



**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
ESCOLA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES E HUMANIDADES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM EDUCAÇÃO**

MÁRCIA AMÉLIA GUIMARÃES

**ORGANIZAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO DO CONCEITO DE
NÚMERO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA
ANÁLISE HISTÓRICO-CULTURAL**

GOIÂNIA - GOIÁS

2018



MÁRCIA AMÉLIA GUIMARÃES

**ORGANIZAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO DO CONCEITO DE
NÚMERO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA
ANÁLISE HISTÓRICO-CULTURAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica de Goiás - PUC-Goiás - como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Educação, sob a orientação da Prof.^a Dr.^a Beatriz Aparecida Zanatta.

GOIÂNIA - GOIÁS

2018

G963o

Guimarães, Marcia Amélia

A organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais do Ensino Fundamental[recurso eletrônico]: uma análise histórico-cultural/ Marcia Amélia Guimarães.-- 2018.

155 f.; il.

Texto em português com resumo em inglês

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Goiânia, 2018

Inclui referências f. 150-155

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino.
2. Matemática - Teoria do Ensino Desenvolvidor.
I.Zanatta, Beatriz Aparecida. II.Pontifícia Universidade Católica de Goiás. III. Título.

CDU: 37.016:51(043)

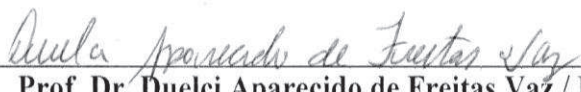
ORGANIZAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO DO CONCEITO DE NÚMERO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE HISTÓRICO-CULTURAL

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, aprovada em 10 de agosto de 2018.

BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Beatriz Aparecida Zanatta / PUC Goiás (Presidente)



Prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz / PUC Goiás



Profa. Dra. Josélia Euzebio da Rosa / UNISUL

Profa. Dra. Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas / PUC Goiás (Suplente)

Profa. Dra. Sandra Valéria Limonta Rosa/ UFG (Suplente)

Aos meus pais

À minha mãe, que nunca mediu esforços para educar os filhos e orientá-los no caminho do bem. Você é meu porto seguro! Obrigada por ser quem é em minha vida: A principal incentivadora dos meus projetos.

Ao meu pai, por me ensinar dentre tantas coisas '[...] o manusear a carretilha' (instrumento importante utilizado na pesca esportiva), com firmeza e leveza no arremesso, avaliação das condições a cada lançamento é possível concluir com êxito uma finalidade...

Ensino este o qual eu reproduzo no movimento da minha vida. Obrigada por me ensinar o que é honestidade, respeito e disciplina.

Amo imensamente!

AGRADECIMENTOS

A Deus, minha força impulsionadora em todos os momentos.

Agradecer aos que contribuem para meu desenvolvimento humano é uma tarefa muito difícil, pois posso me esquecer de alguém. Mas, mesmo com este risco, buscarei fazê-la.

Um dia uma pessoa muito querida disse-me: “gratidão não é um sentimento que todas as pessoas desenvolvem...” Não concordei de imediato, mas hoje sou capaz de compreender a profundidade daquela conversa. Gratidão é sentir-se acompanhada, mesmo estando “Só”. Foi isso que me ocorreu em vários momentos quando precisei ficar sozinha, para ler, analisar, refletir, escrever... Mas foi consciente da existência de pessoas que me apoiam e entendem o motivo da minha ausência. Então, sou grata imensamente:

Aos *meus pais*, que sempre me disseram “a única coisa que podemos te dar é o estudo”. Talvez, nem soubessem que me ofereceriam o essencial, ou seja, ofereceram a oportunidade de desenvolvimento, constituindo o ser humano que sou da maneira que posso ser.

Ao “gênio da família”, Fábio, que tanto fez por mim. Inúmeras vezes, você deixou de descansar nos finais de semana para me acompanhar nos meus estudos. Sem você com certeza eu não teria chegado até aqui. Meu eterno respeito e amor, *meu irmão* amado.

A minha cunhada, por trazer alegrias e compor nossa família, cuidando do meu irmão que eu tanto amo.

Aos afilhados: Arthur, Ana Júlia, Felipe e Théo, os representantes da esperança de uma sociedade melhor.

Às amigas: Carmem Reis, Grazielle Sales, Andréia Letícia e Renata Eulália. Por tudo que fizeram no início da minha profissão docente.

A Deuselina, minha irmã de coração. Você é a prova de amizade e lealdade que resiste ao longo de muitos anos. Obrigada por entender minhas fragilidades.

À família: Rita, Agnaldo, Kássio e Ana Júlia. Por me acolherem com tanto amor em todos os momentos. Vocês representam meu entendimento de família.

Ao grupo das “cinco”: Adriane, Rozângela, Sílvia e Waldirene, pelas comemorações que passamos juntas, pelas risadas e aprendizagens profissionais e pessoais compartilhadas.

Ao Júlio, pelas contribuições ao meu processo de humanização. É enriquecedora a experiência de conviver com uma pessoa tão diferente de mim e ter a oportunidade de conhecer um ser humano para além da aparência.

À Lindamar, minha comadre, irmã e amiga. Obrigada me entender. E principalmente por compartilharmos todos os momentos, desde as angústias até as melhores alegrias dessa vida. Você é muito especial.

Ao casal: Nalmy e Rafael, meus amigos tão especiais. Companheiros de viagens, de desabafos e reflexões. É muito bom ter vocês em minha vida. Guardem sempre meu “quartinho”.

À Cláudia, por todos os momentos de diálogos, pelas palavras de amizade e carinho.

Aos integrantes do grupo THC da PUC-GO, em especial à Angelina: a verdadeira representação de Humanidade.

A todos os colegas da turma do mestrado em educação da PUC-GO/2016. Em especial à Luciana Martins e ao Wanderson Lima, meus companheiros de estudo, de produção científica, amigos que aprendi a admirar e a amar. Sou eternamente grata por tudo. Vocês representam o melhor dos seres humanos (fé, honestidade, respeito, luta, solidariedade...).

Ao André Cunha, com quem tive a honra de compartilhar momentos de estudo. Obrigada por tantas colaborações.

Aos colegas da escola Melchior Braga Costa, em especial a Keyla Rejane, Polyana Bernardes e a Míriam Gonçalves por realizarem um trabalho tão valoroso nos momentos de minha ausência.

Às professoras participantes da pesquisa, pela possibilidade de reflexão sobre a organização do processo de ensino do conceito de número.

Às gestoras Maria Placidina e Núbia Neves, por permitirem minha ausência do trabalho para participar de congressos e aulas das disciplinas do mestrado e, principalmente por entenderem a necessidade dos estudos para a formação docente.

Aos professores do PPGE da PUC-GO, em especial à Dra. Raquel A. M. de M. Freitas e ao Dr. José Carlos Libâneo pelas contribuições que deram para esta dissertação e, principalmente, para o meu desenvolvimento humano. Vocês são muito mais que referências profissionais.

À Dra. Josélia Euzébio da Rosa, pelas contribuições na qualificação do trabalho. Ao ler a sua tese eu entendi o compromisso com uma educação que promove o desenvolvimento e, naquele momento reconhecia o seu cuidado teórico. Contudo, durante a participação na banca de qualificação, além de propiciar contribuições fundamentais para essa dissertação, tive a oportunidade de conhecer o ser humano da “Rosa, 2012” e a tamanha generosidade que a envolve.

Ao Dr. Duelci Vaz, pelas contribuições na qualificação e pela capacidade de mobilizar em mim algumas questões que eu não havia pensado anteriormente, questões essas que propiciaram grandes reflexões. Muito obrigada pela disponibilidade em ler com tanto cuidado e zelo a dissertação.

Por fim, mas não menos importante eu agradeço a minha orientadora Dra. Beatriz Aparecida Zanatta por trabalhar impulsionando as possibilidades da minha mediação cognitiva, sempre exigindo mais e, com isso, criando novas zonas de desenvolvimento. Meu eterno respeito e gratidão. Por tantas vezes eu quis os passos e você me ofereceu o caminho. Obrigada por escolher trabalhar junto comigo, numa relação de muito respeito e compromisso.

Ao Théo, meu amor incomensurável.

*Ao teatro mágico por me propiciar
serenidade nos momentos de angústia.*

*“Uns choram ao ler um romance. [...] outros pensam
como esse autor me fez chorar...”*
- GALINA A. ZUCKERMAN -

RESUMO

A organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais do Ensino Fundamental é o tema desta pesquisa fundamentada na Teoria Histórico-Cultural e na Teoria do Ensino Desenvolvimental proposto por Davidov. A escola e o ensino nestes fundamentos são considerados essenciais para o desenvolvimento integral da personalidade (cognitivo, afetivo, moral) e meio de ampliação das neofomações psicológicas que conduzem ao desenvolvimento mental da criança. Na escola, destaca-se a atuação profissional do professor como condição indispensável para a organização do processo de ensino e aprendizagem, no sentido de assegurar aos estudantes a apropriação dos conhecimentos teóricos fundamentais para o desenvolvimento e enfrentamento com consciência das necessidades individuais e coletivas. Isso permite retomar a tese de Vigotski (2007) na qual o aprendizado adequadamente organizado leva ao desenvolvimento mental dos estudantes. O problema que se buscou esclarecer foi como o professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental organiza o processo de ensino do conceito de número. Utilizando-se do referencial teórico da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental, a pesquisa buscou como objetivos: compreender as peculiaridades da organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais, a fim de contribuir com os professores no desenvolvimento do seu trabalho; apreender o entendimento das professoras sobre o conceito de número; analisar a organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais; aprofundar nos conhecimentos acerca das formulações da teoria histórico-cultural, criada por Vigotski e, da Teoria do Ensino desenvolvimental, formulada por Davydov, no sentido de orientar a proposta metodológica para o ensino do conceito de número. Para investigar o problema, foram realizadas a pesquisa bibliográfica e a pesquisa de campo. A pesquisa bibliográfica contemplou o período de 2010 a 2016 com foco na organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais. A pesquisa de campo envolveu duas escolas municipais de Goianira (Go), realizou-se com professoras efetivas que atuam nos anos iniciais no ensino da matemática. A coleta de dados incluiu entrevistas com as professoras e observações das aulas de matemática. Para análise dos dados foram delineadas as categorias de conteúdo: o conceito de número pelas professoras; a organização do ensino do conceito de número pelas professoras dos anos iniciais; as tarefas propostas pelas professoras e explicação na proposição davidoviana. Os resultados obtidos revelaram uma compreensão por parte das professoras de que o conceito de número é tudo aquilo relacionado diretamente à quantidade dada por objetos discretos (palitinhos, canudinhos, ilustrações em conjuntos), centra-se no número natural, cujas ações e metodologias de ensino permanecem voltadas ao concreto sensorial condizentes com os fundamentos da lógica formal tradicional, sem ascensão ao concreto pensado, ou seja, aos fundamentos da lógica dialética. Por fim, compreende-se que na proposição davidoviana, as ações e tarefas realizadas na atividade de estudo do conceito de número apontam os caminhos à superação do modo da organização do processo de ensino na realidade pesquisada.

Palavras-chave: Teoria do Ensino Desenvolvimental. Ensino de matemática. Conceito de número. Organização do ensino.

ABSTRACT

The organization of the number concept teaching process in the initial years of elementary school is the theme of this research based on Davydov theories about the Historical-Cultural Theory and the Developmental Teaching Theory. The school and the teaching in these fundamentals are considered essential for the integral development of the personality (cognitive, affective, moral) and means of the psychological neoformations enlargement that lead to the child's mental development. The school emphasizes the teacher's professional performance as a fundamental condition in the organization of the teaching and learning process in order to assure students the appropriation of the fundamentals theoretical knowledge for the students development and its confrontation with awareness of individual and collective needs. This allows us to retake Vygotsky (2007)'s thesis to which properly organized learning leads to the students' mental development. The problem that was tried to clarify was how the teacher who teaches mathematics in the initial years of Elementary School organizes the process of teaching the concept of number. Using the theoretical framework of Historical-Cultural Theory and Developmental Theory the research aimed to understand the peculiarities teaching organization of the number's concept in the initial years in order to contribute with the teachers in their teaching performance; to apprehend the teachers' understanding of the number's concept; to analyze the organization of the teaching process of the number's concept in the initial years; to detail knowledge about the formulations of Vygotsky's Cultural Historical Theory and Davydov Developmental Teaching Theory in order to guide the methodological proposals for the teaching number's concept. To investigate the problem were realized the bibliographic research and field research. The bibliographical research was done during 2010 to 2016 focused on the organization of the teaching process of the number' concept in the initial years. The field research involved two municipal schools in Goianira (Go) with effective teachers who worked mathematics teaching in the initial years. The data collection included interviews with teachers and observations of its math classes. For the collected data analysis categories were delineated: the number's concept expressed by the teachers; the organization of teaching number's concept by the teachers of the initial years; the tasks proposed by the teachers and the tasks proposed by Davydov. The results achieved revealed an understanding on the part of the teachers that the number's concept is everything related directly to the quantity given by discrete objects (like sticks, strawberries, illustrations in sets), that is, focuses on the natural number, whose actions and teaching methodologies remain focused on the sensorial concrete. It is consistent with the traditional fundamentals of the formal logic without ascension to the concrete thought that is the foundations of dialectical logic. Finally, it is understood that in the Davydov theories the actions and tasks carried out in the study activity of the number's concept make it possible to overcome the organization way of the teaching process in the researched reality.

Keywords: Developmental teaching theory. Teaching mathematics. Number's concept. Teaching organization.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Teses e dissertações sobre o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos produzidos de 2010 a 2016 no campo da educação e da educação matemática no Brasil.....	25
Tabela 2 - Artigos vinculados ao GEPAPe produzidos no período de 2010 a 2016 (apêndice B).....	27
Tabela 3 - Resultado do IDEB das escolas municipais de Goianira-GO de 2013 a 2015. ...	105
Tabela 4 - Professoras pesquisadas: Formação, tempo de atuação na docência e carga horária de trabalho semanal.....	111

LISTA DE QUADRO

Quadro 1 - As especificidades do professor e do estudante, no processo de ensino e de aprendizagem.....	51
Quadro 2 - Principais características do Pensamento Empírico e do Pensamento Teórico	61
Quadro 3 - Nexos conceituais, ações e necessidades na historicidade do número	85
Quadro 4 - Ações e as tarefas do primeiro ano da realidade pesquisada e a proposição davidoviana	134
Quadro 5 - Ações e tarefas do segundo ano da realidade pesquisada e a proposição davidoviana	138
Quadro 6 - Ações e tarefas do terceiro ano da realidade pesquisada e a proposição davidoviana	142

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1 - Barra de madeira e as tiras de papel disponibilizadas para os estudantes	88
Ilustração 2 - Representação dos segmentos A, C, H, E, P	88
Ilustração 3 - Figuras sugeridas no sistema Elkonin-Davýdov para medição	89
Ilustração 4 - Representações de segmentos	90
Ilustração 5 - Figuras (A, C, T e P) disponibilizadas aos estudantes e a representação da área B	91
Ilustração 6 - Figura para reprodução da área	91
Ilustração 7 - As marcas como forma de registro	92
Ilustração 8 - O elemento medidor e o uso das marcas na medição	93
Ilustração 9 - Recipiente com suco na mesa central e vidros nas mesas laterais	93
Ilustração 10 - Esquema com as marcas da medida	94
Ilustração 11 - Representação gráfica da grandeza A medida por E	95
Ilustração 12 - Trecho da música infantil “o sapo não lava o pé”	96
Ilustração 13 - Grandeza A e palavra do poema representada por E (medidor)	98
Ilustração 14 - Unidade de medida composta	100
Ilustração 15 - Representação gráfica da relação de uma grandeza com outra tomada como unidade	100
Ilustração 16 - Representação dos segmentos A e C	101
Ilustração 17 - Tira (a ser medida) e tira (medidor) manifestação singular do número	102
Ilustração 18 - O dedo como instrumento da aritmética elementar	127
Ilustração 19 - Proposição introdutória para a apresentação do número 1 (um), na proposta modernista	129
Ilustração 20 - Modelo de uma casa inacabada	136
Ilustração 21 - Líquido e a representação no esquema com arcos na reta	140
Ilustração 22 - Características da realidade pesquisada suscitadas por meio da Teoria do Ensino Desenvolvimental	145

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	16
1 PRODUÇÃO CIENTÍFICA SOBRE A FORMAÇÃO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL	23
1.1 Delineamento metodológico da pesquisa bibliográfica	23
1.2 Organização do ensino de conceitos matemáticos	28
1.3 O livro didático e os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental.....	32
1.4 Ensino dos conceitos matemáticos.....	34
1.5 O conceito de número nos anos iniciais do Ensino Fundamental	38
2 TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL: FUNDAMENTOS DA PESQUISA.....	42
2.1 Atividade humana e atividade de estudo	42
2.2 Formação de conceito, pensamento empírico e pensamento teórico.....	51
2.3 Ações e tarefa de estudo	62
2.4 O lógico-histórico	66
2.5 Considerações sobre a historicidade do conceito de número.....	68
2.6 Tarefas davidovianas para a modelação da relação universal do conceito de número	85
3 ORGANIZAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO DO CONCEITO DE NÚMERO NOS ANOS INICIAIS: OS PROFESSORES	103
3.1 O percurso metodológico	103
3.1.1 <i>O campo e os participantes da pesquisa</i>	<i>104</i>
3.2 Instrumentos de apreensão dos dados	107
3.3 Caracterização das escolas e dos participantes da pesquisa.....	109
3.3.1 <i>As escolas.....</i>	<i>109</i>
3.3.2 <i>As professoras: formação e atuação</i>	<i>111</i>
3.4 Categorização	114
3.4.1 <i>O conceito de número pelas professoras.....</i>	<i>115</i>
3.4.2 <i>A organização do ensino do conceito de número</i>	<i>121</i>

3.5	As tarefas propostas pelas professoras e explicação na proposição	
	daividoviana	132
3.5.1	<i>Sequência numérica</i>	133
3.5.2	<i>Situações-problema</i>	137
3.5.3	<i>Multiplicação: a tabuada</i>	141
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	146
	REFERÊNCIAS	150
	APÊNDICES	156
	APÊNDICE A - TESES E DISSERTAÇÃO PRODUZIDAS NO BRASIL NO PERÍODO DE 2010 A 2016	156
	APÊNDICE B - ARTIGOS CIENTÍFICOS PUBLICADOS NO BRASIL NO PERÍODO DE 2010 A 2016	162
	APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO DA PESQUISA EMPÍRICA	164
	APÊNDICE D - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS	165
	APÊNDICE E - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO	166
	APÊNDICE F - TERMO DE ANUÊNCIA	167
	APÊNDICE G - ROTEIRO DA ENTREVISTA COM PROFESSORES	168
	APÊNDICE H - ROTEIRO DA OBSERVAÇÃO DA AULA	169
	APÊNDICE I - QUESTIONÁRIO PARA AS PROFESSORAS	170
	APÊNDICE J - ROTEIRO DE OBSERVAÇÃO DA UNIDADE ESCOLAR E DOS DOCUMENTOS DA ESCOLA	175

INTRODUÇÃO

Procurar o que ainda não existe, mas que ainda é possível e que está dado ao sujeito meramente como finalidade, mas que ainda não se tornou realidade é característica básica da atividade diária de qualquer ser sensível e pensante, isto é, do sujeito. (DAVÍDOV, 1988, p. 34).

Este estudo trata-se da organização do processo de ensino do conceito de número, realizado pelas professoras que ensinam matemática nos anos iniciais em duas escolas municipais da cidade de Goianira-Go. O interesse pelo estudo relaciona-se diretamente com a atuação profissional da pesquisadora que atua como coordenadora pedagógica nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No exercício dessa função, conviveu-se com inúmeros problemas, dentre os quais um chamou-nos a atenção, a carência teórico-metodológica, de alguns docentes para que sua atuação de ensino resultasse em aprendizagem significativa para os estudantes.

Nesse contexto, a necessidade de compreender a organização do ensino do conceito número, surgiu a partir da fala de uma professora do 1º ano do Ensino Fundamental: “Coordenadora, venha ver, os meus alunos já sabem os números até 50.” Atendendo a solicitação fui à sala de aula observar a condução do processo ensino-aprendizagem sobre o conceito de número. “Escrevam o Número 12, escrevam 1 (um) e 2 (dois); primeiro o um e depois o dois ; número 26 escrevam 2 (dois) e 6 (seis); o dois primeiro depois o seis”.

Deste então, comecei a pensar sobre quais as necessidades estavam sendo criadas à aprendizagem, de modo a engendrar nos estudantes os motivos a fim de realizá-la? Como a minha atuação na coordenação pedagógica poderia colaborar para a transformação daquela realidade?

Do ponto de vista teórico, esses questionamentos foram vivificados quando iniciei o mestrado, particularmente ao cursar as disciplinas de Teorias da Educação e Processos Pedagógicos e a de Didática para o desenvolvimento humano. E com as leituras e a participação no grupo de pesquisa de Teoria Histórico Cultural e Práticas Pedagógicas possibilitaram-me aprofundamento teórico e me conduziu a compreensão de que o ensino que acontece na escola exerce grande influência no desenvolvimento integral dos seres humanos, uma vez que a educação, como processo social de mediação cultural, produz mudanças qualitativas na constituição subjetiva das pessoas, em suas formas de se relacionar com o conhecimento, com a realidade e com os outros.

Nesse sentido, a organização e a condução do processo ensino desempenha um papel fundamental no desenvolvimento intelectual dos estudantes ao promover a apropriação de conhecimentos produzidos historicamente. É por meio da aquisição destes conhecimentos que o ensino escolar contribui com o estudante, para que este aproprie dos conceitos teóricos relacionados ao objeto científico estudado. O que não significa dizer que há correspondência direta entre o ensino e o desenvolvimento do estudante, mas que o ensino é uma forma necessária e relevante para o desenvolvimento. Deste modo, “[...] na base do pensamento de Davidov está a ideia-mestra de Vigotski de que a aprendizagem e o ensino são formas universais de desenvolvimento mental” (LIBÂNEO, 2016, p. 07).

Assim, com o acesso a literatura da teoria histórico-cultural e da teoria do ensino desenvolvimental compreende-se que o “[...] o conteúdo das matérias deve favorecer a formação do pensamento teórico, cujas leis são traduzidas a luz pela dialética materialista como lógica e teoria do conhecimento” (DAVIDOV, 1988, p. 184). Daí a importância da organização intencional do ensino de modo a favorecer a formação do pensamento teórico acerca do objeto de aprendizagem e o desenvolvimento das capacidades psíquicas a ele vinculadas. Esta foi a motivação que me levou a dar continuidade dos estudos nesta linha de pesquisa, na busca por explicações científicas para o problema vivenciado na prática do ensino de matemática.

Neste aspecto, vale registrar que, embora se verifique um significativo desenvolvimento das pesquisas e da produção científica sobre o ensino na perspectiva histórico cultural (LIBÂNEO, 2005, 2010, 2013, 2014; FREITAS, 2011, 2014; SFORNI, 2004), especificamente do ensino de matemática (MOURA, 2007, 2010), esses avanços teóricos têm chegado muito lentamente à prática escolar, que permanece em boa parte respaldada em concepções que reforçam o desenvolvimento do pensamento empírico, pautado nos aspectos externos e observáveis dos objetos de estudo. Sendo assim, o conhecimento matemático adquirido na escola continua sendo um problema a ser enfrentado, merecendo a atenção de professores, pesquisadores e estudiosos do assunto.

Libâneo (2013, p. 12) ao comentar a respeito dos problemas da realidade escolar brasileira tais como “falta de infraestrutura das escolas, falta de recursos didáticos, salários baixos dos trabalhadores em educação, violência, baixo acompanhamento familiar, a falta de organização do trabalho pedagógico, dentre outros”, chama-nos a atenção à forma como têm sido trabalhado nas escolas os conceitos históricos e culturalmente criados pela humanidade, e

reconhece que a escola não tem conseguido junto aos estudantes a apropriação dos conceitos científicos essenciais.

Lanner de Moura (2005) destaca que dentre os problemas ligados ao ensino da matemática nos anos iniciais está à formação polivalente do professor. Para a autora, os professores que ensinam matemática anos iniciais deveriam ter uma formação com foco no estudo dos conceitos por meio de “[...] uma visão lógico-histórica do conhecimento que busca na história do conceito a dinâmica de sua criação” uma vez que “[...] é nesta dinâmica que se encerra o próprio método de aprender o conceito” (LANNER DE MOURA, 2005, p. 20).

Com efeito, o ensino é fundamental para o ser humano se apropriar dos processos de conduta humana formada historicamente. É o conhecimento da realidade que permite desvendar as contradições entre a organização do processo de ensino que resulta na formação de um pensamento de tipo empírico, e a organização do ensino que resulta no pensamento teórico, fundamentada no método da reflexão dialética.

Com base nessa compreensão, organizar o ensino matemática de acordo com o procedimento de ascensão do abstrato para o concreto possibilita que o estudante se aproprie de conceitos historicamente construídos, de forma sistematizada e intencional, e se desenvolva intelectualmente com vistas ao pensamento teórico é, portanto, o desafio que se põe a superação dos limites de uma organização do ensino que reforça o pensamento empírico.

Nesse sentido, Rosa, Soares e Damázio (2013) questionam a forma como tem sido trabalhado o conceito de número nos anos iniciais do Ensino Fundamental, isto é, a partir da contagem de objetos, onde mostra à criança um procedimento que ela já conhece. O que impede o desenvolvimento cognitivo em direção à formação do conceito teórico do número. Segundo os autores, o ensino organizado para a formação de conceitos deve considerar as relações dinâmicas entre os diversos conceitos:

[...] é só no campo dos números reais, tomados em sua dinâmica, atividade e movimento, que o conceito de número reflete sua verdadeira natureza. A relação do número real com o objeto pressupõe a existência de relação entre os naturais, racionais, irracionais e inteiros, ou seja, um sistema de conceitos (ROSA; SOARES; DAMAZIO, 2011, p. 5).

Rosa (2012) argumenta que restringir o conceito de número, durante os anos iniciais do Ensino Fundamental, à ideia de número natural a partir da contagem de objetos, significa orientar a criança por uma etapa de desenvolvimento já realizada, o que o torna ineficaz sob o ponto de vista das possibilidades gerais da criança. Isso acontece porque o ensino, assim

orientado, ocorre atrás do processo de desenvolvimento ao invés de orientá-lo. Conforme afirma Vigotski (2010):

Aprendizagem não é em si mesma, desenvolvimento, mas uma correta organização da aprendizagem da criança conduz ao desenvolvimento mental, ativa todo um grupo de processos de desenvolvimento, e esta ativação não poderia produzir se sem a aprendizagem (VIGOTSKI, 2010, p. 262).

Ao tratar da aprendizagem, Davydov¹ (1988, 1982) ressalta quanto a finalidade do ensino escolar em relação ao conceito de número é, gerar e promover a atividade de estudo dos estudantes possibilitando-os incorporarem em seu repertório, as relações, abstrações e generalizações, a partir das relações entre grandezas. O que pressupõe um modo de organização do ensino pelo qual os estudantes insiram-se na atividade de estudo e apropriem-se dos conhecimentos em situações adequadas de aprendizagem.

Para isso, Libâneo (2011, p. 91) ao explicitar o papel do professor enfatiza a importância “[...] de planejar, selecionar e organizar os conteúdos, programar tarefas, criar condições de estudo dentro da classe, incentivar os alunos”, ou seja, dirigir “[...] as atividades dos alunos a fim de que estes se tornem sujeitos ativos da própria aprendizagem”. Conclui-se, daí, que a função do professor é essencial, pois, pode contribuir significativamente ao propor ações e tarefas que conduzam os estudantes para a formação conceitos.

Nesse sentido, Davidov (1988, p.164) ao afirmar que o conteúdo é a base do ensino desenvolvimental e que “[...] dele se originam os métodos (ou modelos) de organização do ensino”, recomenda-se que a organização do processo de ensino deve ter como ponto de partida a análise lógica e histórica do conteúdo. Para Freitas (2011, p.83), nesta análise o professor “[...] deverá considerar que dado conceito (ou conceitos) presentes no conteúdo faz parte de um sistema ou de uma rede conceitos e com ele se relaciona”. Por meio desta análise, “[...] o professor poderá criar as ações necessárias ao aluno para que ele reproduza criativamente o conceito, tornando-o uma *ferramenta própria*” (FREITAS, 2011, p. 83, grifos da autora). Por consequência, poderá planejar tarefas de estudo nas quais estarão contidas as ações mentais, cuja realização conduz os estudantes à pensar teoricamente. Isto é, a “[...] desenvolver processos mentais pelos quais chegam aos conceitos e os transformam em ferramentas para fazer generalizações conceituais e aplicá-las a problemas específicos” (LIBÂNEO 2011, p. 94).

¹ Utilizaremos no corpo do trabalho a grafia Davydov quando não estiver diretamente relacionada a uma de suas obra. Pois existem as grafias: Davydov, 1987; Davidov 1988.

² Lev Semenovitch Vigotski (1896-1934) nasceu em Orsha, pequena cidade perto de Minsk, a capital da Bielo-

A formação de conceitos científicos, como formularam Vigotski (2007, 2009, 2010)² e Davidov (1988, 1982),³ é a base do processo de desenvolvimento do pensamento dos estudantes, assim, é relevante focalizar o problema na organização do ensino do conceito número, privilegiando, para isso, os anos iniciais do Ensino Fundamental.

A opção por compreender as especificidades da organização do ensino surgiu por meio dos procedimentos metodológicos utilizados por uma professora dos anos iniciais. Foi então que suscitaram as questões desta pesquisa, para esclarecer algo que, à primeira vista pode parecer óbvio: Que entendimento expressa o professor que ensina matemática nos anos iniciais sobre o conceito de número? Há, na organização e no ensino do conceito de número uma recorrência a metodologia de ensino que se aproxima dos pressupostos do ensino tradicional? Será que os professores ensinam empiricamente? Qual a relação entre a organização, o ensino do conceito de número e o desenvolvimento do pensamento dos estudantes? Quais as tarefas organizadas para ensinar o conceito de número?

Poder-se-ia simplesmente fazer uma afirmação generalizante pressupondo que os professores necessitam de referenciais teóricos para que sua atividade de ensinar oriente a atividade de estudo dos estudantes. Todavia, considera-se que toda pesquisa seria supérflua, se a forma de manifestação e a essência das coisas coincidissem com as aparências. Assim, esses questionamentos merecem serem investigados em busca de elementos que nos forneçam uma compreensão da realidade do ensino de matemática, dada a importância do ensino desta disciplina no contexto escolar brasileiro atual.

² Lev Semenovich Vigotski (1896-1934) nasceu em Orsha, pequena cidade perto de Minsk, a capital da Bielorrússia (região dominada pela Rússia que se tornou independente em 1991, com o fim da União Soviética, passando a se chamar Belarus), no dia 17 de novembro de 1896. Filho de uma próspera e culta família judia viveu um longo período em Gomel, também na Bielorrússia. Teve um tutor particular e se dedicou à leitura até ingressar no curso secundário, concluído aos 17 anos com excelente desempenho. Com 18 anos, Vigotski matriculou-se no curso de Medicina, mas em seguida transferiu-se para o curso de Direito a Universidade de Moscou. Paralelamente ao curso de Direito estudou Literatura e História da Arte. Em 1917, ano da Revolução Russa, graduou-se em Direito e apresentou um trabalho intitulado “Psicologia da Arte”, que só foi publicado na Rússia em 1965. Depois de formado, voltou para Gomel, Em 1924, após uma brilhante participação no II Congresso de Psicologia em Leningrado, foi convidado a trabalhar no Instituto de Psicologia de Moscou, onde além de escrever críticas literárias e proferir palestras sobre temas ligados a literatura e psicologia em várias escolas, publicou um estudo sobre os métodos de ensino da literatura nas escolas secundárias. Dentre os fundamentos vigotskianos estão os seguintes postulados: 1) a base do desenvolvimento mental do homem é a mudança qualitativa em sua situação social (ou em sua atividade); 2) A forma original da atividade é o seu desempenho, ampliado por indivíduo, no plano externo (social); 3) As novas estruturas mentais que se formam no homem derivam da internalização da forma inicial de sua atividade; 4) Vários sistemas de signos desempenham um papel fundamental no processo de internalização (DAVYDOV, 1982 apud ROSA; DAMAZIO, 2017, p. 156).

³ Vasily Vasilyevich Davydov nasceu em Moscou, Rússia, no ano de 1930, e faleceu em 1998, aos 68 anos de idade. O objetivo central de suas pesquisas era desenvolver uma teoria de ensino voltada para o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes: trata-se da Teoria do Ensino Desenvolvidor. “Cujos fundamentos estão centrados na tradução dos pressupostos da Teoria da Atividade para o ensino e nos postulados Vigotskianos” (ROSA; DAMAZIO, 2017, p. 156).

Nessa perspectiva, o problema que se buscou esclarecer foi como o professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental organiza o processo de ensino do conceito de número?

Diante desta problematização a pesquisa norteou-se pelo objetivo geral em que se busca compreender as peculiaridades da organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais, a fim de contribuir com os professores no desenvolvimento do seu trabalho. Esse se desdobra em objetivos específicos: apreender o entendimento das professoras sobre o conceito de número; analisar a organização do processo de ensino do conceito de número dos anos iniciais; aprofundar nos conhecimentos acerca das formulações da teoria histórico-cultural, formulada por Vigotski e, da Teoria do Ensino desenvolvimental, proposta por Davydov, no sentido de orientar a propostas metodológicas para o ensino do conceito de número.

Assim, busca-se com a pesquisa não só compreender a organização do processo de ensino do conceito de número, mas possibilitar transformações dos sujeitos da pesquisa de modo a contribuir com a melhoria da qualidade do ensino dos conceitos matemáticos, especialmente do conceito de número.

Para alcançar os objetivos, a pesquisa foi desenvolvida em duas etapas, uma referente à pesquisa bibliográfica e outra envolvendo pesquisa de campo. A pesquisa bibliográfica consistiu no levantamento de dissertações, teses e artigos científicos produzidos no período de 2010 a 2016 sobre a organização do ensino e a formação de conceitos matemáticos nos anos iniciais, especificamente do conceito de número fundamentadas nos trabalhos de Vigotski e de seus seguidores, particularmente Davydov.

A pesquisa de campo realizou-se na cidade de Goianira-Go e investigou a organização do processo de ensino de oito professoras que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As entrevistas e as observações em sala de aula foram os instrumentos adotados para a coleta de dados com objetivo de apreender o entendimento das professoras sobre conceito de número e as peculiaridades da organização do processo de ensino do conceito.

O resultado desta pesquisa apresenta-se em três capítulos, que em linhas gerais, obedecem as etapas que fazem parte de seu desenvolvimento.

O capítulo I apresenta uma síntese da produção científica sobre a formação de conceitos matemáticos, particularmente do conceito de número fundamentada na Teoria Histórico-Cultural. Nesse aspecto, a revisão de literatura (apêndice A e B), possibilitou identificar trabalhos que colaboram para compreensão do objeto, ou seja, as pesquisas que

incidem sobre a organização do ensino do conceito de número. Dentre as quais destacam-se: Rosa (2012), Souza (2013) e Ferreira (2013).

O capítulo II apresenta as categorias: atividade humana e atividade de estudo, formação de conceitos, pensamento empírico e pensamento teórico, norteadoras da pesquisa conforme os fundamentos da Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky e da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov. Para isso, utiliza-se da contribuição dos autores: Leontiev (1978, 1983, 2016); Davydov (1988, 1982); Vigotski (2007,2010); Freitas (2010, 2011), Libâneo (2004, 2005, 2010, 2013, 2014, 2016) Kopnin (1978) e autores específicos do ensino da matemática no Brasil: Lanner de Moura (2005); Rosa (2012), Damazio, Cardoso e Santos (2014); Cedro (2008) e autores não brasileiros, Caraça (1978) e Ifrah (2005).

O capítulo III apresenta a análise sobre as peculiaridades da organização do processo de ensino realizado por professoras de duas escolas municipais de Goianira, que ensinam matemática nos anos iniciais, especificamente o conceito de número. Pelas seguintes categorias: O conceito de número pelas professoras; a organização do ensino do conceito de número de conteúdo pelas professoras dos anos iniciais e as tarefas propostas pelas professoras e a explicação na proposição davidoviana.

Por fim, almeja-se que as reflexões realizadas nesta pesquisa contribuam para o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental e, favoreça novas discussões sobre a articulação entre atividade do professor e a formação de conceitos, por parte dos estudantes. Ou seja, acreditamos que o papel dessa pesquisa não é descrever um modo de ensinar, mas pensar o ensino e a aprendizagem dos conceitos matemáticos, em especial o conceito de número.

CAPÍTULO I

PRODUÇÃO CIENTÍFICA SOBRE A FORMAÇÃO DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL

Este capítulo apresenta o resultado da revisão de literatura da produção científica da área de educação e educação matemática, sobre organização do processo de ensino e formação de conceitos em matemática, especialmente do conceito de número na perspectiva da Teoria Histórico Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental. Tem como objetivo identificar e discutir os apontamentos suscitados pela produção sobre formação de conceitos, especificamente do conceito de número no período de 2010 a 2016.

De início apresenta-se o percurso metodológico da pesquisa bibliográfica e, em seguida, com a intenção de subsidiar a compreensão do objeto em estudo, traz-se uma síntese a respeito das produções selecionadas (apêndice A e B).

1.1 Delineamento metodológico da pesquisa bibliográfica

A discussão acerca da formação de conceitos matemáticos não é recente. Psicólogos e educadores há muitos anos em suas pesquisas têm direcionado-as para a compreensão dessa questão. Desde a década de 1980, a Teoria Histórico-Cultural, e posteriormente a Teoria do Ensino Desenvolvimental, adquire gradativamente relevância no campo da pesquisa em matemática, particularmente à formação de conceitos matemáticos em contexto escolar.

O tema desta dissertação se insere nessas abordagens teóricas, por considerá-las de fundamental importância pedagógica e didática para a organização e realização de um ensino de matemática comprometido com o desenvolvimento psicológico humano. Desse modo, a pesquisa bibliográfica foi sistematizada com a finalidade de subsidiar a compreensão do problema de pesquisa, qual seja: Como o professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental organiza o processo de ensino do conceito de número?

Com este propósito, tornou-se necessário esclarecer as seguintes questões: O que tem sido investigado nas pesquisas e nos estudos em educação matemática sobre a formação de conceitos? Quais temas são predominantes? Que metodologias e procedimentos de ensino da matemática as pesquisas apontam? Quais os principais conceitos matemáticos abordados? O que revelam sobre o modo de organização do processo de ensino do conceito de número?

Buscando o esclarecimento dessas questões, realizou-se um levantamento da produção: teses, dissertações e artigos, sobre formação de conceitos no campo da educação e da educação matemática. Recorreu-se ao Banco de Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) para a busca de teses e dissertações.

A opção por estas bases de dados justifica-se por: a) permitir uma abrangência nacional/estadual, b) encontrar pesquisas ligadas à formação de professores para a atuação no ensino, concentrando-se diversas pesquisas sobre a didática e a metodologia específica, particularmente, metodologia de ensino de matemática; c) pelo acesso livre ao conteúdo das produções na íntegra.

Na investigação, foram utilizadas as seguintes palavras-chave: “Ensino do conceito de número” com as quais foram localizadas 6275 dissertações e 2399 teses. Considerado o quantitativo elevado para a finalidade da pesquisa, houve a necessidade de estabelecer recortes, de maneira a atender o objetivo desta dissertação. Assim, foram estabelecidas as seguintes palavras-chave: Atividade do professor, conceito de número, teoria histórico-cultural e/ou proposições davidovianas, matemática nos anos iniciais, teoria da atividade no contexto da matemática e organização do ensino e /ou pensamento teórico.

Com estas palavras-chave, foram identificadas 579 pesquisas relacionadas de algum modo com o objeto da dissertação. Para seleção dos trabalhos a serem analisados, adotou-se o critério de leitura dos resumos, exceto quando estes não descreviam metodologia e/ou a fundamentação teórica utilizada. No caso das pesquisas direcionadas aos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º e 3º ano), realizou-se a leitura geral do trabalho. Neste nível de ensino, foram selecionadas: uma (01) tese no campo da educação e nove (09) dissertações, e no campo da educação matemática foram duas (02) teses e 29 dissertações, como mostra a tabela 1.

Tabela 1 - Teses e dissertações sobre o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos produzidos de 2010 a 2016 no campo da educação e da educação matemática no Brasil

PALAVRAS-CHAVE													
	Atividade do professor		Conceito de número		THC e/ou proposições davydovianas		Matemática nos anos iniciais		Teoria da atividade no contexto da matemática		Organização do ensino e/ou pensamento teórico		
ANO	T*	D*	T	D	T	D	T	D	T	D	T	D	TOTAL
2010	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	01	-	01
2011	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2012	-	-	01	-	-	01	-	-	-	-	-	-	02
2013	01	01	-	01	-	01	-	01	-	02	-	03	10
2014	-	01	-	-	01	02	-	01	01	-	01	02	09
2015	-	01	-	01	01	04	01	-	01	-	-	02	11
2016	01	-	-	01	-	01	-	02		01	-	02	08
Total	02	03	01	03	02	09	01	04	02	03	02	09	41

* T - tese e D - dissertações.

Fonte: Tabela elaborada pela autora com base em dados da Coordenação de Aperfeiçoamento do Ensino Superior - CAPES- Banco de teses e dissertações e bancos de dados de Programas de Pós-graduação do Estado de Goiás

Conforme se depreende da leitura da Tabela 1, no período de 2013 a 2016 mostra um significativo crescimento das pesquisas. Esse fato aponta a preocupação dos pesquisadores diante de temas relacionados à metodologia de ensino de matemática, particularmente no que diz respeito à organização por parte do professor, tendo em vista a formação do pensamento teórico, dos estudantes. Percebe-se isso no quantitativo de pesquisas da tabela 1, Sendo 9 (nove) dissertações referentes as palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural/ ou proposições davýdovianas e organização de ensino e/ou pensamento teórico. No entanto, com relação às pesquisas cuja temática se refere ao professor que ensina matemática e conceito de número, foram localizados somente cinco (05) trabalhos, sendo uma (01) tese e quatro (04) dissertações. Isso permite inferir que poucas pesquisas envolvem a temática em relação à especificidade da atividade do professor que atua ensinando os conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino fundamental, o que ratifica a necessidade da produção desta pesquisa.

Para a seleção dos artigos científicos, inicia-se a pesquisa pelo site da Scielo com as palavras-chave supracitadas na tabela 1. Contudo, nos dias 27 e 28 de novembro de 2017,

participamos do colóquio comemorativo aos quinze anos do GEPAPe⁴ realizado na Universidade Federal de Goiás, na cidade de Goiânia e, na ocasião todos os participantes receberam um CD-Rom contendo teses, dissertações e artigos publicados nos últimos quinze anos pelos pesquisadores brasileiros associados ao GEPAPe.

De posse do CD-rom, verifica-se que as pesquisas selecionadas pelo site do Scielo e outras que acrescentaria a pesquisa, estavam no material copilado do GEPAPe. Opta-se então por realizar uma leitura dos resumos das pesquisas publicadas no período de 2010 a 2016, vinculadas ao GEPAPe, em busca de apontamentos para a dissertação. E entendemos que esta opção abarca satisfatoriamente o contexto brasileiro de produção científica relacionada a educação e educação matemática, pois há entre os integrantes uma representatividade de pesquisadores brasileiros de diferentes regiões do Brasil vinculados aos estudos da Teoria Histórico-Cultural .

Desse modo, buscou-se selecionar trabalhos relacionados, de algum modo, a formação de conceitos matemáticos e a organização do processo de ensino de matemática nos anos iniciais. O resultado dessa investigação revelou um total de 152 artigos publicados no período de 2010 a 2016, incidindo sobre algum aspecto do ensino da matemática. E destes, somente 35 artigos (apêndice B) estavam relacionados ao ensino dos conceitos matemáticos no Ensino Fundamental. Após a leitura da produção supracitada, foram selecionados doze (12) artigos para compor o corpus desta revisão, conforme segue apresentado na Tabela 02.

⁴ GEPAPe - Grupo de estudos e Pesquisa sobre Atividade Pedagógica. Grupo que há quinze anos coordenado pelo professor de matemática Dr. Manoel Orioslvaldo de Moura e pela Dr^a. Eliane Sampaio Araújo, veem se dedicando conjuntamente com alunos de graduação e pós- graduação, e demais pesquisadores brasileiros do campo da educação e educação matemática, a exercitar a reflexão sobre a atividade de ensino, pressupondo a atividade de aprendizagem e focalizando a história do conceito em matemática. Tendo como principais objetivos: a) Estudar e pesquisar a atividade pedagógica, tomando como referência os princípios teórico-metodológicos da perspectiva histórico-cultural. b) Produzir bibliografia sobre as ações formativas contínuas de professores. c) Assessorar os sistemas de ensino, contribuindo por meio da divulgação de publicações e produções acadêmicas (site do GEPAPe).

