dos alunos das escolas de ensino fundamental, em geral os alunos percebem a matemática como uma disciplina sem aplicações e de difícil entendimento, para esses alunos o aprender ocorre a partir da repetição, várias vezes do mesmo exercício. Os alunos da escola analisada, no entanto, percebem a matemática como uma disciplina agradável e fácil. Em pesquisa realizada com os alunos desta escola, 50% deles preferem a matemática em relação às outras disciplinas num rol de sete disciplinas. O nível de argumentação dos alunos, em relação à matemática, mostrou-se bastante elaborado. Percebe-se, ainda, que é possível uma alternativa ao ensino de matemática, desde que professores e equipe técnica se proponham a estudar e modificar a concepção da matemática que se deve ensinar, além de como ensinar. Todo esse processo de transformação no ensino de matemática envolve antes de tudo uma mudança no pensar de professores e alunos sobre o que é a matemática, como ela contribui para a formação do aluno, o que ela proporciona para a construção da inteligência e como o aluno pode aprender a matemática em uma relação de prazer com o conhecimento.

BIBLIOGRAFIA

ALENCAR, Eunice Soriano (Org.). **Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem**. São Paulo: Cortez, 1992.

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Etnografia da prática escolar**. 5 ed. Campinas: Papyrus, 2000.

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. **Filosofia da Educação**. 2 ed. São Paulo: Moderna, 1996.

BANKS-LEITE, Luci (Org) . **Percursos Piagetianos**. São Paulo: Cortez, 1997.

BARALDI, Ivete Maria. **Matemática na escola: que ciência é essa?** São Paulo: EDUSC, 1999.

BICUDO, Maria Aparecida V. (Org). **Educação Matemática** São Paulo: Editora Moraes.

BOSI, Alfredo. et al. **Filosofia da educação brasileira**. 6 ed. Rio de Janeiro: Civilização brasileira, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/ SEF, 1998.

CARRAHER, Terezinha. **Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a educação**. 8 ed. Petrópolis: Vozes, 1993.

CARVALHO, Dione Lucchesi. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2000.

CASTRO, Amélia Domingues. **Piaget e a didática**. São Paulo: Saraiva, 1974.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 4 ed. São Paulo: Papyrus, 1998.

D'ÁUGUSTINE, Charles H. **Métodos modernos para o ensino da matemática**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1970.

DIENES, Zoltan Paul. **As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática**. São Paulo: EPU, 1972.

DOLLE, Jean-Marie. **Para compreender Jean Piaget**. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1994.

DUARTE, Newton (Org.). **Sobre o construtivismo**. Campinas: Autores Associados, 2000.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. **Etnomatemática: uma proposta metodológica**. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1997.

FLAVELL, Jonh. **A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget**. 4 ed. Rio de Janeiro: Biblioteca Pioneira de Ciências Sociais, 1992.

FREITAG, Bárbara. **Piaget: 100 anos**. São Paulo: Cortez, 1997.

GADOTTI, Moacir. **Histórias das idéias pedagógicas**. 7 ed. São Paulo: Ática, 1999.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **Matemática Escolar e matemática da vida cotidiana**. São Paulo: Autores Associados, 1999.

GOULART, Íris Barbosa. **Piaget: experiências básicas para utilização pelo professor**. 6ed. Petrópolis: Vozes, 1990.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar**. São Paulo: Atual, 1996.

KAMII, Constance . **A criança e o número**. São Paulo: Papyrus, 1992.

KESSELRING, Thomas. **Jean Piaget**. Petrópolis: Vozes, 1993.

LIBÂNEO, José Carlos. **Pedagogia e pedagogos, para quê?** São Paulo: EDUSC, 1999.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Piaget: sugestões aos educadores.** Petrópolis: Vozes, 1998.

MACHADO, Nilson José Machado. **Matemática e Realidade.** 4 ed. São Paulo: Cortez, 1997.

MANACORDA, Mario Alighiero. **História da educação: da antiguidade aos nossos dias.** 8 ed. São Paulo: Cortez, 2000.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à História da Matemática.** São Paulo: Atual, 1998.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino: as abordagens do processo.** São Paulo: EPU, 1986.

MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática.** São Paulo: Papirus, 1997.

OS Pensadores. **Descartes: vida e obra.** São Paulo: Editora Nova Cultural Ltda, 1996.

PIAGET, Jean. **Para onde vai a educação.** 12 ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 1994.

_____ . **O nascimento da inteligência na criança.** 4 ed. Rio de Janeiro: Guanabara, 1987.

_____ . **Seis estudos de psicologia.** 21 ed. Rio de Janeiro: Forense, 1995.

_____ . **Sobre a pedagogia.** São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

_____ et al. **Educar para o futuro.** Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1974.

_____ ; INHELDER, Barbel. **A psicologia da criança.** Rio de Janeiro: Bertrand, 1990.

RANGEL, Ana Cristina S. **Educação matemática e a construção do número pela criança**. 4 ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

REBOUÇAS, Floracy Amaral; LIMA FILHO, Agenor. **O pensamento formal em Piaget: gênese, estruturação e equilibração**. Goiânia: Dimensão, 1988.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e Democracia**. 33ed. São Paulo: Autores Associados, 1983.

SEMINÉRIO, Franco Lo presti. **Piaget: o construtivismo na psicologia e na educação**. Rio de Janeiro: Imago, 1996.

TATON, René. **História geral das ciências**. volume 1 tomo 1

TRYPHON, Anastasia; PARRAT, Sílvia. (Org). **Jean Piaget**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil**. São Paulo: Anna Blume Editora, 1999.

VASCONCELOS, Mário Sérgio. **A difusão das idéias de Piaget no Brasil**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1996.

WILLIAMS, Phillip; VARMA, Ved P. (Orgs.). **Piaget, psicologia e educação**. São Paulo: Cultrix, 1980.