Tabela 2 - Artigos vinculados ao GEPAPe produzidos no período de 2010 a 2016 (apêndice B)

Ano	Qt.	Autores	Palavras-chave
2010	01	Cedro, Moraes e Rosa.	Ensino de matemática. Pensamento teórico. Atividades de ensino.
2011	-	-----	-----
2012	03	Damazio, Rosa, Pereira e Banhara	Educação Matemática. Concepção. Álgebra. Ensino. Davýdov. Número.
		Damazio, Rosa e Euzebio.	Ensino; Número; Davydov.
2013	02	Rosa e Damazio	A primeira tarefa de estudo davydoviana na especificidade da matemática
		Moraes e Vignoto.	Ensino de matemática. Organização do ensino. Apropriação conceitual.
		Sousa e Guillen	Nexos conceituais. Conceito de número. Percepções. Educação Básica.
2014	04	Catanante e Araújo	Cotidiano; Ensino de Matemática; Perspectiva Histórico-Cultural.
		Sousa	Pensamento Empírico-Discursivo. Pensamento Teórico. Pensamento Flexível. Perspectiva Didática. História da Matemática.
		Lemos e Damazio	Uma análise da concretude da atividade de ensino de matemática no ensino fundamental
2015	-	-----	-----
2016	01	Rosa e Damazio	Teoria do Ensino Desenvolvidor. Davýdov. História Virtual. Matemática. Conceito de número.

Fonte: Cd-rom (compilação de teses, dissertações e artigos) oferecido pelo grupo do GEPAPe aos participantes do evento comemorativo dos 15 anos. Realizado em Goiânia nos dias 27 e 28 de novembro de 2017.

A princípio, o fator relevante que pode ser observado na Tabela 2 é a marcante presença dos pesquisadores Rosa e Damazio. A produção em coautoria destes autores representa aproximadamente um percentual de 75% dos artigos selecionados. Segundo Rosa, o principal motivo dessa produção em parceria é o fato de Damazio ser vice-líder do grupo coordenado por Rosa (TedMat - Grupo de Pesquisa Teoria do Ensino Desenvolvidor) e Rosa ser vice-líder do grupo que Damazio coordena o (GPEMAHC - Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma abordagem histórico-cultural). São dois grupos que produzem juntos como se fosse um só grupo de duas universidades diferentes (UNISUL e UNESC). É uma unidade do ponto de vista da lógica dialética.

A leitura das teses, dissertações e artigos, que compõem a revisão de literatura permitiu a análise e o agrupamento da produção acadêmica de acordo com o tema abordado. Para isso, baseamo-nos em critérios que potencializassem a aproximação com nosso objeto de estudo, isto é, organização do processo de ensino do conceito de número. Desse modo, agrupamos a produção em quatro temáticas: 1- Organização do ensino de conceitos matemáticos; 2- O livro didático e os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para

o Ensino Fundamental; 3- Ensino de conceitos matemáticos; 4- O conceito de número nos anos iniciais do ensino fundamental.

1.2 Organização do ensino de conceitos matemáticos

Neste tópico, apresenta-se a análise realizada sobre organização do ensino de conceitos matemáticos. Os dados analisados referem-se às teses e dissertações (Apêndice A). Nos próximos parágrafos, buscamos delinear os apontamentos dos autores, cujas pesquisas de trazem contribuições à dissertação. São eles: Valeriano (2012), Fraga (2013), Lemes (2014), Rezende (2015), Gladcheff (2015), Santos (2015), Esteves (2016), Milani (2016).

Valeriano (2012) buscou compreender como se dá o movimento da prática pedagógica e, mais particularmente, a relação entre os motivos do professor e a sua prática frente às exigências externas. Para subsidiar e substanciar as compreensões sobre os fatores envolvidos no processo de ensino e, mais especificamente, os relacionados à prática pedagógica, a autora propôs uma discussão sobre a formação dos professores e a prática de ensino de matemática. Ela organizou seu achado em quatro unidades de análise nas quais se discute como as necessidades, o objeto, os motivos e as ações nas práticas pedagógicas dos professores se apresentam em um contexto específico, no caso a Prova Brasil.

Desse modo, a autora verificou que mudanças no modo de organizar o ensino significam mudanças nos motivos que impulsionam o professor. Assim, ela constatou que os motivos eficazes são os que realmente impulsionam a atividade, ou seja, o desejo que os alunos aprendam se apresenta apenas como motivo compreensível na prática pedagógica e não como motivo eficaz, visto que o ensino é realizado visando à aprovação nas avaliações Valeriano (2012). É certo que os motivos das professoras poderiam ser transformados, passando de motivos compreensíveis para motivos eficazes, ou seja, se, ao invés de ensinar objetivando apenas que os alunos saibam o que irá ser avaliado na prova, ensinassem impulsionados pelo desejo de que os alunos se apropriassem dos conhecimentos verdadeiramente, certamente essas professoras estariam em atividade de ensino. Por fim, o estudo observou que, com base no referencial teórico adotado, as práticas pedagógicas das professoras não as colocam em atividade de ensino.

Fraga (2013) investigou o aprendizado da docência de futuros professores no processo de organização do ensino da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, centrou-se na organização das atividades do clube da matemática - CluMat e analisou quatro etapas que compõem a organização do ensino no CluMat: o estudo do conteúdo matemático, o

planejamento, o desenvolvimento e a avaliação. O autor concluiu que as diferentes situações vivenciadas no CluMat, proporciona aos acadêmicos novas aprendizagens. E que mesmo os graduandos sendo de cursos diferentes (pedagogia e matemática), ao atuarem no coletivo, eles são mobilizados pelos mesmos objetivos e, apesar das divergências, se complementam visando suprir a necessidade de organização do ensino.

Em relação à atividade de ensino, Esteves (2016) realizou um estudo em que buscou compreender o conteúdo e a forma da atividade de ensino em um processo de formação contínua. Foi analisado como as mudanças podem ser produzidas a partir dos modos de organização da formação continuada de professores. Para tanto, no decorrer das aulas de formação, a autora constatou que “para o professor organizar o ensino de modo a possibilitar a apropriação de conhecimentos científicos, ele também precisa ter se apropriado deles e da sua forma de ensinar” (ESTEVES, 2016, p. 136). Assim, o domínio por parte dos professores dos conhecimentos científicos a serem ensinados é essencial. A autora enfatizou que as ações realizadas a partir do trabalho coletivo na escola, visando à apropriação de novas significações acerca da organização do ensino da matemática e também de seus objetos de ensino, propiciam mudanças no conteúdo e, conseqüentemente, na forma da atividade de ensino do professor.

Lemos (2014) teve o objetivo de identificar e analisar as relações essenciais entre as objetivações da atividade de ensino e a prática singular do professor em sua atuação. Esse estudo buscou compreender o conteúdo da estrutura geral da atividade de ensino e os determinantes das ações e operações de ensino e suas implicações na consciência do professor. Ao analisar a atuação de alguns professores que ensinam Matemática, o autor constatou que “[...] há, por decorrência das condições de formação do professor e de um recorrente despreparo para lidar com as situações do contexto escolar, uma ‘tendência’ para a valorização da ‘prática’ em detrimento da ‘teoria’” (LEMOS, 2014, p. 123). Nesse contexto de dicotomização entre teoria e prática, com evidência para a “prática”, enfatizam-se os conceitos empíricos, pois existe uma convicção entre alguns professores pesquisados de que o desenvolvimento do ensino de modo espontâneo, com foco nas situações do cotidiano, contribui no processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos. Dentre os professores entrevistados por Lemos (2014), existem aqueles que “são favoráveis à memorização, com o objetivo de facilitar a aprendizagem dos cálculos” (LEMOS, 2014, p. 121).

Lemos (2014) afirma que é necessário que o professor compreenda o processo de aprendizagem, apropriando-se da significação mais evoluída da finalidade de sua atividade, de sua práxis. E, também, afirma ser essencial ao professor considerar, dentre outras coisas, as

condições do aluno, da estrutura escolar, o modo como o professor se apropria das significações da educação escolar e, principalmente, do conteúdo das ações que ele realiza ao propor as tarefas e promover as ações do estudante.

Na dissertação de Rezende (2015), o objetivo foi identificar e analisar os sentidos e significados manifestos por sujeitos que compuseram um grupo de dez licenciandos e três pós-graduandos, que se reuniram virtualmente e presencialmente, durante um semestre, para refletirem coletivamente sobre a organização do ensino por meio de atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica. Eles reconheceram a importância da compreensão de um conceito matemático por meio do lógico-histórico, se comparado às atividades que valorizam apenas os nexos externos. “Os nexos conceituais que fundamentam os conceitos, contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento” (REZENDE, 2015, p. 38). O autor chegou à conclusão de que o ensino requer uma ação intencional e planejada em determinado ambiente, que atenda às necessidades de aprendizagem do público ao qual ela se destina. A organização do ensino, neste sentido, prevê um esforço a fim de identificar, no histórico, o movimento do pensamento na elaboração do conceito e, ainda, encontrar formas de fazer com que as propostas de atividade sejam potencialmente capazes de possibilitar que os estudantes participem do processo ao entrarem em atividade.

Na pesquisa de Gladcheff (2015), o objetivo foi investigar o processo de significação da atividade de ensino de matemática que pode emergir durante uma atividade de formação contínua para professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, o autor admitiu como objeto as ações propostas e realizadas em uma atividade de formação contínua de professores que ensinam matemática nos anos iniciais e as ações dos professores no processo de significação da atividade de ensino de matemática, considerando a perspectiva da teoria Histórico-Cultural. Os sujeitos foram professores e coordenadores pedagógicos de escolas públicas que participaram de uma atividade de formação integrada ao Programa Observatório da Educação, da CAPES. O estudo concluiu que os princípios teóricos metodológicos da atividade orientadora de ensino é uma possibilidade para desencadear o processo de aprendizagem do professor. Ou seja, o professor pensa e cria atividades de ensino, seguindo os princípios da atividade orientadora de ensino, com o objetivo de promover o processo de aprendizagem dos alunos. Assim sendo, o professor, nesse movimento, pode alterar qualitativamente sua atividade de ensino e a si mesmo, como sujeito, em um processo dialético. Nessa pesquisa, ficou evidente a necessidade de formação dos professores que ensinam matemática. Colaborando com a discussão, a pesquisa seguinte

considerou a perspectiva lógico-histórica como forma didática a ser utilizada na formação inicial de professores.

Santos (2015) teve o objetivo de analisar se as atividades de ensino (AE) de Geometria na perspectiva lógico-histórica podem se configurar como unidade entre o ensino e a aprendizagem na formação inicial de professores. Partiu da hipótese de que a perspectiva lógico-histórico pode se tornar didática para a formação inicial de professores, quando as AE forem desenvolvidas a partir da dinâmica indivíduo-grupo-classe-narrativas. Com as análises, a autora pôde inferir que as AE de geometrias na perspectiva lógico-histórica se configuraram como unidade entre o ensino e a aprendizagem na formação inicial de professores, ou seja, o lógico-histórico pode se tornar didática para a formação de professores.

Em seu estudo, Milani (2016) buscou como objetivo compreender como ocorre o desenvolvimento do pensamento teórico no movimento da prática de uma professora principiante de Matemática em atividade de ensino. Para tal compreensão, primeiramente, a autora abordou os princípios da organização do ensino na perspectiva da Teoria da Atividade em articulação com a atividade do professor, com vistas à elaboração de atividades orientadoras de ensino como um elo entre estudante e professor. Em seguida, buscou elementos que denotassem o desenvolvimento do pensamento teórico do professor e do estudante como forma de contribuir para a organização de ações de ensino. O processo de apreensão dos dados se deu por uma investigação da sua própria prática ao elaborar e desenvolver situações de ensino em uma escola da rede pública do município de Curitiba. A autora concluiu existir indícios de desenvolvimento do pensamento teórico, reconhecendo a importância da própria prática como contribuinte para o desenvolvimento profissional do professor principiante. Além disso, mostrou-se evidente a mudança de sentido da professora principiante acerca dos elementos necessários para a organização das ações de ensino na atividade pedagógica.

Desse modo, diante das argumentações dos pesquisadores, reconhece-se que a função do professor, caracterizada nas pesquisas como atividade de ensino, possui uma especificidade em relação ao fenômeno educativo que se efetiva no espaço escolar. Muitos elementos foram elencados pelos autores como fundamentais aos professores no momento da organização da atividade de ensino, dentre eles: o contexto escolar, o conhecimento do conteúdo da disciplina, a forma de relacionar teoria e prática e os motivos do professor e sua formação docente. Estes elementos nos conduzem ao pensamento que o professor em sua função de ensinar necessita se apropriar principalmente do conteúdo do ensino e dos meios de sua apropriação.

1.3 O livro didático e os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental

Para os autores Mame (2014), Catanante e Araújo (2014), Damazio, Cardoso e Santos (2014) e Búrigo (2015), o objetivo foi de investigar o que está proposto nos livros didáticos elaborados por Davýdov e seus colaboradores e a relação que se estabelece com os livros brasileiros, fundamentados em conformidade com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental. Com isso buscaram proporcionar uma reflexão no modo como se tem ensinado matemática às crianças.

Mame (2014) realizou a pesquisa com o objetivo de investigar o contexto - matemático e organização do seu ensino - em que ocorre o desenvolvimento de conceitos geométricos no primeiro ano do Ensino Fundamental proposto por Davýdov (1982). Para essa finalidade, admitiu o estudo da geometria, no contexto da organização de sistema Elkonin-Davýdov, utilizando quatro obras como referência: Livro de orientação metodológica para professor, destinado para o primeiro e segundo ano do Ensino Fundamental, organizado por S.F. Gorbov, G.G. Mikulina e O.V. Savieliev, e o livro didático para os estudantes do primeiro e segundo ano do Ensino Fundamental de autoria V.V Davýdov. O autor assumiu o pressuposto de que o movimento expresso nos manuais traz as características conceituais gerais do objeto da matemática: a grandeza. Pedagogicamente, isso se traduz na distinção de algumas especificidades de objetos ou figuras.

Mame (2014) compreendeu que as tarefas propostas às crianças pelo sistema Elkonin-Davýdov em vez de explorar diversas gravuras (como normalmente procedem nos livros didáticos brasileiros), priorizam as figuras geométricas para analisar as características perceptíveis visualmente: cor, forma, tamanho, posição. Não se trata de uma redução dos conceitos geométricos ao campo perceptível, visual imediato, da criança, mas de uma organização desses elementos de modo que expressem o lógico-histórico do movimento conceitual da geometria. O autor chegou ao resultado de que a atividade é premissa para o desenvolvimento não só do pensamento geométrico, mas da própria formação da criança. Ou seja, o modo de organização do ensino, elaborado e adotado por Davýdov e expresso no conjunto de tarefas particulares voltadas à geometria, possibilita que as crianças entrem em atividade de estudo, desde que o professor consiga atender todas as orientações e criar novas, caso seja necessário.

Búrigo (2015) teve o objetivo investigar as necessidades inerentes ao processo davýdoviano de organização do ensino referentes ao conceito de números negativos. A

pesquisa, caracterizada como qualitativa e de natureza bibliográfica, utilizou-se dos livros do sistema Elkonin-Davýdov destinados aos estudantes do sexto ano escolar: o livro orientação ao professor (GORBOV et al., 2006) e o didático do estudante (GORBOV et al., 2007). O autor, no processo de problematização do objeto de pesquisa, chegou à síntese de que o estudo do número inteiro relativo é marcado por dificuldades e os resultados equivalentes à sua aprendizagem não são satisfatórios no cenário brasileiro, ou seja, as necessidades que são inerentes ao conceito não são priorizadas. Ele reconheceu que os estudantes se confrontam com obstáculos peculiares ao conceito, decorrentes de um modo de organização do ensino que privilegia o número natural somente relacionado a quantidades discretas. Neste sentido, o ensino do conceito de número nos anos iniciais estaria sendo um entrave para a aprendizagem conceitual futura.

Catanante e Araújo (2014) objetivaram apresentar as formas pelas quais o cotidiano é ressaltado na área de matemática nos primeiros anos da escolarização básica. As autoras realizaram a investigação a partir de dois documentos que se configuram como principais referências de orientação curricular nas escolas brasileiras: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1997) e Referencial Curricular Nacional para Educação Infantil (BRASIL, 1998). Elas realizaram um estudo sobre as bases dos documentos por entenderem que são neles que estão os princípios norteadores das propostas de ensino das escolas brasileiras. Nos PCNs tratam da abordagem entre o cotidiano e a matemática escolar, apontando para a dimensão prático-utilitária dos conceitos matemáticos. Por fim, elas chegaram a conclusão de que a valorização do cotidiano no ambiente escolar traz reflexões para a apreensão dos conceitos matemáticos e apontam a necessidade de recuperar a dimensão instrutiva da escola, consolidando uma proposta de educação matemática fundamentada na perspectiva histórico-cultural.

Completando esta discussão, o estudo de Damazio, Cardoso e Santos (2014), apresenta a análise quanto ao modo de organização das tarefas que se expressam no livro didático de matemática do Sistema Elkonin-Davýdov, bem como o manual de orientação ao professor, ambos referentes ao primeiro ano escolar. Eles adotaram o livro didático como instrumento de investigação do modo de organização do ensino de Matemática, considerado como algo novo em relação às propostas educativas predominantes: o sistema Elkonin-Davýdov. No desenvolver do trabalho, os autores reconhecem que a base unificadora dos conceitos matemáticos no primeiro ano escolar é a ideia de medida que envolve a relação entre grandezas de mesma espécie (por exemplo, área e área, volume e volume). E, para eles, é o aumento da complexidade em cada capítulo que proporcionará ao estudante a elaboração de

novas abstrações, que são o ponto de partida para ascender ao pensamento conceitual como um novo concreto, o pensado. Isso porque cada tarefa se apresenta com novas significações em processo de apropriação que, simultaneamente, explicitam os conceitos elaborados e acenam para a necessidade de outros.

Deste modo, as pesquisas que analisamos (MAME, 2014; CATANANTE; ARAÚJO, 2014; SOUZA; DAMAZIO, 2014; DAMAZIO; CARDOSO; SANTOS, 2014 e BÚRIGO, 2015), ao investigarem o material que é proposto para o ensino da matemática segundo o sistema Elkónin- Davýdov esclarecem as afirmações de Davýdov (1982), que diz que durante a reprodução do objeto em forma de conhecimento teórico, o pensamento sai dos limites das representações sensoriais e, fixa na conexão entre a relação geral e suas manifestações particulares. A concretização do conhecimento teórico requer sua conversão em uma teoria desenvolvida por via da dedução e da explicação das manifestações particulares do sistema, a partir de sua fundamentação geral.

1.4 Ensino dos conceitos matemáticos

Neste tópico, apresentam-se as pesquisas cuja abordagem relaciona-se aos conceitos matemáticos. Em destaque estão as pesquisas direcionadas ao ensino de conceitos matemáticos, como: os nexos conceituais da tabuada, o conceito de adição e subtração, o conceito de multiplicação e o conceito de divisão. Analisamos os estudos produzidos, respectivamente, por: Hobold (2014), Silveira (2015), Galdino (2016) e Crestani (2016).

Vale destacar que as pesquisas elencadas neste tópico coadunam com a temática do item 1.3, mas em virtude da relevância dos conceitos propostos nas pesquisas, optamos pela criação do item 1.4, pois elas apresentam nexos conceituais (agrupamento, valor posicional, bases numéricas, relação de multiplicidade e divisibilidade, grandezas...) de extrema relevância para a aprendizagem futura de outros conceitos matemáticos.

Chama-nos a atenção, durante a revisão de literatura, a pequena quantidade de trabalhos que tratam diretamente da formação de conceitos matemáticos nos anos iniciais. Dentre (41) quarenta e uma pesquisas, entre teses e dissertações, somente (8) oito estão direcionadas à investigação da formação de conceitos matemáticos na perspectiva da teoria histórico-cultural e/ ou do ensino desenvolvimental nos anos iniciais do ensino fundamental.

As pesquisas relacionadas acima trazem as contribuições da teoria histórico-cultural e do Ensino Desenvolvimental e, ao mesmo tempo apontam lacunas no ensino brasileiro, cuja ênfase é um ensino fundamentado na lógica formal tradicional. Isso reforça a necessidade de

investigação que vise elucidar a formação de conceitos neste nível de ensino, de modo a colaborar para a melhoria do ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos nos anos iniciais. Visto que, “as crianças pequenas podem desenvolver o pensamento teórico por meio da assimilação do conhecimento teórico” (LIBÂNEO; FREITAS, 2017, p. 336). Assim, é imprescindível compreender o processo de assimilação dos estudantes em idade escolar, desde os anos iniciais.

Hobold (2014) investigou o movimento conceitual no ensino brasileiro e na proposição davydoviana para o ensino da tabuada. Para tanto, analisou a coleção mais utilizada pelos professores das escolas estaduais dos municípios constituintes da 36ª Gerência Regional de Educação, Santa Catarina. Trata-se da coleção *Porta Aberta*, dos autores Centurión, Scala e Rodrigues. Quanto à proposição russa, buscou, no interior do sistema de ensino Elkonin-Davýdov, a referência de análise, que foi constituída por Davýdov (ДАВЫДОВ) e colaboradores, tais como Gorbov (ГОРБОВ), Mikulina (МИКУЛИНА) e Savieliev (САВЕЛЬЕВА) e os livros didáticos, manuais de orientação ao professor, entre outros.

A referência de análise consistiu nos exercícios apresentados na proposição brasileira e nas tarefas apresentadas na proposição davydoviana, para o ensino da tabuada, nos três primeiros anos escolares do Ensino Fundamental. O estudo conclui que na coleção *Porta Aberta* (livro de Matemática do sistema brasileiro), o conceito de multiplicação, base para a tabuada, é abordado com diferentes significados, tais como: adição de parcelas iguais, organização retangular, proporcionalidade, combinação, padrões geométricos e multiplicações, o dobro, o triplo, o quádruplo, a sequência numérica, ou seja, atinge-se o conceito: *multiplicar é o mesmo que adicionar quantidades iguais*. Portanto, os conceitos desenvolvidos por meio da percepção e generalização das características externas são denominados por Davýdov de empíricos.

No trabalho desenvolvido por Silveira (2015), o objetivo foi investigar a conexão dialética existente entre o universal, o particular e o singular no movimento conceitual, que se expressa na proposta de ensino de Davýdov e colaboradores para a operacionalização do sistema de numeração. A pesquisa analisou o objeto de estudo na unidade entre o lógico e o histórico, no movimento conceitual da proposição davydoviana para a operacionalização do sistema de numeração, na especificidade da adição e subtração. Como fonte da pesquisa foram utilizados os livros didáticos e de orientação ao professor da proposição davydoviana para o segundo ano do Ensino Fundamental.

Ela apontou que a lógica do sistema de numeração consiste na formação de suas ordens, e ele fornece a chave para o estudo das operações de adição e subtração. É o estudo da essência das operações, dos agrupamentos e reagrupamentos das ordens, determinados pelo valor da base numérica, que enriquece a lógica do sistema de numeração, porque permite a compreensão de seu desenvolvimento. Esse movimento explicita a unidade entre o lógico e o histórico da operacionalização do sistema de numeração. Tal unidade se expressa de acordo com Silveira (2015) na conexão existente entre o universal (relação parte-todo que expressa o agrupamento ou reagrupamento das ordens), o particular (conforme a base numérica ocorre o agrupamento ou reagrupamento das ordens) e o singular (resultado da operação).

Galdino (2016) teve o objetivo de investigar o conhecimento matemático dos estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de multiplicação. A referência foi a Teoria Histórico-Cultural, mais especificamente a distinção entre pensamento teórico e empírico. Os dados de pesquisa foram obtidos por meio do acompanhamento de uma turma de 3º ano escolar, de uma escola da rede estadual, no município de Tubarão, durante o segundo semestre de 2014. O estudo utilizou como instrumento de coleta de dados dois momentos: a observação das aulas de Matemática e a realização de entrevistas individuais com os estudantes. Os resultados obtidos com a pesquisa são semelhantes àqueles detectados por Davydov (1982) ao analisar as proposições para o ensino de Matemática em seu país (Rússia), no século XX, por ele denominado de ensino tradicional por sustentar-se na teoria empírica. Nessa perspectiva, a elaboração do conhecimento segue o esquema percepção - representação - conceito.

Crestani (2016) investigou as manifestações da relação universal do conceito de divisão, nas tarefas particulares e sua conexão com as seis ações de estudo. A fonte de dados da pesquisa, de caráter bibliográfico, foi a obra de Davydov. Em especial o livro didático de Matemática, desenvolvido por Davydov e colaboradores, para o 2º, 3º e o 4º ano do Ensino Fundamental (ДАВЫДОВ, et al., 2012; ДАВЫДОВ, et al., 2009; ДАВЫДОВ, et al., 2011), e o livro de orientação ao professor para utilização dos referidos livros didáticos (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2003; ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2004; ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2009). Por meio da Atividade Orientadora de Ensino (АОЕ), ela elaborou e desenvolveu matematicamente uma história virtual, cujo conceito norteador foi divisão, inter-relacionado com outros conceitos matemáticos, principalmente, multiplicação.

No processo, a autora verificou haver possibilidade de desenvolvimento do pensamento teórico por meio da apropriação científica dos conceitos, contudo chamou a

atenção para o fato de que um único conceito matemático é insuficiente para a formação do pensar teórico. É necessário um sistema conceitual mais amplo, que envolva outras áreas do conhecimento e de condições objetivas para tal, visto que há muitos fatores educacionais que impedem ou reduzem a possibilidade de se atingir esse intento, como as condições sociais, econômicas, físicas, familiares, dentre outras. No entanto, em consideração aos limites atinentes à pesquisa, que teve como foco principal o conceito de divisão e sua sistematização, a autora acredita que a pesquisa oferece reflexões que podem subsidiar a elaboração de um projeto educacional com o propósito de atingir o desenvolvimento teórico.

Para Souza e Guillen (2013) o objetivo foi apresentar alguns pressupostos teóricos e metodológicos que fundamentam o movimento lógico-histórico, apontaram tal movimento como perspectiva didática para o ensino de matemática na Educação Básica por considerar a matemática nas relações com os nexos conceituais da aritmética, da geometria e da álgebra. Como forma de superação do ensino tradicional, eles afirmaram que os professores devem ensinar a partir dos nexos conceituais, pois os consideram como um *elo* que liga o aspecto lógico ao aspecto histórico, presente nos diversos conceitos matemáticos elaborados, na prática humana, pelas diversas civilizações.

Assim, em conformidade com Rezende (2015), que trata do aspecto lógico-histórico na atividade do professor, este estudo vem ao encontro de superação de práticas cristalizadas de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos que priorizam as verdades absolutas, estáticas e independentes da atividade humana. Pensar os conceitos por meio dessas práticas cristalizadas implica uma visão fragmentada do conhecimento.

Na perspectiva lógico-histórica a matemática é considerada uma construção humana, elaborada a partir de necessidade de grupos sociais que a produzem. Desse modo, ela é vista como um produto cultural e, portanto, condicionada às práticas dos indivíduos que a produzem. No enfoque da base teórica do materialismo histórico dialético, a matemática não é entendida como experiência individual, subjetiva, de natureza sensorial (TRIVIÑOS, 2006). Ao invés disso, ela tem um caráter essencialmente histórico e universal e se realiza sempre na relação entre o singular, o particular e o universal.

Diante das pesquisas analisadas, evidenciam-se dois tipos de pensamentos: o empírico e o teórico, cuja formação do conceito também se distingue. No primeiro, os conceitos são formados por um aspecto imediato, externo, são atributos do objeto que permitem compreender a sua aparência, mas não a essência. Para (LIBÂNEO; FREITAS, 2017, p. 352) “[...] embora importante, a formação de conceitos e generalizações empíricas é apenas um degrau inicial do processo de conhecimento.” Por outro lado, o conceito teórico surge como

atividade mental capaz de reproduzir idealmente o objeto e as relações como uma unidade que reflete a sua universalidade, sua essência. Ou seja, “O conceito teórico é, ao mesmo tempo, o reflexo mental do objeto material e a ação mental de reproduzi-lo mentalmente” (LIBÂNEO; FREITAS, 2017, p. 352).

Por fim, destacam pesquisas que tratam da formação de conceitos matemáticos, localizados na revisão de literatura (Apêndice B) são: O conceito de divisão e multiplicação - Rosa, Damazio e Crestani (2014); O conceito de número - Rosa e Euzébio (2012); O conceito de equação - Dorigon e Damazio (2016); O conceito de adição e subtração - Rosa, Damazio e Alves (2013) que serão apresentados posteriormente no capítulo três, durante explicação dos dados apreendidos na pesquisa de campo.

1.5 O conceito de número nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Neste tópico, apresentam-se as pesquisas cuja abordagem relaciona-se diretamente ao conceito de número. São elas: Rosa (2012), Souza (2013), Ferreira (2013) e Moya (2015).

Para Rosa (2012) o objetivo da pesquisa foi verificar a interconexão dos sistemas de significação numérica (algébrico, geométrico e aritmético) e a forma pela qual o conceito de número é introduzido no primeiro ano escolar do Ensino Fundamental. A autora realizou um estudo detalhado sobre a especificidade do conceito de número abordado na proposição de ensino de Davydov e seus colaboradores, no qual mostra que antes do estudo dos números, propriamente dito, as crianças aprendem as grandezas (comprimento, área, volume, massa e quantidade discreta), visto que o número é decorrente das relações múltiplas entre duas grandezas da mesma espécie. Isso porque, “o conceito de número não existe sem a relação entre grandezas, sejam elas discretas ou contínuas, comprimento com comprimento, volume com volume, quantidades discretas com quantidades discretas” (ROSA, 2012, p. 228).

A orientação teórica e metodológica utilizada foi o materialismo histórico e dialético para a apreensão do conceito de número na proposição davydoviana em seu processo de origem e desenvolvimento. Por isso, a autora selecionou aquelas tarefas que reproduzem a unidade da totalidade do movimento entre o geral ↔ particular ↔ universal ↔ particular ↔ singular de introdução do conceito de número. Por fim, Rosa (2012) concluiu que as orientações apresentadas nos livros didáticos brasileiros para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar estão muito próximas ao que Davydov (1987) denominou de ensino tradicional, ou seja, o número se caracteriza apenas pela quantidade, dados diretamente no limite dos números naturais em sua significação aritmética. Já na proposição davydoviana, as

múltiplas relações entre significações algébricas, aritméticas e geométricas do conceito de número são interconectadas no seguinte movimento: geral \leftrightarrow particular \leftrightarrow universal \leftrightarrow particular \leftrightarrow singular. Para a autora, a proposta de Davydov é fascinante no sentido de oferecer algo novo aos estudantes, em especial das escolas públicas, pois é a possibilidade de um ensino de matemática que os desenvolvam de acordo com todas as suas possibilidades (ROSA, 2012).

Souza (2013) investigou o que é considerado como indicador (es) de diferença (s) essencial (is) entre as proposições de Davydov e a formalista moderna, referentes ao ensino do conceito de número no primeiro ano do Ensino Fundamental. Para isso, a autora apresentou as tarefas que são propostas na tendência do formalismo e as tarefas propostas no sistema Elkonin - Davydov, em torno da formação do conceito de número. Ela reconheceu, no decorrer do estudo, que o formalismo moderno admite a correspondência um a um como noção básica a ser apropriada pelas crianças, cujo contato inicial é com o conceito de número natural.

A autora afirma que a principal distinção entre as duas propostas educativas está na perspectiva de formação humana, ou seja, embora constitua uma unidade de uma prática social, no ensino, elas revelam seus contrários pelas distintas bases teóricas: a dialética materialista da proposta de Davydov e a lógica formal do Movimento da Matemática Moderna. Tal diferença é indicadora da não possibilidade em admitir similaridade entre as propostas, como anunciado, anteriormente, no momento da problematização da pesquisa, ou seja, a autora constatou que a “lógica” das propostas se diferenciam tanto em método como em conteúdo, impossibilitando comparações. Seu estudo indicou como consequência o desenvolvimento do conhecimento empírico no ensino do conceito de número fundamentado pelo movimento formalista moderno e concluiu que, pedagogicamente, a omissão de enunciado e a objetividade das perguntas em cada proposição têm, implicitamente, um teor indicativo e localizador. Consequentemente, restringem a criança a poucas palavras: “sim”, “não”, “é tal coisa”, “está ali”.

Ferreira (2013) teve o objetivo analisar o que o professor que ensina matemática nos anos iniciais do ensino Fundamental pensa acerca da formação de conceitos matemáticos pelos estudantes e, em particular, do conceito de quantidade. Segundo a autora, nessa etapa os alunos têm contato com os primeiros conceitos científicos, que devem constituir-se como a base para o desenvolvimento posterior da aprendizagem de conceitos mais complexos da matemática e de outras ciências correlatas. A pesquisa de campo teve como cenário geográfico o município de Goiânia e como sujeitos os professores que atuam nos anos iniciais

do Ensino Fundamental. A forma de apreensão dos dados foi por meio de entrevistas e observações em sala de aula.

Moya (2015) teve o objetivo de investigar o processo de formação dos conceitos matemáticos pelos estudantes que frequentam o primeiro ano do Ensino Fundamental, a fim de sistematizar princípios para a organização do ensino e aprendizagem nesse ano de escolarização. Para tanto, realizou uma investigação bibliográfica na qual analisou o processo de desenvolvimento dos conceitos nos escolares, a formação do pensamento teórico e os elementos necessários para a organização do ensino de matemática utilizando como referencial teórico a Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade. Como metodologia, a autora realizou um experimento formativo como metodologia de caráter científico, por este permitir analisar a forma de organização o ensino, os conteúdos, bem como compreender o processo de desenvolvimento infantil, admitindo-o como instrumento investigativo a partir de uma unidade didática sobre o conceito de número, elaborada com base nos pressupostos teóricos de Davydov (1982, 1988), que foi associado à inter-relação entre a atividade de estudo e as demais atividades infantis, como o jogo de papéis.

Ao desenvolver o experimento formativo, o estudo avaliou que na aprendizagem do conceito de número os escolares realizaram, a princípio, ações externas sob a orientação da pesquisadora. Isso significa que o conceito de número era compreendido pelas crianças no limite das manifestações particulares e externas que elas estabeleciam com a realidade objetiva. Porém, a partir da realização das ações de estudo propostas por Davidov (1988), ela analisou que os escolares começaram a compreender que a essência do conceito de número não existe sem as relações entre as grandezas, sejam elas discretas ou contínuas.

Finalizando, diante da análise realizada na revisão de literatura, verifica-se a ineficácia de ensinar conceitos às crianças ou jovens apenas transmitindo a eles aquilo que está definido no livro didático brasileiro ou por exercícios mecânicos, o que pressupõe a necessidade do uso adequado de um procedimento de ensino para viabilizar os resultados almejados. Nessa perspectiva, pode-se inferir que ensinar os estudantes a pensar teoricamente, importa definir, ao mesmo tempo, os conteúdos que lhes permite o desenvolvimento desse pensamento e o modo sob o qual ele é viabilizado.

Por esta razão, o objetivo geral da pesquisa é compreender as peculiaridades da organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais, a fim de contribuir com os professores no desenvolvimento do seu trabalho. Nessa análise, destaca-se como fundamental a interdependência entre os conteúdos específicos da matemática, particularmente o conceito de número, os pedagógicos, psicológicos e didáticos, como

necessários à organização e orientação do ensino dos conceitos de forma sistematizada e intencional.

Portanto, a organização e as ações de ensino devem gerar e promover a aprendizagem por parte do estudante. É com esse objetivo que o professor deve organizar as tarefas e as ações que serão propostas aos estudantes. Daí a importância da compreensão do objeto de ensino e aprendizagem, e sua conversão pedagógico-didática de modo a garantir ao estudante, por meio do estudo, a apropriação teórica da realidade, conforme será explicitado no próximo capítulo.

CAPÍTULO II

TEORIA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL: FUNDAMENTOS DA PESQUISA

Este capítulo tem por objetivo apresentar as principais categorias necessárias à construção do objeto e ao alcance dos objetivos da pesquisa. O ponto de partida são fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, por Lev Semenovitch Vigotski e da teoria do Ensino Desenvolvimental, elaborada por Vasili V. Davydov e colaboradores.

Davydov buscou em Leontiev, o conceito de atividade e desenvolveu experimentos que o levou a compreender e formular um tipo específico de atividade, a de estudo. Esta atividade exige um modo de organização da educação escolar por meio do conhecimento científico dos objetos, capaz de prover o desenvolvimento da consciência e da personalidade do estudante, por meio do conhecimento teórico.

Em face da necessidade de compreender a organização do processo de ensino que promove o desenvolvimento do estudante, buscou-se neste capítulo percorrer o movimento em torno das categorias elucidativas dos fundamentos para a organização do ensino dos conceitos, em específico o conceito de número. São elas: atividade humana, atividade de estudo, formação de conceito, pensamento empírico e pensamento teórico. E, por fim apresentamos algumas considerações históricas sobre a constituição do número e tarefas particulares propostas por Davydov, para a modelação da relação universal do conceito de número.

2.1 Atividade humana e atividade de estudo

O conceito de atividade humana foi introduzido na teoria de Vasili V. Davydov a partir da teoria histórico-cultural da atividade formulada por Leontiev⁵ (1983, 2016) cuja origem remete ao estudo da atividade iniciado por Vigotski. Esse psicólogo russo utilizou o conceito de atividade na Psicologia Soviética para explicar a origem social da psique humana

⁵ Alexei Nikolaievich Leontiev nasceu em 1903, em Moscou. No ano de 1923, ou seja, aos 22 anos de idade, terminou a Faculdade de Ciências Sociais da Universidade de Moscou. Sua orientação em psicologia foi de Chelpanov, na época professor de psicologia e diretor do Instituto de Psicologia da mesma universidade. O ano de 1924 marcou o início da vida profissional e científica de Leontiev, pois, entre outros acontecimentos, foi nomeado colaborador científico do Instituto de Psicologia. Nesse mesmo ano, aconteceu uma mudança fundamental no rumo científico e pessoal de Leontiev: a relação com Luria e com Vigotski, nesta ordem. Entre 1936 e 1940, realizou um importante ciclo de investigações destinado ao estudo do desenvolvimento histórico da psique no aspecto filogenético e da consciência humana. Leontiev faleceu em 1979, em Moscou.

como algo vinculado à cultura e postulou que o período escolar é o mais fértil para a aprendizagem e o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Leontiev estudou a atividade humana, o trabalho, analisado por Marx, criou a teoria geral da atividade e, teorizou sobre os componentes estruturais dessa categoria: necessidades, motivos, objetivos, finalidade, ações e operações como uma unidade básica para melhor compreender o desenvolvimento do psiquismo humano.

Na teoria de Leontiev (1978, 1983, 2016), o conceito de atividade está associado ao desenvolvimento humano, entendido como processo de apropriação das riquezas espirituais (culturais e históricas) acumuladas pelo gênero humano, o qual se realiza mediante o reflexo psíquico da realidade e forma sua consciência. Esse processo se inicia por meio das inter-relações e da comunicação com os outros, vai revelando para si os significados culturais dos objetos e, ao mesmo tempo, adquirindo um sentido pessoal, mediante as ações realizadas com esses objetos. Assim, os significados da cultura, apropriados em contextos de relações sociais, passam a fazer parte da atividade psíquica do homem como instrumentos (culturais, semióticos, mentais) para orientar sua ação enquanto sujeito no mundo, na realidade. Conforme mostra Leontiev (1978):

[...] cada geração começa, [...], a sua vida num mundo de objetos e de fenômenos criados pelas gerações precedentes. Ele se apropria das riquezas deste mundo participando no trabalho, na produção e nas diversas formas de atividade social e desenvolvendo assim as aptidões especificamente humanas (LEONTIEV, 1978, p. 284).

Na atividade social, os homens produzem não só os objetos, mas também novas necessidades e, por conseguinte, realizam novas atividades. “Por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo” (LEONTIEV, 1988, p. 68). O objetivo da ação, por si mesma, não estimula a agir. “Para que a ação surja e seja executada é necessário que seu objetivo apareça para o sujeito, em sua relação com o motivo da atividade da qual ele faz parte” (LEONTIEV, 2016, p. 69).

Ao investigar a estrutura e o funcionamento da atividade psicológica humana, Leontiev, distinguiu dois tipos: a externa - que consiste na ação humana com objetos, por meio de ações no plano material -, e a atividade humana interna - que ocorre no plano mental, por meio de ações que o ser humano realiza com as imagens dinâmicas do objeto (seu reflexo psíquico) por meio de ações mentais. Para o autor, a atividade interna se forma no processo de

interiorização da atividade objetual externa. Para Leontiev (2016) a atividade externa tem precedência sobre a interna, pois todos os tipos concretos de atividade humana surgem a partir das diversas necessidades humanas nas relações sociais. Ambas estão intrinsecamente interligadas pelo fato de propiciarem a mediação das inter-relações de atividade prática, teórica e mental entre o homem e o mundo. Ao postular que a existência de princípios comuns na estrutura dessas formas de atividade relaciona-se às suas semelhanças genéticas, Leontiev apud Davidov (1988) afirma:

A atividade interna possui meios que permitem ao sujeito solucionar tarefas que não podem ser realizadas no plano da atividade externa e vice-versa. Simultaneamente, a atividade objetual externa é geneticamente primária, e a atividade interna sua derivada. Entre elas se conserva também a vinculação funcional, expressos nas passagens e transformações mútuas (LEONTIEV apud DAVIDOV, 1988, p. 30).

Em torno desse entendimento Davydov considerou fundamental o processo de interiorização e a estrutura da atividade. Sendo está constituída pela necessidade, motivo (objeto), objetivo, condições e tarefas, que surgem da necessidade que desperta os motivos orientados para um objeto. O motivo é que impulsiona a atividade, pois articula a necessidade a um objeto, ou seja, o objeto da atividade é seu motivo real. Essa estrutura é formada por elementos que se interligam e podem assumir diferentes funções, uma vez que estão em constante processo de transformação. Os componentes, correlatos são: atividade ↔ ação ↔ operações.

Assim como as atividades estão relacionadas com o motivo, as ações relacionam-se aos objetivos que se referem ao aspecto intencional e operacional de realização das operações. Cada ação requer diferentes operações - procedimentos - que dependem das condições de sua execução. Nesse sentido, podemos compreender a atividade como um sistema que possui estrutura, passos internos e identifica como função a orientação dos sujeitos em relação ao mundo dos objetos, mediados pelos instrumentos criados no processo histórico social da atividade humana. Leontiev (1983) afirma:

A atividade é uma unidade molar não aditiva da vida do sujeito corporal e material. Em um sentido mais estreito, quer dizer, no nível psicológico, esta unidade da vida se vê mediada pelo reflexo psíquico, cuja função real consiste em orientar o sujeito no mundo dos objetos. Em outras palavras, a atividade não é uma reação, tampouco um conjunto de reações, mas é um sistema que possui uma estrutura, passos internos e conversões, desenvolvimento (LEONTIEV, 1983, p. 66).

Para Leontiev (1983), o traço característico da atividade psíquica é seu esforço para a transformação da sua realidade, visando resolver uma necessidade humana para a qual deve

ser buscado um objeto capaz de satisfazê-la. Portanto, toda atividade humana é sempre caracterizada por sua orientação a um objeto com um propósito específico e existe em função daquilo que a motiva: seu objeto; e são esses motivos que dirigem essa atividade. Na ação orientada ao objeto, o objetivo é o meio pelo qual se pode satisfazer o motivo e alcançar o atendimento da necessidade. Para isso, a ação se desdobra em várias operações. Toda ação é formada por operações que consistem no modo de realizá-la. Nos dizeres de Leontiev: “Uma mesma ação pode ser efetuada por diferentes operações, mas uma mesma operação também pode realizar diferentes ações, porque uma operação depende das condições em que o alvo da ação é dado, enquanto uma ação é determinada pelo alvo” (LEONTIEV, 2016, p. 74). Ações e operações, por sua vez, são realizadas em circunstâncias específicas, em determinadas condições para sua execução, sem as quais não podem ser realizadas de forma a atingir o objetivo e satisfazer o motivo.

A respeito da estrutura da atividade, Leontiev (1978) afirma:

A primeira condição de toda atividade é uma necessidade. Todavia, em si, a necessidade não pode determinar a orientação concreta de uma atividade, pois é apenas no objeto da atividade que ela encontra sua determinação: deve, por assim dizer, encontrar-se nele. Uma vez que a necessidade encontra a sua determinação no objeto (se ‘objetiva’ nele) o dito objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que o estimula (LEONTIEV, 1978, p. 115).

Desse modo, podemos ressaltar que os objetivos - aquilo pelo qual se dirige a atividade ou os meios de satisfazer as necessidades - devem aparecer na consciência da qualidade de motivos que é aquilo para o qual a atividade se orienta. Este processo é resultante da apropriação da cultura, mediante a comunicação com outras pessoas, em que ocorre a substituição dos objetos materiais por formas subjetivas, mentais, como imagens ou reflexos, na forma de consciência (LEONTIEV, 1983).

A partir dessa base e de outros estudos conduzidos pela escola de Vigotski, especialmente por D. B. Elkonin⁶, Davydov destaca, entre outros tipos de atividade, a particularidade da atividade de estudo, cujo objetivo é a apropriação do conhecimento teórico, ou seja, o domínio de símbolos e instrumentos culturais das diversas áreas do conhecimento disponíveis na sociedade.

⁶ Em 1961, Elkonin escreveu um ensaio que apresenta as principais hipóteses sobre atividade de estudo. Segundo o pesquisador. Até então, a atividade de estudo não tinha sido colocada como um problema pela psicologia infantil e pedagógica. Tudo indica que as ideias apresentadas por Elkonin converteram-se na plataforma a partir da qual Davidov, A Márkanova e outros desenvolveram seus estudos experimentais sobre esse tipo especial de atividade (AQUINO; CUNHA 2016, p. 176).

Davidov considera que “[...] o ingresso da criança na escola marca o começo de uma nova etapa da vida da criança, período em que a criança se modifica tanto no aspecto da organização externa quanto interna” (DAVIDOV, 1988, p. 76). Nesse processo em que a criança ocupa um novo lugar no sistema das relações sociais, a atividade de estudo deve garantir aos estudantes a apropriação teórica da realidade que, segundo o autor, constitui a essência da atividade neste período.

A atividade de estudo não é um fim em si mesmo, mas representa a condição necessária para que os estudantes alcancem o desenvolvimento mental, cognitivo e afetivo, por meio da apropriação do conhecimento teórico. A atividade de estudo pressupõe a organização. Tal organização deve gerar e promover a atividade de estudo, propondo tarefas que crie meios do estudante superar aquilo já sabe, e percorra em busca de resolver as tarefas como movimento importante na formação do pensamento teórico, na busca por solucionar a situação problema inerente à própria atividade de estudo, ou seja, a tarefa⁷ de estudo.

Com base nessa compreensão, Sforzi (2004) justifica a importância da organização da atividade de ensino:

[...] na organização do ensino, o professor não trata apenas da organização lógica do conteúdo, mas também no modo de fazer corresponder o objeto do ensino com os motivos, desejos e necessidades dos alunos. Sua função maior é transformar a atividade de ensino em atividade de estudo para o aluno [...] (SFORZI, 2004, p. 111).

Para Davidov (1988) a unidade fundamental da atividade de estudo é a tarefa de estudo, cuja finalidade é a transformação do próprio sujeito. Na realização da tarefa de estudo, o estudante é o sujeito de sua própria transformação. É nesse processo que a necessidade de conhecimentos teóricos impulsiona o motivo do estudante, possibilitando-lhe realizar ações mentais e materiais para satisfazer as necessidades surgidas no reconhecimento do objeto e é, justamente, no movimento de apropriação do objeto que a atividade humana se realiza.

Nesta perspectiva, a tarefa de estudo, proposta por Davidov, se diferencia dos tipos de tarefa que desconsideram o processo e valorizam o resultado. Ela não se restringe apenas ao domínio dos conhecimentos, nem das ações e operações que o estudante realiza para sua apropriação, mas ela envolve a transformação qualitativa de sua personalidade, na reestruturação e no desenvolvimento cognitivo, afetivo, intelectual e volitivo da sua personalidade (AQUINO; CUNHA, 2016).

⁷ “Corresponde também a Elkonin o mérito de haver identificado a tarefa de estudo como unidade ou célula básica desse tipo de atividade, assim como ter assinalado as peculiaridades dessa tarefa” (AQUINO; CUNHA 2016, p. 179).

Os elementos estruturais da tarefa de estudo são descritos por Davidov (1988) como a união do objetivo as ações que a compõem e as condições para a sua realização, os quais se relacionam de modo interfuncional, tendo em vista o alcance do objetivo: formar o conceito, aprender, desenvolver o pensamento teórico acerca do objeto de estudo. No decorrer da realização da tarefa, a necessidade impulsiona o motivo do estudante e ele identifica a existência de um motivo para aprender, como “[...] algo que é preciso ser buscado em resposta a uma exigência ou um problema presente na própria atividade de estudo”. São “[...] os motivos que estimulam o estudante assimilar os procedimentos (o modo) de ação mental com os objetos de conhecimento (contidos nas ações de aprendizagem) orientadas para a resolução da tarefa” (FREITAS, 2011, p. 79). Dentre as ações, destacam-se a transformação, a modelação, a transformação do modelo, resolução do sistema de tarefas particulares, o controle e a avaliação. A realização dessas ações pressupõe um conjunto de operações que as concretizam.

Os componentes da tarefa de estudo, neste sentido são organizados de modo a permitir a apropriação dos produtos materiais e intelectuais, ou seja, de conceitos historicamente construídos de forma sistematizada e intencional e se desenvolva intelectualmente com vistas ao pensamento teórico.

Deste modo a atividade de estudo apresenta um papel fundamental na formação da consciência humana, que se desenvolve mediante uma educação escolar que impulsiona o desenvolvimento cognitivo, ligado à fundamentação lógico-psicológica da estruturação das disciplinas escolares.

Está atividade não ocorre espontaneamente, é uma atividade mediada. O termo mediação tem sido utilizado por muitos como uma colaboração do professor com os estudantes, no sentido de auxílio direto. Segundo Sforni (2008) o termo ganhou representatividade a partir do momento em que se supera a visão espontaneísta do ensino e aprendizagem escolar, ou seja, supera as propostas que acreditavam que o estudante constrói o próprio conhecimento.

Nesse sentido, o professor passa a ser considerado importante no processo de ensino e aprendizagem e, o resgate do valor social como profissional. Contudo, Sforni (2008) afirma que este valor em si, distancia do significado de mediação conforme a teoria histórico-cultural.

Para Sforni (2008, p. 4) “[...] a forma e o conteúdo do pensamento possível ao homem não está em cada sujeito particular, mas nos instrumentos produzidos e disponíveis ao homem

ao longo da história.” Deste modo, a mediação não é uma assistência do professor ao estudante, mas o estabelecimento de uma relação professor-conhecimento-estudante.

Daí mostra-se importante que as instituições de ensino, mais especificamente os professores, amplie o conhecimento em torno do termo mediação, pois ele traz contribuições significativas para planejar o ensino de modo a tornar possível uma educação escolar que auxilie os estudantes a se apropriarem dos conhecimentos teóricos necessários para enfrentar, com confiança e consciência, os problemas da vida cotidiana.

Conforme complementa Bernardes (2012a):

Ensinar significa uma ação necessária na atividade pedagógica tanto quanto é necessário estudar e aprender. Não se concebe a aprendizagem como uma ação espontânea ou decorrente da ação do estudante de forma independente. Aprender e ensinar são ações que devem se objetivar dialeticamente na atividade pedagógica, como uma unidade dialética de fato, ou seja, indissociáveis (BERNARDES, 2012a, p. 82).

Com base nessa compreensão, Bernardes (2012b), ao comentar sobre as atividades humanas particulares postas pela organização da sociedade contemporânea afirma que dentre essas atividades, “[...] a atividade de ensino tem a função particular de organizar ações que possibilitem os herdeiros da cultura o acesso ao conhecimento elaborado sócio-historicamente” (BERNARDES, 2012b, p. 83). Para a autora, conceber o trabalho do professor como atividade é considerar as necessidades humanas nele contidas, haja vista que, por meio desta atividade, “[...] os sujeitos tornam-se humanos, ao se apropriarem dos elementos lógico-histórico presente na produção coletiva” (BERNARDES, 2012b, p. 83).

Nessa perspectiva, Bernardes (2012b) explica a atividade pedagógica por meio de duas objetivações: a primeira é a constituição da dimensão do gênero humano, originada na apropriação da produção humana, elaborada sócio-historicamente e, a segunda, a atuação diretamente ligada à função do professor, a organização de ações.

A primeira objetivação, posta pela finalidade da educação escolar, é a constituição do gênero humano originada na apropriação da produção elaborada sócio-historicamente, que promove a transformação e o desenvolvimento atual e real dos sujeitos. Tal possibilidade é estabelecida de forma indireta na atuação profissional do professor em atividade de ensino, quando atua conscientemente, direcionando suas ações para a transformação do sujeito que aprende. [...] A outra objetivação da ação de ensinar vincula-se diretamente à atuação profissional do professor. Refere-se à organização das ações na atividade de ensino. A seleção e a identificação do conhecimento teórico e científico a ser ensinado na escola e a definição das condições adequadas para a objetivação da organização das ações na atividade pedagógica requer que o professor objetive o segundo objeto de sua atividade. O produto desta atuação profissional é a elaboração de um instrumento que medeia o conhecimento e que se objetiva na organização das ações de ensino (BERNARDES, 2012b, p. 83).

Esta interpretação indica que a atividade do professor se configura em torno de duas principais dimensões: a dimensão psíquica do sujeito que ensina e do sujeito que aprende, sendo ambas objetivadas no desenvolvimento real dos sujeitos envolvidos, pois se existe o professor que ensina, conseqüentemente existe o estudante que apropria dos conhecimentos e, nessa relação dialética, ambos se desenvolvem. A segunda dimensão, diz respeito aos elementos construídos na prática profissional, que servem como mobilizadores do conhecimento, como, por exemplo, a sistematização das tarefas de estudo como instrumento que medeia o conhecimento, objetivado na organização das ações de estudo.

O professor assume uma autêntica relação dialética com o ensino, quando orienta a relação mediada pelo conhecimento produzido historicamente, pelos instrumentos materiais ou simbólicos que se interpõem entre o homem e os objetos. Dito de outra forma, ensinar é um processo que exige ação intencional e sistematizada do professor.

Por meio desta ação que ocorre a transformação, pelo estudante da realidade circundante, ao mesmo tempo em que transformam a si mesmo. Nesse aspecto, uma característica essencial do processo de ensino é a ação intencional do trabalho pedagógico para a apropriação, por parte de cada estudante, das objetivações humanas em suas formas mais desenvolvidas, representadas pelos conceitos científicos.

Contudo, não se pode esquecer que, na atividade de estudo, a atuação do professor precisa contemplar dois movimentos mediados, conforme expressa Libâneo (2011), ele escreve:

A pesquisa mais atual sobre a didática utiliza a palavra “mediação” para expressar o papel do professor no ensino, isto é, mediar a relação entre o aluno e o objeto de conhecimento. Na verdade, trata-se de uma dupla mediação: primeiro, tem-se a mediação cognitiva, que liga o aluno ao objeto de conhecimento; segundo, tem-se a mediação didática, que assegura as condições e os meios pelos quais o aluno se relaciona com o conhecimento (LIBÂNEO, 2011, p. 5).

Com relação à mediação cognitiva, isto é, “ligar o aluno ao objeto do conhecimento” convém destacar que, há “[...] uma condução eficaz da aula quando o professor assegura, pelo seu trabalho, o encontro bem sucedido entre o aluno e a matéria de estudo” (LIBÂNEO, 2011, p. 7). Ou seja, existe uma mediação didática que permite o desenvolvimento das capacidades mentais e da subjetividade dos estudantes por meio da assimilação consciente e ativa dos conteúdos, em cujo processo se consegue suscitar os motivos dos estudantes, para realizarem as tarefas. Isso significa dizer que como se ensina, em princípio, depende do como o estudante se apropria, generaliza e forma conceitos.

Neste processo o professor deve ter apropriado de conhecimentos científicos que permitem organizar ações que ao serem realizadas pelos estudantes, ocorra apropriação dos conhecimentos teóricos explicativos da realidade. Mesmo porque, o

[...] núcleo da atividade de ensino é a relação ativa do aluno com a matéria de estudo, sob a direção do professor. A atividade de ensino consiste, portanto, de uma combinação adequada entre o papel de direção do professor e a atividade independente, autônoma e criativa do aluno (LIBÂNEO, 2011, p. 91).

Assim, por um lado, o motivo está vinculado à necessidade de promover o desenvolvimento do pensamento do estudante por meio da apropriação dos objetos do conhecimento, elaborado sócio-historicamente. Por outro lado, está relacionado à necessidade de apropriação dos conhecimentos produzidos sócio-historicamente para que a aprendizagem dos conhecimentos teóricos se realize por um objetivo pessoal para aprender. Isso não significa que haja correspondência direta entre o ensino e o desenvolvimento do estudante, mas que o ensino é uma forma necessária para o desenvolvimento do pensamento, por meio da formação de conceitos.

Daí a importância do professor estabelecer objetivos, selecionar os conteúdos e organizar o ensino, para os estudantes se desenvolverem no processo de conversão dos conceitos em si em conceitos para si e, destes, em meios para agir nas situações da realidade em que vivem (HEDEGAARD; CHAIKLIN, 2005 apud FREITAS, 2011, p. 73). Por essa via, a atividade de ensino torna-se um meio capaz de criar condições favoráveis ao desenvolvimento das funções psíquicas superiores dos estudantes. O que exige a atuação consciente na organização dos instrumentos mediadores (conteúdo), das tarefas e das ações necessárias ao desenvolvimento do estudante.

Sforzi (2008) afirma que nas ações pelo processo de internalização, os conhecimentos adquiridos transformam-se em instrumentos internos de mediação. Ou seja, os instrumentos mentais potencializam a ação mental. Isso ocorre nos processos de desenvolvimento como mostra a autora “[...] Ao longo do processo de desenvolvimento, o indivíduo passa a utilizar signos que substituem os objetos do mundo real. São desenvolvidos sistemas simbólicos que organizam tais signos em estrutura complexa e articulada” (SFORZI, 2008, p. 3).

Assim, o processo exige a organização do ensino de modo a tornar acessível ao estudante os conceitos que as gerações precedentes já produziram para representar determinado objeto, conhecimento este, coincidente com o objeto da ação do estudante.

Deste modo, para fins didáticos apresenta-se o quadro 1: Contendo as principais especificidades do professor e do estudante, no processo de ensino e de aprendizagem.

Quadro 1 - As especificidades do professor e do estudante, no processo de ensino e de aprendizagem

	Professor Ensino		Estudante Estudo
*Necessidade	→ Propiciar meios à transformação da constituição dos estudantes por meio do acesso à cultura, humanizando-os.		→ Tornarem-se herdeiros da cultura - humanizar-se
*Motivo	→ Transformação do estudante por meio do conhecimento teórico científico.		→ Realização de ações que possibilite projetar-se no lugar do objeto
*Objetivo	→ Ensinar o conhecimento formado sócio-historicamente		→ Apropriar-se do conhecimento sócio-histórico
*Ações e operações	→ organizar o ensino	<ul style="list-style-type: none"> •Sistematizando o conhecimento a ser ensinado •Mobilizando os instrumentos, definindo condições (modos de ação) em que o conhecimento será ensinado. 	→ Realizar as tarefas de aprendizagem; → Executar ações mentais e materiais; → Participar de ações de controle e de avaliação.

Fonte: Conforme Bernardes (2012a, p. 92).

Desse modo, vai se descortinando a função da escola como lugar social fundamental para o desenvolvimento humano. E a importância da organização do processo de ensino como modo de efetivação do gênero humano. Para tanto, faz-se necessário que a escola seja o espaço adequado à apropriação da cultura humana elaborada e, promova o desenvolvimento integral do estudante, oferecendo condições para a formação do pensamento teórico. Neste sentido, implica ao processo educativo, assumir como finalidade básica conduzir o processo de um ensino capaz de oferecer aos estudantes meios para apropriação de conceitos teóricos, ou seja, das ferramentas mentais capazes de levar o estudante à transformação da relação que estabelecem com o meio objetivo e consigo mesmo.

2.2 Formação de conceito, pensamento empírico e pensamento teórico

Considerar a escola como espaço social cuja função é a apropriação de conhecimentos científicos socialmente construídos e formados historicamente na sociedade, é atribuir ao ensino um papel de extrema relevância para a promoção do desenvolvimento humano. Esse legado teórico, proveniente das contribuições científicas de Vigotski e de seus seguidores, particularmente de Davydov, esclarece a compreensão da especificidade do ensino escolar como propulsor do desenvolvimento psicológico humano desde a infância. Nesses termos, ao valorizar a educação escolar, os autores, atribuem ao professor a responsabilidade de conduzir a importante tarefa: organizar o processo de ensino de modo a potencializar o desenvolvimento intelectual do estudante, considerando as circunstâncias externas e internas

que demarcam as relações entre ensino e aprendizagem na história social humana. É nesse sentido que podemos compreender o papel substancial do ensino no desenvolvimento das funções psíquicas superiores, no processo de apropriação, realizado pelos estudantes, de conceitos impregnados da experiência sócio-histórica. Isso nos permite retomar a tese de Vigotski de que “o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental” (VIGOTSKI, 2007, p. 103).

Um objetivo do trabalho de Vigotski foi compreender o desenvolvimento das funções superiores do pensamento suscitadas no ser humano por meio das suas relações com o meio exterior. Tais funções são consideradas superiores por serem ações psicologicamente complexas, como: a atenção voluntária, a memória lógica, as ações conscientes, o pensamento abstrato e o comportamento intencional. Embora estes elementos da psique humana sejam, também, condicionados pelas questões biológicas, ele destaca o lado social na potencialidade das funções psíquicas superiores.

Nesse sentido, ao teorizar a lei genética do desenvolvimento destas funções do ser humano, Vigotski esclarece seu duplo aparecimento: primeiro nas atividades coletivas, sociais, como funções intersíquicas, e depois nas atividades individuais do sujeito, como propriedades internas de seu pensamento, como funções intrapsíquicas. Assim, “a relação entre as funções psicológicas superiores foi outrora relação real entre pessoas. Eu me relaciono comigo tal como as pessoas relacionaram-se comigo” (VIGOTSKI, 2010, p. 24-25).

No desenvolvimento das funções psicológicas, destaca-se a linguagem como um dos instrumentos de mediação utilizado nas relações que elevam o pensamento humano no processo de aquisição de determinado saber, por meio das palavras e imagens. Ou seja, a linguagem, inicialmente, surge como meio de comunicação entre a criança e as pessoas adultas e, posteriormente, ela é convertida em linguagem interna, fornecendo os meios fundamentais para o pensamento.

A linguagem social (signos) modifica e exerce o papel de reconstruir a linguagem interior ao se converter em uma função mental, envolvendo o processo de internalização, que corresponde, de acordo com (VIGOTSKI, 2007, p. 56), “a reconstrução interna de uma operação externa”. E, (DAVIDOV, 1988, p. 30) refere-se a esse processo como interiorização, isto é, a “transformação do intersíquico em intrapsíquico”. É nesse movimento, do social para o individual, ocorre a apropriação de conceitos e significações, ou seja, a apropriação da experiência sócio-histórica da humanidade.

Deste modo, a linguagem constitui uma via de mão dupla que vai do objeto para a criança e da criança para o objeto, em meio da coletividade. Como afirma Vigotski, o ser

humano é um ser de linguagem, ser simbólico e, em sua constituição, os signos são os instrumentos básicos de formação das funções mentais superiores, o meio pelo qual são conduzidas as operações mentais humanas. Os signos são a base para a formação de conceitos:

O conceito é impossível sem palavras, o pensamento em conceitos é impossível fora do pensamento verbal; em todo esse processo, o momento central, que tem todos os fundamentos para ser considerado causa decorrente do amadurecimento dos conceitos, é o emprego específico da palavra, o emprego funcional do signo como meio de formação de conceitos (VIGOTSKI, 2010, p. 170).

Significa dizer que há uma interdependência entre a formação de conceitos e a apropriação dos signos, na forma de conhecimentos científicos, artísticos, morais etc. Entretanto, o desenvolvimento dos conceitos na criança em idade escolar deve ser guiado por um tipo de conceito: os conceitos científicos.

Como explica Vigotski (2010), a formação de um conceito está associada a um ato de generalização representado pelo significado da palavra, dinâmico e flexível, que se desenvolve na medida em que a criança amplia sua capacidade mental, em nível de compreensão e generalização cada vez mais elevado. Nesse sentido, seus experimentos revelaram que a apropriação de conceitos não ocorre de forma independente ao desenvolvimento das capacidades psíquicas, que a formação de conceitos é um processo criativo que se orienta para a resolução de problemas. Por conseguinte, as atividades de ensino devem ser problematizadas com a finalidade de conduzir o pensamento dos estudantes aos seus conceitos.

Vigotski chama-nos atenção à formação de conceitos na educação escolar destacando as especificidades e as relações entre conceitos espontâneos ou cotidianos e conceitos científicos. Os conceitos espontâneos ou cotidianos são aqueles formados a partir de vivência, da observação do mundo ao redor, definidos a partir das propriedades perceptivas, funcionais ou contextuais de seu referente, isto é, da coisa em si. Ou seja, “as crianças compreendem as causas e as relações mais simples, porém não têm consciência dessa compreensão” (VIGOTSKI, 2010, p. 274).

Os conceitos científicos são adquiridos na escola, não de forma espontânea, mas sistematizado por tarefas e ações exercidas de forma intencional e com objetivos bem definidos. Portanto, o papel do ensino escolar, é trabalhar com conceitos diferentes dos cotidianos que o estudante aprende antes mesmo de frequentar a escola. Ou seja, os conceitos científicos que têm a finalidade de proporcionar a formação de estruturas, geradoras a tomada

de consciência do próprio conceito e não do objeto como nos conceitos cotidianos, acarreta-se, assim, o desenvolvimento intelectual.

A respeito das especificidades e relações existentes entre conceitos espontâneos ou cotidianos e conceitos científicos, Vigotski (2010) escreve:

Acreditamos que os dois processos – o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e dos conceitos não espontâneos – se relacionam e se influenciam constantemente. Fazem parte de um único processo: o desenvolvimento da formação de conceitos, que é afetado por diferentes condições externas e internas, mas que é essencialmente um processo unitário, e não um conflito entre formas de inteligência antagônicas e mutuamente exclusivas. O aprendizado é uma das principais fontes de conceitos da criança em idade escolar, e é também uma poderosa forma que direciona o seu desenvolvimento, determinando o destino de todo o seu desenvolvimento mental (VIGOTSKI, 2010, p. 261).

Nessa relação, Vigotski (2010) esclarece que em termos de nível de abstração e de generalização, o processo de formação de conceitos cotidianos é “ascendente”, impregnado de experiência não consciente e “ascendendo” para um conceito consciente, definido. Já o movimento dos conceitos científicos caracteriza-se por ser “descendente”. Ele tem início com uma definição verbal e aplicações não espontâneas e, posteriormente, pode transformar-se em uma ferramenta para agir nas situações concretas da realidade. Sintetizando as implicações metodológicas acerca da formação de conceito, segundo Vigotski “É preciso que o desenvolvimento de um conceito espontâneo tenha alcançado certo nível para que a criança possa absorver um conceito científico correlato” (VIGOTSKI, 2010, p. 293).

Decorre daí a importância de conhecer e considerar os diferentes estágios da formação do pensamento na idade escolar, assim como a Zona de Desenvolvimento Proximal, como um dos requisitos básicos para a atuação profissional docente, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O desenvolvimento do pensamento conceitual gerador de mudança na relação do homem com o mundo, é a principal função da escola. Daí a importância que Vigotski atribui à formação de conceitos científicos na escola para o desenvolvimento da consciência reflexiva no estudante. Nesse sentido, o que se espera de um ensino efetivo, nos anos iniciais, é que os estudantes apropriem de conceitos, contribuindo para a formação e para o desenvolvimento do pensamento complexo. No caso específico do conceito de número que os estudantes possam adquirir o sistema conceitual relacionado a esse conceito, não apenas para acumular seu conteúdo, mas essencialmente para converter cada conceito em um procedimento mental, ou, em outros termos, uma “ferramenta” mental que lhe servirá nas diversas situações que envolvam conhecimentos matemáticos, tanto na vida escolar quanto na vida em geral.

Vigotski foi o primeiro teórico a explicar a formação de conceitos a partir de uma abordagem que leva em conta o social, o cultural e o movimento histórico no processo de formação de ações mentais com alto grau de abstração orientadas à ação no plano da realidade concreta. Posteriormente, seus seguidores, particularmente Davydov, avançaram nessa perspectiva, formulando a Teoria do Ensino Desenvolvimental, que prioriza a formação de conceitos como base para a aprendizagem e para o desenvolvimento intelectual da criança em idade escolar.

Davydov⁸ criticou a escola Russa dominada pelo método intuitivo. Para Cedro, Moraes e Rosa (2010, p. 71), é “[...] pelo método intuitivo, em que o trabalho com os conhecimentos e as habilidades [residia] na dimensão utilitária e empírica, própria da prática cotidiana das pessoas”. Deste modo, o pensamento desenvolvido nesse processo de ensino:

[...] tem um caráter classificador, catalisador e assegura orientação da pessoa no sistema de conhecimentos já acumulados sobre as particularidades e os traços externos de objetos e fenômenos isolados da natureza e da sociedade. Tal orientação é indispensável para fazeres cotidianos, durante o cumprimento das ações laborais rotineiras, porém é absolutamente insuficiente para assimilar o espírito autêntico da ciência contemporânea e os princípios de uma relação criativa, ativa e de profundo conteúdo em face da realidade (DAVIDOV, 1983 apud CEDRO; MORAES; ROSA, 2010, p. 71).

Diante desta realidade, Davydov, em busca de alternativas para a superação do caráter empírico vigente na prática educativa escolar da época, elaborou, com base nos pressupostos do materialismo histórico dialético, uma proposição para o ensino e acrescentou aos atributos essenciais dos conceitos abstratos, tarefas e ações específicas que reproduzem o seu conteúdo na esfera psíquica. Isso significa compreender a sua essência, extrapolando, por conseguinte, a mera observação das propriedades extrínsecas e observáveis dos objetos e fenômenos singulares, ou seja, o empírico.

O conhecimento empírico configura-se como aquele que assume caráter classificatório sobre qualquer objeto. Este tipo de conhecimento serve de orientação ao indivíduo em sua vida cotidiana, mas não gera nenhum outro tipo de pensamento que não seja o empírico. No contexto escolar, as evidências desse pensamento se manifestam quando o estudante, por meio da comparação, agrupa objetos e fenômenos em classes semelhantes. Nessa perspectiva, o geral é aquele que se repete, em vários objetos isolados de determinada classe, sendo o

⁸ Davydov e Elkonin, nos anos de 1960, foram os responsáveis por criarem um sistema didático e propuseram a criação de novos programas de ensino, mudando primordialmente o conteúdo do ensino primário. A preocupação esteve voltada para o desenvolvimento do psiquismo, os processos de educação escolar e o ensino, constituindo estas as questões centrais dos estudos da psicologia soviética surgido no contexto da revolução social e técnico-científica (LIBÂNEO; FREITAS, 2017).

essencial, neste caso, somente traço distintivo da classe considerada. Nas palavras de Davydov (1982):

[...] se ensina as crianças a maneira de observar essa diversidade sensorial concreta de objetos e fenômenos, assim como também a explicar de forma oral os resultados das observações. De modo gradual as crianças adquirem a faculdade, por uma parte, de efetuar a descrição oral dos objetos sobre a base de impressões anteriores, apoiando-se nas representações visuais, auditivas e táteis motoras; e por outra, seguindo a narração verbal e as indicações do mestre, desenhando as adequadas representações ilustrativas dos objetos com os quais não têm uma relação direta (DAVYDOV, 1982, p. 22, tradução nossa).

No pensamento empírico, o objeto é representado no aspecto das suas relações e manifestações exteriores acessíveis à contemplação viva. E, obtém-se o conteúdo fundamental do pensamento pela experiência imediata e o conceito é formado pela abstração de dados sensoriais. Caso o direcionamento metodológico da prática escolar seja o conhecimento empírico para o ensino, a escola oferece condições para as crianças em idade escolar de assimilação dos conteúdos limitados à experiência sensorial imediata.

Assim, podemos dizer que o pensamento empírico não opera propriamente com conceitos, mas com concepções gerais. Em relação ao conceito de número, Hobold (2014), no estudo dos pressupostos de Davydov sobre o ensino tradicional da matemática, afirma que:

[...] o número é apresentado estaticamente. Por exemplo, o número dois representa dois objetos (• •) e o número três representa três objetos (• • •). Consequentemente, dois representa sempre uma grandeza menor que três. Porém, no terreno das aplicações do conceito de número dificilmente isso ocorre, por exemplo, um real é maior que noventa e nove centavos. Os números envolvidos são 1 e 99, o número um representa uma grandeza maior, nesse caso de valor monetário, do que noventa e nove (HOBOLD, 2014, p. 87).

Deste modo, o conceito é concebido como resultado do agrupamento das características essenciais dos objetos relacionados a ele. Davydov expressa tal conceito como “toda generalidade abstrata expressa por palavras” (DAVYDOV, 1982, p. 297).

No entanto, o pensamento empírico é muito relevante no processo de desenvolvimento humano, na medida em que propicia o “[...] movimento que tem como ponto de partida a comparação, passa pela análise, pressupõe uma síntese e leva posteriormente a generalização” (CEDRO; MORAES; ROSA, 2010, p. 73).

Mas, “[...] na prática, a manutenção excessiva das crianças no nível das representações sobre os objetos reais circundantes e seus conjuntos entorpece a formação dos conceitos genuinamente matemáticos” (DAVYDOV, 1982, p. 156). Nesse sentido, Davydov, ao

argumentar acerca da diferença entre a descrição dos fenômenos e a compreensão da essência, tomada como conexão interna, escreve:

Na generalização conceitual empírica não se separam, justamente, as particularidades essenciais do objeto, a conexão interna de seus aspectos. Dita generalização não assegura, no conhecimento, a separação dos fenômenos e essência. As propriedades externas dos objetos, sua aparência é tomada aqui pela essência (DAVIDOV, 1988, p. 105).

O pensamento teórico tem como característica revelar a essência dos fenômenos, “[...] o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetual-prática, a reprodução nela, das formas universais das coisas” (DAVIDOV, 1988, p. 125). A reprodução citada acontece na atividade laboral das pessoas, em primeiro momento de forma objetual-sensorial e em seguida no plano mental. Em relação ao experimento mental e suas particularidades essenciais, Bíbler (apud DAVIDOV, 1988) afirma que:

O objeto de conhecimento é colocado mentalmente em condições nas quais sua essência pode ser revelada com especial determinação; A coisa dada se converte em objeto das posteriores transformações mentais; No experimento dado se forma um sistema de conexões mentais em que “cabe” dito objeto. Se a estrutura deste objeto pode ser representada também como processo de abstração das propriedades do objeto real, esse terceiro momento também se converte, por essência, em um agregado produtivo do objeto mentalmente representado (BÍBLER, 1969 apud DAVIDOV, 1988, p. 125).

O experimento mental não opera com representações externas dos fenômenos, mas propriamente com os conceitos. O conceito é a atividade mental por meio da qual se reproduz o objeto idealizado e o sistema de suas relações que em sua unidade reflete universalidade ou a essência do movimento do objeto material. O conceito atua, simultaneamente, como forma de reflexo do objeto material e como meio de sua estruturação, isto é, como ação mental especial. Para Davidov (1988):

Ter um conceito sobre um objeto significa saber reproduzir mentalmente seu conteúdo, construí-lo. A ação mental de construção e transformação do objeto constitui o ato de sua compreensão, e explicação à descoberta de sua essência. [...] significa expressar sua essência em forma de conceito. [...] expressar o objeto em forma de conceito significa compreender sua essência (DAVIDOV, 1988, p. 126).

No caminho para o estudante formar um conceito, o professor não pode somente aplicar as fórmulas ou conclusões científicas, é preciso ensiná-los a reproduzirem o caminho investigativo. Para Freitas (2011), isso deve ser feito pela introdução de tarefas de estudo que conduz os estudantes na busca científica, guiada pelo movimento dialético do pensamento.

De acordo com Davydov, por meio da realização das tarefas de estudo o estudante realiza as operações mentais no movimento de apropriação dos conteúdos e, propiciam a conversão dos conceitos em si em conceitos para si, transformando-os em um instrumento simbólico, em uma ferramenta mental capaz de associar e a aplicar os conceitos nucleares de uma matéria do conhecimento relacionados aos problemas particulares escolares e também da prática cotidiana. O conteúdo da atividade de estudo, portanto, é o conhecimento teórico, ou seja, aquele conhecimento que contém a essência do fenômeno ou dos objetos, que atuam a partir da integridade. Conforme Davydov (1982):

O pensamento teórico ou conceito deve se unir em um todo diferentes coisas, distintas, multifacetadas, incompatíveis e mostrar seu peso específico neste todo único. Portanto, como o conteúdo específico do conceito teórico aparece a conexão objetiva do geral e do singular (do integral e do diferente) (DAVYDOV, 1982, p. 308).

Portanto, para que ocorra apropriação é preciso propor por meio da organização do ensino, ações que conduzam os estudantes à compreensão da essência do conceito, pelo procedimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto, como propõe a lógica dialética.

Nesse sentido, a atividade de estudo, fomentada com base no princípio didático do ensino desenvolvimental estrutura-se de modo que o estudante se aproprie dos procedimentos lógicos e investigativos, utilizados pelos pesquisadores no processo de construção do conhecimento do objeto em estudo. Isso não significa que há correspondência direta com o raciocínio dos cientistas, pois as crianças não criam conceitos, imagens, valores e normas, mas se apropriam delas no processo da atividade de estudo. Para Libâneo:

Ao realizar esta atividade, as crianças executam ações mentais semelhantes às ações através das quais estes produtos da cultura espiritual foram historicamente construídos. [...] Em sua atividade de aprendizagem, as crianças reproduzem o processo real pelo qual os indivíduos criam conceitos, imagens, valores e normas. Portanto, o ensino de todas as matérias na escola deve ser estruturado de modo que reproduza, de forma condensada e abreviada, o processo histórico real da geração e desenvolvimento dos conhecimentos (LIBÂNEO, 2004, p. 7).

Para Freitas (2011), a aprendizagem do estudante na proposta de Davydov deve ocorrer de forma consciente e resultar na formação de ações mentais com alto grau de abstração, orientadas à ação em contexto concreto. Isso ocorre porque o estudante se apropria de um determinado objeto quando se apropria das ações mentais ligadas a ele, ou seja, os modos mentais de agir com esse objeto por procedimentos lógicos do pensamento. Como escreve Freitas (2011):

[...] os alunos começam descobrindo a relação geral, principal do conteúdo, produzindo em seu pensamento a generalização substantiva. A seguir com base nessa generalização, o aluno determina o que constitui o “núcleo” do objeto (do conteúdo), convertendo-o em meio para deduzir relações particulares. Assim eles formam o conceito do objeto, ou seja, o objeto unido às ações mentais que correspondem ao modo de pensar este objeto, de agir mentalmente com ele de modo investigativo (FREITAS, 2011, p. 74).

Entende-se, assim, que “[...] a tarefa do pensamento teórico consiste em elaborar os dados da contemplação e da representação em forma de conceito e com ele reproduzir o sistema de conexões internas que originam o concreto dado” (DAVIDOV, 1988, p. 139). Nesse processo, o autor observa que a reprodução do concreto necessita de um tipo especial de abstração, cujas propriedades atendem à conexão historicamente simples, contraditória e essencial. É por meio desta abstração que o homem separa a relação inicial de certo sistema integral e, na ascensão mental em direção a ela, conserva a sua especificidade. Para Davidov (1988):

Os conhecimentos de um indivíduo e suas ações mentais (abstração, generalização e etc.) formam uma unidade. Segundo Rubinstein, ‘o conhecimento [...] não surge em dissociação da atividade cognitiva do indivíduo e não existe sem referência a ele’. Portanto, é justificável considerar os conhecimentos como o resultado das ações mentais que implicitamente abrangem o conhecimento e, por outro lado, como um processo através do qual podemos obter este resultado no qual reflete funcionamento das ações mentais. Consequentemente, é totalmente aceitável usar o termo ‘conhecimento’ para designar tanto o resultado do pensamento (a reflexão da realidade), quanto o processo através do qual se obtém este resultado (ou seja, as ações mentais) (DAVIDOV, 1988, p. 174).

O conhecimento do objeto não surge sem a mobilização das ações de abstração e generalização, ou seja, sem uma inter-relação necessária dos fenômenos particulares e singulares com base geral de certa totalidade. Para Kédrov (1965):

A generalização aqui não se alcança mediante a simples comparação dos traços de objetos isolados, o que é característico para a generalização puramente indutiva, mas por meio da análise da essência dos objetos e fenômenos estudados, sua essência se define precisamente pela unidade interna de sua diversidade (KÉDROV, 1965 apud DAVIDOV, 1988, p. 152).

Segundo Davidov (1988), ações mentais vinculadas à abstração e generalizações substantivas aparecem como dois aspectos de um processo único de ascensão do pensamento abstrato ao concreto. Com a abstração, o homem separa a relação inicial de certo sistema integral e, na ascensão mental em direção a ela, conserva a sua especificidade. Simultaneamente, esta relação inicial atua no princípio, somente como relação particular. Mas, no processo de generalização, na identificação das conexões, sujeitas à lei desta relação com os fenômenos particulares, o homem pode descobrir seu caráter geral como base da unidade interna do sistema integral.

No processo de apropriação do conhecimento teórico, os estudantes utilizam consistentemente tanto a abstração quanto a generalização teórica, para deduzir outras abstrações mais particulares e para integrá-las ao objeto como um todo. Neste sentido, o núcleo do objeto serve aos estudantes como meio para se orientarem em toda a diversidade do material curricular a ser apropriado, conceitualmente, pelo procedimento de ascensão do abstrato ao concreto (ROSA, 2012).

A atuação por meio do pensamento teórico, segundo Davydov (1982), pode ser decomposto em três elementos: reflexão, análise e planificação das ações. Compreender como esses elementos se apresentam é fundamental para a identificação de indícios do pensamento teórico no decorrer da atividade de estudo.

A reflexão consiste na descoberta, por parte do sujeito, dos motivos de suas ações com relação às condições do problema. Diz-se uma tomada de consciência, pelo fato de ser uma forma de percepção/relações de análises de como o sujeito se expressa nas relações. A análise visa um modo geral de resolução, de forma a transferir o problema a problemas análogos, isto é, se procura identificar e compreender quais são os elementos do modo geral de organização das ações de ensino, para aplicar em situações particulares. A efetivação mental e a planificação indicam a apropriação de elementos do modo geral. Para Davidov (1988), no pensamento teórico:

É inerente a análise como procedimento para descobrir a base geneticamente inicial de certo todo. Além disso, é característica deste tipo de pensamento a reflexão, graças a qual o homem examina permanentemente os fundamentos de suas próprias ações mentais e com isto mediatiza uma com outras, desentranhando assim suas relações internas. Finalmente, o pensamento teórico se realiza, fundamentalmente, no plano das ações mentais (DAVIDOV, 1988, p. 156).

É possível que a organização do ensino seja estruturada “[...] desde os primeiros anos com base nos fundamentos do pensamento teórico como capacidade importante de uma personalidade criativa e desenvolvida multilateralmente” (DAVYDOV 1987, p. 222). Para o funcionamento da escola sobre os fundamentos do pensamento teórico, são necessários os seguintes princípios:

- 1- Todos os conceitos que constituem a disciplina escolar dada, ou seus principais capítulos, devem ser assimilados pelas crianças pelo exame das condições de origem, graças às quais tais conceitos tornam-se indispensáveis (em outras palavras, os conceitos não se dão como conhecimentos prontos);
- 2- a assimilação dos conhecimentos de caráter geral e abstrato precede à familiarização em conhecimentos mais particulares e concretos, e estes últimos devem ser separados do abstrato como de seu fundamento único. Esse princípio desprende-se da orientação de revelar a origem dos conceitos e correspondentes às exigências da ascensão do abstrato ao concreto;
- 3- no estudo das fontes objeto-materiais, de uns ou outros conceitos, os alunos devem, diante de tudo, descobrir a conexão geneticamente inicial, geral, que

determina o conteúdo e a estrutura do campo dos conceitos dados (por exemplo, para todos os conceitos da matemática escolar, essa conexão geral é o das grandezas [...]);

4- é necessário reproduzir essa conexão em modelos objetivos, gráficos ou simbólicos especiais que permitam estudar suas propriedades de forma pura (por exemplo, as crianças podem representar as conexões gerais das grandezas em formulas com letras, cómodo para o estudo ulterior das propriedades dessas conexões. A estrutura interna da palavra pode ser representada com a ajuda de esquemas gráficos especiais);

5- em especial, é preciso formar, nos estudantes, ações objetivos de tal índole que permitam as crianças revelar, no material de estudo, e reproduzir, nos modelos, a conexão essencial do objeto e, logo, estudar suas propriedades (por exemplo, para revelar a conexão que está na base do conceito de números inteiros, fracionais e reais, é necessário formar, nas crianças, uma ação especial para determinar a característica da divisibilidade e multiplicidade das grandezas; 6- os estudantes devem passar, paulatinamente e a seu devido tempo, das ações objetivos à sua realização no plano mental (DAVYDOV, 1987, p. 221-222).

Assim, Davydov (1987) considera que a organização e a aplicação multilateral destes princípios psicodidáticos possibilitam definir uma escola futura, com destaque as condições para a organização do ensino que leva os estudantes a se apropriem do pensamento teórico.

Em forma de síntese, apresenta-se no quadro 2, as principais características do pensamento empírico e do pensamento teórico.

Quadro 2 - Principais características do Pensamento Empírico e do Pensamento Teórico

Pensamento Empírico	Pensamento Teórico
Os conhecimentos empíricos se elaboram no processo de comparação dos objetos e representações sobre eles, que permite separar as propriedades iguais, comuns.	Os conhecimentos teóricos surgem no processo de análise do papel e da função de certa relação peculiar dentro do sistema integral que, ao mesmo tempo, serve de base genética inicial do todas as manifestações.
No processo de comparação ocorre a separação da propriedade formalmente geral de certo conjunto de objetos, o conhecimento desta propriedade permite relacionar objetos isolados a uma classe determinada, independentemente de eles estarem ou não vinculados entre si.	O processo de análise permite descobrir a relação geneticamente inicial do sistema integral como sua base universal.
Os conhecimentos empíricos, apoiando-se nas observações, refletem nas representações as propriedades externas dos objetos.	Os teóricos, que surgem sobre a base da transformação mental dos objetos, refletem suas relações e conexões internas “saíndo” assim dos limites das representações.
Formalmente, a propriedade geral se separa como algo pertencente à ordem das propriedades particulares e singulares dos objetos.	Nos conhecimentos teóricos se determina o nexa da relação universal, realmente existente, do sistema integral com suas diferentes manifestações, o elo do universal com o singular.
O processo de concretização dos conhecimentos empíricos consiste em selecionar ilustrações, exemplos, que se encaixam na correspondente classe dos objetos.	A concretização dos conhecimentos teóricos consiste na dedução e explicação das manifestações particulares e singulares do sistema integral a partir de seu fundamento universal.
As palavras-terminos são o meio indispensável para expressar os conhecimentos empíricos.	Os conhecimentos teóricos se expressam, sobretudo, nos procedimentos mentais da atividade mental e posteriormente com a ajuda de diferentes meios simbólicos e semióticos.

Fonte: Davidov (1988, p. 154).

2.3 Ações e tarefa de estudo

Segundo Davýdov (1988) a criança ao ingressar à escola entra em contato com os conhecimentos constituídos com base nos processos lógicos e investigativos da matéria ensinada e, inicia uma nova etapa de seu desenvolvimento intelectual, por meio da atividade de estudo. Atividade esta que produz mudanças no desenvolvimento psíquico dos estudantes, propiciando-lhes o desenvolvimento de novas capacidades intelectuais para a apropriação de conhecimentos cada vez mais complexos.

Para Vigotski (2007), isso não significa que aprendizagem escolar e desenvolvimento são processos idênticos, mas processos que constituem uma unidade. Conforme Vigotski (2007):

[...] o aprendizado não é desenvolvimento; entretanto, o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer. Assim, o aprendizado é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas (VIGOTSKI, 2007, p. 103).

Deste modo, o desenvolvimento intelectual é resultado da relação entre o sujeito e o mundo, mediado pelo conhecimento elaborado historicamente, que se objetiva por meio do ensino escolar pedagogicamente organizado para esse fim.

Esta posição coloca um desafio para os profissionais envolvidos no processo de escolarização, em particular o professor, que têm a função de organização do processo de ensino e aprendizagem. Neste sentido, Rosa (2012) aponta à importância da “atividade de estudo quando corretamente organizada, propicia aos estudantes as bases de todas as formas da consciência e, conseqüentemente, o desenvolvimento da personalidade criativa” (ROSA, 2012, p. 43). Logo, a organização do processo de ensino, por parte do professor, gera o desenvolvimento psíquico, por parte do estudante, ou seja, condição que coloca o estudante em atividade de estudo, cuja unidade ou célula básica é a tarefa de estudo. Em concordância, Aquino e Cunho (2016) destacam:

A tarefa de estudo é a *unidade básica (célula) da atividade de estudo*. É necessário distinguir estritamente a tarefa de estudo dos diferentes tipos de tarefas práticas que surgem perante a criança no transcurso de sua vida [...] A diferença fundamental entre a tarefa de estudo e todas as demais reside em que *seu objetivo e resultado consistem em modificar ao próprio sujeito atuante* (AQUINO; CUNHO, 2016, p. 179, destaque dos autores).

Nesta perspectiva, a tarefa de estudo, proposta por Davydov, diferencia-se dos demais tipos de tarefas que desconsideram o processo e valorizam o resultado. Ela não se restringe apenas ao domínio dos conhecimentos, nem das ações e operações que o estudante realiza para sua apropriação, mas visa à transformação qualitativa de sua personalidade, na reestruturação do desenvolvimento cognitivo, afetivo, intelectual e volitivo de sua personalidade (AQUINO; CUNHA, 2016).

Os elementos estruturais da tarefa de estudo são descritos por Davydov como a união do objetivo com as ações que a compõem e as condições para a sua realização. Elementos que se relacionam de modo interfuncional, tendo em vista o alcance do objetivo: formar o conceito, aprender, desenvolver o pensamento teórico acerca do objeto. Nessa atividade, a necessidade de aprender constituiu-se o estímulo para o estudante, ou seja, surge como algo para o qual é necessário buscar uma resposta, como um problema apresentado pela atividade de estudo e como consequência impulsiona o motivo para aprender.

Dessa forma, “[...] os motivos estimulam o estudante assimilar os procedimentos (o modo) de ação mental com os objetos de conhecimento (contidos nas ações de estudo) orientadas para a resolução da tarefa” (FREITAS, 2011, p. 79). O que significa dizer é que o motivo da atividade de estudo deve ser a aquisição de conceitos teóricos, adquiridos por meio de ações conscientes que possibilitam um modo de generalização. Isso exige uma organização didática que viabilize para os estudantes o meio para realizarem a experimentação material e mental com o objeto.

A relação entre a necessidade e o motivo na atividade de estudo é expressa por Davidov (1988):

[...] a necessidade da atividade de estudo estimula os escolares a assimilar os conhecimentos teóricos, os motivos [estimulam os alunos] a assimilar os procedimentos de reprodução desses conhecimentos por meio das ações de estudo, dirigidas a resolver a tarefas de estudos (recordamos que a tarefa é a unidade do objetivo e da ação e as condições para alcançá-lo) (DAVIDOV, 1988, p. 178).

Nessa perspectiva, Davydov considera a atividade de estudo como o meio pelo qual se desenvolve uma importante neoestrutura psicológica, constituída nas bases da consciência, pelo pensamento teórico e pelas capacidades psíquicas a eles vinculadas.

Assim, ao elaborar a tarefa de estudo o professor deve ter clareza das ações que envolvem o objeto, uma vez que, ao reproduzirem essas ações, os estudantes apropriam-se dos procedimentos mentais contidos nos conteúdos e conceitos. É nesse sentido que o professor, como aquele que concretiza os objetivos sociais objetivados no currículo, organiza

o ensino, define ações, elege instrumentos e avalia o processo. Freitas (2011), ao tratar dos procedimentos mentais que os estudantes precisam realizar em relação aos objetos de conhecimento e que estão contidos nas tarefas de estudo propostas pelo professor, destaca:

- A análise do conteúdo, ou seja, do objeto de estudo. Nessa análise, os estudantes devem identificar o princípio geral. Princípio este governado por uma lei e vinculado às diversas manifestações ou relações particulares do objeto. Esse procedimento mental permite o desenvolvimento do pensamento pela generalização e da abstração.
- Com base na generalização e abstração, o estudante deduz as relações particulares que expressam a totalidade do objeto. O que pressupõe buscar o “núcleo” do objeto, sua essência⁹, algo que se consegue por meio da operação de construir e transformar um objeto mentalmente.
- Por meio da análise, o estudante se apropria do procedimento geral de constituição do objeto (de sua lógica investigativa).

Estes procedimentos condizem com a proposição de Davidov (1988) na qual propôs ações para a ser realizadas pelo estudante na atividade de estudo. Tais ações devem ser referência para o professor planejar e orientar o processo de formação do conceito, por meio do conhecimento teórico do objeto. Davidov (1988) destaca as seguintes ações:

1- Transformação dos dados da tarefa a fim de revelar a relação universal do objeto estudado; 2- Modelação da relação diferenciada em forma objetivada, gráfica ou por meio de letras; 3- Transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura”; 4- Construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral; 5- Controle da realização das ações anteriores; 6- Avaliação da apropriação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de estudo. (DAVIDOV, 1988, p. 173).

Cada uma dessas ações é composta pelas correspondentes operações que estão ligadas as condições concretas em que se resolve a tarefa. O estudo nesta perspectiva não é apenas o domínio do conhecimento, das ações e operações que o estudante realiza para sua apropriação. “[...] o estudo é a transformação qualitativa da personalidade do estudante e, reestruturação e o desenvolvimento cognitivo, afetivo, intelectual e volitivo de sua personalidade” (AQUINO E CUNHA, 2016, p. 180).

Portanto é imprescindível que a atividade de estudo se estruture em correspondência com o procedimento de exposição dos conhecimentos científicos “[...] procedimento de ascensão do abstrato ao concreto” (DAVIDOV, 1988, p. 173).

⁹ Por essência se entendem “conexões objetivas que em sua decomposição e manifestação asseguram a unidade de todos os aspectos do ser íntegro, ou seja, dotam o objeto de valor concreto” (DAVIDOV, 1988, p. 346).

Davidov (1988) apresentou na construção da estrutura da atividade de estudo a diferença que existe entre o procedimento de exposição e investigação. E afirma que os conceitos científicos como resultado é diferente do processo de investigação. Para Davidov (1988):

A investigação se inicia com o exame da diversidade sensorial concreta dos tipos particulares do movimento do objeto e conduz a manifestar a sua base interna universal. A exposição dos resultados da investigação, tem o mesmo conteúdo objetivo começa a desdobrar dessa base universal, já encontrada, em direção a reprodução mental de suas manifestações particulares conservando a unidade interna desta (o concreto) (DAVIDOV, 1988, p. 173).

O autor alerta que, embora o pensamento das crianças em idade escolar tenha alguns traços em comum com o pensamento dos cientistas, elas não criam conceitos, mas apropria-se deles no processo da atividade de estudo. Como escreve Rosa (2012):

[...] a apropriação é a reprodução, pelo estudante (em sua consciência), da experiência socialmente elaborada e expressa pela humanidade nas formas ideais da cultura. Porém, a criança só se apropria de algo em forma de atividade de estudo quando experimenta uma necessidade interna e uma motivação para tal apropriação. Esta apropriação é de caráter ativo, ou seja, deve estar ligada à transformação do material de estudo e, com isso, a obtenção de um novo produto espiritual, ou seja, um sistema de conceitos de certo fragmento da realidade (ROSA, 2012, p. 51).

Assim, compreende-se que a tarefa de estudo tem elementos estruturais que a diferencia de tarefas particulares, dentre elas os objetivos e ações, e no movimento de apropriação do objeto os elementos devem-se relacionarem de maneira interfuncional. “Quando a atividade de estudo está consolidada no aluno, objetivo, ações e operações atuam como um sistema” (AQUINO; CUNHA, 2016, p. 180).

Davidov (1988) afirma que o conhecimento encontra-se em unidade com ações mentais, abstração e generalização. E que o “[...] ensino escolar das disciplinas deve estruturar-se de maneira que, de forma, concisa e abreviada, reproduza o processo histórico de generalização e desenvolvimento dos conhecimentos” (DAVIDOV, 1988, p. 174).

Para Davidov (1988) a atividade de estudo como outras atividades reprodutivas da humanidade, consiste em uma das vias de realização da unidade do lógico-histórico no desenvolvimento da cultura humana. Deste modo, busca-se na próxima seção apontamentos para a compreensão do termo e importância do mesmo na organização do processo de ensino.

2.4 O lógico-histórico

A Teoria Histórico-Cultural e a Teoria do Ensino Desenvolvimental fundamentam-se nos princípios do materialismo histórico dialético, pelo qual o objeto não está dado de forma imediata ao sujeito. Isso porque se chega a sua compreensão desvendando o conjunto das relações histórico-sociais que o inserem em uma totalidade, a qual permite apreender sua essência.

Nessa perspectiva, o lógico e o histórico são inseparáveis, pois são elementos do mesmo processo de conhecimento. A perspectiva dialético-materialista é um método, o qual deve ser constantemente desenvolvido durante a apreensão do processo histórico concreto. Assim, em oposição à teoria do conhecimento histórico, que concebia a história como produto da ação de homens providenciais (heróis, santos...), Marx desenvolveu a teoria da história que se funda no exercício do desvelar das contradições, concebendo-a como construção da vida social feita pelos homens, como resultado da relação contraditória: trabalho humano e natureza (CANEZIN, 2006). Em outras palavras, Marx compreende que o ato dos homens fazerem a história não significa um agir arbitrariamente em condições escolhidas por eles, mas em condições dadas e herdadas do passado.

Os homens fazem a sua história, mas não a fazem como querem, não a fazem sob circunstâncias de sua escolha e sim sob aquelas com que se defrontam diretamente, legadas e transmitidas pelo passado. A tradição de todas as gerações mortas oprime como um pesadelo o cérebro dos vivos (MARX, apud CANEZIN, 2006, p. 72).

Nesses termos, destaca-se a ideia basilar de que o histórico diz respeito ao percurso geral do objeto, desde a sua gênese e evolução no espaço e no tempo. Segundo Kopnin (1978):

[...] Por histórico subentende-se o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo. O pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade (KOPNIN, 1978, p. 183).

O lógico esclarece o autor, é o meio pelo qual o pensamento se realiza, é a reprodução da essência do objeto e da história de seu desenvolvimento no sistema de abstrações:

[...] o lógico é o meio através do qual pensamento realiza essa tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da histórica do seu desenvolvimento no sistema de abstrações. O histórico é primário em relação ao lógico, a lógica reflete os principais períodos da história. O pensamento não deve simplesmente fotografar o processo histórico real com todas as suas causalidades, ziguezagues e desvios. O pensamento não é obrigado a seguir

cegamente o movimento do objeto em toda a parte. Por isso o *lógico é o histórico libertado das causalidades que o perturbam* (KOPNIN, 1978, p. 183-184, Grifos do autor).

Segundo Panossian (2014), o lógico como movimento do pensamento está relacionado com o movimento dos fenômenos do mundo objetivo, o histórico. Como movimento do pensamento, esclarece Kopnin (1978), tem como uma de suas leis principais a ascensão do simples ao complexo, do inferior ao superior, movimento este pelo qual se expressa a lei do desenvolvimento dos fenômenos do mundo objetivo.

Nesse sentido, a dialética materialista propõe que o início do estudo de um objeto e a apreensão do caminho de seu movimento deve começar pelo fim, ou seja, a partir de definições de sua forma mais desenvolvida. Conforme Kopnin (1978):

[...] do estágio de desenvolvimento em que os aspectos essenciais estão suficientemente desenvolvidos. [...] um caráter abstrato, são insuficientemente profundas, mas indispensáveis como linha no estudo do processo histórico de desenvolvimento do objeto; elas atuam como ponto de partida no estudo do objeto, porquanto, refletem em certa medida o processo de afirmação e desenvolvimento do objeto estudado (KOPNIN, 1978, p. 185).

Mesmo porque, nos estágios mais avançados do objeto, estão implícitos os degraus antecedentes. Em razão disso, as definições mais maduras do objeto e a lógica dos conceitos que o expressa devem constituir o ponto de partida no estudo do processo de formação e desenvolvimento do objeto. Daí a importância da unidade entre o histórico e o lógico ser a diretriz necessária à compreensão do processo de movimento do pensamento. É essa unidade dialética que aponta a possibilidade de superação da dicotomia entre pensamento individual e o pensamento social. Isto porque o desenvolvimento intelectual individual do homem pressupõe, em forma resumida, a reprodução e a apropriação da história do pensamento da humanidade. Assim, em cada objeto encontra-se o processo transformado pela humanidade.

Dessa forma, compreender o processo de produção do conceito é compreender o movimento de apropriação do conceito que se constitui na unidade entre a essência do objeto e sua teoria. Nas palavras de Kopnin (1978):

O estudo da história do desenvolvimento do objeto cria, por sua vez, as premissas indispensáveis para a compreensão mais profunda de sua essência, razão porque, enriquecidos da história do objeto, devemos retomar mais uma vez a definição de sua essência, corrigir, completar e desenvolver os conceitos que o expressam (KOPNIN, 1978, p. 186).

Ao assumirmos a lógica do conceito em unidade com a produção humana histórica desse conhecimento, o lógico-histórico possibilita compreender o processo de construção do

conceito em relação à sua estrutura interna. “A unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica indispensável na solução dos problemas da inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história e seu desenvolvimento” (KOPNIN, 1978, p. 186).

Em síntese, podemos dizer que a história referenciada pelo autor não é só a história do objeto, sua produção e desenvolvimento, mas também a história de como a humanidade se apropriou desse objeto, ou seja, a história do seu conhecimento. O aspecto histórico, compreendido dessa forma, revela elementos essenciais para o conhecimento do objeto. Tais elementos, apropriados pelo pensamento humano, constituem o aspecto lógico. Assim, o lógico é “a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações” (KOPNIN, 1978, p. 183), quer dizer, ele é a apropriação do histórico pelo pensamento humano.

Em face da relevância do conhecimento histórico para a essência do objeto, buscou-se fazer considerações sobre o histórico do número para que, na organização do processo de ensino, o professor possa, por meio da análise da historicidade do conteúdo, identificar as relações e as necessidades humanas que perpassam o conhecimento do conceito de número e o movimento mental que ele contém, ou seja, a lógica científica que o governa.

2.5 Considerações sobre a historicidade do conceito de número

“Houve um tempo em que o ser humano não sabia contar. [...] atualmente existem ainda homens incapazes de conceber qualquer número abstrato e que não sabem nem que dois e dois são quatro” (IFRAH, 2005, p. 15).

É indispensável o conhecimento da história do desenvolvimento e da produção do conceito de número no sentido de viabilizar uma organização do ensino que tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento teórico. Assim sendo, buscamos priorizar momentos do desenvolvimento histórico da produção humana que revelam a característica geral em que se constitui o conceito. Para tanto, realizamos, em função dos objetivos desta pesquisa, um recorte desse movimento que é filogenético¹⁰, considerando os primórdios no

¹⁰ De acordo com Vigotsky (2000, p. 27) o movimento de apropriação conceitual pelo sujeito singular em seu desenvolvimento ontogenético relaciona-se com o movimento de constituição desse conceito ao longo do desenvolvimento filogenético da espécie humana. Nesse sentido, considera que a relação entre filogênese e ontogênese é a “força motriz básica do desenvolvimento humano” cultural.

período paleolítico¹¹ e a objetivação como atividade humana das civilizações egípcia, mesopotâmica e grega, em busca de apreender seus nexos conceituais e estruturais, cujas particularidades e especificidades agem e reagem umas com as outras, formando um todo que o compõe desde sua origem. Como escreve Kopnin (1978):

O estudo da história do desenvolvimento do objeto cria, por sua vez, as premissas indispensáveis para a compreensão mais profunda de sua essência, razão por que, enriquecidos da história do objeto, devemos retomar mais uma vez a definição de sua essência, corrigir, completar e desenvolver os conceitos que o expressam (KOPNIN, 1978, p. 186).

Nesta perspectiva, busca-se contemplar os nexos conceituais do conceito número em seu “movimento histórico e lógico de formação vinculada ao movimento filogenético de desenvolvimento humano e ao movimento ontogenético de apropriação conceitual dos sujeitos mediados pela cultura” (PANOSSIAN; MORETTI; SOUZA, 2017, p. 148). Para o entendimento deste constructo teórico, fundamentamos o estudo em (CARAÇA, 1978; BOYER, 1996; BROLEZZI, 1996; IFRAH, 2005; ALMEIDA, 2013; MOL, 2013). Para este momento, buscamos como finalidade, responder a seguinte pergunta: O que a historicidade revela sobre o conhecimento do número?

Segundo Ifrah (2005), os números, como existem hoje, fazem parte de uma história não linear da história da matemática, a história das necessidades. Ele escreve:

[...] é uma sucessão impecável de conceitos encadeado uns aos outros, necessidades e preocupações de grupos sociais ao buscar recensear seus membros, suas perdas, seus bens, seus prisioneiros, ao procurar datar a fundação de suas cidades e de suas vitórias utilizando os meios disponíveis, às vezes empírico como o entalhe, às vezes estranhamente mitológicos, como no caso dos egípcios. E assim fazendo, estes grupos manifestam amplamente seus preconceitos (IFRAH, 2005, p. 10).

Nos achados arqueológicos, que datam a 3000 a. C., trazem indícios para a compreensão do surgimento do número, cuja origem, conforme convém salientar, não é possível datar precisamente e tampouco traçar linearmente. Como afirmam Rosental e Straks (1958):

Os conceitos mudam, seja porque muda a realidade, como ocorre os conceitos dos fenômenos sociais, ou porque se aprofunda nos conhecimentos dos fenômenos do mundo exterior. Em algumas etapas da história da ciência, se reproduz uma radical

¹¹ Também chamado de período da idade da Pedra Lascada, refere-se ao período da pré-história que começou há cerca de 2,5 milhões de anos, quando os antepassados do homem começaram a produzir os primeiros artefatos em pedra, destacando-se de todos os outros animais, e que durou até cerca de 10000 a.C., quando houve a chamada revolução neolítica, em que a agricultura passou a ser cultivada, tornando o homem não mais dependente apenas da coleta e da caça. Nesse período, os humanos eram essencialmente nômades caçadores coletores, tendo que se deslocar constantemente em busca de alimentos. Desenvolveram os primeiros instrumentos de caça feitos em madeira, osso ou pedra lascada.

transformação dos velhos conceitos ao mesmo tempo em que surgem outros novos; se põe de relevo, também, uma livre discordância entre os fatos da realidade e os conceitos dela, o que conduz a uma modificação do conteúdo destes últimos (ROSENTAL; STRAKS, 1958 apud ROSA, 2012, p. 142).

Neste momento, a bibliografia consultada situa historicamente o número no período paleolítico¹². Deste período, resta na Austrália uma pedra denominada Cylcon, com marcas de três séries de linhas latitudinais regularmente espaçadas com (12), (9) e (14) riscos. Para Almeida (2013), esta pedra é:

A mais antiga encontrada em um contexto arqueológico datável tem 20000 anos de idade, porém a cultura da idade da pedra na Austrália se estende desde 50000/40000 a até 3000 a.C. Essas pedras representam a mais antiga forma de arte e comunicação neste país, bem como são exemplos remanescentes da religião praticada pelos antigos aborígenes¹³. Provavelmente eram empregadas na contagem de Emus, guerreiros mortos, etc. (ALMEIDA, 2013, p. 149).

Outro artefato, que data do paleolítico, mencionado na história da matemática, é o osso de lobo, um rádio, descoberto por Karl Absolon na década de 30 do século passado, em Dolní Vestonice, antiga Tchecoslováquia Central, com idade estimada em 30.000 anos. Almeida (2013) menciona evidências de que o homem no período paleolítico utilizava um sistema de base cinco.

O rádio do lobo só foi reconhecido como uma representação numérica em 1930 por Absolon, um professor da universidade de Praga e curador do Museu Morávio. Até então, era considerado como uma “arte de estilo geométrico”. Esse achado trouxe sérias consequências geopolíticas. A ideologia nazista defendia a supremacia da matemática e da arte como sendo de sua origem; com tal situação, expulsaram os habitantes da vila de Dolni Vestonice e fundaram outra vila com “arianos puros”, conhecida como vila Unterwinternitz. Segundo Almeida (2013, p. 151), o “[...] efeito colateral foi arraigar a concepção etnocêntrica de uma origem europeia da matemática, que ignora a contribuição de outras culturas”.

Nesse período, a base de numeração cinco foi aceita consensualmente, até que em certo momento, um grupo de professores, analisando a cópia digital da foto do osso publicada em 1937, notou que as incisões não estavam agrupadas em conjuntos de cinco, como os livros

¹² Também chamado de período da idade da Pedra Lascada, refere-se ao período da pré-história que começou há cerca de 2,5 milhões de anos, quando os antepassados do homem começaram a produzir os primeiros artefatos em pedra, destacando-se de todos os outros animais, e que durou até cerca de 10000 a.C., quando houve a chamada revolução neolítica, em que a agricultura passou a ser cultivada, tornando o homem não mais dependente apenas da coleta e da caça. Nesse período, os humanos eram essencialmente nômades caçadores coletores, tendo que se deslocar constantemente em busca de alimentos. Desenvolveram os primeiros instrumentos de caça feitos em madeira, osso ou pedra lascada.

¹³ População nativa da Austrália, que habitou o território até a chegada dos colonizadores ingleses em 1758. (elaboração nossa).

de história da matemática afirmavam, mas, sim, em duas séries contínuas: uma 1-25 e 1-30. Como observa Kopnin (1978):

A máquina pode ajudar ao homem também em sua atividade criadora, porquanto esta também está subordinada a certas leis que se apreendem e se manifestam em certa forma e, conseqüentemente, podem ser reproduzidas na máquina. Pode ser até certo ponto mecanizado tudo que está sujeito a determinadas leis, é interpretável e traduzível em certo sistema de conceitos que na superfície se manifestam sob a forma de sistema de sinais materiais, sensoriais (KOPNIN, 1978, p. 139).

Com efeito, a transformação do conhecimento matemático gerou uma ferramenta capaz de ajudar o homem na realização do processo pensante. O surgimento do “computador” possibilitou esclarecer alguns equívocos em relação ao que se acreditava sobre a base cinco. As Teses de Feuerbach e Karl Marx corroboram o seguinte anunciado: “o homem apreende o objeto à medida que atua sobre ele e o modifica com seus instrumentos, incluindo instrumentos físicos” (KOPNIN, 1978, p. 36). A máquina pode ajudar ao homem até no conhecimento do próprio processo de pensamento (KOPNIN, 1978, p. 139).

O que havia levado os matemáticos da época a acreditarem na base cinco foi o fato de que os artefatos encontrados possuíam incisões que totalizavam números múltiplos de cinco. Alexander Marschark (1918-2004), um estudioso da pré-história, já afirmava que os artefatos não forneciam provas conclusivas da base cinco. No livro *Roots of Civilization*, publicado em 1972, o autor mostra vários artefatos com incisões paleolíticas, cujas somas não totalizam múltiplos de cinco. Ao certo, no sistema de numeração paleolítico, não existe algo conclusivo em relação à base. Contudo, é possível observarmos que eles utilizavam correspondência um a um em comparações de conjuntos.

No cômputo do tempo, também havia a necessidade de contagem para a própria subsistência humana, isto é, a contagem é anterior à compreensão das medidas de tempo como são conhecidas nos dias atuais. Como afirma Almeida (2013):

O ciclo das estações ao redor do ano se reflete ao modo de vida desses povos, há épocas de prosperidade e abundância, épocas de agruras e necessidades. O inverno, particularmente rigoroso nas regiões mais setentrionais, requer um planejamento prévio para ser sobrevivido: abrigos devem ser aparatados, viveres armazenados, roupas agasalhadoras confeccionadas. Nas regiões tropicais a estação das secas, com seu sol abrasador e conseqüente carência de água e alimentos, também deve ter seu início previsto e sua duração controlada, sob pena de morte certa (ALMEIDA, 2013, p. 158-159).

Nesse contexto, vai se desvelando a importância do conhecimento matemático como forma de planejamento e organização da vida para a sobrevivência humana. Tais conhecimentos se articulam com os contextos vividos, com as práticas religiosas e com o

planejamento de ordem individual e coletiva. Destarte, eles apontam o uso da medição dos ciclos lunares como acompanhamento dos ciclos sazonais, cuja interferência incidia diretamente na atividade humana de caça, pesca, coleta, lavouras e na vida feminina.

De acordo com Almeida (2013), a pesquisadora Zalavsky atribuiu à mulher o papel dos primeiros matemáticos. “O ciclo menstrual das mulheres pode ser regido por um calendário lunar, cujos registros eram mantidos por meio de incisões. Essa hipótese é conhecida como hipótese Zalavsky” (ALMEIDA, 2013, p. 214). Do mesmo modo, Ifrah (2005) também destaca que na China:

[...] certas mulheres calculavam seu ciclo menstrual atando sucessivamente, a cada dia, um pequeno cordão nas vinte e oito falanges de suas mãos. Foi um método prático que eles descobriram para determinar o número de dias de antecipação ou de atraso no ciclo normal (IFRAH, 2005, p. 82).

Para Almeida (2013, p. 161), citando Marshack: “o artefato que melhor demonstra a existência de um registro numérico de lunações no período paleolítico é um pequeno (11 cm) osso de água”, depositado no Musée des Antiquités Nationales, em Saint Germain-en-Ayle, França, cuja datação remete de 13000 a 15000 anos de idade. Cada lado parece registrar seis meses lunares.

O movimento histórico apresenta outras técnicas que foram utilizadas para a contagem e o registro, como: nós em cordas, representação dos Quipus¹⁴ sul-americanos, ou mesmo varinhas, como os bastões chineses de contar. Essas técnicas, ainda que sejam diferentes dos entalhes, apresentam como característica comum a correspondência um a um.

Nessa perspectiva, o conhecimento do número está associado a uma percepção direta. Nesse tipo de contagem, não existe separação entre o número e a coisa que está sendo contada. O número para os primitivos¹⁵ não foi concebido sob o ângulo da abstração. Ele era uma coisa do mundo exterior e assumia o aspecto da realidade concreta indissociável da natureza dos seres e dos objetos contados.

Para Ifrah, “a percepção direta do número ou sensação numérica, não é o mesmo que a faculdade abstrata de contar” (IFRAH, 2005, p. 16). Para ele, a percepção direta é semelhante às sensações de cheiro, cor, ruídos, e contar abstratamente é um fenômeno mais complicado.

¹⁴ Sistema de registro desenvolvido pelos Incas. A palavra *quipu* ou *quipo* em quéchua (língua Inca) significa “nó”. Os *quipus* são formados por uma série de cordões e nós (geralmente de algodão, atados a uma linha mestra, muito utilizado para a contagem e, além disso, para registrar informações administrativas e contábeis). As cores dos cordões, a quantidade de nós e até mesmo a distância entre os nós significavam informações que eram interpretadas principalmente pelos “quipucamayocs”, profissionais que manipulavam os *quipus*. (IFRAH, 2005, p. 99, grifos nosso).

¹⁵ O termo “os primitivos”, neste momento, refere-se ao período Neolítico (de 8000 a.C. a 5000 a.C.), quando os povos começam a cultivar agricultura e a domesticação de animais.

A sensação numérica não é habilidade somente dos humanos, já que em algumas aves foi reconhecida a capacidade de sensação numérica. Ifrah (2005) exemplifica com a história de experimento com corvos:

Um castelão decidiu matar um corvo que fez seu ninho na torre do castelo. Já tentara várias vezes surpreender o pássaro, mas ao aproximar o corvo deixava o ninho, instalava numa árvore próxima e só voltava quando o homem saía da torre. Um dia, o castelão recorreu a uma artimanha: fez entrar dois companheiros na torre. Instantes depois, um deles desaparecia, enquanto o outro ficava. Mas em vez de cair nesse golpe, o corvo esperava a partida do segundo para voltar a seu lugar. Da próxima vez ele fez entrar três homens, dos quais dois se afastaram em seguida: o terceiro pode então esperar a ocasião para pegar o corvo, mas a esperta ave se mostrou ainda mais paciente que ele. Nas tentativas seguintes, recomeçou-se a experiência com quatro homens, sempre sem resultados. Finalmente, o estratagema teve sucesso com cinco pessoas, pois nosso corvo não conseguia reconhecer mais que quatro homens ou quatro objetos [...] (IFRAH, 2005, p. 20).

Para Ifrah (2005, p. 17), “os primeiros números inteligíveis pelo homem são o um e o dois”. O um é associado à obra da criação “o homem” e o número dois associado à dualidade masculino e feminino e ainda ligado a ideias antagônicas como: vida e morte, bem e mal, verdadeiro e falso.

Os sumérios, habitantes do sul da mesopotâmia (5500 e 4000 a.C.) atribuem um ao homem “o membro viril”, o dois tinha um sentido suplementar “mulher” e o três para referir-se a muitos. Em latim, a palavra três tinha o mesmo sentido de ter “três vezes” com a ideia de pluralidade. No espírito do homem, o três representava muitos.

Os registros numéricos surgem em resposta à necessidade de vida individual e coletiva dos seres humanos. Os aborígenes¹⁶ precisavam contar os guerreiros mortos, os pastores as ovelhas e outros animais. Alguns grupos admitiram o corpo humano como a origem da aritmética. Eles contavam mesmo sem conceber o número de forma abstrata, recorriam às partes do corpo como instrumento. Para Ifrah (2005, p. 31) “os dedos das mãos e vários membros do corpo eram usados para solucionar problemas concretos [...] eles contam visualmente”.

Com o surgimento de outras necessidades humanas, os dedos e partes do corpo já não satisfaziam e foi preciso buscar novos instrumentos. Neste sentido, Caraça (1978) aponta a

¹⁶ Os Aborígenes são a população nativa da Austrália, habitavam a maior parte do território australiano, totalizavam aproximadamente 750.000 indivíduos, subdivididos em 500 grupos e com cerca de 300 dialetos diferentes. Esses grupos possuíam estilos de vida distintos e tradições culturais e religiosas próprias em cada região.

diferença entre o homem primitivo¹⁷ e o homem civilizado de hoje, quanto à concepção do número:

Para o homem primitivo e mesmo para o filósofo antigo, os números estavam impregnados de Natureza - a natureza em cuja labuta o homem adquiriu todos os seus conhecimentos - os números estavam ligados às coisas de que eles se serviam para contar. Para o homem civilizado de hoje o número natural é um ser puramente aritmético desligado das coisas reais e independente delas- é uma pura conquista do seu pensamento (CARAÇA, 1978, p. 10).

Nas civilizações pouco desenvolvidas, os números naturais bastavam. Os objetos eram um, dois, três, quatro, cinco... De modo que a última correspondência representava a quantidade de determinados objetos de uma coleção. Esse processo de correspondência é uma operação importante utilizada em todos os dias.

Segundo Ifrah (2005), contar os objetos de uma coleção é destinar a cada um deles um símbolo (um gesto, uma palavra ou um sinal gráfico); cada um dos símbolos será, conseqüentemente, o número de ordem do elemento ao qual foi atribuído. E o número de integrantes deste conjunto será o número de ordem do último de seus elementos. Deste modo, o número natural na contagem propicia uma passagem da pluralidade concreta para uma noção abstrata e homogênea, a grandeza absoluta; ou seja, por qualquer elemento que se inicie a enumeração, o processo conduzirá ao mesmo resultado.

Em função da especificidade de cada dedo, a mão foi considerada como uma verdadeira sucessão de unidades abstratas obtidas a partir da primeira. Mesmo que intuitivamente, por meio desse instrumento, permite-se a passagem do número cardinal ao número ordinal correspondente: “A mão humana não serviu apenas para contar, mas também para calcular” (IFRAH, 2005, p. 94). Camponeses da região de Saint-flour, em Auvergne, cidade da França, sabiam fazer multiplicações com dedos sem recorrer a qualquer outro artifício material. Conforme mostra Ifrah (2005):

Para multiplicar 8 por 9, por exemplo, ele dobrava na mão tantos dedos quantas unidades suplementares há em oito em relação a cinco (isto é: $8-5 = 3$ dedos) e mantinha os dois outros estendidos. Em seguida, dobrava na outra mão os dedos correspondentes as unidades suplementares de 9 em relação a 5 (ou seja, $9-5 = 4$ dedos, mantendo o último estendido. E obtinha o resultado multiplicando inicialmente por dez (de cabeça evidentemente) o número de dedos dobrados nas duas mãos o que dava $(3+4) \times 10=70$, acrescentando em seguida este resultado parcial ao produto dos dedos levantados da primeira mão pelos dedos idênticos da outra (isto é: $2 \times 1=2$). Assim ele chegava a: $8 \times 9 = (3 + 4) \times 10 + (2 \times 1) = 72$ (IFRAH, 2005, p. 94).

¹⁷ Para Caraça o homem primitivo corresponde àquele que viveu em um período de 20000 anos ou mais (CARAÇA, 1978, p. 4).

Com tal técnica, eis uma justificação matemática para os que, ainda nos dias atuais, temem tanto a álgebra, principalmente nos anos iniciais escolares. Pode-se escrever então: Sejam x e y dois números compreendidos entre 5 e 10, que devem ser multiplicados um pelo outro. Dobremos numa mão os dedos correspondentes às unidades suplementares de x em relação a cinco ($x-5$). E na outra mão as unidades suplementares de y em relação a cinco ($y-5$). A soma dos números “dobrados” vezes dez $[(x-5) + (y-5)] \times 10$ acrescentado da multiplicação realizada entre os dedos que ficaram “de pé” nas duas mãos $[5-(x-5)] \times [5-(y-5)]$ será o resultado procurado, ou seja, xy . Escrevendo uma linguagem algébrica do tipo: $xy = [(x-5) + (y-5)] \times 10 + [5-(x-5)] \times [5-(y-5)]$.

Os dedos, para tal civilização, não eram um artefato que possibilitava somente a correspondência um a um, mas também cálculos que exigiam um nível de abstração dos números. Os dedos, neste caso, assumem a função de instrumento no processo mental do cálculo. Com a abstração dos números, o homem volta a usar materiais como: pedras, madeiras e outros, mas os considera como símbolos numéricos. E as grandes quantidades ainda constituem-se como um problema aparentemente impossível de ser solucionado. Como seria possível ter símbolos que representassem números tão elevados?

Para Boyer, quando os dedos humanos eram inadequados para representar um conjunto de objetos, usava-se monte de pedras, “[...] frequentemente amontoava as pedras em grupos de cinco, pois os quintuplos lhe eram familiares por observação da mão e pé humano” (BOYER, 1996, p. 2). Segundo Ifrah (2005), a base dez é a mais comum que se tem registros:

Em certas regiões da África ocidental, os pastores costumavam avaliar os rebanhos de um modo prático. Após a passagem do primeiro enfiava uma concha num fio de lã branca, após o segundo outra concha, e assim até dez. Neste momento desmanchava o colar e introduzia uma concha num lã azul, associada às dezenas. E recomeça o processo na lã branca, até o vigésimo animal, quando se introduzia uma segunda concha na lã azul. Quando tinha dez conchas azuis desmanchava e enfiava se uma concha numa lã vermelha (IFRAH, 2005, p. 53).

Ifrah (2005) afirma que há pouco tempo:

[...] ainda certas tribos guerreiras de Madagascar tinham um costume bem prático para avaliar suas tropas. Eles faziam guerreiros desfilar em “fila indiana” por uma passagem bem estreita. Quando cada um saía, depositava uma pedra num fosso cavado no chão. Com a passagem do décimo homem, substituíam-se as dez pedras desse fosso por uma delas apenas, depositada numa segunda fileira reservada para as dezenas. Depois se recomeçava a amontoar pedras no primeiro fosso, até a passagem do vigésimo indivíduo, quando se colocava uma segunda pedra na segunda fileira. Quando esta última contava, por sua vez, com dez pedrinhas, estas eram substituídas por uma pedra colocada no terceiro fosso, reservado para as centenas. Ao atingir, por exemplo, 465 guerreiros, havia cinco pedras na primeira fileira, seis na segunda e quatro na terceira (IFRAH, 2005, p. 117).

Com isso, denota-se a ideia básica do princípio utilizado nos dias atuais, que, na linguagem matemática, isso é empregar a base dez. A base dez apresenta vantagem sobre bases grandes tipo sexagesimal ou trigesimal, porque a ordem de grandeza dela é satisfatória à mente humana e apresenta vantagens em relação às bases menores que não possibilitavam contagens de quantidades relativamente grandes.

Uma base enigmática, cuja contagem produz uma sobrecarga à memória é a base sessenta. Primeiramente usada pelos sumérios, em seguida pelos babilônios, a explicação para o uso da base sexagesimal não é precisa. Para (IFRAH, 2005, p. 69) “pode ter sido por conjunção de duas culturas: uma de base dez e uma de base doze”, essa hipótese leva a conceber um povo em estágio evoluído intelectualmente com grandes facilidades para o cálculo. Seria a descoberta das propriedades do mínimo múltiplo comum. Outra hipótese é a combinação da contagem das doze falanges de uma mão, realizadas pelo polegar.

Na mão direita, conta-se de 1 a 12, apoiando o polegar, sucessivamente, nas três falanges dos quatro dedos opostos da mesma mão. Ao atingir doze nesta mão, dobra-se o mindinho esquerdo. Volta-se a mão direita e conta de 13 a 24 repetindo a mesma técnica. Uma vez atingido o número 24, dobra-se o anular esquerdo e se continua contar do mesmo modo na mão direita [...] o processo repete até que os cinco dedos da mão esquerda sejam dobrados (IFRAH, 2005, p. 70).

O desenvolvimento das bases de contagem é considerado um acontecimento revolucionário para a história da humanidade. A história do surgimento é datada a pouco mais de 5000 anos em civilizações avançadas que buscavam soluções para as operações econômicas numerosas e, dificilmente poderiam confiar somente na memória humana para efetivação de tais operações de cálculo.

Para a compreensão da representatividade da base decimal e dos números conhecidos nos dias de hoje como números “árabicos” ou “hindu-árabicos”, é preciso voltar à origem do movimento constitutivo do número e perpassar pelas implicações matemáticas e sociais de tal criação. As descobertas matemáticas ganharam o ocidente graças à influência árabe. O império árabe-muçulmano no século IX, mesmo desagregando do Norte da África e da Espanha, não deixou de ter relações em diferentes regiões, cuja ocupação era de povos de língua árabe. Ocorria principalmente o intercâmbio comercial, migrações populares e peregrinações à Meca¹⁸.

¹⁸ Meca é a cidade sagrada dos muçulmanos. É onde nasceu o profeta Maomé e em que se encontra a Caaba, cubo que guarda a pedra negra que Deus teria enviado a Adão para a remissão dos pecados. Ela fica na Arábia Saudita, no Oriente Médio, e distante cerca de 80 km do litoral do Mar Vermelho. Em relação ao Brasil, no mapa, Meca fica direcionada para a direção leste.

Os árabes conheciam a aritmética hindu graças às relações com estes povos, e esses, por sua vez, começaram a abandonar métodos considerados arcaicos. Na metade do século IX, eles conheceram e se tornaram especialistas no “cálculo em areia”. A princípio, a grafia parecia muito com grafia hindu e, aos poucos, os árabes ocidentais foram dando “forma” aos algarismos que os denominavam de “algarismos ghoobar”, palavra que significa poeira.

Para os árabes, os aspectos religiosos estiveram na raiz da incursão no mundo da ciência. Para Mol (2013, p. 66) “os primeiros pensadores islâmicos [...] enxergaram o conhecimento como uma forma de se aproximarem de Deus”. No alcorão, o livro sagrado islâmico, em vários versículos conduz os fieis a buscar a Deus por meio de suas criações e dentre elas o céu e Terra. A prática religiosa impôs aos homens a busca pelo avanço no campo da matemática, conforme apresenta Mol (2013):

O preceito islâmico das cinco orações diárias voltadas para a cidade sagrada de Meca em horários definidos impuseram desafios à medição do tempo e orientação geográfica, que resultaram em estímulos para o avanço da astronomia e da matemática (MOL, 2013, p. 66).

Nessa civilização, vários matemáticos e astrônomos compuseram as produções científicas entre os séculos IX e XIII. Em destaque, Muhammad Ibn Musa al-Khwarizmi que, em um dos seus textos, mostra o sistema de numeração decimal posicional hindu e operações realizadas nesse sistema. Somente séculos mais tarde, com traduções latinas desse livro “os numerais indo-arábicos ficaram então conhecidos como sendo de al-Khwarizmi, o que resultou nas palavras algarismo e algoritmo, incorporadas às línguas europeias modernas” (MOL, 2013, p. 67).

O domínio do cálculo no século IX pertencia a uma casta muito privilegiada de especialistas, estes atribuíam tal conhecimento aos longos e aborrecidos períodos de estudos e inculcavam a ideia de que ele não poderia ser aprendido por qualquer “um”.

Conta-se que um rico mercador da Idade Média, suficientemente rico para dar uma instrução comercial a seu filho, foi um dia consultar um eminente especialista para saber a qual instrução confiar o jovem. A resposta do profissional parecerá certamente espantosa ao homem médio do século XX: ‘Se você se contenta e fazê-lo aprender a prática das adições e subtrações, qualquer universidade alemã ou francesa resolverá o problema; mas, se você faz questão de que a instrução de seu filho chegue à multiplicação ou à divisão (se ele for capaz de aprender isso!), então será preciso mandá-lo para as escolas italianas’ (IFRAH, 2005, p. 304).

As escolas Italianas tinham se especializado em operações complexas, no contato com árabes e bizantinos. No século IX, em meados do ano 1000, um monge francês, sedento de cultura, buscou difundir o que conhecera. Trata-se de Gerbert D’Aurillac, um papa do ano de

999, conhecido como Silvestre II. Estudioso e curioso quanto ao entendimento da matemática, ele passou um tempo na Espanha e logo após foi para uma escola dos mestres árabes, onde aprendeu o sistema de numeração por meio do astrolábio¹⁹.

Na volta à França, ele disseminou o gosto pela matemática e os primeiros ensinamentos na escola diocesana²⁰ dos algarismos arábicos. Entretanto, Gerbert encontrou muita resistência, pois grande parte do clero não admitia haver nada superior à tradição Romana. Gerbert introduziu a ideia de substituir as pedras das tábuas de cálculo pelo uso de *fichas de chifre*, nas quais estavam gravadas os algarismos de 1 a 9. Nessa época, ninguém ainda sentia a necessidade do uso do zero, pois o ábaco de coluna o dispensava. Nesse período, os algarismos foram “desenhados” com algumas lógicas diversas, por exemplo, a escrita do algarismo cinco encontrava-se de cabeça para baixo, os estilos diferentes eram aceitos por não haver qualquer tipo de normatização.

A partir do século XIII e XIV, houve uma estabilização da grafia dos algarismos, fato atribuído à necessidade de se estabelecer uma aparência definitiva que atendesse principalmente aos interesses da imprensa, grande invenção do ano de 1440. Os algarismos arábicos chegaram até os europeus levados por Gerbert, mas por força do conservadorismo resistente da época não foram muito utilizados. Isso ocorreu sobre a alegação de serem signos amaldiçoados, “os signos diabólicos desses cúmplices de Satanás que são os árabes” (IFRAH, 2005, p. 307). Graves acusações foram proferidas contra Gerbert, a ponto de a autoridade pontifícia decidir verificar se haveria vestígios dos diabos no túmulo dele em 1968.

O ábaco ainda era a forma principal do cálculo e do registro numérico, mas o movimento preliminar em relação à escrita numérica constituiu-se de um gotejamento de algo superior em relação ao que existia. Os “algoristas” surgiram e junto com eles a necessidade da

¹⁹ O **astrolábio** é um instrumento naval antigo, usado para medir a altura dos astros acima do horizonte. Convencionou-se dizer que o surgimento do astrolábio é o resultado prático de várias teorias matemáticas desenvolvidas por célebres estudiosos antigos: Euclides, Ptolomeu, Hiparco de Niceia e Hipátia de Alexandria. Ele é usado para determinar a posição dos astros no céu e foi, por muito tempo, utilizado como instrumento para a navegação marítima com base na determinação da posição das estrelas no céu. Mais tarde, foi simplificado e substituído pelo sextante (instrumento astronômico usado para determinar a latitude). Também era utilizado para resolver problemas geométricos, como calcular a altura de um edifício ou a profundidade de um poço. Era formado por um disco de latão graduado na sua borda, um anel de suspensão e uma medidilha (espécie de ponteiro). O astrolábio náutico era uma versão simplificada do tradicional e tinha a possibilidade apenas de medir a altura dos astros para ajudar na localização em alto mar.

²⁰ Também conhecidas por escolas das catedrais, são escolas que surgiram no fim do Império Romano. À medida que a educação municipal entrou em declínio, então, alguns bispos deram início à fundação de escolas associadas às suas catedrais, de modo a permitir o acesso do clero à educação. A mais antiga escola deste gênero de que há registro é fundada durante o II Concílio de Toledo, em 527, na Espanha visigótica. Estas primeiras escolas, focadas na aprendizagem religiosa sob a tutela de um bispo, foram sendo fundadas ao longo dos séculos VI e VII em diversas regiões da atual Espanha e em cerca de vinte cidades da Gália. Durante e após a missão gregoriana de Agostinho de Cantuária ao sul de Inglaterra, no fim do século VI, a fundação das próprias dioceses era muitas vezes acompanhada pela fundação de escolas catedrais, algumas delas em funcionamento ininterrupto até aos dias de hoje.

criação do “zero”, cuja aparição foi rebuscada de misticismos, dogmas e tentativas de subversão do monopólio intelectual do clero.

A criação do zero foi inevitável devido à “escrita dos algarismos”, ou seja, não havia uma forma de realizar os cálculos fora da tábua sem a presença de um elemento para a unidade em falta. Eis que surgiu, nesse cenário, o importante matemático muçulmano Al-Khwarizmi²¹, considerado hoje o pai da álgebra, apresentando aos europeus o cálculo por meio de desenhos na areia.

Outro nome importante na disseminação do cálculo “algorista” foi o matemático Italiano Leonardo de Pisa, mais conhecido como Fibonacci. Ele visitou a África muçulmana e conheceu o oriente, onde encontrou mestres árabes, cujas orientações foram de fundamental importância para o tratado redigido por ele em 1202.

No tratado intitulado de Liber Abaci, por volta de 1170-1250 (“tratado do ábaco”), ele explica todas as regras do cálculo escrito na areia ou com pena. O título do tratado representa a “sabedoria” de Fibonacci, pois ele não queria provocar a ira dos defensores do ábaco de fichas e com tal atitude o tratado conseguiu ser disseminado pela Europa. Entretanto, essa disseminação ocorreu em meio a muita resistência dos calculadores profissionais que não apreciavam a propagação de tal tratado. Tal resistência ganhou força da igreja, que era a principal representante do movimento conservador do cálculo pelo sistema “abacistas”. Para (IFRAH, 2005, p. 315), “[...] determinadas autoridades eclesiásticas espalharam o boato de que, sendo tão fácil e tão engenhoso, o cálculo ao modo árabe devia ter algo de mágico ou até de demoníaco”.

Até o século XVIII, a força de imposição do clero e de calculadores profissionais continuava a defender o uso do ábaco e só após a Revolução Francesa houve o esboço da nova visão do cálculo com muitos avanços na ciência. Segundo Ifrah, foi preciso a Revolução Francesa para resolver a questão do cálculo por fichas e “[...] tornar claro que o cálculo por meio de algarismos tem sobre o cálculo por meio de fichas na tábua de contar as mesmas vantagens que um pedestre livre e sem carga tem sobre um pedestre muito carregado” (IFRAH, 2005, p. 318).

²¹ Abu Abdullah Mohammed ben Musa Al-Khwarizmi foi um matemático árabe que nasceu em torno de 780 e morreu por volta do ano 850. Era originário de Khowarezm, a região a sul do mar Aral, na altura da parte da Pérsia ocupada pelos Árabes (atualmente parte do Uzbequistão). O tratado de aritmética de Al-Khwarizmi encontra-se perdido, mas este chegou à Espanha e existem traduções, do século XII, para o latim. No seu texto, al-Khwarizmi introduz os nove símbolos indianos para representar os algarismos e um círculo para representar o zero. Depois explica como escrever um número no sistema decimal de posição utilizando os 10 símbolos.

O histórico mostra o quanto o homem, em busca de solucionar as suas necessidades, contribuiu para a formação dos números como são conhecidos no mundo contemporâneo. A contagem e o registro, realizados pela percepção direta, em certo momento, deixam de abarcar os processos da vida, assim como os instrumentos que já foram utilizados outrora não satisfazem o cálculo, dentre outras situações. Desse modo, os números se revelam não como simples “símbolo”, “algarismo”, “chifre”, mas como uma *unidade especial* criada a partir da solução dos problemas surgidos na própria vida humana, em diferentes contextos e em diversas atividades. Para Davydov (1988):

Os conceitos, historicamente formados na sociedade existem objetivamente nas formas da atividade do homem e seus resultados, ou seja, nos objetos criados de maneira racional. As pessoas isoladas (e principalmente as crianças) os captam e os assimilam antes de aprender e atuar com suas manifestações empíricas particulares. O indivíduo deve atuar e produzir as coisas segundo os conceitos que, como normas, já existem na sociedade anteriormente; ele não os cria, mas, os capta, os apropria. Apenas então se comporta com as coisas humanamente (DAVYDOV, 1988, p. 128).

Para Davydov, o ensino do conceito de número não desconsidera a correspondência um a um, porém ela não é o ponto de partida para o ensino do conceito de número. Neste mesmo sentido, Caraça afirma que o número natural “não é um produto puro do pensamento, independente da experiência; os homens não adquiriram primeiro os números para depois contarem” (CARAÇA, 1978, p. 04). Ao contrário, os números naturais foram se formando lentamente pela prática diária de contagens. Em outro momento da história da humanidade, as necessidades exigiram outras operações. E, ao solucioná-las, outras surgiram e novas operações foram realizadas. Deste modo, ter a sensação numérica não significa ter o conceito. Mas seria a contagem a única necessidade dos seres humanos para a utilização dos números?

Diante da civilização egípcia, reconhecem-se condições para a negação da pergunta acima. Esta se desenvolveu no fértil vale do rio Nilo, no território que hoje corresponde ao Egito. Apesar de seus elementos civilizatórios estarem presentes desde o início do quarto milênio antes de Cristo, marcamos o seu início em 3150 a.C. Quando ocorreu a unificação do baixo e do alto Egito com o primeiro faraó, iniciando o chamado período dinástico. Nessa civilização, a desenvoltura com o uso de frações para resolver problemas práticos indica que os números não eram considerados somente pela contagem de objetos, mas por medidas. Era preciso ter noções numéricas para medir as terras, após a elevação das águas do Rio, pois elas eram cobertas parcialmente pela água e os proprietários precisavam calcular valores dos impostos de acordo com o terreno. Deste modo, destacam-se a noção do trabalho com

medidas (a porção de terra ocupada pela água) e o uso da contagem (a depender da diminuição da porção da terra, o valor a ser pago pelo imposto diminuiria).

E, diante da necessidade de medir, os números concebidos para a contagem discreta já não resolviam os problemas existentes no processo de medição. Nesses casos, Caraça afirma que é preciso haver um termo de comparação único para todas as grandezas de uma mesma espécie. E, segundo o autor, é necessário que:

1- Estabeleça um estalão único de comparação para todas as grandezas de mesma espécie; esse estalão chama-se unidade de medida da grandeza de que se trata- é, por exemplo, o centímetro para o comprimento, a grama-peso, o segundo para o tempo etc. 2- Responder a pergunta- quantas vezes?- acima posta, o que se faz dando um número que exprima o resultado da comparação coma unidade (CARAÇA, 1978, p. 30).

Para Cunha (2008, p. 11) “o conhecimento de medida, para os gregos, era uma chave para o entendimento da harmonia na música, das artes visuais (proporção áurea)”. Para eles, a noção de medida foi além da noção de comparação com um padrão externo, apontando para um tipo universal de proporção interna, percebida tanto pelos sentidos como pela mente.

O conhecimento de medida e a importância dele desde o início dos anos escolares das crianças foi tema da pesquisa da Lanner de Moura (1995), que afirma:

A medida está também conectada com o conceito de número, pois para comunicar o valor da medida torna-se necessário uma expressão numérica apropriada. É a partir da inter-relação espaço-número-medida que os conceitos matemáticos ficam impregnados de sentido. Durante o processo de construção do conhecimento de medida a criança experimenta concretamente a relação (espaço-medida) aplicando a extensão da unidade sobre a extensão da grandeza; realiza contagens (número) contando os deslocamentos da unidade sobre a grandeza. Para medir o comprimento de um objeto, faz-se necessário dois tipos de operação: uma de caráter geométrico, a que aplica a unidade ao longo da grandeza a ser medida, a outra de caráter aritmético, a que calcula quantas vezes é possível repetir a operação anterior (LANNER DE MOURA, 1995, p. 3).

Essa explicação preconiza que o conceito de número vai além da contagem discreta de objetos, ou seja, admite-o pela ótica da relação entre grandezas contínuas. Neste sentido, Vigotski (1996) afirma que contar nos dedos foi, em certo momento histórico, uma conquista cultural importante, pois ofereceu condições para a humanidade passar da aritmética natural para a cultural, da percepção das quantidades para o cálculo. Em outro momento histórico, as necessidades suscitadas por aquele processo não era mais satisfatório.

Para Brolezzi, o surgimento e a evolução do número, mesmo do número natural, sempre estiveram vinculados a medidas de grandezas contínuas e não só ao uso de pedrinhas, ovelhas. Os estudos do autor mostram que, apesar dos egípcios e mesopotâmios utilizarem e

lidarem com as frações, o número racional surgiu “de uma rede conceitual” (BROLEZZI, 1996, p. 46).

No momento atual, contar nos dedos ou por meio dos mais variados tipos de materiais toma como referência apenas a grandeza discreta. No entanto, o número em seu estágio atual do desenvolvimento é concebido nas relações entre grandezas não só discretas, mas também contínuas. Para Rosa (2012):

A ênfase apenas na representação visual das quantidades de objetos soltos, relacionados ao dia-a-dia das crianças ou não, reduz o conteúdo do conceito de número as suas significações empíricas, próprias do estágio inicial do desenvolvimento do conceito de número pela humanidade, em detrimento do conteúdo teórico, em seu estágio atual de elaboração (ROSA, 2012, p. 230).

Segundo (BROLEZZI, 1996, p. 12) a análise dos símbolos numéricos das civilizações fornece “[...] elementos para o estudo da relação entre discreto e contínuo”. Pois, encontram-se aspectos da álgebra e da geometria, associados com a aritmética. Um exemplo desse tipo de conteúdo pode ser encontrado no Papiro de Rhind, um registro egípcio datado de cerca de 1650 a.C. Neste documento “entre os problemas aritméticos, há estudos de frações unitárias e de equações lineares”(MOL, 2013, p. 21).

Neste sentido, os egípcios utilizavam os números tanto para contar como para medir, “[...] os números aos olhos dos egípcios não se constituíam em um conjunto obtido pela correspondência um-a-um” (BROLEZZI, 1996, p. 13). Para o autor, a frequência e a desenvoltura com que os egípcios utilizavam as frações é um indicativo de que a matemática no Egito antigo utilizava os números não só para contar.

Em relação aos mesopotâmios, a escrita cuneiforme - escrita composta por símbolos em forma de cunha, feita em placas de argila, descoberta durante pesquisas arqueológicas realizadas no século XIX - possibilitou compreender o conhecimento matemático desta civilização. Os conteúdos matemáticos revelam que a matemática mesopotâmica tinha um aspecto eminentemente, mas não exclusivamente prático. Os problemas matemáticos que constam nestes objetos, geralmente, envolviam cálculos relacionados à vida cotidiana, sendo que a natureza dos problemas encontrados “[...] ilustra o caráter algorítmico e aritmético da matemática babilônica, em oposição ao caráter geométrico da matemática grega, em que figuras e demonstrações tinham papel central” (MOL, 2013, p. 17).

Já a civilização Grega, até o século VI a.C., não se destaca nos conhecimentos matemáticos, mas, a partir do século VII a.C., as contribuições dos matemáticos Tales de Mileto e Pitágoras propiciam mudanças na forma intuitiva de concepção da matemática

daquela época. Tales de Mileto, ao visitar a mesopotâmia e o Egito, compreendeu o modo como se desenvolvia a matemática naquelas regiões. Ele verificou o caráter prático e as aplicações de procedimentos numéricos para resolver problemas específicos, vividos naquela civilização. E, diante daquela realidade, Tales buscou organizar um trato diferente e, “a tradição clássica atribui a Tales de Mileto a primeira ação no sentido de organizar a geometria como estudo abstrato e dedutivo” (MOL, 2015, p. 32).

Contudo, segundo Proclus Diadochus²² (412-485 d.C.), Tales de Mileto pode ter sido o primeiro a utilizar o método imaterial do trabalho científico na matemática, ou seja, chegava aos resultados raciocinando dedutivamente. Nesse sentido, Brolezzi (1996) afirma que:

A matemática enquanto ciência dedutiva teve sua origem na Grécia. É certo que os povos mesopotâmios sabiam calcular com precisão as posições dos astros, e que os egípcios construíram pirâmides com maestria e exatidão matemáticas. Mas somente com o método imaterial, com o relativo afastamento das aplicações práticas imediatas, inaugurado pelos gregos foi possível que se forjassem as bases do pensamento científico contemporâneo (BROLEZZI, 1996, p. 15).

Em relação a esse mesmo assunto, nos anos (570-495 a.C.) surgiu, na Grécia antiga, um suposto aluno de Tales de Mileto, chamado Pitágoras. Tales se instalou em Crotono, sudeste da Itália para estudos e, neste local formou em torno de si uma escola de pensamento onde o racionalismo grego convivia com elementos do misticismo. Os números eram os elementos básicos da filosofia Pitagórica, tratados como entidades.

Em relação à escola Pitagórica, são escassas as fontes escritas dos conhecimentos. Nela havia uma dedicação aos estudos relacionados aos campos da aritmética, da música, da geometria e da astronomia. Contudo, eles concebiam o universo pela via da aritmética. É clássica a frase de Pitágoras “todas as coisas do mundo é número”.

A escola Pitagórica estudou o pentágono regular e dentro dele traçavam a figura do pentagrama, um dos símbolos de veneração da escola, a estrela de cinco pontas formada pelas diagonais do pentágono. E foi com o aprofundamento nos estudos do pentágono e do pentagrama, que os Pitagóricos chegaram a uma verdadeira ruptura no pensamento da antiguidade, a chamada crise dos incomensuráveis.

Eles o viam como um defeito na perfeição do Universo. Com Hippasus de Metapontum um membro da escola Pitagórica durante uma apresentação da autorreprodução

²² Proclus (412-485) foi o mais respeitado filósofo da antiguidade e desempenhou um papel crucial na transmissão da filosofia platônica desde a antiguidade até a Idade Média. Por quase cinquenta anos, ele foi chefe da "Academia" platônica em Atenas. Sendo um escritor excepcionalmente produtivo, ele compôs comentários sobre Aristóteles, Euclides e Platão, tratados sistemáticos em todas as disciplinas da filosofia como era naquela época (metafísica e teologia, física, astronomia, matemática, ética) e trabalhos exegéticos sobre tradições de sabedoria religiosa.

do pentágono regular e do pentagrama inscrito nele, ele consegue demonstrar que sempre é possível um novo pentágono regular no centro do pentagrama. Eles identificaram que “não existe uma grandeza por menor que fosse capaz de medir ao mesmo tempo o lado do pentagrama e sua diagonal” (BROLEZZI, 1996, p. 17).

Deste modo, descobre-se a existência de grandezas incomensuráveis, no próprio símbolo da escola Pitagórica. Conforme explica Eves (2007):

A descoberta da existência de números irracionais foi surpreendente e perturbadora para os pitagóricos. Em primeiro lugar porque parecia desferir um golpe mortal na filosofia pitagórica segundo a qual tudo dependia dos números inteiros. Além disso, parecia contrária ao senso comum, pois intuitivamente havia o sentimento de que toda grandeza poderia ser expressa por *algum* número racional. A contrapartida geométrica era igualmente espantosa, pois quem poderia duvidar que, dados dois segmentos de reta, sempre seria possível encontrar um terceiro segmento de reta, talvez muito, muito pequeno, que coubesse exatamente um número inteiro de vezes em cada um dos dois segmentos dados? (EVES, 2007, p. 106).

Para Rosa (2012, p. 7) “o desenvolvimento histórico do conceito de número racional, mostra que a partir da relação mútua da aritmética e da geometria, foi só a primeira etapa. A seguinte foi a partir da incomensurabilidade”. Ou seja, os matemáticos acreditavam que toda grandeza poderia ser expressa por algum número racional, passíveis de serem medidos.

Por algum tempo, eles reconheciam somente $\sqrt{2}$ como o único irracional. Teodoro de Cirene (425 a.C.) mostrou que existiam outros irracionais como: $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$ e $\sqrt{17}$. E, por volta de 370 a.C., Eudoxo, um brilhante discípulo de Platão e do pitagórico Arquitas, conseguiu tratar os irracionais por proporções. “O magistral tratamento dos incomensuráveis formulado por Eudoxo aparece no quinto livro dos *Elementos* de Euclides, e essencialmente coincide com a exposição moderna dos números irracionais dada por Dedekind em 1872” (EVES, 2007, p. 107).

A definição de Eudoxo lidava com proporções envolvendo grandezas incomensuráveis. “Eudoxo conseguiu incorporar os incomensuráveis a sua teoria de proporções fazendo uso apenas de relações envolvendo números inteiros” (MOL, 2013, p. 39). Por fim, em síntese “[...] foi a partir das relações entre grandezas que os números foram criados historicamente” (ROSA, 2012, p. 59). Conforme apresenta o Quadro 3, a relação entre as grandezas sejam elas discretas ou contínuas mensuráveis ou incomensuráveis está presente na história por meio das relações humanas estabelecidas pelas necessidades de cada época.

Quadro 3 - Nexos conceituais, ações e necessidades na historicidade do número

Necessidades	Ações	Nexos conceituais
* Necessidade do homem de qualificar conjuntos quanto “maior que” ou “menor que”	• Percepção - sentido (contar sem contar)	→ Senso numérico
* Controle das criações –animais.	• Uso material: entalhes	→ Correspondência um a um
* Controlar os ciclos lunares, guerreiros mortos etc.	• Uso das partes do corpo	→ Comparação- Contagem
* Reter por muito tempo a lembrança de uma enumeração.	• Os conquistadores espanhóis, por exemplo, utilizaram os quipus.	→ valor posicional: marcas consecutivas equidistantes uma das outras.
* Designar concretamente, oralmente e por escrito os números elevados com o mínimo de símbolos possível.	• Operações econômicas numerosas	→ bases numéricas
* Necessidade de controle de contagem, facilitação de cálculos.	• Uso dos símbolos –valores	→ Sistema de numeração: Babilônios e Egípcios (princípio ternário) e as demais (princípio quinário).
* Os desafios lançados pela engenharia e medições nas margens do Rio Nilo, geraram necessidades que impulsionaram os conhecimentos dos povos no Egito (3000 a. C.)	• Construções de pirâmides e outros monumentos e medições as margens do Rio Nilo.	→ Papiro de Rhind: conhecimentos de geometria e aritmética. Uso das frações
* Estudos da escola Pitagórica.	• Reconhece-se o pentágono regular e dentro dele a figura do pentagrama, um dos símbolos de veneração.	→ Grandezas incomensuráveis

Fonte: elaboração nossa.

Compreender a grandeza como a essencial para a formação do conceito de número é um ponto fundamental para a apropriação teórica, que ocorre por meio das tarefas corretamente organizadas de forma que aconteça a separação dos aspectos fundamentais para a captação dos nexos. Em face da importância de compreender a relação universal para a formação do conceito de número, bem como o conteúdo que estabelece as propriedades internas do objeto não apreensíveis pela observação direta, apresentaremos, na próxima seção da dissertação, as tarefas particulares propostas por Davydov para a modelação da relação universal do conceito.

2.6 Tarefas davidovianas para a modelação da relação universal do conceito de número

No processo histórico de constituição do conhecimento do número, a aritmética e a relação entre grandezas discretas esteve presente com a contagem, mas esta não foi a única necessidade presente no percurso histórico da humanidade. Em algumas civilizações, somente a contagem não foi suficiente para a solução de problemas práticos (egípcios e

mesopotâmicos) e tampouco para os problemas dos matemáticos gregos. A relação entre grandezas contínuas pode ser observada, por exemplo, nas medições às margens do rio Nilo.

A proposição de Davydov considera o conceito de grandeza como o objeto matemático geral e afirma “Das grandezas é que se deduzem os casos particulares de sua manifestação”, os números são considerados caso singular e particular de representação das relações gerais entre grandezas (ROSA, 2012, p. 67). Nesse sentido, buscou-se no manual elaborado por Davydov (1997) e seus seguidores, dentre eles Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008) as orientações que esses autores elaboraram para os professores que ensinam matemática no primeiro ano das escolas russas que adotam o sistema Elkonin-Davydov. No manual existem explicações das tarefas de estudo que são realizadas pelos estudantes para a apropriação do conceito de número nos anos iniciais.

Assim, em função da relevância do conteúdo do conceito de número, selecionamos no manual de orientação para professores, elaborado por Davydov e colaboradores (1997) e seus seguidores, dentre as seis ações a serem realizadas pelos estudantes, *apenas a segunda ação*: “[...] modelação da relação diferenciada em forma objetual, gráfica e literal” (DAVIDOV, 1998, p. 181). Essa opção se justifica por entendermos que o reconhecimento da relação universal do conceito constitui uma forma de possibilitar aos futuros leitores a reflexão quanto ao modo como tem sido proposto o ensino do conceito de número nos anos iniciais do ensino brasileiro. Com essa intenção, apresentam-se, a seguir, algumas tarefas referentes ao capítulo 4 do livro didático de matemática do sistema Elkonin-Davydov para o primeiro ano, cujo título é Introdução do Número.

A introdução das tarefas, apresentada a seguir, refere-se à segunda ação de estudo. Elas ocorrem depois da realização das tarefas que utilizaram o procedimento de comparação direta entre grandezas e também quando surgem situações nas quais os objetos estão distantes no tempo e no espaço ou são constituídos de formas diferentes, ou seja, a comparação direta não satisfaz a problema da tarefa (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008). A segunda ação de estudo é um momento fundamental no processo de assimilação dos conhecimentos teóricos, pois “os modelos de estudo constituem a ligação internamente indispensável” (DAVIDOV, 1988, p. 182). Após a construção por meio das tarefas, os estudantes “chegam ao modelo universal do conceito de número que possibilita a revelação da característica numérica da grandeza” (ROSA, 2012, p. 136).

Em relação à modelação, Davidov (1988) afirma que é um meio peculiar de idealização simbólico-semiótica. O autor busca em Shtoff uma explicação para o termo. Conforme Shtoff “Por modelo se compreende um sistema representado mentalmente ou

realizado materialmente o qual refletindo ou reproduzindo o objeto de investigação, é capaz de substituí-lo de modo que seu estudo nos dê uma nova informação sobre o objeto” (SHTOFF, 1975 apud DAVIDOV, 1988, p. 133).

Para Shtoff, existem modelos materiais e mentais. O primeiro permite a transformação objetual e o segundo as transformações mentais, ou seja, simbólico-semióticas, sendo que ambos exigem uma complexa atividade cognitiva. Isso significa que o estudante terá a possibilidade de realizar as ações de abstração da relação geral (multiplicidade e divisibilidade entre grandezas) e, na generalização (verificar a ocorrência em diversas manifestações de relação entre grandezas), apropriar-se do número como um caso singular, que aparece como característica numérica entre grandezas.

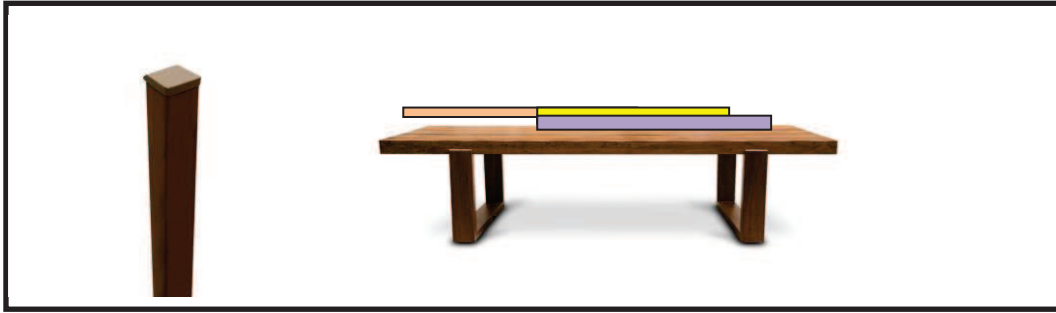
Para Davidov, não é qualquer modelo que suscita o processo de abstração e generalização, mas aquele que estabelece a relação universal de um objeto, identificada e diferenciada no processo de transformação dos dados da tarefa. O autor afirma “o modelo de estudo, como produto da análise mental pode, por si só, ser um meio especial da atividade mental do homem” (DAVIDOV, 1988, p. 183).

Dentre outros fatores, o que justifica apresentar as tarefas do movimento de construção do modelo, proposto por Davidov e colaboradores, é que “como o modelo de estudo representa uma determinada relação universal, encontrada e diferenciada no processo de transformação dos dados da tarefa, o conteúdo deste modelo define as características internas do objeto, não observáveis de maneira direta”, ou seja, o conteúdo do modelo é uma forma de revelar a relação interna universal para a formação do conceito de número (DAVIDOV, 1988, p. 182-183).

A primeira tarefa, elaborada por Davydov e colaboradores, trata-se da superação da comparação direta entre grandezas.

Tarefa 1: Cria-se uma situação em que é necessário superar a forma de comparação direta. Mas, por enquanto, não se trata de número, trata-se de uma terceira grandeza, com a qual é possível comparar cada uma das grandezas inicialmente dadas em separado. Baseando-se no resultado destas comparações, pode-se fazer a conclusão sobre a correlação entre as grandezas inicialmente dadas. Conforme explica Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008):

Ilustração 1 - Barra de madeira e as tiras de papel disponibilizadas para os estudantes



Fonte: Elaboração nossa, subsidiada no livro didático Elkonin- Davýdov (1997).

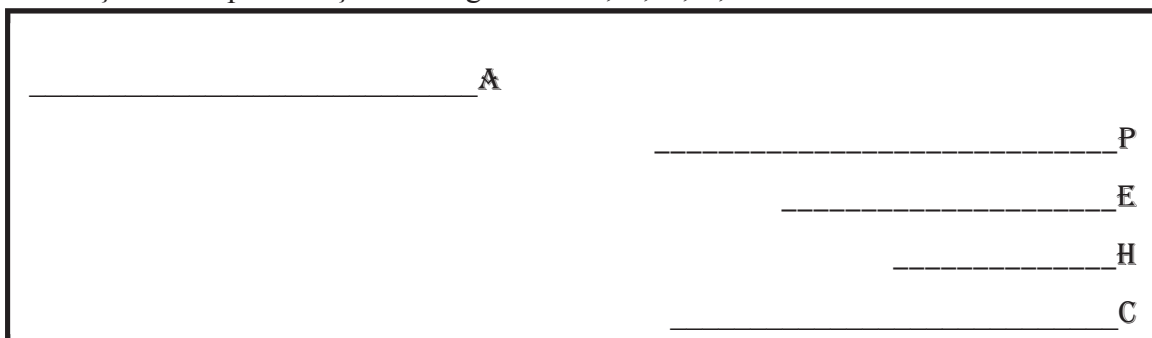
O professor informa: *Hoje vamos lembrar o que a gente deve fazer para encontrar os valores iguais.* Na mesa do professor estão as tiras de cartolina, e uma barra de madeira na mão. O professor está um tanto afastado da mesa. É preciso achar uma tira que tenha o mesmo comprimento que a barra. Uma das crianças vai até o professor. *Para que você está vindo?* As tiras estão na mesa! Precisamos da barra, sem ela não poderemos encontrar uma tira exatamente igual. Temos que medir as tiras e a barra. O aluno faz a tarefa. *(Tem que ter duas tiras visivelmente diferentes da barra pelo comprimento, uma igual e mais uma levemente diferente)* (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008, p. 33).

Nessa tarefa, as crianças percebem a necessidade de um elemento para realizar a comparação. Nas tarefas seguintes, elas criam a necessidade de um elemento mediador, a unidade de medida, reconhecendo a unidade conexão interna das relações entre a unidade de medida e a grandeza a ser medida.

Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008) apresentam detalhadamente o que deve ser realizado nas tarefas de aprendizagem para a modelação da relação de multiplicidade e divisibilidade das grandezas como base geral do conceito de número. Esta unidade didática, segundo os autores, necessita de dez a doze aulas.

Tarefa 2: Do lado esquerdo do quadro está um segmento, cujo comprimento é marcado como A; do outro lado do quadro estão mais quatro segmentos de comprimentos E, C, H e P (os comprimentos E e H não são iguais ao A; $P > A$, $C = A$.)

Ilustração 2 - Representação dos segmentos A, C, H, E, P



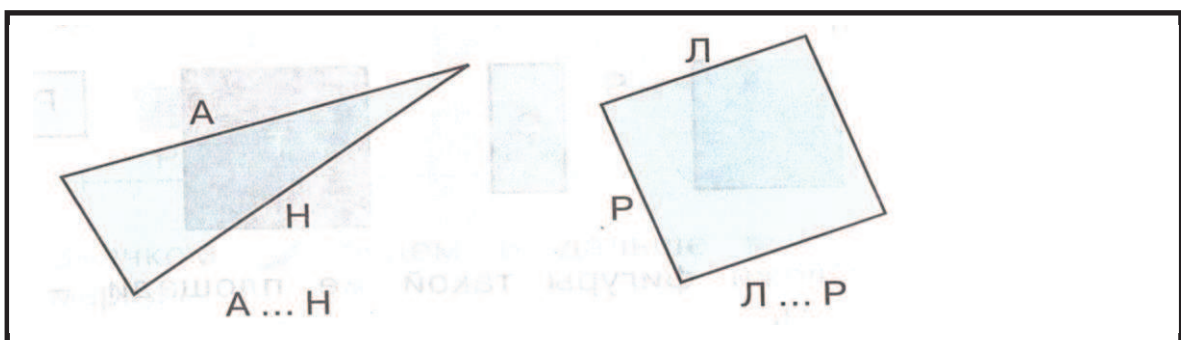
Fonte: Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008).

O professor sugere achar entre os segmentos do lado direito um segmento cujo comprimento é igual ao do A . Algumas crianças tentam adivinhar. Nesta etapa os segmentos de comprimentos E e H são descartados, mas restam as dúvidas em relação aos outros dois. O professor pede uma resposta exata e pergunta qual é a diferença desta tarefa em relação ao anterior que foi resolvida com tanta facilidade agora pouco. Descobre-se que desta vez não tem como juntar o segmento do lado esquerdo aos outros segmentos. O que fazer? É possível que as crianças tentem fixar o comprimento do segmento-padrão com as mãos. O professor repete o procedimento, mas recebe os resultados contrários (trocando a posição das mãos enquanto está mudando de um lado para o outro do quadro de propósito). Descobre-se que este método não pode ser exato, é difícil manter a posição das mãos estável enquanto transfere de um lado para o outro. Então, temos que substituir o segmento pelo objeto da mesma grandeza (comprimento), que pode ser transferido. Precisamos de **uma medida!** Provavelmente alguém terá a ideia de usar a régua. E o professor diz: Eu não tenho régua, mas tenho os seguintes objetos: caneca, um barbante comprido, uma tira de papel curta. O que pode nós ajudar? O que pode servir de **medida**? As crianças escolhem o barbante e com ajuda dele efetuam a comparação do comprimento A com o comprimento P e depois com o comprimento C (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008, p. 32, grifo dos autores).

Com isso, os autores demonstram o quanto é importante o papel do professor na orientação do processo de aprendizagem. O que também confirma o que diz Vigotsky (2016, p.112) “na atividade coletiva guiada pelos adultos, a criança pode fazer muito mais do que com sua capacidade de compreensão de modo independente”.

Tarefa 3: Depois que os estudantes realizaram as medições, o professor sugere a realização de outra tarefa. Ele solicita que os estudantes comparem os comprimentos dos lados das figuras com uma tira de papel.

Ilustração 3 - Figuras sugeridas no sistema Elkonin-Davýdov para medição



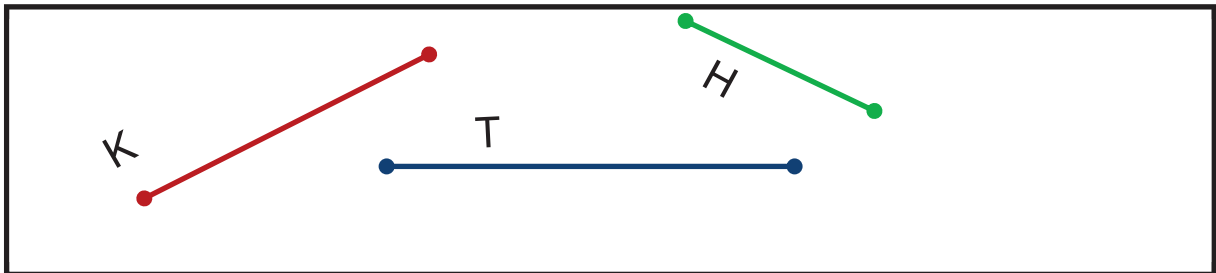
Fonte: livro didático Elkonin-Davýdov (1997, p. 35).

Nesta tarefa, já de início os estudantes concluem que é impossível comparar os comprimentos dos lados das figuras sem uma medida, pois as formas são diferentes. Sugere-se usar como uma medida uma tira de papel (não pode ser uma régua!). O professor mostra como tem que colocar a tira e marcar o seu comprimento (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008).

Com a realização da tarefa, o estudante sente a necessidade do uso do elemento medidor, ou seja, uma comparação mediatizada, pois não é possível realizar a comparação entre os lados das duas figuras de forma direta.

Tarefa 4: É solicitado aos estudantes que façam segmentos iguais aos K, T e H, usando um objeto convencional de medida, a sugestão é a régua.

Ilustração 4 - Representações de segmentos



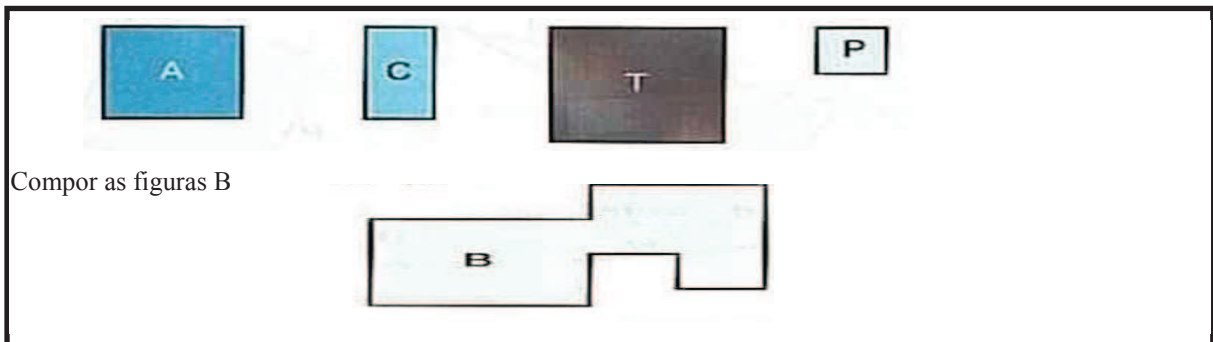
Fonte: Livro didático de matemática para o primeiro ano sistema Elkonin-Davýdov (1997, p. 35).

Para executar esta tarefa, o professor sugere usar a régua, caso alguém não tenha, pode-se usar uma tira de papel. Ao final deste processo, acentua-se que foi descoberto um novo método de comparação. A necessidade criada intencionalmente pelo professor traz o elemento mediador como fundamental para a execução da tarefa. Isso também ocorreu historicamente na humanidade nas demandas práticas de soluções de problemas surgidos em determinadas épocas.

Outro importante elemento utilizado pela humanidade como meio de registro das contagens são as marcas. Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008) apresentam nas próximas tarefas a medição, a medida e as marcas como um método de comparação e reprodução das grandezas e o procedimento de contagem que acompanha o trabalho com ela. Inicialmente, trata-se do método de contagem das quantidades das medidas marcadas historicamente como algo muito antigo – o uso das marcas. Isso é feito para atrair a atenção dos estudantes para o processo de medição e reprodução da grandeza e não para o resultado. Introduce-se, também, um esquema que serve para registrar os resultados deste processo e dos seus componentes.

Tarefa 5: Nessa tarefa, o professor entrega aos estudantes quatro figuras de base retangular (A, C, T, P) e uma folha contendo um desenho de área B (conforme Ilustração 5). Ele orienta que os estudantes precisam encontrar dentre as figuras (C, T, A, P) a área da figura B.

Ilustração 5 - Figuras (A, C, T e P) disponibilizadas aos estudantes e a representação da área B



Fonte: Livro didático de matemática para o primeiro ano sistema Elkonin-Davydov (1997, p. 36).

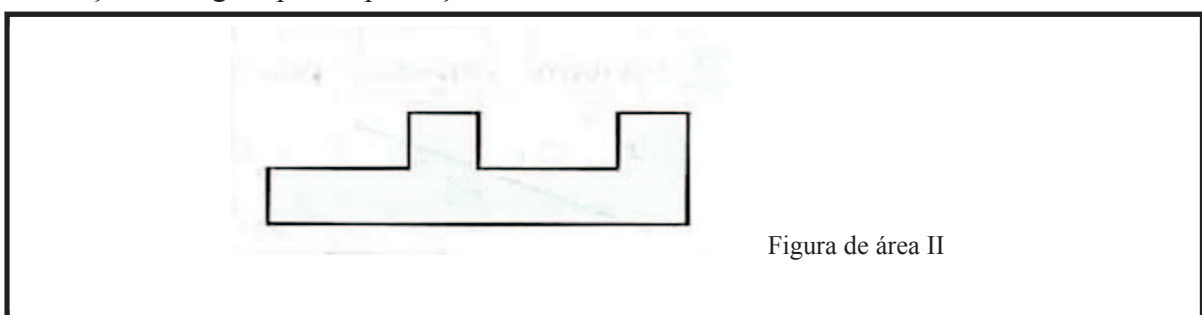
Temos uma situação que exige a reprodução de uma grandeza dada, a área B. Após a análise e discussão da tarefa. Conclui-se que é preciso usar uma unidade de medida (medidor). As crianças não encontram (dentre as figuras A, C, T, P) uma figura igual a que está desenhada (figura B). O professor insiste que na outra sala as crianças conseguiram usar o material recortado e menciona a seguinte dica: os pequenos retângulos, cujas áreas estão marcadas pelas letras. As crianças manipulam os retângulos e depois de muitas tentativas e discussões conseguem formar a área da figura-modelo com três partes. As partes são transferidas para o caderno e contornadas (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008, p. 34).

O professor explica aos estudantes que na pré-escola as crianças não conseguiram chegar a esta decisão. E, para ajudá-los, poderia escrever uma “carta” indicando que tipo de medida (medidor) eles têm que escolher: A “carta” deve ser lida da seguinte maneira: “A grandeza B foi obtida com ajuda das grandezas T, A e P” (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008, p. 35).

Após a orientação para a escrita da carta, o professor lembra aos estudantes que isto é um novo tipo de trabalho com a medida (medidor) e lhes propõe que reproduzam outra área (Ilustração 6).

Tarefa 6: Reproduza a área II usando como medidor a figura de área C ou P (as figuras de área retangular serão as mesmas fornecidas na aula anterior).

Ilustração 6 - Figura para reprodução da área



Fonte: Elkonin-Davydov (1997, p. 36) adaptação nossa.

Os estudantes descobrem que a grandeza da área II poderá ser representada por um só medidor, mas colocado várias vezes. Discute-se o elemento novo no trabalho: (usamos um só medidor, mas disposto várias vezes). “A carta para a pré-escola” é escrita e completada com a explicação do uso de uma só letra (unidade de medida). Um medidor assim receberá um nome especial - **unidade de medida** (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008).

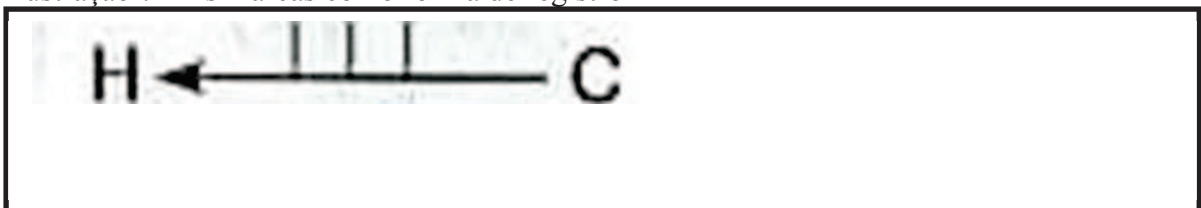
No processo de organização do ensino, Davydov percorre o movimento para a formação do número “[...] inicia com os símbolos sem conteúdo numérico concreto e segue das significações algébricas para as aritméticas com introdução dos símbolos numéricos, sempre em conexões com as significações geométricas” (ROSA, 2012, p. 145). O uso da carta pelos estudantes é algo extremamente relevante não só para a apropriação dos conceitos de matemática, mas também porque, segundo Vigotski, a escrita é uma operação mais intelectual do que a fala, tanto porque exige maior esforço para expressar-se de modo a ser compreendido pelo outro, quanto porque obriga a tomar maior consciência que à própria fala.

A linguagem escrita requer mais rigor e precisão do que a linguagem oral. Quando a escrita é motivada pelos conhecimentos prévios do interlocutor, ou é uma resposta a outro enunciado, é preciso fazer uso da memória e colocar as ideias precedentes em uma relação lógica.

O professor continua orientando os estudantes a finalizarem a carta. Nesse sentido, discutiu-se a seguinte situação: a tarefa consistia em fazer uma figura que tivesse a área dada, expressa pelas marcas (conforme Ilustração 7). O professor dialogou com os estudantes sobre como poderia explicar na carta para que os pré-escolares abstraíssem que a área poderia ser construída por uma só figura (as do envelope), mas é preciso admiti-la mais de uma vez, como mostra a representação em um esquema com marcas (Ilustração 7).

Tarefa 7: Verificar pelas marcas quantas vezes será utilizado o medidor.

Ilustração 7 - As marcas como forma de registro



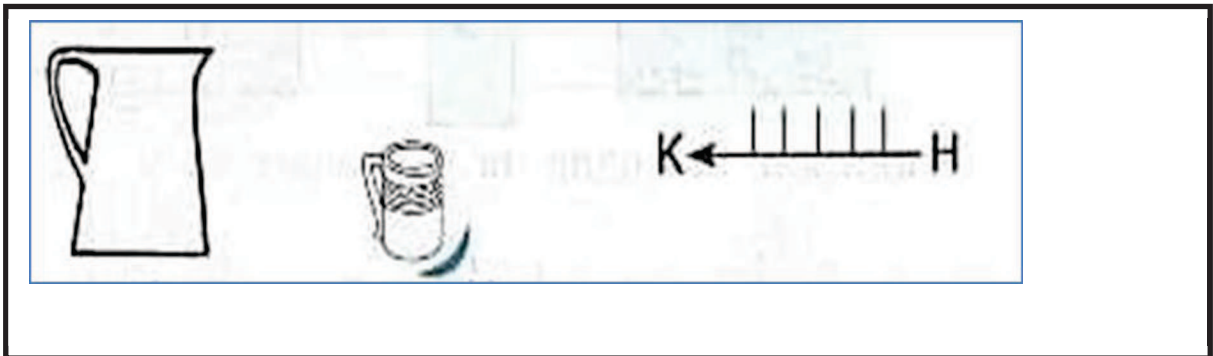
Fonte: Livro didático de matemática para o primeiro ano sistema Elkonin-Davýdov, (1997, p. 36). Adaptação da autora.

A carta é finalizada. As ações e operações realizadas pelos estudantes, durante a execução das tarefas, possibilitam iniciar a compreensão da relação universal (divisibilidade e

multiplicidade), que se realiza entre as grandezas, com o uso do elemento C (quadrado) que se repete (três vezes) para compor a figura H. O movimento proposto segue para que os estudantes apropriem do indivisível ao divisível, por meio da unidade de medida.

Tarefa 8: Pegue uma jarra. Coloque água dentro, cujo volume da água deve ser igual ao H.

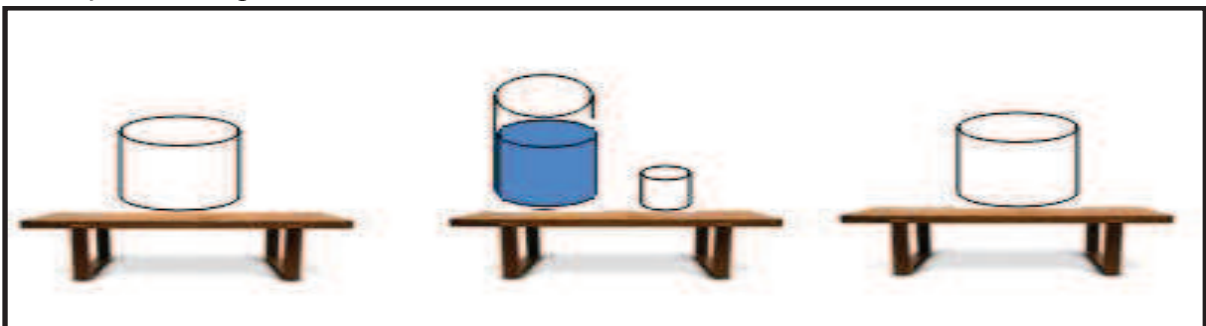
Ilustração 8 - O elemento medidor e o uso das marcas na medição



Fonte: Livro didático de matemática para o primeiro ano sistema Elkonin-Davýdov (1997, p. 37).

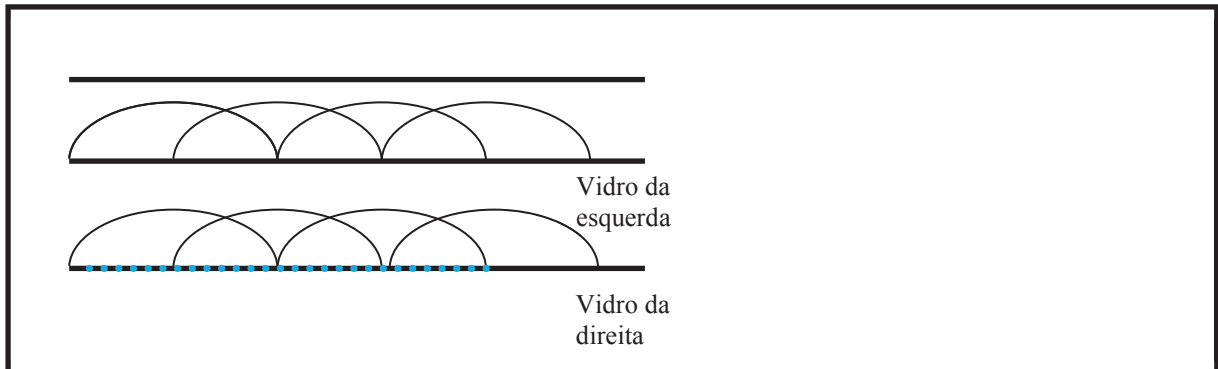
Segundo Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008), A situação é a seguinte: na jarra K coloca-se suco (ou algum líquido colorido), ao lado fica um copo vazio. Em outras duas mesas, coloca-se um recipiente em cima de cada uma. (Ilustração 9). Não se pode mover os vidros de cima das mesas, nem transferi-los de uma mesa para outra. As crianças notam a presença do copo perto da jarra que esta na mesa do centro e sugerem usá-lo como medida. O professor começa medir e as crianças colocam as marcas no registro (Ilustração 10), e vão falando: “Medimos uma vez, mais uma vez, mais uma” etc.

Ilustração 9 - Recipiente com suco na mesa central e vidros nas mesas laterais



Fonte: adaptação nossa, conforme Rosa (2012, p.145).

Ilustração 10 - Esquema com as marcas da medida



Fonte: adaptação nossa, conforme Rosa (2012, p. 146).

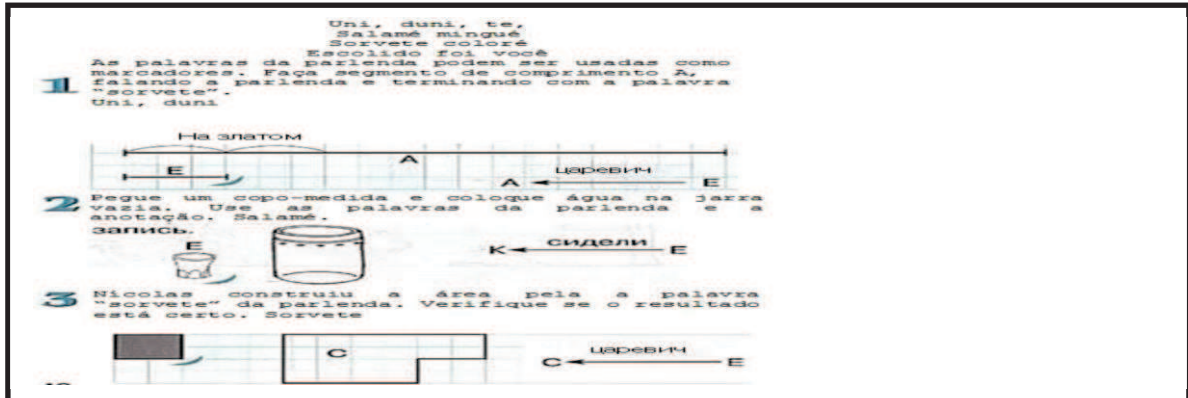
As crianças “conduzem” o professor na execução da medição: dizem “uma vez” e riscam a primeira marca etc. O professor quer continuar o trabalho mesmo quando todas as marcas estão riscadas: ele não vê o registro e não lembra quando tem que parar. As crianças têm certeza que o trabalho está terminado porque todas as marcas estão riscadas. Para verificar se a tarefa foi feita corretamente, neste momento movem-se os vidros e se coloca um do lado do outro, de modo que o fato de que os volumes de líquido dentro deles é igual fique evidente.

No livro, há uma sequência de seis tarefas particulares, que são entendidas pelos estudantes como variantes da tarefa de estudo inicial. Ou seja, ações que permitem às crianças adentrarem na apreensão da conexão interna de divisibilidade e multiplicidade. Para essa realização, Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008) propõem executar algumas tarefas em pares. Um estudante trabalha com o objeto (coloca as medidas) e o outro - com o registro (coloca ou riscas as marcas). Os dois falam: “Uma vez, mais uma vez...”. Depois, a mesma tarefa é executada trocando os papéis. No final, tem que haver o mesmo quadro no caderno de cada um: tem que ter tanto o objeto medido, como o registro.

As tarefas a seguir introduzem um novo modo de registro das medidas marcadas durante a medição, a contagem. A base da contagem é solidificada pela ideia da ordenação dos números, em que cada um possui seu lugar próprio. Portanto, a contagem usa o aspecto ordinal do número, a partir de sistemas não padronizados e variados, gerando um procedimento consciente e não uma ação mecânica. Para tanto, usam-se inicialmente os sistemas de numerais não padronizados, que têm alguns defeitos em relação a uma série e números. Por exemplo, parlendas, cantigas e outros textos.

Tarefa 9: A tarefa consiste em medir utilizando palavras no processo de medição. Apresentam-se as palavras da parlenda: Uni, duni, te, Salamé, míngue, Sorvete, colore, Escolhido, foi, você.

Ilustração 11 - Representação gráfica da grandeza A medida por E



Fonte: Livro didático de matemática para o primeiro ano sistema Elkonin-Davýdov (1997, p. 40).

Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008) sugerem, para a realização da tarefa, cortar um pedaço de barbante, cujo comprimento deve ser igual ao comprimento do quadro. Como podemos facilitar o trabalho sem precisar pedir ajuda aos outros? É possível que as crianças sugiram falar “os números”. O professor propõe o uso dos barbantes que ficam no “depósito” - no canto distante da sala. As crianças sugerem medir o quadro. O professor concorda e oferece a medida, um pequeno e fino pedaço de madeira. Para realizar a tarefa, um estudante deve executar a medição e colocar as marcas no registro feito no quadro. Outros só fazem o registro. Logo se descobre que para quem trabalha no quadro é difícil se desligar da medida cada vez, que precisa colocar a marca e vice versa. Todo o procedimento é orientado pelo professor, conforme mostra Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008).

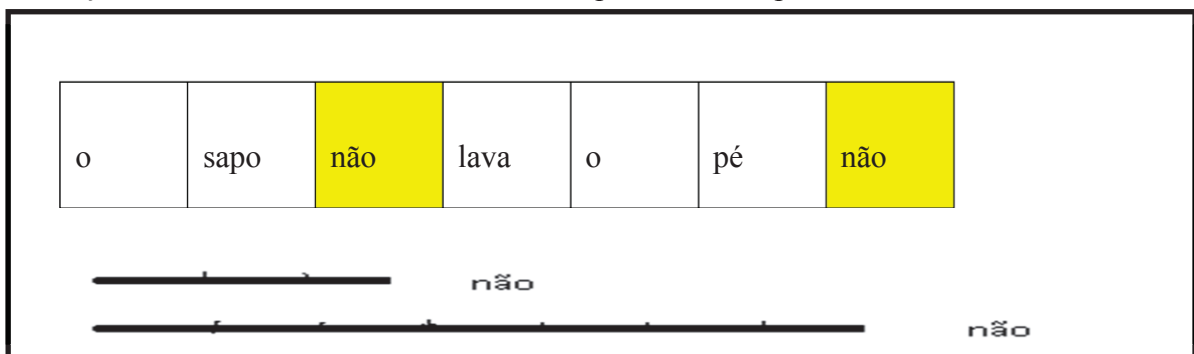
O professor pergunta: - Mas o que fazer caso a criança não saiba essas **palavras** – números? O pequeno Yuri, por exemplo, usou as palavras da parlenda (*cita a parlenda que consta no livro*). Vamos tentar este método também. Então, o professor ajuda os alunos a correlacionar cada medida com uma palavra da parlenda. A última palavra é escrita no esquema para lembrar depois. Como podemos medir o barbante agora? Descobre-se que ao medir o barbante com a medida, tem que falar as palavras da parlenda até chegar na palavra registrada. O trabalho é feito pronunciando a parlenda em voz alta por todo mundo. A parte medida do barbante é cortada e é colocada contra o quadro. As crianças podem ver que a tarefa foi feita corretamente (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008, p. 37, grifo dos autores).

Depois de realizar a tarefa com a parlenda (tarefa 9) , o professor propõe mudar o tipo de parlenda.

Tarefa10: O professor sugere trocar de parlenda. E questiona, será que qualquer parlenda ou música serve?

Exemplificamos com uma música infantil utilizada nas escolas brasileiras “O sapo não lava o pé não lava porque não...”. Se considerarmos a última palavra pronunciada NÃO, o sistema caracteriza-se, conforme Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008), “um tipo ruim, um sistema defeituoso”, pois a mesma palavra representa quantidades diferentes de unidades de medidas.

Ilustração 12 - Trecho da música infantil “o sapo não lava o pé”



Fonte: elaboração nossa, com base em Davýdov (1997).

No primeiro momento, a palavra NÃO representa três unidades de medida e, no segundo, representa sete. Deste modo, a mesma palavra representa medidas diferentes. Neste tipo de tarefa, o professor ajuda as crianças a formularem os critérios para que se tenha um resultado único de medição. E após análises e reflexões, concluem que as músicas, parlendas, poemas e outros não podem ter palavras repetidas. Assim sendo, se estabelece uma exigência para que se obtenha o resultado único na medição. Conforme explicam Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008):

Diante de uso dos sistemas de numerais “defeituosos” estamos descobrindo as seguintes características básicas da sequência numérica: 1) os números seguem de um a outro em uma determinada ordem. Esta ordem não pode ser alterada; 2) os números numa série não podem ser repetidos. Cada número encontra-se uma vez só; 3) caso for preciso, sempre é possível continuar a série numérica. Após cada número sempre vem outro número (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008, p. 37).

Em virtude disso, surge a necessidade de utilizar um sistema padronizado de numerais e sinais especiais (algarismos) para sua representação. As crianças conhecem os algarismos que foram usados pelos diversos povos. Elas entendem que foi preciso convencionalmente

estabelecer símbolos matemáticos²³ para a contagem das unidades de medida de uma determinada grandeza.

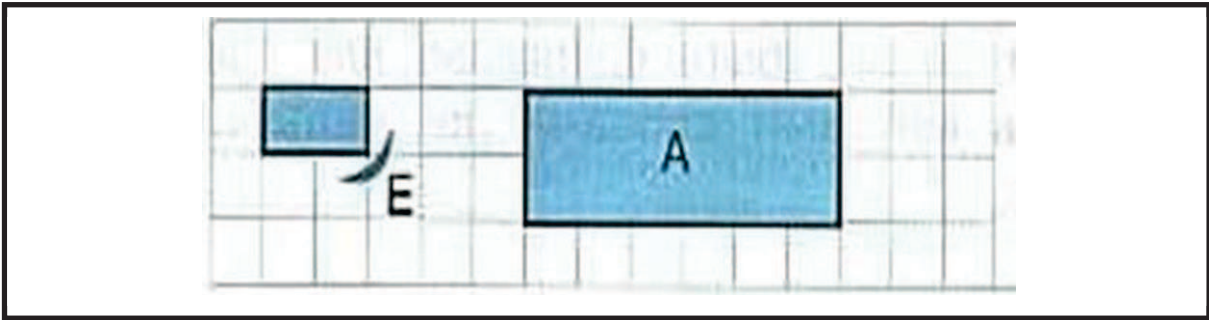
Discute-se o caso de uso da parlenda/ música com as palavras repetidas. Descobre-se que este tipo de parlenda/música é “ruim”, já que a mesma palavra dá resultados diferentes. O professor ajuda às crianças na formulação da exigência para parlenda/música de modo a fazer com que o resultado da medição seja sempre único. Descobre-se que não é suficiente saber uma palavra só da parlenda/ música, tem que saber a parlenda/música toda. Por isso, todos devem usar a mesma parlenda/música. Depois, o professor discute o que acontecerá com o resultado da medição se trocar a ordem das palavras da parlenda/música. Certifica-se que as palavras da parlenda/música devem vir sempre na mesma ordem.

Após realizar as tarefas, os estudantes verificam a necessidade da medida-padrão. E, na tarefa seguinte, o professor sugere medir certa grandeza e oferece uma medida para isso. Ele dá uma parte de algum poema com menos palavras que a quantidade de medidas que cabem na grandeza. Para concluir o processo de medição, o professor apresenta mais uma parte do poema (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008). Nessa tarefa, os estudantes assimilam o procedimento de correspondência biunívoca, na qual cada palavra do poema corresponde a uma única unidade de medida e cada unidade de medida a uma única palavra do poema.

Tarefa11: Para que os estudantes compreendam a ideia geral da sequência numérica infinita, o professor propõe outra tarefa: agora a grandeza é maior! Os estudantes reconhecem, portanto, que precisam de mais palavra, ou seja, no caso do poema (refere-se a mais uma parte). Deste modo, segue a discussão. Quanto maior for a grandeza, maior será a quantidade de palavras (medidor). O objetivo aqui é apenas a compreensão da necessidade de continuar o poema ilimitadamente. Ou seja, introduz-se aqui a ideia geral da sequência numérica infinita (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008).

²³ Um pressuposto central dos fundamentos do pensamento de Vigotsky é a relação homem/mundo mediada por sistemas simbólicos. Esses sistemas simbólicos são estruturas complexas e articuladas que se organizam por meios de signos e instrumentos, estes últimos chamados elementos mediadores. Os signos não se mantêm como marcas externas isoladas, referentes a objetos avulsos, nem como símbolos usados por indivíduos particulares. “Passam a ser signos compartilhados pelo conjunto dos membros do grupo social, permitindo a comunicação entre os indivíduos e o aprimoramento da interação social” (OLIVEIRA, 1997, p. 36). Os signos (símbolos numéricos) mais primitivos surgiram originalmente para “dar vida” ao que seria denominado a princípio - conjunto dos números naturais.

Ilustração 13 - Grandeza A e palavra do poema representada por E (medidor)



Fonte: livro didático Elkonin- Davýdov (1997, p. 44).

Para Rosa (2012, p. 151), esse tipo de tarefa com parlendas, músicas e poemas “criam necessidades que levam a reprodução da gênese do conceito de número natural, bem como as leis fundamentais”. A autora explica que a proposição reproduz todo o sistema de nexos e relações que caracterizam os números naturais, o que condiz com os axiomas definidores das leis do sistema numérico.

Em relação aos axiomas, Lima (1997) apresenta “o primeiro corpo axiomático” definidor das leis do sistema numérico dos números naturais²⁴. Este foi proposto no fim do século XIX, por Giuseppe Peano²⁵ (1858-1932), “segundo o qual o conjunto N dos números naturais se distingue por quatro propriedades fundamentais” (LIMA, 1997, p. 1).

Todo número natural possui um único sucessor, que também é um número natural; Números naturais diferentes possuem sucessores diferentes. (Ou ainda: números que têm o mesmo sucessor são iguais); Existe um único número natural que não é sucessor de nenhum outro. Este número é representado pelo símbolo 1 e chamado de ‘número um’; Se um conjunto de números naturais contém o número 1 e, além disso, contém o sucessor de cada um de seus elementos, então esse conjunto coincide com N , isto é, contém todos os números naturais (LIMA, 1997, p. 2).

Desse modo, nas tarefas com parlendas, músicas, poemas e outros os estudantes concluem que não pode haver palavras repetidas para que o resultado da medição seja único.

²⁴ Existem controvérsias sobre o zero ser ou não ser um número natural. Segundo Assis (2014), em A origem dos números: “Trata-se de uma questão de preferência. O que não podemos esquecer é que o zero foi adotado não como um número e sim como um algarismo, com o utilíssimo objetivo de preencher uma casa decimal vazia”. E ainda, segundo Lima (1997) “É conveniente que o autor de um livro de Álgebra, cujo principal interesse é o estudo das operações, considere zero como um número natural. [...] assim, quando o algebrista considera zero como número natural, está facilitando a sua vida, eliminando algumas exceções”. Além do mais, não admitiremos neste momento o zero, pois na proposição davidoviana este só será apresentado aos estudantes com a introdução da operação de subtração na reta numérica, em que ele representa o ponto de origem da reta e a ausência de unidades.

²⁵ Peano nasceu no dia 27 de agosto de 1858 em Cuneo, Piemonte, Itália, e morreu em 20 de abril de 1932 em Turin, Itália. Foi o fundador da lógica simbólica e o centro de seus interesses foram os fundamentos da matemática e o desenvolvimento de uma linguagem lógica formal. Peano estudou matemática na Universidade de Turin e se uniu ao de pessoal lá em 1880, sendo designado a uma cadeira em 1890. Em 1889 Peano publicou os seus axiomas famosos, chamados axiomas de Peano, que definiram os números naturais em termos de conjuntos. Em 1891 ele fundou a Rivista di matematica, um diário dedicado principalmente a lógica e aos fundamentos da matemática.

Esta operação mental mobiliza a contemplação dos axiomas. As palavras precisam estar na mesma ordem, é preciso continuá-la ilimitadamente. Assim sendo, reproduz-se o sistema de nexos e relações que caracterizam os números naturais.

Segundo Rosa (2012), o uso das cantigas no sistema brasileiro tem o objetivo totalmente diferente da proposta davydoviana. Isto porque, no ensino brasileiro, as cantigas são utilizadas para memorizar a sequência numérica e relacionar a quantidade discreta de cada numeral. A autora exemplifica com um trecho da música “os indiozinhos”:

Os livros didáticos brasileiros também contemplam as sequências de palavras em forma de músicas infantis ou parlendas com o objetivo exclusivo de memorizá-las, tais como a cantiga infantil dos indiozinhos: Um, dois, três indiozinhos. Quatro, cinco, seis indiozinhos. Sete, oito, nove indiozinhos. Dez num pequeno bote. Vinham navegando pelo rio abaixo. Quando o jacaré se aproximou. E o pequeno bote dos indiozinhos. Quase, quase virou! [...] limita-o ao campo dos naturais. Nesse caso, a unidade (um indiozinho) torna-se indivisível, pela impossibilidade de existir um meio, um quarto, etc., de indiozinho. Enfim, não é passível de subdivisão, como ocorre na sequência das tarefas davidovianas (ROSA, 2012, p. 152).

Nas próximas tarefas, é proposto o uso de unidade de medida composta. As crianças ainda continuam aprendendo a medir as grandezas com ajuda das medidas em uma sequência padronizada, mas, desta vez, a medida é composta por vários objetos. O processo de formação da medição das grandezas com a ajuda da unidade de medida se adianta quando ela é composta (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008). Historicamente, segundo Caraça (1978), foi a partir da divisão da unidade de medida, que era uma exigência da vida social da época, que ocorreu a origem dos números conhecidos como racionais.

Tarefa 12: O professor fala que existem plantas de três tamanhos diferentes que precisam ser regadas. É preciso usar o volume de água diferente para regar cada uma das plantas. Os três pequenos recipientes de volumes diferentes são apresentados. Após a fala, ele mostra um recipiente grande com água e solicita que as crianças o ajudem a descobrir quantas vezes será possível regar as plantas com esta água.

O que é preciso fazer? Conclui-se que é preciso medir o volume de água no recipiente grande e, para isso, tem-se que usar como medida os três recipientes pequenos de uma vez, do contrário uma das plantas pode ficar sem água (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008; ROSA, 2012).

Ilustração 14 - Unidade de medida composta



Fonte: elaboração nossa, conforme Davýdov (1997, p. 45).

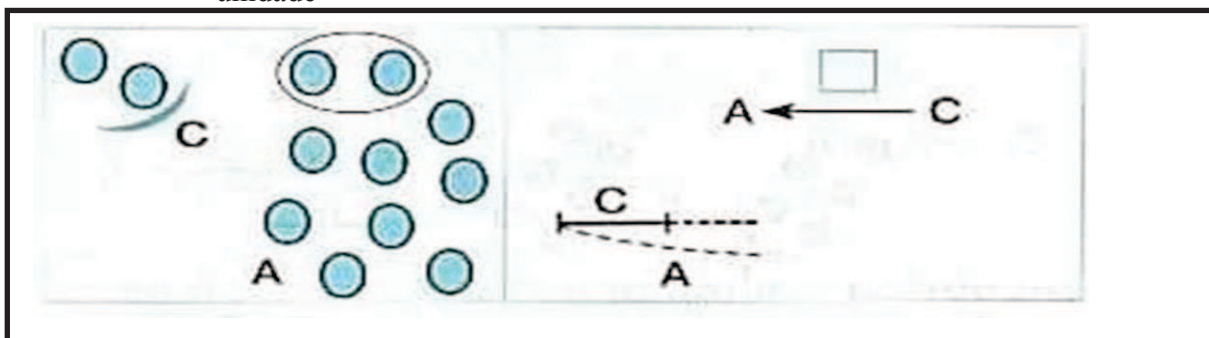
Nessa tarefa, o objetivo é propiciar aos estudantes a apropriação de uma sequência numérica padronizada. O professor coloca água em três recipientes, as crianças falam o número - 1. O professor prossegue e coloca água apenas num recipiente pequeno e “dá dica” para as crianças, dizendo - 2. Descobre-se que esta não é a medida integral e que é preciso encher os três recipientes. O professor sugere que uma das crianças execute os próximos passos da medição. Conclui-se que é possível regar as plantas 4 vezes.

No momento em que o professor fala dois sem completar a segunda unidade de medida, o estudante realiza a ação de controle, pois independente da composição operacional, que varia em conformidade com a particularidade da tarefa, a medição será realizada. A contagem, neste caso, não se refere “a objetos isolados, no caso de pequenos copos individuais, mas a quantidade de vezes que as plantas foram regadas” (ROSA, 2012, p. 153).

Neste mesmo sentido, o material didático segue com outras tarefas usando esquemas; não tarefas idênticas, mas tarefas que vão gradativamente conduzindo o estudante a dominar o procedimento geral da ação.

Tarefa 13: É preciso medir a quantidade, mostrar o procedimento passo a passo no desenho e registrar no esquema até que número foi preciso contar. Meça A usando medida composta C. Repita sequência das suas ações no desenho.

Ilustração 15 - Representação gráfica da relação de uma grandeza com outra tomada como unidade



Fonte: livro didático de matemática para o primeiro ano sistema Elkonin-Davýdov (1997, p. 45).

A tarefa neste momento trata-se, em primeiro lugar, do aspecto quantitativo do número, como caso particular de representação das relações gerais entre grandezas. Quando uma se toma medida particular para quantificar a outra, representa o resultado da medição (contagem). Nesse caso, o número é uma resposta para a pergunta: “Quantas medidas C cabem dentro da grandeza A?”

Tarefa 14: No esquema abaixo têm dois segmentos. O segmento A e o segmento C. O comprimento do segmento A é igual ao comprimento do segmento C?

Ilustração 16 - Representação dos segmentos A e C



Fonte: elaboração nossa, com base em Davýdov (1997).

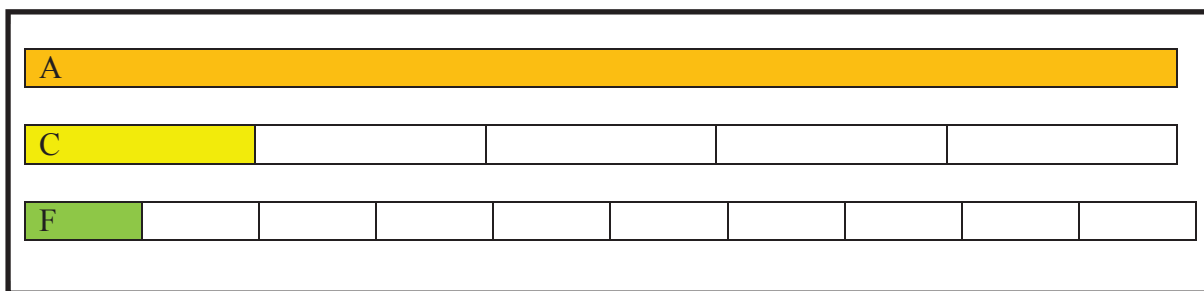
É registrado por meio de uma nova forma, que corresponde ao registro do número: $A=5C$. Conclui-se que comprimento A é cinco vezes o comprimento C. Essa tarefa apresenta o princípio da relação de multiplicidade entre grandezas $A= nC$, onde A é a grandeza a ser medida, C é a unidade e n o número que representa o valor. E, ainda, revela-se a relação de divisibilidade, mudando a pergunta. Se a grandeza A for dividida em partes iguais a C, quantas partes terá no total? No caso da situação acima $A/C= n$

Desse modo, chega-se ao número como propriedade numérica da grandeza, na relação de uma com outra tomada como unidade de medida. Esse número expressa uma singularidade das relações entre A e C, neste processo de medida. O número, mesmo aparecendo verbalmente, não é dado diretamente pelos órgãos do sentido (como no caso dos índiozinhos), conforme mencionou Rosa (2012).

Pode-se perceber que mudando a unidade de medida (C), o resultado da medição também é modificado. O número depende da relação que envolve o procedimento inicial de sua formação. Isso vale tanto para os números naturais quanto para os racionais (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008).

Tarefa 15: Se a grandeza A for medida com a metade da medida (C), o resultado da medição será igual?

Ilustração 17 - Tira (a ser medida) e tira (medidor) manifestação singular do número



Fonte: elaboração nossa, com base em Davýdov (1997).

Esta tarefa apresenta as manifestações singulares do número a partir da relação universal, mediatizada pela unidade de medida. Lembrando que a subdivisão da unidade só é necessária quando a unidade de medida não cabe um número inteiro de vezes a ser medida. Desse modo, o primeiro modelo, expresso por $A/C = 5$, leva à formação de um modelo abstrato de número pela fórmula $A/C = n$ ou $A = nC$, sendo n expressão da relação de uma grandeza com a outra, tomada como unidade de medida. Este modelo, para Rosa (2012), representa a unidade entre a essência universal e a expressão singular, ou seja:

O modelo expresso pelas fórmulas $A/E = n$ e $A = nE$ é a unidade entre a essência universal (relação de multiplicidade e divisibilidade entre grandezas) e sua expressão singular (os números naturais, inteiros, racionais e irracionais) mediatizada pela unidade de medida. Se a unidade couber um número inteiro de vezes na grandeza a ser medida o resultado da medição será um número inteiro, se não é racional. E, ainda, se a unidade for incomensurável em relação à grandeza, o resultado será um número irracional (ROSA, 2012, p. 160).

Na proposta davidoviana, o que se espera é que o estudante seja capaz de compreender o aspecto quantitativo do número introduzido como caso singular e particular de representação das relações gerais entre grandezas, quando uma delas se toma como medida de cálculo da outra. Diante das tarefas, o número não surge imediatamente da prática da contagem de unidades discretas, mas mediado pela relação de comparação entre grandezas contínuas.

De acordo com Davydov (1988), Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008), os modelos expressos por letras desempenham um importante papel na formação dos conceitos matemáticos. Para Davydov (1988, p.126), os modelos são um modo peculiar de abstração, “[...] no qual as relações essenciais do objeto estão localizadas nos enlaces e relações visualmente perceptíveis e representadas, de elementos materiais semióticos”.

CAPÍTULO III

ORGANIZAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO DO CONCEITO DE NÚMERO NOS ANOS INICIAIS: OS PROFESSORES

Apresenta-se, neste capítulo, a discussão e a análise dos dados da pesquisa realizada no contexto sociocultural e institucional concreto de duas escolas Municipais da cidade de Goianira-Goiás. Nesse contexto, a particularidade da pesquisa foi apreender dados que pudessem fornecer elementos expressivos acerca da organização do processo de ensino do conceito número pelas professoras dos anos iniciais do ensino fundamental. Para isso, foi-se em busca dos professores com o propósito de reunir dados que possibilitassem compreender seu pensamento em relação ao conceito de número e sua prática pedagógica.

O capítulo foi organizado em três partes: na primeira delas apresenta-se o percurso metodológico da pesquisa, o campo, os participantes e os instrumentos de coleta dos dados; a segunda apresenta a caracterização das escolas e dos participantes da pesquisa e a terceira a categorização: o conceito de número expresso pelas professoras; a organização do ensino do conceito de número e as tarefas propostas pelas professoras pesquisadas de acordo com a proposição davidoviana.

3.1 O percurso metodológico

O objeto da pesquisa apontou para uma investigação de natureza educacional e especificamente no campo da metodologia de ensino da matemática e teve a finalidade de explicar e apontar caminhos para a organização do ensino do conceito de número e não apenas descrevê-la quantitativamente ou de forma qualitativa. Assim, ao admitir a síntese como uma das categorias basilares do materialismo histórico dialético, entre as dicotomias epistemológicas qualidade e quantidade, a análise do objeto desta pesquisa, organização do ensino do conceito número pelos professores dos anos iniciais do ensino fundamental, ao se fundamentar nos conceitos da Teoria Histórica Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental e, portanto, no método filosófico materialista histórico dialético, buscou apreender os elementos mais expressivos do objeto pesquisado em suas dimensões epistemológica, lógica, filosófica e ontológica. O que significa assumir uma posição científica que, segundo Martins (2006):

[...] dispensa a adoção das abordagens qualitativas na legitimação da cientificidade de seus métodos de investigação, pois [...] o materialismo histórico como possibilidade teórica, isto é, como instrumento lógico de interpretação da realidade, contém em sua essencialidade a lógica dialética e neste sentido, aponta um caminho epistemológico para a referida interpretação (MARTINS, 2006, p. 2).

Desse modo, considera-se a dialética como método que nos permite a construção do concreto em pensamento a partir do concreto real, isto é, do objeto a ser conhecido. A pesquisa buscou a realidade de duas escolas públicas municipais da cidade de Goianira-Go para investigar a organização do processo de ensino do conceito de número de oito professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Em seguida, procedeu-se a sua exegese analítica (mediações abstratas) em busca de apreender as diferentes manifestações do fenômeno e alcançar a nova compreensão em torno dele, chegando ao concreto pensado e, então, retornar à complexidade do real que apenas pode ser captada pelos processos de abstração do pensamento. Com isso, buscou-se focar a organização do processo de ensino do conceito de número, assumindo-se na pesquisa um compromisso científico e social.

3.1.1 O campo e os participantes da pesquisa

Para a escolha do campo da pesquisa considerou-se que a escola deveria ser pública, oferecer a primeira fase do ensino fundamental, estar localizada no Estado de Goiás e aceitar participar da pesquisa. Nesse sentido, a opção pelas escolas municipais da cidade de Goianira-Go relaciona-se aos motivos suscitados pela via da experiência de atuação profissional da pesquisadora nesse município, na função de professora e coordenadora da Educação Básica.

Como participante de um cargo público municipal, suscita-nos o dever em contribuir com os professores dos anos iniciais em relação à organização dos conteúdos, à sistematização de tarefas que ajudem os estudantes a adquirir conceitos e métodos de pensamento, de modo a utilizá-los com compreensão na vida prática. Dessa maneira, compreender como os professores estão organizando o processo de ensino do conceito de número, nesse espaço particular, oferecerá condições para reflexões, ao mesmo tempo em que possibilitará transformações da realidade.

Perante o problema da pesquisa, para a seleção das escolas, tomou-se como referência o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de 2015. Com base nesse critério, identificou-se o maior e o menor índice do IDEB, conforme indicam os dados a seguir.

Tabela 3 - Resultado do IDEB das escolas municipais de Goianira-GO de 2013 a 2015

IDEB - Resultados e Metas

Parâmetros da Pesquisa

Resultado: Escola: UF: GO

Município: GOIANIRA Nome da Escola: Todas

Rede de ensino: Municipal Série / Ano: 4ª série / 5º ano

4ª série / 5º ano

Escola	IDEB Observado						Metas Projetadas							
	2005	2007	2009	2011	2013	2015	2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
ESCOLA MUNICIPAL A		3,6	3,6		4,6	5,0		3,7	4,1	4,4	4,6	4,9	5,2	5,6
ESCOLA MUNICIPAL B	3,6	3,1	4,4	4,9	4,8	4,9	3,6	3,9	4,3	4,6	4,9	5,2	5,6	5,8
ESCOLA MUNICIPAL C					5,3	5,1					5,6	5,8	6,0	6,3
ESCOLA MUNICIPAL D				4,7	5,3	5,0				4,9	5,2	5,6	5,7	6,0
ESCOLA MUNICIPAL E	3,6	3,9	5,2	5,6	5,6	5,9	3,6	3,9	4,3	4,6	4,9	5,2	5,4	5,7
ESCOLA MUNICIPAL F	4,2	3,6	4,0	5,6	5,4	5,3	4,3	4,6	5,0	5,3	5,6	5,8	6,1	6,3
ESCOLA MUNICIPAL G	4,2	3,7	4,8	5,2	5,4	4,9	4,3	4,6	5,0	5,3	5,6	5,8	6,1	6,4
ESCOLA MUNICIPAL H	3,1	4,0	4,0	5,2	5,3	5,4	3,2	3,5	4,0	4,2	4,5	4,8	5,1	5,4

Obs:

* Número de participantes na Prova Brasil insuficiente para que os resultados sejam divulgados.

** Sem média na Prova Brasil 2015: Não participou ou não atendeu os requisitos necessários para ter o desempenho calculado.

*** Calculado a partir da proficiência média dos alunos nas avaliações estaduais, em decorrência do extravio de provas e impossibilidade do cálculo da proficiência para a Prova Brasil.

Os resultados marcados em verde referem-se ao IDEB que atingiu a meta.

Fonte: Ministério da Educação/ INEP- Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira- disponível em: ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=1500641 Acessado em: 09 abr. 2017. Com adaptações nossas quanto aos nomes das escolas.

De acordo com dados apresentados, quatro das oito²⁶ Unidades Escolares Municipais de Goianira-Go superaram as metas projetadas pelo IDEB para 2015. O que consiste em um distanciamento do que apontam as pesquisas em torno da realidade estadual. Dentre as pesquisas, destaca-se Valeriano (2012) que revela baixo desempenho na aprendizagem em matemática nos anos iniciais de escolaridade no Estado de Goiás.

O resultado é merecedor de questionamentos, reflexões e estudos. Entretanto, não é objetivo desta pesquisa discutir este instrumento que “mensura a qualidade da educação

²⁶ Como forma de preservação da identificação escolar, as oito escolas foram nomeadas com as primeiras letras do alfabeto A-H, de acordo com a avaliação do IDEB 2015.

brasileira”, pois isso perpassaria por outros movimentos conceituais que não estão previstos nos objetivos desta dissertação, ainda que a realidade pesquisada possibilite reflexão em torno desse instrumento governamental.

Assim, consideraram-se os dados do IDEB e foram selecionadas duas unidades escolares para a pesquisa. A unidade escolar E, obteve o maior indicador educacional 5,9, superando a meta de 5,7 projetada para 2021, e a unidade escolar G obteve o menor indicador 4,9 em 2015, sendo a meta projetada de 5,6. No entanto, não se descarta a possibilidade da pesquisa constatar uma situação real divergente deste resultado. Desta forma, a pesquisa poderá contribuir para a compreensão do que pode haver por detrás de um aparente bom resultado ou de um resultado não tão satisfatório neste tipo de avaliação, ainda que não seja o objeto da pesquisa.

Após a identificação das escolas, solicitou-se à secretaria Municipal de Educação de Goianira-Go a autorização para a realização da pesquisa nas duas Unidades Escolares. Por meio de uma carta de anuência direcionada à escola, buscou-se a autorização para o uso de imagens (planos anuais, diretrizes curriculares do Município, Plano Político Pedagógico da escola) e utilização integral dos depoimentos dos professores participantes da pesquisa.

A escolha do objeto de pesquisa recaiu nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por ser a modalidade de ensino com maior número de estudantes e por estar no momento inicial de aquisição dos conceitos científicos. Além disso, de acordo com o referencial teórico fundamental desta pesquisa, o desafio da educação escolar é promover o desenvolvimento integral dos estudantes, desde os primeiros anos de escolarização, mais especificamente por meio da formação do pensamento teórico (DAVYDOV, 1982).

Como escreve Vigotski (2009), nos primeiros anos da escola básica, as crianças iniciam a aprendizagem de conceitos formalmente constituídos pela ciência e que servem de base para seu desenvolvimento intelectual. Nessa etapa, elas têm contato com os primeiros conceitos científicos, que devem constituir-se como a base para a aprendizagem de conceitos mais complexos da matemática e de outras áreas do conhecimento. Isso exige do professor, particularmente nessa etapa, planejar, selecionar, organizar os conteúdos, programas, tarefas, de modo a criar condições de estudo e mobilizá-los, tendo em vista a formação de conceitos científicos.

Para Davidov (1988, p. 185), “o conceito de número é um conceito fundamental de todo o curso escolar” e que é considerado pelo autor como uma “particularidade de um objeto matemático geral, o conceito de grandeza” (ROSA, 2012, p. 30). Desse modo, nos primeiros

anos escolares, a criança já deve realizar procedimentos com este objeto geral da matemática e, neste movimento, uma expressão singular é o número.

E, em face da necessidade de compreender como as professoras tem se organizado para ensinar este conceito, estabeleceu-se condições para a seleção dos professores das Unidades Escolares E e G. Isso porque se entende que é preciso estabelecer critérios e apresentar as especificidades que fazem com que eles sejam admitidos como participantes da pesquisa. Conforme Goldenberg (2004):

O pesquisador deve apresentar claramente as características do indivíduo, organização ou grupo que foram determinantes para a sua escolha, de tal forma que o leitor possa tirar suas próprias conclusões sobre os resultados e a sua possível aplicação em outros grupos ou indivíduos em situações similares (GOLDENBERG, 2004, p. 58).

Assim, admitiu-se como critérios:

- * fazer parte do corpo docente e ter no mínimo três anos de docência no Ensino Fundamental;
- * atuar em regime de trabalho efetivo, na regência do ensino de matemática e trabalhando o conceito de número no momento da investigação;
- * concordar em participar da pesquisa.

Condizentes com esses critérios, o total de participantes da pesquisa são oito professoras, sendo quatro da unidade escolar E e quatro da unidade escolar G. Após aceitação das professoras, iniciamos a investigação que se realizou durante os meses de setembro a dezembro de 2017, nas turmas dos 1º, 2º e 3º anos das escolas selecionadas, em dias e horários previamente combinados com as professoras, respeitando a dinâmica do trabalho na Unidade Escolar e as especificidades de cada contexto.

3.2 Instrumentos de apreensão dos dados

Para atingir os objetivos da pesquisa, optou-se por utilizar os seguintes instrumentos: entrevista, observação e diário de campo para as anotações de fatos não expressos diretamente nas entrevistas. O que não quer dizer, conforme esclarecem Cedro e Nascimento (2017):

[...] que o pesquisador esteja se valendo do método de investigativo proposto pela metodologia qualitativa. Se assim o for, a pesquisa deixara de ser uma expressão do método no qual o investigador se propôs a fundamentar. [...] Usar uma técnica ou um procedimento de pesquisa desenvolvido pela metodologia qualitativa não é sinônimo de adotar abordagem qualitativa como método de investigação (CEDRO e NASCIMENTO, 2017, p. 25).

Como escreve Gamboa (2009):

[...] a técnica é a expressão prático-instrumental do método, sendo este, por sua vez a teoria científica em ação. [...] A escolha de uma técnica de coleta, registro e tratamento de dados ou dos procedimentos [...] implica não somente pressupostos com relação às concepções de método e de ciência, mas também a explicitação das concepções de sujeito e de objeto (pressupostos gnoseológicos relacionados com as teorias do conhecimento que embasam os processos científicos) e as visões de mundo implícitas em todo processo cognitivo (pressupostos ontológicos que se referem às categorias mais gerais como concepções do real, de mundo, de homem, de sociedade, de história, etc.) (GAMBOA, 2009, p. 87).

A partir desse entendimento, o roteiro de observação das aulas foi organizado em dois tópicos: contexto da sala de aula e organização do conteúdo de ensino (Apêndice H). As observações ocorreram em horários determinados para o ensino dos conteúdos de matemática, pois as professoras (as) que atuam no município possuem “múltipla regência”, ou seja, uma única professora ensina todos os conteúdos/disciplinas da matriz curricular. Nas duas escolas foram observadas quatro-horas aulas em cada turma, totalizando 32 horas.

As entrevistas semiestruturadas (Apêndice G) foram realizadas na própria escola, com gravação em áudio e foram transcritas por serem autorizadas pelos depoentes. Tais entrevistas tiveram o objetivo de compreender o conceito de número que as professoras expressam e os métodos de ensino utilizados por elas na organização do processo de ensino do conceito de número.

As turmas dos anos iniciais no município de Goianira-Go funcionam no período vespertino, das 13h00min às 17h30min e no turno matutino das 07h00 às 11h30, com intervalo de quinze minutos (recreio). Portanto, para possibilitar a realização da entrevista, foi necessário convidar uma professora colaboradora²⁷ para assumir a regência das turmas durante o período da entrevista.

O questionário (Apêndice I) foi aplicado para delinear o perfil profissional das professoras. Este instrumento possibilitou a compreensão no que se refere à formação, atuação docente e tempo de trabalho nos anos iniciais. E, diante dos dados, construiu-se a Tabela 4.

Os dados obtidos por meio das entrevistas e observação foram analisados com base nos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental, considerando os princípios elaborados por Vigotski (2007):

²⁷ Professora do município convidada pela pesquisadora para assumir a sala de aula, no momento em que o professora regente da turma estiver concedendo a entrevista/respondendo o questionário a pesquisadora.

[...] 1- análise do processo em oposição a uma análise do objeto; 2- uma análise que revela as relações dinâmicas ou causais, reais, em oposição à enumeração das características externas de um processo, isto é, uma análise explicativa e não descritiva; e 3- uma análise do desenvolvimento que constrói todos os pontos e faz retornar à origem o desenvolvimento de determinada estrutura (VIGOTSKI, 2007, p. 69).

Além de Vigotski (2007, 2010), foram utilizados os estudos de Leontiev (1978, 1988), Kopnin (1978) e Davydov (1988,1982), buscou-se em pesquisadores do campo da educação que utilizam o aporte teórico dos autores supracitados, como Freitas (2010, 2011), Libâneo (2005, 2010, 2013, 2014); e em autores que pesquisam sobre a matemática no Brasil, como Lanner de Moura (1995); Rosa (2012), Damazio (2014); Cedro (2017) e autores não brasileiros, como Caraça (1984) e Ifrah (2005). Todas essas contribuições foram utilizadas para analisar o dinamismo interno do fenômeno pesquisado.

3.3 Caracterização das escolas e dos participantes da pesquisa

Para a caracterização das escolas, utilizou-se a observação e a leitura dos documentos oficiais da escola (Projeto Político Pedagógico e Regimento escolar) e, para caracterização dos participantes, foi feito o uso do questionário (apêndice I).

3.3.1 As escolas

Para caracterizar as escolas selecionadas para a pesquisa, elaboramos um roteiro de observação da escola (Apêndice J). Diante deste instrumento e das informações contidas no PPP (Projeto Político Pedagógico) da escola, destacam-se alguns aspectos relevantes para o conhecimento das características do campo de pesquisa.

A Escola E situa-se numa região periférica da cidade. Ela foi inaugurada pelo Decreto nº 24/88, e teve seu funcionamento regulamentado por meio da autorização nº 505 de 02/07/1993, ocasião em que tinha duas salas de aula, cantina, dois banheiros e casa de zelador, ofertava Ensino Fundamental nos anos iniciais. Em outubro de 1998, iniciou a 5ª série noturna que, em 1999, deu continuidade com a 6ª série, além de atender adultos de 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental. Hoje oferece Educação Infantil e Ensino Fundamental do 1º ao 5º ano e 7º ao 9º distribuídos nos turnos matutino e vespertino, atendendo em torno de 718 alunos matriculados (dados da pesquisa - PPP da escola/2017).

A Escola G, situada em região centralizada, foi criada em 13 de dezembro de 1996 com a Lei nº 755/96, denominada de Escola de Pré-Alfabetização e Creche “G”. Seu objetivo era alfabetizar as crianças e dar assistência durante o período integral, como “creche”. Durante um ano, a escola funcionou desta forma. No ano de 1998, foi autorizado pela Resolução 052/98 do CEE o Ensino Fundamental de 1ª a 4ª série de forma gradativa.

Para atender à classe trabalhadora que não tinha condições de estudar durante o dia, foi implantado o curso do Ensino Fundamental de 1ª a 4ª série no período noturno, de modo a suprir às necessidades da comunidade escolar. No ano de 2004, a escola foi autorizada pela Portaria nº 1.873/04 da SEE, a ministrar o Ensino Fundamental de 5ª a 8ª para atender a nova demanda noturna. Atualmente, a educação básica é oferecida pela escola nas seguintes modalidades: Educação Infantil (Jardim I e Jardim II), Ensino Fundamental 1º fase - (Do 1º ao 5º Ano) e EJA - Educação de Jovens e Adultos 1º Etapa. No período matutino, é oferecido o Ensino Fundamental do 2º ao 5º ano, no período vespertino, a Educação infantil: jardim I e II, Ensino Fundamental I de 1º ao 2º ano e, no período noturno, é ofertada a Educação de Jovens e Adultos 1ª Etapa.

Atualmente, a escola E conta com 15 salas de aula, cozinha com depósito, diretoria/secretaria, coordenação, sala dos professores, biblioteca, sala de AEE, laboratório de informática e 12 banheiros. Possui um corpo docente de 42 professores, sendo pedagogos e professores com licenciaturas específicas. Já a escola G tem 14 salas de aula, cozinha com depósito, diretoria/secretaria, coordenação, sala dos professores, sala de AEE (Atendimento Educacional Especializado), laboratório de informática, três banheiros masculinos, três banheiros femininos, ambos com adaptação para crianças com necessidades especiais, e um banheiro para os funcionários. Ela conta com um corpo docente de 34 professores, sendo 33 pedagogos e um licenciado em educação física.

As famílias dos estudantes da escola E são compostas, em sua maioria, por quatro a cinco pessoas. Elas possuem renda mensal variando entre um e três salários mínimos. A maioria dos responsáveis pelos estudantes são os pais, mas fica evidente também que existe uma considerável quantidade de estudantes que vivem sob a responsabilidade somente da mãe ou dos avós. Na escola G o padrão de vida das famílias é simples e de baixo acesso a tecnologias no cotidiano. “Algumas famílias dependem de programas do governo federal como a Bolsa Família, e alguns casos é possível observar que esse é um dos principais motivos pelo qual as famílias mantêm os filhos na escola” (PPP da escola, 2017, p. 28).

3.3.2 As professoras: formação e atuação

Em virtude da importância da formação profissional para uma eficaz atuação docente e a organização para promover por meio do processo ensino e aprendizagem, condições efetivas de formação e desenvolvimento científico, cultural, ético-político e afetivo das crianças, buscou-se identificar a formação, a carga horária e a atuação das oito professoras participantes da pesquisa. A Tabela 4, a seguir, apresenta uma síntese das informações que constam no (apêndice I) fornecida pelas professoras pesquisadas.

Tabela 4 - Professoras pesquisadas: Formação, tempo de atuação na docência e carga horária de trabalho semanal

Professoras	Formação	Nível de atuação	Tempo de atuação	Carga horária semanal	Número de escolas que atua
ESCOLA E					
Professora I	Pedagogia	Ed. Infantil e anos iniciais	11 a 15 anos	60 horas	Duas
Professora II	Pedagogia	Anos iniciais e coordenação pedagógica	21 a 25 anos	60 horas	Duas
Professora III	Pedagogia	Anos iniciais	11 a 15 anos	60 horas	Duas
Professora IV	Pedagogia e licenciatura em letras	Anos iniciais	11 a 15 anos	60 horas	Duas
ESCOLA G					
Professora V	Pedagogia	Anos iniciais	21 a 25 anos	60 horas	Duas
Professora VI	Pedagogia	Anos iniciais	16 a 20 anos	60 horas	Duas
Professora VII	Pedagogia	Ed. Infantil e anos iniciais	11 a 15 anos	60 horas	Duas
Professora VIII	Pedagogia	Anos iniciais	11 a 15 anos	60 horas	Duas

Fonte: dados da pesquisa, questionário Apêndice I

Com relação à formação acadêmica, observa-se na Tabela 4, que apenas a professora IV possui duas licenciaturas: Língua Portuguesa e Pedagogia. As demais professoras são pedagogas. Quanto à atuação, a professora I e a professora VII atuam na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental. A professora II ministra aula nos anos iniciais e também atua na coordenação pedagógica. Cinco professoras atuam somente nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

As professoras possuem um tempo relativamente longo na carreira docente. As professoras II e V têm entre 21 e 25 anos de atuação profissional. A professora VI entre 16 e 20 anos de profissão. E cinco professoras têm entre 11 e 15 anos de experiência no magistério.

Todas as professoras exercem a docência nos períodos matutino e vespertino, o que corresponde, em média, a oito horas diárias de regência. Com exceção da professora II, que atua na rede municipal e estadual, as demais atuam somente na rede municipal de ensino.

Aproximadamente 77% das professoras pesquisadas atuantes na 1ª fase do ensino fundamental possui graduação em pedagogia. Para Lanner de Moura (2005) estas são caracterizadas como “professores polivalentes”. Segundo a autora, a formação polivalente deveria ser revista, pois os professores não deveriam ser preparados para ter várias valências como se fossem elementos que se ligassem conforme afinidade química de suas valências.

Lanner de Moura (2005) sugere que ao invés de uma formação polivalente, o professor dos anos iniciais deveria ser formado um matemático educador de forma a dar a matemática à qualidade de educar, constituindo, assim, um caráter didático pedagógico que permita ao estudante atingir a maturidade do pensamento teórico pelo caminho das generalizações conceituais da área. Diante disso, surge uma indagação: A formação do professor pedagogo garante os conteúdos e metodologias necessárias para ensinar os conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental?

A pesquisa realizada por Libâneo (2010) sobre a qualidade da formação profissional de professores nos cursos de Pedagogia do Estado de Goiás oferece valiosos subsídios para o entendimento da questão. A análise realizada pelo autor da estrutura curricular e das ementas das disciplinas de 25 instituições de ensino superior do Estado de Goiás, duas públicas, duas fundações e 21 privadas, revelou que a:

[...] porcentagem de horas destinadas à didática, às metodologias específicas e disciplinas conexas (28,2% em média) indica que a formação profissional específica é, na maior parte das instituições, pouco valorizada no conjunto do curso, além de predominarem nas ementas conteúdos bastante genéricos, com pouca densidade teórica. Isso não quer dizer que se deveria dar mais peso a este conjunto de disciplinas e não, por exemplo, aos “fundamentos da educação”, mas que a estrutura curricular falha ao dedicar à formação profissional específica menos de um terço do total da carga horária do curso e, ainda assim, as ementas não evidenciam articulação entre os “fundamentos”, os conteúdos e as metodologias de ensino das disciplinares (LIBÂNEO, 2010, p. 570).

Especificamente sobre as ementas da disciplina fundamentos e metodologia do ensino da matemática, Libâneo (2010) verificou que prevalece a ideia de que “fundamentos” referem-se a princípios básicos nos quais se deve apoiar o ensino das disciplinas, sem relacioná-los aos conteúdos. Outra constatação foi a de que a maioria das ementas, “[...] apresentam os elementos metodológicos da matemática às vezes com alguma menção à epistemologia da disciplina, mas raramente sem articulação com o conteúdo específico” (LIBÂNEO 2010, p. 570). Da mesma forma, a análise das ementas dos conteúdos

significativos de cada disciplina não revelou de forma sistemática a relação com os conteúdos de matemática a serem ensinados às crianças: número, fração, multiplicação, dentre outros. Para Libâneo (2010):

Parece haver um entendimento entre os professores-formadores e entre os coordenadores de curso responsáveis pelo currículo de que os estudantes de pedagogia já dominam esses conteúdos, trazidos do ensino médio, o que, como se sabe, não acontece (LIBÂNEO, 2010, p. 573).

O depoimento da professora VIII sobre sua formação profissional vai ao encontro dos resultados da pesquisa de Libâneo (2010):

Ser professora é um desafio porque eu vejo que os alunos trazem um ranço da construção da matemática de uma forma muito mecânica. Ele por exemplo conta, mas ele não tem a noção de composição, por exemplo: é muita dificuldade de interpretação e sempre perguntam é de mais e de menos professora? Eles estão acostumados com tudo pronto e **por outro lado nós enquanto professoras, muitas das vezes não tivemos o preparo para trabalhar e ensinar da forma precisa** (Professora VIII, da escola G, 2017, grifos nossos).

Nota-se, neste depoimento, a referência à insuficiência de conhecimentos das áreas específicas na formação profissional de professores nos cursos de Pedagogia. A atividade docente requer conhecimento dos conteúdos e metodologias de ensino. O fato da formação profissional não propiciar o conhecimento epistemológico da disciplina, que se constituirá o objeto de trabalho dos professores nas escolas, compromete sua atividade docente, uma vez que ele não se apropria das ferramentas necessárias para lidar com o objeto do ensino de modo a favorecer a aprendizagem dos conceitos pelos estudantes. Daí a importância de investir numa formação profissional que considere a unidade dos aspectos lógicos, epistemológicos e didáticos da matéria de ensino para que, deste modo, supere os limites da formação profissional de professores nos cursos de Pedagogia, apontados pela pesquisa realizada por Libâneo (2010):

Primeira: é visível a não articulação entre as metodologias e os conteúdos; as metodologias não apenas são tratadas independentemente do conteúdo que lhes dá origem, mas também em desconexão com os conteúdos, já que não são ensinados aos alunos “conteúdos” do ensino fundamental. Segunda: é possível supor que as metodologias são entendidas como algo que diz respeito à atuação do professor (centradas nele) sem destacar a interação aluno-objeto de conhecimento, isto é, sem ajudar os alunos a desenvolverem processos mentais (conceitos) que lhes permitam interagir com autonomia e criticidade com o mundo da natureza, da cultura e de si próprios. Numa visão mais severa, professores-formadores estariam valendo-se de uma concepção de metodologia de ensino como as formas de apresentar a versão simplificada dos conteúdos disciplinares para os alunos “absorverem” a matéria. Terceira: as disciplinas de “fundamentos da educação” aparecem muito tenuemente nas ementas de didática e metodologias específicas, evidenciando mais uma vez a tão reiterada separação entre teoria e prática na formação. É razoável pensar que o

problema real já não seria tanto o fato de um e outro conjunto de disciplinas não mostrarem vínculo teoria-prática, mas a prevalência de um modo de pensar cartesiano, que se reflete em aprendizagens parciais, fragmentadas, pouco imaginativas. Quarta: há a ausência, na maioria dos cursos analisados, de disciplinas de conteúdos específicos do ensino fundamental (LIBÂNEO, 2010, p. 574, grifos do autor).

Além dos problemas relacionados à formação inicial, elencados por Libâneo (2010), os dados da pesquisa de campo revelaram que a jornada de trabalho das professoras é intensa. Todas as professoras possuem carga horária de 60 horas semanais, sendo 42 horas em sala de aula e 18 horas extra sala. O que corresponde à atuação dos professores na regência da sala todos os dias da semana, em média 8 h e 30min por dia. Ou seja, as professoras trabalham em sala de aula diretamente ensinando das 7h00 às 11h30 com intervalo de 15 minutos e das 13h00 às 17h30 com intervalo de 15 minutos.

O contexto da atividade docente na escola é revelado no depoimento da professora III:

Penso que deveria ter um tempo para planejarmos na escola, junto com as colegas de trabalho [...]. Mas infelizmente esse tempo nós não temos e precisamos pensar sozinhas em casa, o tempo que temos para reunirmos na escola e só uma vez por mês (trabalho coletivo) que na verdade é ocupado com repasses (Professora III, escola E, 2017).

E é neste contexto que apreendemos os dados que compõem a discussão, a seguir, cujo objetivo é compreender as peculiaridades da organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais, a fim de contribuir com os professores no desenvolvimento do seu trabalho.

3.4 Categorização

Como escreve Marx (2008, p. 259), para a nossa consciência “o movimento das categorias aparece como o verdadeiro ato de produção” do real.

[...] a totalidade concreta, como totalidade do pensamento, como uma concreção de pensamento, é, na realidade, um produto do pensar, do conceber; não é de nenhum modo o produto do conceito que se engendra a si mesmo e que concebe separadamente, e acima da intuição e da representação, mas é a elaboração da intuição e da representação em conceitos (MARX, 2008, p. 259).

Nesse sentido, para explicar a realidade pesquisada por meio das categorias metodológicas fundamentadas pela Teoria Histórico-Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental, adotadas neste estudo: *Formação de conceitos, Atividade Humana,*

Atividade de Estudo, Pensamento empírico e Pensamento teórico, buscou-se proceder à análise de acordo com as questões levantadas e com os objetivos pretendidos com a pesquisa.

Diante das categorias metodológicas, elaboramos as categorias de conteúdo²⁸ originadas do desenvolvimento demarcado pela experiência sociocultural com o problema, pelo próprio nível de desenvolvimento teórico e de aproximação com o método utilizado. São elas: o conceito de número pelas professoras; a organização do ensino do conceito de número pelas professoras dos anos iniciais e; as tarefas propostas pelas professoras e explicação na proposição davidoviana.

3.4.1 O conceito de número pelas professoras

Como descrito nos capítulos iniciais desta pesquisa, dentre os conceitos basilares da matemática está o conceito de número. Para Davydov, a disciplina de Matemática, desde o primeiro ano escolar, tem como objetivo:

[...] criar nos alunos uma concepção circunstanciada e válida de número real” que tem como fundamento genético o conceito de grandeza. Todos os números – naturais, racionais, irracionais inteiros e reais – expressam casos singulares e particulares “de representação das relações gerais entre grandezas, quando uma delas se toma como medida de cálculo da outra (DAVYDOV, 1982 apud DAMAZIO; ROSA; EUZÉBIO, 2012, p. 211).

Desse modo, destaca-se a importância de compreender o conhecimento dos professores sobre o conceito de número, tendo em vista a necessidade desse conceito para a organização e efetivação do ensino, pois concordamos com Libâneo quando ele afirma que: “o modo de lidar pedagogicamente com algo, depende do modo de lidar epistemologicamente com algo” (LIBÂNEO, 2011, p. 95).

O conteúdo obtido durante as entrevistas revelou que, para as professoras, o conceito de número é sinônimo de quantidade, ou seja, aquilo que é dado pela contagem na relação de grandezas discretas. Isso pode ser verificado em alguns excertos relacionados a seguir:

²⁸ [...] são dois tipos de análise que se apresentam, no trabalho do pesquisador: as categorias simples ou de conteúdo e as categorias metodológicas. Categorias simples são aqueles elementos iniciais, determinados pelo conteúdo da análise crítica que fez o pesquisador, ao eleger seu objeto de estudo e ao se deparar com a dificuldade de tomá-lo por um ou mais aspectos que sua análise lhe indicou. Posso então chamar essas categorias simples de categorias de conteúdo. Categorias metodológicas são aquelas que constituem a teoria que vai informar a maneira pela qual o pesquisador trabalha o seu objeto. Se ele o toma em sua totalidade, então esta é uma categoria metodológica. Se ele contextualiza seu objeto, então estará respeitando a categoria metodológica de historicidade. E se ele optar pelo estudo de seu objeto na relação que se estabelece em seu pensamento, entre os aspectos pelos quais tomou esse objeto, e verificar que as relações assim estudadas se apresentam numa relação de tensão, então terá chegado à dialética, que é uma concepção que tem nessas categorias metodológicas as suas leis principais: a contradição, a totalidade, a historicidade (WACHOWICZ, 2001; KUENZER, 1998).

“Número é a rotina do dia a dia” (Professora VII, 2017).

“Número é a relação entre quantidade e numeral” (Professora II, 2017).

“Número é relacionar a quantidade de determinado objeto ao numeral” (Professora VI, 2017).

“Numero é quantidade. Numeral e a representação oral ou escrita do número” (Professora IV, 2017).

A professora II acrescenta outros conceitos matemáticos, para explicar o conceito de número, um deles, é o de grandeza. Este “[...] é um conceito que eles aprendem no jardim (pré-escola) e já chega ao primeiro ano com ele formado. Eles já sabem o que é: em baixo, maior menor, grande, pequeno”. E, por sua vez, a Professora V indicou seu entendimento de número por meio da conservação de quantidade.

Diante das falas supracitadas, há a necessidade de uma explicação em torno do termo quantidade e, uma discussão em relação às falas realizadas pelas professoras II e V. Desse modo, recorreremos a Caraça (1978) para a explicação de quantidade. O autor conceitua quantidade a partir da referência de qualidades e, argumenta que “[...] há qualidades que não são susceptíveis de admitir graus diferentes de intensidade, isto é, qualidades a respeito das quais não podem fazer juízos de mais que, maior, menos que, menos”. Por exemplo, “uma circunferência não é mais nem menos circular que outra; duas retas do mesmo plano, em geometria euclidiana, não podem ser mais ou menos paralelas - ou são paralelas ou são concorrentes” (CARAÇA, 1978, p. 114-115).

Entretanto, existem casos em que a qualidade ocorre de maneira diferente:

[...] Exemplo a) João, António e Manuel são três indivíduos a respeito dos quais, pelo conhecimento que temos do seu comportamento em situações semelhantes, consideramos João como o mais corajoso que António e António como mais corajoso que Manuel. A qualidade coragem, que João, António e Manuel tem em relação a nós observadores, admite graduações de intensidade, as quais respeitam a transitividade, - se temos o João como mais corajoso que António e António como mais corajoso que Manuel, temos evidentemente João como mais corajoso que Manuel. [...] Exemplo b) Consideremos um corpo c em movimento e seja v sua velocidade em cada ponto da trajetória. Esta qualidade –velocidade do móvel- é susceptível de intensificação de aumentar ou diminuir (CARAÇA, 1978, p. 115).

Segundo Caraça, as qualidades que admitem juízo de mais que, menos que, maior que, menor que, admitem variação de quantidade. Deste modo, a quantidade apresenta-se como um atributo da qualidade. Entretanto Caraça (1978, p. 116) afirma que, na linguagem científica e filosófica, o termo quantidade é:

[...] como um atributo da qualidade e não como um objeto. No exemplo b, mencionado [...], a quantidade (da velocidade) pode ser medida, tem sentido falar

em uma velocidade dupla, tripla, outras; mas no exemplo isso não ocorre [...] a variação não é traduzível em números; tem sentido dizer que João é mais corajoso que Antônio, mas não que a coragem de João é dupla de Antônio.

Sobre a questão, Cunha (2008) argumenta que a relação qualidade-quantidade é também importante para o entendimento do conceito de grandeza. A qualidade é, então, um nexó conceitual da grandeza e, por vezes, a qualidade é considerada a própria grandeza, como, por exemplo, na ação da força com que um homem empurra um objeto, a grandeza é caracterizada pela própria força. A capacidade que uma jarra tem de conter líquido é considerada a grandeza. Portanto, se as espécies ou qualidades de grandeza variam infinitamente, também irão variar infinitamente as grandezas.

A compreensão sobre grandeza é fundamental no processo de organização do ensino nos anos iniciais, visto que é um conceito geral para a formação de diferentes conteúdos matemáticos, dentre eles a gênese do conceito de número, que é apreendida “a partir do estudo das grandezas” (ROSA, 2012, p. 29). Para Cunha (2008) o estudo das grandezas traz a necessidade de diferenciar o discreto e contínuo. Admite como “discreto aquilo que exprime objetos distintos, que se põe à parte; contínuo é o que está simultaneamente unido à outra coisa.” (CUNHA, 2008, p. 31). Deste modo, resultam em grandezas discretas e grandezas contínuas. Como explica Alekxandrov (1978 apud Cunha, 2008):

[...] cada objeto separado é indivisível no sentido de que, quando se divide, quase sempre deixa de ser o que era. [...] as grandezas contínuas e homogêneas diferem das discretas no sentido que ao serem divididas e agrupadas não perdem seu caráter essencial (ALEKXANDROV, 1978 apud CUNHA, 2008, p. 31).

Nessa perspectiva, o entendimento do conceito de número como quantidade associada somente à contagem de objetos (grandeza discreta) expressa o conceito de número na perspectiva da exterioridade, ou seja, do conhecimento empírico, isto é, como um conceito cujo conteúdo é constituído pelas características comuns do grupo de objetos relacionados a ele. Todo esse processo pode ser resumido em um movimento em que o pensamento opera mediante a identificação dos objetos e a comparação dos dados sensoriais concretos, passa pela análise, pressupõe uma síntese e em seguida leva a generalização empírica.

A compreensão do conceito número como quantidade fundamentada nos princípios do pensamento empírico, também faz presente no depoimento da professora VII.

[...] número é a quantidade [...] os números não são um, dois, três, quatro [...] e eu vejo muita coisa errada nos livros em relação a isso. [...] Assim, a representação do que tem dentro de um conjunto são os numerais, o que tem é a quantidade, o número (PROFESSORA VII, 2017).

Ao explicitar seu entendimento, a professora esclareceu que aprendeu este conceito por meio da relação biunívoca. O que expressa uma compreensão de que a metodologia de ensino, caracterizada pelo associacionismo entre objetos e escrita numérica, não expressa de maneira substancial a lógica científica do conceito de número.

De acordo com Souza (2013), este argumento condiz com a proposta da matemática moderna para o ensino da matemática, cujo, “ponto de partida, para colocar o estudante em situação de aprendizagem do conceito de número, é a correspondência biunívoca entre os elementos dos conjuntos” (SOUZA, 2013, p. 67). Segundo a autora, esta proposta, fundamentada nos princípios enunciados pelo Movimento da Matemática Moderna²⁹, apresenta o conjunto e a relação biunivocidade como ideia central. Em suas palavras:

O ponto de partida, que coloca o estudante em situação de aprendizagem do conceito de número, para a proposta modernista é a correspondência biunívoca entre os elementos dos conjuntos. Para tanto, os exercícios colocam a criança, inicialmente, em observação e em ação visual e manual de ligar os elementos de dois conjuntos (SOUZA, 2013, p. 67).

Isso quer dizer que ter o conceito de número é ser capaz de estabelecer a apresentação do numeral, isto é, o símbolo; que representa a quantidade de elementos em cada conjunto. Esse tipo de ensino, segundo Damazio, Rosa e Euzébio (2012, p. 215), enfatiza o “[...] ensino com atenção exclusiva ao conceito de número natural, caracterizado pelo associacionismo entre objetos e escrita numérica”.

A outra fala que nos chamou atenção é a da professora V que conceituou número associando-o a conservação de quantidade: “[...] número é quando o aluno consegue relacionar a quantidade de determinado objeto ao numeral [...] é conservação de quantidades” (PROFESSORA VI, 2017). O termo conservação de quantidade foi utilizado por Piaget. No período de suas pesquisas, o autor buscou compreender: de que modo as pessoas chegaram a compreender os números? E, para tal, Piaget formulou testes, dentre eles a tarefa da conservação de quantidade, pela qual provou que o número não é coisa conhecida inatamente, por intuição, ou empiricamente pela observação. De acordo com Piaget, a criança, ao lidar com os objetos, primeiro apodera e separa autonomamente o princípio geral da conservação

²⁹ Matemática Moderna como o movimento, de âmbito mundial, para a reforma curricular do ensino da Matemática no mundo. Ele destaca dois traços que marcaram tal mudança. Um deles se refere às impressões ou aspecto distintivo que o novo currículo produziu entre os professores, pais e alunos: uma reformulação dos conteúdos usuais da matemática escolar, marcadamente pela teoria dos conjuntos. O outro diz respeito à preocupação de compatibilizar os currículos de Matemática com os trabalhos de Jean Piaget, sobre as estruturas básicas cognitivas (VALENTE, 2010).

de quantidade³⁰ e somente depois, sobre esta base, é que o conceito de número pode ser formado. A conservação de quantidade para Piaget é quando a criança pode realizar representações internas de objetos e de substâncias concretas, conservando, mentalmente, a noção de quantidade, e conclui que apesar das aparências físicas diferentes, as quantidades são idênticas.

Para Kamii, (2013, p. 17-18) o número para Piaget “[...] é a relação criada mentalmente por cada indivíduo” e que é caracterizado por ele como “abstração reflexiva”. Conforme a autora:

[...] a abstração reflexiva envolve a construção de relações entre objetos. As relações não existem na realidade externa. [...] a diferença entre os objetos existe somente nas mentes daqueles que podem criá-la. O termo abstração construtiva poderia ser mais fácil de entender do que abstração reflexiva, para indicar que esta abstração é uma construção feita pela mente, em vez de representar apenas o enfoque sobre algo já existente nos objetos (KAMII, 2013, p. 20).

Diante desta afirmação, fica claro que a aprendizagem acontecerá somente depois do desenvolvimento das estruturas mentais, ou seja, a criança só poderá aprender o conceito de número quando estiver suficientemente desenvolvida para “construir por sua própria mente” o conceito. Piaget, durante os seus experimentos com a tarefa da conservação de quantidade, afirmou que a linguagem não contribui para a formação do conceito “os conceitos numéricos não são adquiridos através da linguagem”, ou seja, ele diz que se a linguagem contribuísse as crianças não falaria que existem mais bolinhas em uma fileira comprida em comparação com outra fileira de menor comprimento (KAMII, 2013, p. 28).

Contudo, na teoria histórico-cultural, admitida nesta dissertação, a linguagem é considerada fundamental para o processo de internalização dos conceitos formados historicamente pela humanidade. Ela é fundamental para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, dentre elas o pensamento humano, onde acontecem ações, primeiramente vivenciadas com outros seres humanos, mediadas pelos signos e instrumentos, para, em seguida, tornarem-se próprias de cada sujeito. Nesse sentido, ocorre o que Vigotski (2007) chama de internalização:

³⁰ A conservação de quantidades proposta por Piaget ficou conhecida, num exemplo clássico de uma tarefa piagetiana. Nesta o pesquisador distribui iguais quantidades de líquido em dois béqueres idênticos, depois despeja o líquido de um dos béqueres para um outro mais alto. No estágio pré-operatório, a criança ainda não pode conservar a quantidade de líquido, de modo que não reconhece a mesma quantidade em béqueres diferentes, apesar das mudanças superficiais na aparência da quantidade. A criança segura o béquer mais fino e mais alto, afirmando que ele contém mais líquido do que o béquer “pequeno”. Tão logo ela atinja o estágio de operações concretas, imediatamente conservará a quantidade de líquido (KAMII, 2013).

Chamamos de internalização a reconstrução interna de uma operação externa. [...] A internalização de formas culturais de comportamento envolve a reconstrução da atividade psicológica tendo como base as operações com signos. Os processos psicológicos, tal como aparecem nos animais, realmente deixam de existir; são incorporados nesse sistema de comportamento e são culturalmente reconstituídos e desenvolvidos para formar uma nova entidade psicológica. O uso de signos externos é também reconstruído radicalmente. As mudanças nas operações com signos durante o desenvolvimento são semelhantes àquelas que ocorrem na linguagem. Aspectos tanto da fala externa ou comunicativa como a fala egocêntrica “interiorizam-se”, tornando-se a base da fala interior. A internalização de atividades socialmente enraizadas e historicamente desenvolvidas constitui o aspecto característico da psicologia humana; é a base do salto qualitativo da psicologia animal para a psicologia humana (VIGOTSKI, 2007, p. 56-58).

Reconhece-se a importância dos estudos de Piaget com a tarefa da conservação da quantidade, na qual ele provou que “[...] o número não é alguma coisa conhecida inatamente, por intuição, ou empiricamente pela observação” (KAMII, 2013, p. 27), contudo, as afirmações do autor nas quais afirma que a fonte do conhecimento lógico-matemático é inteiramente interna, dependente da maturação genética, coloca a função do professor numa função passiva que aguarda o desenvolvimento da criança para que possa ensinar algo. Isso é justamente ao contrário dos fundamentos da teoria histórico-cultural, nos quais o professor e a escola têm importância fundamental de promover uma aprendizagem que gera o desenvolvimento.

Em fim, de modo geral, o exposto pelas professoras sobre o conceito de número condiz com o processo de formação do conhecimento empírico, haja vista que o aspecto geral do conceito corresponde à expressão de algo que se repete, invariavelmente e, portanto, define suas propriedades em um movimento do particular para o geral. Desse modo, a apropriação do conceito de número ocorre em um movimento que parte da identificação do aspecto sensorial do objeto para chegar à sua percepção abstrata por um processo de generalização empírica que compõe o produto das representações e dos conceitos e ele é apreendido por meio das relações explicitadas pelas professoras, a partir da associação entre o numeral e a quantidade.

No entanto, conforme observa Davidov (1988), o pensamento por conceitos se desenvolve quando o sujeito deixa de operar com representações e passa a operar com conceitos teóricos por meio de uma atividade mental que permite reproduzir o objeto idealizado e o sistema de suas relações. Isto é, em um movimento dialético do geral para o particular, em que “Ter um conceito sobre um ou outro objeto significa saber reproduzir mentalmente seu conteúdo, construí-lo” (DAVÍDOV, 1988, p. 126). Nesse sentido, é possível conceituar número quando se compreende sua essência, ou seja, quando se pode traçar idealmente o caminho de produção desse conceito.

3.4.2 A organização do ensino do conceito de número

Para Vigotski (2001), o ensino é o aspecto internamente essencial e universal no processo de desenvolvimento da criança. A sua organização de forma sistemática e intencional intervém no desenvolvimento intelectual das funções psíquicas superiores no decorrer do processo de apropriação pelos estudantes de conceitos, impregnados da experiência histórica. Davydov (1988) concretizou a proposição de Vigotski, apontando caminhos para uma organização didática e intencional do ensino que impulsiona o desenvolvimento do pensamento teórico, cuja base é seu conteúdo, do qual derivam os métodos para organizar o ensino.

As pesquisas de Davydov (1987) tiveram origem na análise crítica da organização do ensino tradicional, com apelo para o uso dos sentidos, dominada pelo método intuitivo, em que, no trabalho com conteúdos, o concreto é mostrado, apresentado, demonstrado, mas o estudante não age sobre ele. Por conseguinte, a aprendizagem não se converte em ferramenta para lidar com a diversidade de fenômenos e situações que ocorrem na vida prática. Todavia, do ponto de vista filosófico, na pedagogia intuitiva³¹ os conhecimentos não são considerados como existindo por si, independentes da realidade. Atinge-se o conhecimento a partir da observação real, das coisas concretas. E isso leva à formação do pensamento empírico, compreendido como “[...] o método de obtenção e emprego dos dados sensoriais pelo homem, donos da linguagem” (DAVIDOV, 1982, p. 238).

Davydov (1987) reconhece os méritos do ensino intuitivo em propiciar às crianças o sistema de conhecimentos acumulados sobre as particularidades e os traços externos dos objetos. No entanto, argumenta que ele é insuficiente para assimilar o espírito da ciência contemporânea e os princípios de uma relação criativa, ativa e de profundo conteúdo com a realidade (DAVYDOV, 1987). Por isso, ele propõe um modo de organização do ensino em que o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto é considerado um dos princípios didáticos necessários ao desenvolvimento do pensamento teórico. Para isso, Davidov (1988) estabeleceu um procedimento metodológico desdobrado em ações mentais, a serem realizadas pelos estudantes, que o professor deve considerar ao planejar a atividade estudo.

³¹ Esta pedagogia, denominada intuitiva, fundamentou-se na psicologia sensualista, segundo a qual toda a vida mental se estrutura a partir dos dados dos sentidos, ou empregando um vocabulário pedagógico, a partir do concreto. O aluno é considerado um ser passivo, que deve assimilar, pela utilização de todos os sentidos e não só ouvindo os conhecimentos transmitidos. As propostas de ensino de Pestalozzi, Froebel, Maria Montessori partiram da psicologia sensualista, assim como a de Decroly acerca dos jogos sensoriais.

Nessa perspectiva, Davydov (1987) ao reafirmar a crítica à escola tradicional, especificamente ao método intuitivo, concebe os métodos de ensino como decorrentes dos conteúdos que constituem a base do ensino. Segundo Freitas o “[...] conteúdo do ensino é sempre o pensamento teórico científico, isto é, o conhecimento de certo objeto mediado pela ciência e apresentado ao estudante em forma de conteúdo generalizado, abstrato, em forma de conceito teórico” (FREITAS, 2011, p. 73). O que significa dizer que há uma interdependência entre a sistemática da organização do ensino e a sistemática da ciência, porém, elas não são idênticas.

Como a ciência objetiva investigar e organizar os resultados para formar um sistema científico de acordo com aspectos rigorosamente lógicos dos conceitos em uma relação de dependência lógico-sistemática, no ensino, compete ao professor organizar e orientar o processo de conhecimento pelo estudante dos conceitos científicos em seu desenvolvimento, em seu movimento, mediante a transformação do sistema lógico da ciência em conteúdo de ensino. Nesse processo, em que há a articulação e a interdependência entre os componentes do processo de ensino: objetivos, conteúdos e métodos, que orientam a organização e condução do ensino pelo professor, deve haver o uso de um método de ensino adequado, ou seja, do conjunto de ações, operações e procedimentos vinculados ao método de reflexão, que pode viabilizar as proposições de ensino do professor em relação a um conhecimento específico. Como escreve Libâneo (1994):

Os métodos de ensino, portanto, não se reduzem a quaisquer medidas, procedimentos e técnicas. Eles decorrem de uma concepção de sociedade, da natureza da atividade prática humana no mundo, do processo de conhecimento e, particularmente, da concepção da prática educativa numa determinada sociedade. Nesse sentido, antes de se constituírem em passos, medidas e procedimentos, os métodos de ensino se fundamentam em um método de reflexão e ação sobre a realidade educacional, sobre a lógica interna e as relações entre os objetos, fatos e problemas dos conteúdos de ensino, de modo a vincular a todo o momento o processo de conhecimento e a atividade prática humana no mundo (LIBÂNEO, 1994, p. 166).

Desse modo, considera-se que toda organização do processo de ensino referenciada, seja de forma explícita ou implícita, conscientemente ou não, revelou uma concepção metodológica que se traduz em um modo de organização do ensino, em que os procedimentos são considerados como “receitas”, técnicas de dar uma boa aula e não como formas operacionais do método de ensino. Ou seja, como “[...] um detalhe do método, formas específicas da ação docente utilizadas em distintos métodos de ensino” (LIBÂNEO, 1994, p.167). Isso pode ser ilustrado pelo relato das professoras III e VII, no momento em que respondem sobre: *como você ensina o conceito de número?* “[...] um procedimento eficiente

para ensinar é o recurso por agrupamento, por exemplo, um jogo chamado tapetinho que aprendi no PNAIC [...] neste jogo o alunos podem agrupar os números” (PROFESSORA VII, 2017).

Do mesmo modo, a professora III acredita que o ensino tradicional é um bom ensino, por que traz muitos exercícios para as crianças realizarem “[...] tem que ter o conteúdo tradicional que a gente acha mais nos livros antigos tradicionais. É importante também o concreto, os jogos diversos, o bingo da tabuada” (Professora III, 2017). Destarte, evidencia-se uma concepção tradicional de educação, à qual concebe o método de ensino, como um conjunto padronizado de procedimentos destinados a transmitir todo e qualquer conhecimento universal e sistematizado. Embora as professoras tenham demonstrado preocupação com os estudantes em termos de aprendizagem do conceito “[...] Mas, quando eles não aprender eu fico em cima, converso e trago outra atividade diferenciada e alguma que chama a atenção do aluno” (Professora VII, 2017).

Nas aulas observadas, verificou-se que a forma como se ensina no jogo “tapetinho” ou o uso de palitinhos restringe o estudante em sua atividade cognitiva, o que cerceia a compreensão do sistema numérico em diferentes bases numéricas. Segundo Davydov (1988), neste tipo de ensino, chega-se ao conceito pelo movimento de ascensão do sensorial-concreto ao mental-abstrato, sendo essa abstração expressa na palavra, ou seja, por meio de uma atividade cognitiva apreendida diretamente da relação entre os objetos captada sensorialmente por procedimento particular e isolado do sistema de numeração de base dez.

Com isso, os estudantes vivenciam experiências, em relação à apropriação do conceito número similares àquelas que lhes foram oportunizadas na prática cotidiana antes de ingressar à escola. Assim, a organização do ensino não garante o desenvolvimento no que tange ao sistema de numeração. Conforme Silveira (2015):

Na proposição davydoviana, o sistema de numeração é desenvolvido a partir da lógica interna das **diferentes bases numéricas**. [...] O sistema de numeração possui uma lógica interna que é válida para todas as bases numéricas que o compõem. A composição de cada ordem de medida é determinada pela base numérica a ser considerada. Assim, a partir da primeira, cada ordem será **n** vezes a anterior (**n** é a base considerada). A base numérica determina o valor máximo que cada ordem poderá conter, pois, cada vez que esse valor for atingido, formará uma nova ordem. A partir dessa conexão interna do sistema de numeração é possível registrar cada sistema numérico particular na reta numérica (SILVEIRA, 2015, p. 50, grifos nosso).

Daí a importância da análise lógica e histórica do conceito, para que o professor possa compreender o sistema de numeração como uma rede conceitual em que o sistema decimal é uma particularidade em relação às diferentes bases, dentre elas: o binário, o quinário etc. A

par disso, o professor poderá esboçar as ações relevantes, organizar a atividade de estudo e, de modo especial, as tarefas como condição necessária para promover o desenvolvimento dos estudantes.

Por outro lado, vale destacar que, no conjunto dos procedimentos de ensino, o jogo cria, conforme esclarece Moura e Lanner de Moura (1998), condições para que os estudantes entrem em atividade de estudo. Segundo os autores:

O jogo com propósito pedagógico pode ser um importante aliado do ensino, [...] O que devemos considerar é a possibilidade do jogo colocar a criança diante de uma situação problema semelhante a vivenciada pelo homem ao lidar com os conceitos matemáticos. [...] A problematização de situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar a solução de problemas significativos para ela (MOURA; LANNER de MOURA, 1998, p. 12-14).

Nesse sentido, Elkonin destaca que o jogo é o meio que possibilita “a criança modele, no jogo, as relações entre as pessoas”. Ao mesmo tempo, ele exerce influência sobre o desenvolvimento psíquico da criança e sobre a formação de sua personalidade na qual “a evolução do jogo prepara para a transição para uma fase nova, superior, do desenvolvimento psíquico, a transição para um novo período evolutivo” (ELKONIN, 1971, p. 164).

Destaca-se a referência da professora VII no que diz respeito a aprendizagem do “jogo do tapetinho” em um curso de formação continuada oferecido pelo PNAIC³². Nesse aspecto, no estudo “Finalidades educativas escolares e Internacionalização das políticas educacionais: impactos no currículo e na pedagogia”, Libâneo (2016, p. 2) revela que as políticas públicas “[...] são as referências principais dos critérios de qualidade do ensino para programas e projetos dos sistemas educacionais, e por consequência, para as escolas e professores”. Nesse sentido, Lenoir (2016) argumenta que o sistema escolar tem nas finalidades educativas um poderoso instrumento dos governos para transmitir e firmar suas ideologias, como escreve:

É próprio da ideologia apresentar como antítese de outra, como expressão da realidade, como discurso legitimado que designa finalidades às quais o povo aspira

³² PNAIC - Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. É um compromisso formal e *solidário* assumido pelos governos Federal, do Distrito Federal, dos Estados e dos Municípios, que ocorreu em novembro de 2012 com a assinatura de adesão de 5240 municípios e dos 27 estados da federação. O objetivo é alfabetizar todas as crianças, no máximo, até o final do 3º (terceiro) ano do ensino fundamental. Para o alcance desse objetivo, as ações do Pacto compreenderam um conjunto integrado de programas, materiais e referências curriculares e pedagógicas, disponibilizados pelo Ministério da Educação, tendo como eixo principal a formação continuada dos professores alfabetizadores. A **formação continuada** como política nacional é entendida como componente essencial da profissionalização docente, devendo integrar-se ao cotidiano da escola, e pautar-se no respeito e na valorização dos diferentes saberes e na experiência docente. Logo, a formação se constitui no conjunto das atividades de formação desenvolvidas ao longo de toda a carreira docente, com vistas à melhoria da qualidade do ensino e ao aperfeiçoamento da prática docente, constituindo o quarto eixo do PNAIC (BRASIL, 2014).

como um todo, sem o que elas não poderiam funcionar e mobilizar as camadas sociais da população, ela deve produzir um discurso que parasita, confunde e oculta as questões sociais reais (LENOIR, 2016, p. 3, tradução nossa).

Isso permite compreender a redução da organização do ensino aos procedimentos em si (como no caso do jogo do tapetinho), desvinculados da relação forma/conteúdo conforme propõe Davydov. Desse modo, a lógica que preside a organização e a condução do ensino valoriza conhecimentos e habilidades técnicas que contribuem para a formação do pensamento empírico dos estudantes, comprometendo, por consequência, a formação humana que visa o desenvolvimento pleno da personalidade.

Nesse sentido, o depoimento da professora VII sobre o tempo estimado para o ensino do conceito de número é representativo de uma perspectiva teórica esvaziada do conteúdo matemático historicamente produzido, que conduz a formação do pensamento empírico. Conforme a professora VII: “O conceito de número pode ser ensinado em duas aulas tranquilo eles aprendem a sequência de zero a nove” (Professora VII, 2017).

Davydov posiciona-se contrariamente às tendências pedagógicas predominantes nas escolas que ensinam a partir do particular para o geral. Ao contrário, ele propõe o conteúdo ‘teórico’ - em vez de empírico - como referência para a organização do ensino da matemática. Conforme o manual de orientação do professor, utilizado no contexto do sistema denominado de Elkonin-Davydov³³, correspondente ao primeiro ano dos anos iniciais de ensino, o número só deve ser apresentado depois que os estudantes realizarem, em média, 35 aulas relacionadas a compreender as características dos objetos, as grandezas e a comparação entre grandezas.

Por essa via, a organização das tarefas possibilita os estudantes realizarem o movimento do pensamento no processo de apropriação, perpassando pela transformação, a reprodução e a modelação (na forma objetual, gráfica e literal) das relações entre grandezas.

A professora II diverge da professora VII quando comenta sobre o tempo estimado para ensinar o conceito e, considera que não é eficaz “correr” no ensino do conteúdo. Em suas palavras:

Não adianta eu correr com o conteúdo e meu aluno não aprender [...]. não adianta, não vai resolver [...] o que adianta eu trabalhar de zero a cem se o aluno ainda não aprendeu, não acompanha ...Eu busco olhar o nível do desenvolvimento dos alunos, e para ensinar eu organizo a partir dos materiais concretos, utilizo coisas simples, não precisa de nada sofisticado, por exemplo até a própria criança [corpo enfileirados] utilizo para ensinar os números ordinais (PROFESSORA II, 2017).

³³ Para Rosa e Damazio (2017, p. 157) a proposta de Davydov ocupa uma representatividade no cenário mundial, é referência em países como Ucrânia, Cazaquistão, Noruega, França, Alemanha, Holanda Canadá e Japão. E atualmente é considerada objeto de pesquisa nos Estados Unidos, principalmente no Havaí. Os resultados acenam para sua potencialidade no processo de ensino e aprendizagem.

Segundo a professora, mesmo não desprezando os documentos norteadores do ensino como: matriz curricular, plano anual, projeto político pedagógico, ela afirma ser preciso analisar o nível de aprendizagem dos estudantes. Para a professora o principal norteador da organização do ensino é a própria aprendizagem dos estudantes. Essa posição permite a aproximação com os fundamentos de Vigotski, particularmente no que diz respeito ao conceito Zona de desenvolvimento proximal. Para Vigotski (2016):

[...] Quando se pretende definir a efetiva relação entre o processo de desenvolvimento e a capacidade potencial de aprendizagem, não podemos limitar-nos a um único nível de desenvolvimento. [...] O primeiro nível é chamado de efetivo ou real e o segundo de área do desenvolvimento potencial ou próximo³⁴. O primeiro é entendido como [...] o nível de desenvolvimento das funções psicointelectuais da criança que se conseguiu como resultado de um específico processo de desenvolvimento já realizado. [...] o que a criança é capaz de fazer com auxílio do adulto chama-se zona de desenvolvimento potencial (VIGOTSKI, 2016, p. 110-112).

Com efeito, a observação realizada em sala de aula permitiu identificar que, apesar de demonstrar uso de alguns conceitos vigotskianos, a professora utiliza-se de ações divergentes de seus fundamentos, conforme se confirma por sua fala, quando observa que: “[...] trabalho com livros didáticos, pesquisas, jogos. Na educação não se trabalha só com uma coisa, igual método eu gosto de pegar o melhor de cada um, num posso ficar só nos jogos, nem só nos livros” (Professora II, 2017). De modo geral, todas as professoras priorizam no ensino do conceito de número os materiais concretos (jogos, tampinhas, fichas coloridas, recortes de cédulas...). Mas, existem relatos como o da professora VIII que destaca a importância dos conteúdos para o ensino de matemática. Ela argumentou sobre a necessidade da união entre os eixos da aritmética e geometria, como se verifica em sua fala:

Uso o currículo, mas não gosto de trabalhar fragmentado e prefiro organizar as tarefas com um pouco de cada eixo. [...] inicio a construção com o uso do material concreto e gosto de mostrar o QVL, para o aluno visualizar que o algarismo um pode ser um ou dez ou cem. Porque acredito que com a manipulação e visualização vai ser mais fácil a compreensão (PROFESSORAVIII, 2017).

Apesar da preocupação em superar o ensino linear e a fragmentação dos eixos de ensino da matemática, ainda assim, o modo pelo qual o ensino é organizado pela professora condiz com o método de ensino tradicional, que valoriza o material concreto. Da mesma forma, a referência ao concreto sensorial se faz presente na orientação do ensino realizado pela professora VI:

³⁴ O aprofundamento do estudo pode ser realizado em Chaiklin (2011). A zona de desenvolvimento próximo na análise de Vigotski sobre aprendizagem e ensino. *Psicologia em Estudo*, Maringá, v. 16, n. 4, p. 659-675, out./dez. 2011.

Eu faço um cartaz com o nome dos alunos e a data de nascimento de cada um e começo o trabalho com o material concreto. E uso também o calendário para fazer contagens e vou trabalhando dentro das possibilidades da idade da criança, assim as crianças entendem a utilidade dos números, procuro fazer associações da matemática com as necessidades do dia a dia das crianças (PROFESSORA VI, 2017).

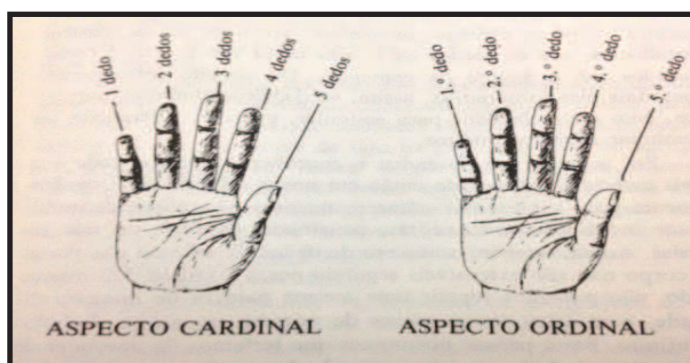
Reforçando esse entendimento, a professora III, afirma que as crianças já chegam à escola com conceito de número adquirido no cotidiano:

Tem muitas crianças que já chegam com o conceito de número, ou seja, se eu colocar três tampinhas, ela sabe que representa o numeral três, às vezes, mesmo na educação infantil, eles já chegam e mostram cinco dedos e já falam quantos anos tem, ou seja, ele já sabe que representa o numeral (PROFESSORA III, 2017).

Este tipo de ensino não avança no desenvolvimento dos conhecimentos teóricos da criança, pois a ideia de contagem está associada à escrita dos algarismos ou do numeral, no qual o estudante inicia os estudos da matemática nos anos iniciais com a aprendizagem por meio da contagem e escrita da respectiva simbologia. A fala da professora condiz com o que Souza (2013, p. 65) chama de “proposta formalista clássica - comumente denominada de ensino tradicional”.

Quando a professora relaciona o conhecimento do número com a contagem por tampinhas, dedos e outros, aproxima-se do movimento inicial da pré-história do conhecimento matemático, ou seja, a contagem por meio de objetos surgiu em média há 30.000 anos. Nas considerações do histórico, (IFRAH, 2005, p. 51) afirma que a mão humana é um instrumento utilizado na aritmética elementar, inclusive ela “atua como instrumento que permite servirmos deles como um sistema cardinal”. Deste modo, os estudantes contemporâneos, citados pela professora, continuam com a contagem conforme “estágio inicial do desenvolvimento do conceito de número pela humanidade em detrimento de seu estágio atual” (ROSA, 2012, p. 192).

Ilustração 18 - O dedo como instrumento da aritmética elementar



Fonte: Ifrah (2005, p. 91).

Então, “A contagem por meio dos dedos é um procedimento fossilizado” (GALDINO, 2016, p. 55). Sua origem histórica não é datada precisamente, assim como o uso de outros objetos de registros (entalhe, papiros). Em relação ao comportamento fossilizado, Vigotski (2007) diz:

Essas formas fossilizadas de comportamento são mais facilmente observadas nos assim chamados processos psicológicos automatizados ou mecanizados, os quais, dadas as suas origens remotas, estão agora sendo repetidas pela enésima vez e tornaram-se mecanizados. Eles perderam sua aparência original, e a sua aparência externa nada nos diz sobre sua natureza interna (VIGOTSKI, 2007, p. 67).

O problema do comportamento fossilizado possibilita uma reflexão do quão importante é compreender o processo de desenvolvimento dos conceitos em face das necessidades da humanidade; os dedos, que em determinado período histórico serviram como única forma à contagem e representação, nos tempos contemporâneos, foram substituídos por outros modos criados culturalmente em forma de instrumentos para suprir as necessidades. E, mesmo que a criança na educação infantil realize contagem de objetos, isso não significa que ela tem o conceito de número, isso está ligado ao conhecimento cotidiano. Até porque, a formação de conceitos científicos não corresponde à atividade principal da criança na educação infantil, não constitui o conteúdo da atividade da criança no período pré-escolar³⁵.

Davydov afirma que a aprendizagem ocorre em todas as atividades, mas admite as brincadeiras como principal meio nos pré-escolares. Isso porque elas são fundamentais para que a criança se desenvolva a partir “[...] do empenho em satisfazer seus interesses cognoscitivos por meio da comunicação com adultos e das observações sobre o mundo que os rodeia” as premissas psicológicas, que na idade escolar farão com que as crianças sintam a necessidade para apropriarem dos conhecimentos teóricos (ROSA, 2012, p. 43). Porém, a professora I afirma: “Gosto muito dos livros que tem repetição, faço contagem no quadro para visualizar a sequência [...] a rotina é muito importante e as tarefas xerocopiadas eu uso mais para **relacionarem a quantidade** para eles gravarem” (Professora I, 2017, grifos nosso).

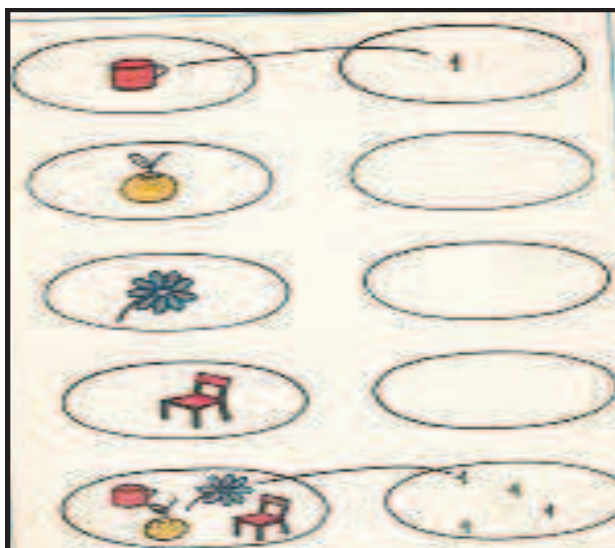
Este é um modo de ensino do conceito de número que parte da relação biunívoca. Esta, por sua vez, foi muito importante em certo momento da história da humanidade. A prática de relação biunívoca iniciou-se no processo das atividades diárias, dentre elas destaca-se a do cuidado e manejo dos animais. Para Santos (2013), “Essa tarefa fez com que o homem, por exemplo, estabelecesse uma correspondência entre cada animal que ia ao pasto

³⁵ O termo pré-escolar na teoria histórico cultural está diretamente ligado às crianças que ainda não frequentam o ensino fundamental.

com uma pedrinha. Dessa forma poderia ter o controle das coisas ou ovelhas que levasse para pastar” (SANTOS, 2013, p. 16).

Recorremos a Souza (2013) em busca de uma ilustração de tarefa condizente com a proposta da professora I. Conforme (Ilustração 19) a criança se apropria do número pelo imediato, pelo indivisível, ou seja, não consideram grandezas contínuas pelas quais pode estabelecer outras relações como: comprimento dos objetos, massa, volume.

Ilustração 19 - Proposição introdutória para a apresentação do número 1 (um), na proposta modernista



Fonte: Souza (2013, p. 106).

Com ênfase, as professoras I e IV tratam como essencial, no processo de ensino, ligar o que ensinam a vida cotidiana, ou seja, entendem que a matemática deve ter uma utilidade prática para as crianças: “[...] A matemática está presente e precisamos dela o tempo todo, endereço, idade, compras” (Professora IV, 2017). “[...] número é o nosso dia a dia, as horas, os números no supermercado” (Professora I, 2017). De acordo com Davidov (1987), isso aproxima do princípio didático do caráter sucessivo, ou seja, a estruturação da disciplina conserva a ligação com os conhecimentos cotidianos adquiridos pela criança antes de entrar na escola, ou seja, o conhecimento empírico.

Para Davidov (1988), o cotidiano possibilita um tipo de conhecimento que não coincide com o que deve ser desenvolvido na escola. Para o autor, “a experiência vital da criança deve ser utilizada no ensino, mas somente por via de sua reestruturação qualitativa dentro da forma, especial e nova para o estudante, do conhecimento científico teórico” (DAVIDOV, 1988, p. 111).

A “Teoria do Pensamento Empírico, adotada na escola tradicional, tem seus fundamentos psicológicos e pedagógicos na lógica formal tradicional” (MATOS, 2017, p. 62). As crianças, mesmo depois de frequentar a escola, permanecem com o pensamento empírico. O ensino caracteriza-se:

[...] relação cotidiana utilitária para as coisas e por isto é contrário à valorização e compreensão teórica da realidade. O pensamento empírico tem seus tipos específicos de generalização e abstração, seus procedimentos peculiares para formar os conceitos, os que justamente obstaculizam a assimilação plena, pelas crianças, do conteúdo teórico dos conhecimentos [...] (DAVIDOV, 1988, p. 05).

Contudo, não significa desprezar os conceitos cotidianos da criança na organização do ensino, pois seria desprezar a aprendizagem adquirida antes do período escolar, ou seja, “toda aprendizagem da criança na escola tem uma pré-história. [...] a criança começa a estudar aritmética, mas já muito antes de ir à escola adquiriu determinadas experiências em relação à aritmética” (VIGOTSKI, 2016, p. 109).

Entretanto, mesmo que a criança tenha esta aprendizagem antes da experiência escolar, isso não implica “uma continuidade direta entre as duas etapas do desenvolvimento aritmético da criança” (VIGOTSKI, 2016, p. 109). O conhecimento adquirido antes do período escolar não coincide com os conhecimentos adquiridos na atividade escolar. No contexto desta dissertação, não coincidem com os conceitos adquiridos por meio da atividade de estudo.

Desse modo, é preciso uma abordagem dos conceitos em nível científico, diferentemente do princípio tradicional do caráter sucessivo, que conserva o teor empírico dos conhecimentos concernentes ao dia a dia. A “manutenção excessiva das crianças no nível das representações sobre os objetos reais circundantes e seus conjuntos, entorpece a formação dos conceitos genuinamente matemáticos” (DAVYDOV, 1982, p. 156). Contudo, para a professora V, é importante o manuseio de material concreto e visual: “[...] é bom usar imagem porque ela tem um poder de sedução sobre as crianças e, assim vem facilitar a construção de conceitos matemáticos” (Professora V, 2017).

Davydov (1982), ao explicar o conteúdo e as consequências dos princípios didáticos que fundamentam a escola tradicional, chamou de caráter visual o princípio que sustenta o ensino, cuja generalização se dá a partir das características comuns dos objetos e fenômenos, dadas sensorialmente, a partir do movimento orientado do particular para o geral. O caráter visual do ensino é o segundo momento utilizado para introdução do conceito de número na proposição formalista da matemática moderna. Nesta proposição, a organização do professor

se volta para “[...] o desenvolvimento, por parte do estudante, da habilidade de identificação de atributos comuns ou diferentes entre o desenho de determinados objetos” (SOUZA, 2013, p. 74). Neste tipo de ensino, são utilizadas perguntas diretas, do tipo: Quantos têm? Qual é maior? É mesmo? Que conduzem o estudante a respostas diretas: sim, não, é, sem que haja a possibilidade de argumentação por parte dos estudantes. O que trás cerceamento as condições investigativas dos estudantes.

Na perspectiva dialética o termo concreto no pensamento toma outra magnitude “o concreto no pensamento é o conhecimento mais profundo e substancial dos fenômenos da realidade, pois refletem com seu conteúdo não as características exteriores do objeto em sua relação imediata” (KOPNIN, 1978, p. 162). E o autor complementa explicando que:

O movimento do conhecimento do sensorial-concreto- através do abstrato- ao concreto, que reproduz o objeto no conjunto de abstrações é uma manifestação da lei da negação da negação. O abstrato é negação do sensorial-concreto. O concreto no pensamento é negação do abstrato, mas o concreto mental não é a retomada do concreto inicial, sensorial, mas o resultado da ascensão a um concreto novo, mais substancial (KOPNIN, 1978, p. 162).

O ensino que se restringe ao concreto sensorial tem a lógica formal tradicional em sua base e não a dialética. Conforme Davydov (1982), naquela, os processos de formação e desenvolvimento dos conceitos são desconsiderados, assim como a análise das particularidades e especificidades das características externas do objeto. O que se faz são distinções em relação a um ou outro objeto ou uma classe. O ponto de partida para esse tipo de ensino é o concreto sensorial, empírico, a-histórico e não contraditório.

Vale destacar ainda o relato da Professora VI acerca da condução do processo de ensino do conceito número: “Procuro fazer associações da matemática com a necessidade do dia a dia da criança” (Professora VI, 2017). No entanto, não ficou claro a que necessidade da criança em idade escolar a professora estava se referindo.

Na teoria histórico-cultural, a primeira condição de toda a atividade é a necessidade. Em idade escolar, a necessidade da criança é o estudo (o objeto), conforme Leontiev (1978):

Todavia, em si, a necessidade não pode determinar a orientação concreta de uma atividade, pois é apenas no objeto da atividade que ela encontra a sua determinação: deve, por assim dizer, encontrar-se nele. Uma vez que a necessidade encontra sua determinação no objeto (se “objetiva” nele), o dito objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que o estimula (LEONTIEV, 1978, p. 115).

É preciso considerar a necessidade de estudo dos estudantes e as estruturas das ações de estudo de modo que as atividades sejam sistematizadas de acordo com o tipo de

mobilização mental que eles deverão realizar no momento da resolução das tarefas. Davydov (1988) afirma que, no princípio da atividade de estudo, a criança não sente a necessidade do conhecimento teórico, mas ele surge na própria atividade, no processo de solução autônoma das tarefas, e lhe permite descobrir as condições de origem dos conhecimentos. O autor esclarece que no processo de formulação autônoma de tarefas e na execução de ações, a princípio realizado com a orientação do professor, “[...] gradualmente os alunos adquirem as capacidades correspondentes (é nesse processo justamente que se forma neles a atividade de estudo autônoma, isto é, a capacidade de aprender)” (DAVYDOV, 1988, p.174).

E, nesse sentido, a organização do processo de ensino torna-se imprescindível porque as crianças não chegam à escola com conhecimentos teóricos científicos. Se assim fosse, qual seria a finalidade da escola e do ensino escolar?

3.5 As tarefas propostas pelas professoras e explicação na proposição davidoviana

Faz-se, neste momento, um recorte em torno das tarefas propostas pelas professoras e as explicações do desenvolvimento das tarefas na proposição davidoviana. O que se pretende é apresentar as tarefas que as professoras organizaram para os anos iniciais é apontar um caminho para a organização delas tendo em vista a formação do pensamento teórico do conceito número. A referida tarefa constitui um desafio aos conhecimentos dos professores de matemática, especificamente para os que atuam nos anos iniciais. Com este propósito, selecionamos proposições do Sistema de Ensino de Elkonin-Davydov para o conceito de número que correspondem às tarefas propostas pelas professoras pesquisadas e que foram realizadas no decorrer da observação das aulas.

Durante as entrevistas e observações das aulas evidenciou-se, nas ações das professoras que ensinam matemática no primeiro, no segundo e no terceiro ano, semelhanças em relação à abordagem do conteúdo vinculado ao conceito de número e à forma de organização das tarefas. Em função desta semelhança, selecionamos para análise as tarefas particulares elaboradas pelas professoras I, III e IV, por representarem a totalidade da realidade investigada.

As tarefas expressam diferentes momentos do ensino do conceito número, ou seja, elas expressam diferentes conteúdos vinculados a esse conceito, são eles: sequência numérica; situações-problema de adição e subtração e a tabuada. Para compreensão das tarefas propostas pelas professoras e as explicações realizada pelo sistema davidoniano, construímos um quadro síntese, que contém a organização do processo de ensino do conceito de número orientada

para a formação do pensamento empírico e para a formação do pensamento teórico. Ressalta-se que a intenção desse movimento não é apontar os erros e acertos apreendidos na realidade escolar, mas sim analisar como ocorre o trabalho com o conceito de número realizado pelas professoras dos três primeiros anos do Ensino Fundamental. Neste momento em específico a análise refere-se ao primeiro ano.

3.5.1 Sequência numérica

Durante as observações das aulas, a professora I explica que o objetivo da aula é que os estudantes realizem o processo de contagem e a escrita da sequência numérica. A professora nos informa que irá trabalhar a sequência dos números de 1 a 50. E afirma: “vou aos poucos aumentando até cem (isso tem que acontecer até o final do primeiro ano)” (Professora I). No momento da pesquisa, no mês de novembro, a professora pede às crianças para escreverem a sequência numérica a partir do zero até cinquenta. Utiliza o quadro-giz e passa o exercício “Escreva de zero a cinquenta” e explica às crianças o que deve ser feito para responder: “[...] é para escrever de um em um, não é para pular [...] é para vocês escreverem os números até o final da linha, sem deixar o espaço no final” (professora I, 2017).

Questionei a professora sobre a ênfase em falar para crianças escreverem até o final da linha. – Por que você fez várias vezes essa orientação? E a resposta foi: “As crianças já chegam aqui no primeiro ano com o hábito de escrever até nove na primeira linha, de dez a dezenove na segunda, e assim por diante” (Professora I, 2017).

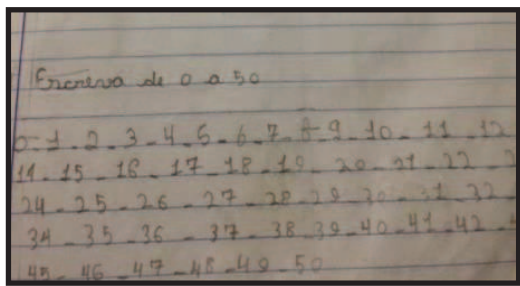

A tarefa supracitada é utilizada para o ensino do conceito de número no primeiro ano do ensino fundamental. As orientações foram dadas verbalmente e as crianças prontamente começaram a escrever os numerais sem questionamentos e, nos casos de dúvidas, a professora explicava verbalmente e colocava o numeral no quadro-giz e as crianças seguiam na realização da proposta. Na segunda aula observada, a professora levou uma tarefa xerocopiada para que as crianças completassem a sequência numérica, ou seja, a finalidade era a escrita dos numerais. Deste modo, mudou o exercício, mas o conteúdo era o mesmo, a sequência numérica.

Enfatiza-se que o objetivo, nesta seção, é apresentar a tarefa trabalhada pelas professoras no momento da realização da pesquisa de campo, para introdução do conceito de número, pois não é possível contemplar neste estudo todo o movimento que elas percorrem durante o ano letivo. Neste sentido, antes da observação das aulas, houve um diálogo (entre as professoras e a pesquisadora), no qual esclarecemos em relação à observação, ou seja, que

incidiria diretamente sobre as ações e tarefas organizadas para o ensino do conceito de número.

Destaca-se que o foco desse movimento não é apontar os erros e acertos apreendidos na realidade escolar, mas analisar como se dá a organização do processo de formação do conceito de número, por parte das professoras dos três primeiros anos do Ensino Fundamental, mas, delinear princípios didáticos norteadores de reflexão para se pensar na organização do processo de ensino e aprendizagem do conceito de número nos anos iniciais de escolarização. Assim, a seguir, tem-se a explicação acerca da tarefa proposta na realidade pesquisada e como ocorre na proposição davidoviana.

Quadro 4 - Ações e tarefas do primeiro ano da realidade pesquisada e a proposição davidoviana

Representação da tarefa → realidade pesquisada	Representação da tarefa → proposição davidoviana
 <p>Fonte: dados da pesquisa</p>	 <p>Fonte: elaboração nossa, conforme Rosa, 2012.</p>
<p>A tarefa e orientações → professora pesquisada</p>	<p>A tarefa e orientações → proposição davidoviana</p>
<p>Tarefa: Escreva de 0 a 50. Orientações: O estudante precisa escrever os “números” começando do zero até cinquenta, e não pode deixar espaço no final da linha do caderno. Em caso de dúvidas por parte dos estudantes a professora prontamente escreve o “número” no quadro-giz.</p>	<p>Tarefa: Tem três plantas de tamanhos diferentes que precisam ser regadas. Existe uma jarra grande com água e três de tamanho menor com volumes distintos. Orientações: O professor pergunta quantas vezes será possível regar as plantas? Após ouvir os estudantes e discutirem as possibilidades, chega se ao entendimento que é preciso usar os recipientes menores, pois se despejasse a água diretamente da jarra, poderia ficar alguma planta sem água ou uma com proporção maior... O professor inicia e coloca água nos três e leva até as plantas... Faz isso uma vez e depois propositalmente coloca água só em um recipiente e diz dois. O objetivo é que as crianças percebam que a medida está incompleta, Ou seja, medida integral são três.</p>
<p>A ação que o estudante deve realizar → na realidade pesquisada</p>	<p>A ação que o estudante deve realizar → na proposição davidoviana</p>
<p>Os estudantes observam atentamente a exposição da professora de como devem proceder no registro dos “números”, em seguida realizam a escrita no caderno e recitam a sequência numérica.</p>	<p>Os estudantes realizam a contagem de quantas vezes foi possível regar as três plantas, realizam a relação de parte e todo (volume da água da jarra) - uma grandeza contínua em relação a medida discreta (os três copinhos). Quantifica e identifica a sequência numérica no processo de medição.</p>

Fonte: Elaboração nossa de acordo com dados da pesquisa.

A sequência numérica³⁶ na proposição davidoviana é introduzida, gradativamente, por meio de sequências de palavras de parlendas, poemas, entre outros. “Esse processo de formação de medidas das grandezas, que se formam com as unidades de medidas irá permitir que a criança não tenha o objeto como referência da grandeza, mas realmente a unidade de medida” (SOUZA, 2013, p. 200).

Na tarefa davidoviana “o processo de formação da medição de grandezas com a ajuda da unidade de medida se adianta quando ela é composta” (ROSA, 2012, p. 52). Dessa forma, os estudantes compreendem que os recipientes, no caso da tarefa acima, é a unidade de medida, e não um objeto. Assim, para Rosa (2012):

O professor precisa assegurar que as crianças tenham o domínio do procedimento geral, da ação objetual de medição. Por isso, ao colocar o líquido em apenas um recipiente fala dois, mesmo sem completar integralmente a segunda unidade de medida. Tal procedimento não tem o propósito de confundir as crianças. Em vez disso, trata-se do controle de que – independente da composição operacional, que varia de acordo com as condições particulares da tarefa- a medição será realizada corretamente (ROSA, 2012, p. 153).

Entretanto, na realidade investigada, o objetivo da professora foi iniciar a recitação da sequência numérica e a identificação de quantidades com as crianças pela aprendizagem da escrita dos signos numéricos (numerais). Para a apropriação do conceito de número, não é suficiente aos estudantes memorizar a sequência numérica, escrever numerais. Nesse contexto, observamos que o modo de ensinar na realidade pesquisada leva os estudantes a apropriações, em que o número que se escreve por último na sequência e sempre maior que o anterior. Por exemplo, o número 8 é sempre menor que o número 9. Contudo, se ao ensinar o conceito de número a partir da compreensão de que o número surge na relação entre grandezas contínuas a apropriação se difere. Isso significa que o número 8 não é sempre menor que o número 9, por exemplo, 9 centímetros não é maior que 8 metros.

As tarefas para introdução do conceito de número pelo sistema Elkonin-Davidov podem até parecer que têm como centralidade a correspondência um a um. No entanto, “[...] a ideia se apresenta como um meio para a solução dos problemas produzidos pelos questionamentos ligados à forma, ao tamanho e a cor das grandezas” (HOBOLD, 2014, p. 137).

A tarefa inicial apresentada pela professora I diverge de Davydov. O autor admite como as primeiras tarefas aquelas que tratam das propriedades dos objetos e das figuras, que

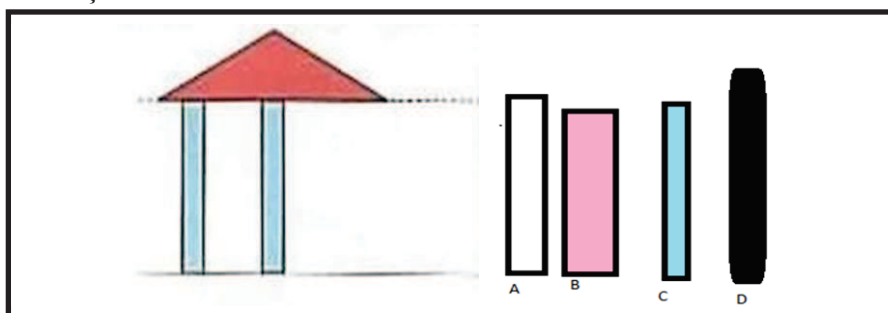
³⁶ A explicação consta no corpo da dissertação no capítulo II, as tarefas 10 e 11 que explicam as tarefas e os procedimentos de como é introduzido a sequência numérica na proposição davidoviana.

se realizam em média de 10 aulas. Conforme explicam Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008), as tarefas contemplam:

Trata-se de características dos objetos familiares as crianças – a cor e a forma (se bem que a palavra *forma* eles podem não saber). O importante aqui não é a capacidade formal de diferenciar (destacar) os objetos pela cor e pela forma (eles já sabem fazer isso em geral), mas o uso destas características para procurar (escolher) um objeto que satisfaz algum objetivo. Assim, o momento central desta parte (e outras) é desenvolvimento (formação) de ação investigadora das crianças, para a qual o uso das características é apenas o meio. Por isso que se valoriza muito aqui a elaboração das perguntas **pelos** crianças direcionadas ao professor em primeiro lugar, e depois relacionados a si mesmos, e ligados a uma estratégia de investigação racional (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008, p. 4, grifo dos autores).

Esses autores apresentam como tarefa introdutória um modelo de uma casa inacabada (falta uma coluna) e com umas colunas diferentes pela cor e pela forma. A atividade consiste em localizar a coluna que falta:

Ilustração 20 - Modelo de uma casa inacabada



Fonte: Adaptação nossa com base em Davýdov (1997).

A orientação para a tarefa é direcionada pelo diálogo entre professor e aos estudantes, discutindo as possibilidades e o porquê das colunas não servirem. Conforme mostram Gorbov, Mikulina e Savieliev (2008):

P: Um aluno meu acha que aqui cabe à coluna *b*. Ela é a mais bonita!
 C: Não, a forma dela é diferente.
 P: Então, a coluna *a*.
 C: Não, ela é de outra cor.
 P: Significa que uma coluna não cabe **por causa da forma**, e a outra – **por causa da cor**. E quanto à coluna *d*?
 C: Esta não cabe nem **pela forma**, nem **pela cor**. Somente a coluna *c* cabe tanto **pela forma** como **pela cor** (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008, p. 4, grifo dos autores).

Em fim, a sequência numérica apresentada por meio da sequência de palavras de parlendas, poemas, músicas e outros, apresenta vantagens em relação à proposição do ensino

tradicional, pois o estudante é capaz de reconhecer a unidade de medida como um elemento mediador e não apenas como um objeto.

3.5.2 Situações-problema

No segundo ano escolar, as professoras destacaram a importância de utilizar as tarefas e ações relacionadas com o cotidiano, principalmente por meio de situações-problema:

As ações que eu uso muito são: a leitura e a interpretação, é indispensável e, trabalho com os alunos voltados para a prática, assim a aprendizagem será mais significativa, *com probleminhas* [...] começo sempre ensinar o número por quantidade, com material concreto... uso palitinhos, material dourado, e depois o número relacionado a quantidade, isso se for no primeiro ano. Primeiro tem que *diferenciar* quantidades não acredito naquele ensino distante da realidade do aluno. (PROFESSORA IV, 2017, grifos nosso).

Os conteúdos nos dias das observações foram: adição e subtração de numerais em situações-problema. A professora conversa com as crianças e pede a colaboração delas no momento da formulação dos problemas e escolhe três crianças entre as dezoito que estavam presente na aula naquele dia, as crianças elaboram mentalmente o problema e falam o que pensaram para a professora registrar a situação no quadro-giz.

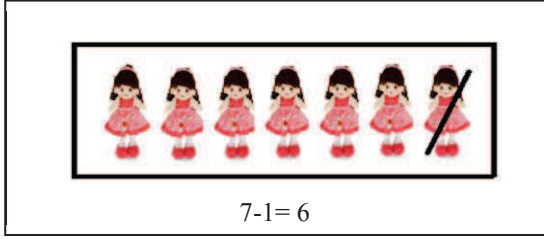
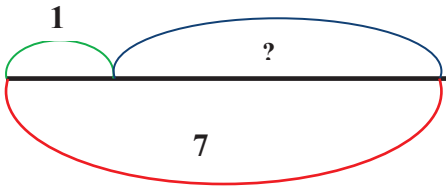
Na proposição davidoviana, a adição e a subtração são um conteúdo introduzido com acréscimo e decréscimo de unidades, representadas na reta numérica. Para Rosa (2012), as tarefas têm a finalidade de acentuar “o desenvolvimento do pensamento teórico com base na relação de desigualdade entre grandezas, mas com destaque para a diferença entre elas, isto é, o valor que caracteriza o grau de desigualdade” (ROSA, 2012, p. 188).

Na realidade pesquisada, a professora organizou o conteúdo por meio dos problemas: 1) Minha mamãe comprou seis bolas para mim e duas para a minha irmã. Quantas bolas mamãe comprou ao todo? 2) Ganhei oito balas do meu pai e três da minha mãe. Quantas balas eu ganhei? 3) Mariana tinha sete bonecas e uma estragou. Com quantas bonecas Mariana ficou?

Na elaboração das situações-problema, às vezes, a professora interferia com sugestão de palavras para adequar as concordâncias e, em seguida, registrava os problemas no quadro para que todas as crianças da turma copiassem e respondessem individualmente em seus cadernos. Durante a fala das crianças que formulavam os problemas, a maioria dos outros estudantes já ia resolvendo a situação sem dificuldades, uns contavam nos dedos, outros faziam risquinhos no cantinho do caderno e logo já falavam bem eufóricos a resposta.

Davydov reconhece que o problema carrega consigo princípios semelhantes às tarefas de estudo, pois ambos são capazes de estimular “o pensamento dos escolares no sentido de explicar o que é ainda desconhecido, a assimilar novos conceitos e procedimentos de ação” (DAVYDOV 1988, p. 173).

Quadro 5 - Ações e tarefas do segundo ano da realidade pesquisada e a proposição davidoviana

Representação da tarefa → realidade pesquisada	Representação da tarefa → proposição davidoviana				
 <p style="text-align: center;">$7-1=6$</p>					
Tarefa e orientações → professora pesquisada	Tarefa e orientações → proposição davidoviana				
<p>Tarefa: Situação-problema: *Mariana tinha sete bonecas e uma estragou. Com quantas bonecas Mariana ficou?</p> <p>Orientação da professora aos problemas foi em torno da operação aritmética a ser realizada. A professora pediu para as crianças recordarem dos dois tipos de cálculos que aprenderam e descobrissem qual o correto. Mostrou que tem o lugar de colocar o cálculo e o lugar da resposta.</p> <table border="1" data-bbox="256 1249 788 1413" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%;">Cálculo</td> <td style="width: 50%;">Resposta</td> </tr> <tr> <td style="height: 40px;"></td> <td></td> </tr> </table> <p>Em relação ao problema chamou-nos atenção à pergunta de uma criança, “a palavra estragou” é a mesma coisa que perdeu? A professora orientou que sim e, que deveria fazer a subtração. Neste momento a orientação para a operação formal prevaleceu e a criança executou o cálculo sem novos questionamentos.</p>	Cálculo	Resposta			<p>No manual elaborado por (GORBOV, MIKULINA e SAVIELIEV, 2008, p. 4) existe uma situação semelhante a primeira problematização proposta pela professora pesquisada.</p> <p>Tarefa: O professor explica que têm que decidir que operação com os números tem que fazer para resolver o problema. O professor lê o problema e as crianças sugerem seus métodos de registro do enunciado. Pode ser que isso seja um desenho. O professor concorda, mas disse que provavelmente isso tomará muito tempo. Alguém pode sugerir anotar no quadro somente os números. O professor sugere usar um esquema. O professor novamente e pausadamente lê o enunciado, e as crianças ao longo da leitura são orientados para fazerem segmentos (nos cadernos e no quadro) no lugar dos objetos reais.</p> <p>Os segmentos em forma de esquema (conforme a ilustração acima), desde modo, mesmo ligado ao caráter visual, tem um conteúdo específico que reflete as relações internas do objeto.</p>
Cálculo	Resposta				
A ação que o estudante deve realizar → na realidade pesquisada	A ação que o estudante deve realizar → na proposição davidoviana				
<p>Três crianças ajudaram a criar as situações problema. E todas copiaram individualmente e fizeram representações dos objetos reais. E algumas crianças pediram para trocar no problema os objetos, pois não conseguiam desenhar aqueles pedidos inicialmente no problema. Eles entendem que é importante a “representação real” dos objetos, o que reflete as propriedades externamente observáveis do problema; ação que representa segundo Davidov (1982) um risco para formação de conceitos genuinamente matemáticos.</p>	<p>Discussão para elaborar a síntese. E parte se do entendimento que o valor desconhecido é uma parte do todo e para descobrir é necessário subtrair do todo a parte que é conhecida.</p>				

Fonte: Dados da pesquisa, elaboração nossa.

Para Rosa (2012), neste tipo de problema quando resolvido teoricamente, a representação por meio de esquema reflete as relações internas e não as propriedades externamente observáveis do problema. E explica:

No esquema davidoviano para resolução de problemas de adição e subtração, a análise é mediada pela objetivização da situação, idealizada ou desenhada, mas no plano teórico. Não há uma representação direta, está é mediada pelo esquema, que reflete as relações essenciais e suficientes para que o problema seja resolvido. Trata-se de uma expressão concreta, em imagem, das relações essenciais, mas que são captadas de forma elementar e primariamente sensorial (ROSA, 2012, p. 221).

As “situações-problema” criadas pelos estudantes estão diretamente ligadas ao cotidiano. Eles variaram os objetos, mas todos estão associados aos brinquedos, à comida, aos objetos escolares e outros do dia a dia. Quando as crianças questionaram a professora se poderia mudar o objeto do problema, alegando não conseguirem desenhar, isso mostra o quanto o ensino está atrelado às “Representações das características objeto” como forma de procedimento geral para verificar a compreensão do conteúdo, ou seja, aos significados dos objetos e não do conceito. Para Davydov (1987), este ensino apresenta como conteúdo, primeiro, os conhecimentos apresentados em forma de abstrações verbais e, segundo, a cada abstração verbal, uma correlação com uma imagem sensorial.

Desse modo, isso indica o princípio do “caráter sucessivo”, característico do ensino tradicional. Neste tipo de ensino, existe a preocupação em estabelecer a relação dos conceitos a serem aprendidos, em situação escolar, com aqueles que a criança aprendeu fora da escola. “O princípio do caráter sucessivo ancora no fato real: na estruturação das disciplinas da escola primária, conserva-se o elo com os conhecimentos cotidianos e correntes que a criança recebe antes de entrar na escola” (DAVYDOV, 1987, p. 214).

No caso da tarefa representada na proposição davidoviana por meio do segmento de reta e arcos, a representação é mediada pela representação geométrica, ou seja, independente do objeto (boneca, bola, carrinhos...) a representação segue uma maneira geral para representar o particular. Nesta lógica, a criança não fica “presa” na representação dos objetos, mas se volta à representação matemática e compreende a relação todo e parte no esquema, podendo determinar uma das partes desconhecidas pela operação de subtração.

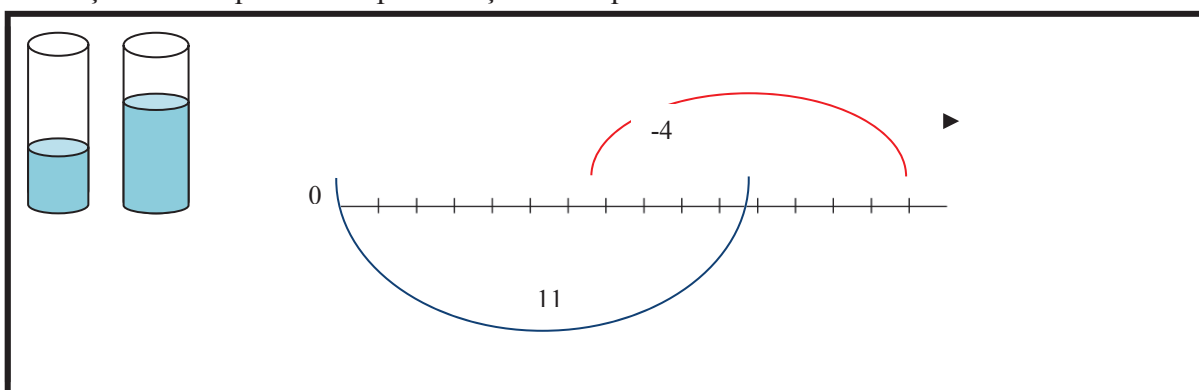
Em relação aos problemas-textos, como é chamado na proposição davidoviana, eles são utilizados também para aplicações em diferentes situações do dia a dia. Contudo, o modo como são introduzidos e o procedimento para resolução parte do geral, ou seja, é preciso realizar o estudo do “significado numérico das grandezas na relação todo-partes”, realizando operações na reta numérica em que os estudantes podem concluir que são operações distintas

que se usa para encontrar o significado do todo e da parte (ROSA, 2012, p. 207). Essa autora manifesta que é preciso levar os estudantes a desenvolver o pensamento de modo que não apenas classifique-os como perguntas: é de mais ou é de menos? O que se faz necessário é desenvolver junto a eles o modo geral de análise das condições do problema, da produção do esquema e da forma de resolução, de modo a ter conhecimento das interconexões da relação todo-partes.

O problema trabalhado pela professora consistiu em determinar a parte (número de bonecas que restou do todo), cujo procedimento de busca da parte deve ser realizado a partir do todo. Para Rosa (2012, p. 215), este movimento é uma forma de “aprofundamento do desenvolvimento do pensamento conceitual de número com teor operativo de parte, a partir do todo”. A autora exemplifica com um problema proposto por Gorbov, Mikulina e Savieliev, (2008):

Sobre a mesa estão dois recipientes com líquido e, no quadro, o esquema com os arcos na reta em que fica explícito a existência de 4 medidas de líquido no primeiro recipiente e nos dois juntos tem 11 medidas. As crianças já sabem que o líquido do segundo recipiente pode ser medido. Porém, compete-lhes que determinem o volume sem tocar no líquido, mas com procedimentos com os números na reta numérica. O professor esclarece sobre a necessidade de saber o tipo de número: o todo ou a parte. Conclui-se que o número desconhecido é obrigatoriamente menor que o 11, em 4 unidades, portanto é uma das partes. [...] Comprova-se o resultado obtido com a ajuda da reta numérica por meio de medição do líquido. O professor lembra que a operação para determinar o número menor chama-se subtração: $11 - 4 = 7$ (GORBOV; MIKULINA; SAVIELIEV, 2008 apud ROSA, 2012, p. 216).

Ilustração 21 - Líquido e a representação no esquema com arcos na reta



Durante a resolução da tarefa (operação de subtração) o movimento e o resultado da subtração conforme (Ilustração 21) é expresso na reta numérica. Sendo esta introduzida para os estudantes por meio da terceira ação de estudo, que consiste na experimentação do modelo. Nele a adição e a subtração são introduzidas no movimento realizado na reta com sentido determinado para frente ou para trás, e posteriormente elevadas ao plano mental. O uso da reta

para a realização das operações apresenta aos estudantes que são distintas as operações para encontrar o significado do todo e da parte, ou seja, da adição e da subtração.

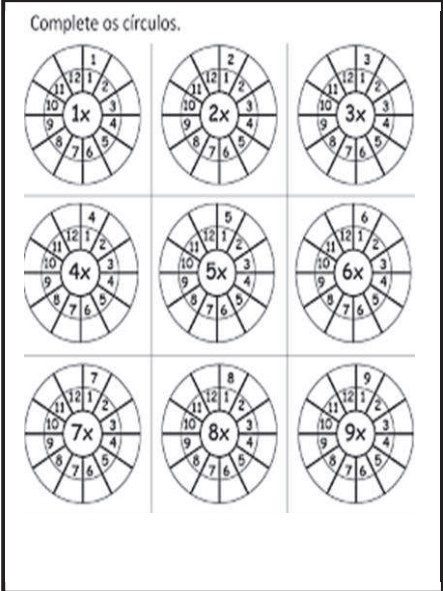
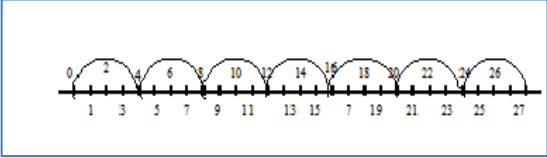
As operações de adição e subtração, realizadas na reta numérica, possibilitam identificar o todo como um valor composto de partes (valores menores). Neste processo, o estudante compreende “[...] as conexões múltiplas, entre partes-todo, que possibilitam a resolução de problemas e sintetizam-nas em um modelo geral para a resolução de problemas que envolvam as operações de adição e subtração” (ROSA, 2012, p. 207).

3.5.3 Multiplicação: a tabuada

Segundo as professoras VII e VIII, no terceiro ano os conteúdos vinculados ao conceito de número trabalhados neste ano são: composição e decomposição, estudo do sistema monetário, cálculo envolvendo as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e a tabuada. A professora III diz que é importante ensinar a tabuada para que o estudante aprenda o conceito de número: “[...] para mim o mais importante é realizar ações que envolvem os números com a tabuada” (Professora III, 2017).

Durante a observação da aula da professora VII, ela apresentou uma tarefa que seria realizada pelos estudantes com o objetivo de “aprender a tabuada de multiplicação”. Entregou a folha xerocopiada com várias multiplicações. Para a realização da tarefa, era preciso completar os espaços vazios da figura com o resultado da multiplicação (Ilustração da tarefa no Quadro7). Os valores no multiplicador e multiplicando são de um (1) em um, de dois (2) em dois, três (3) em três e nove (9) em nove. Na tarefa, no centro do círculo está o multiplicando. Apesar da aparência da tarefa ser diferente das tabelas “convencionais” de linha e coluna, ela caracteriza uma representação geral, de uma tabela de multiplicar que é reconhecida pelos estudantes, por tabuada.

Quadro 6 - Ações e tarefas do terceiro ano da realidade pesquisada e a proposição davidoviana

Representação da tarefa → realidade pesquisada	Representação da tarefa → proposição davidoviana																																																								
<p>Complete os círculos.</p>  <p>Fonte: Pesquisa campo</p>	 <table border="1" data-bbox="890 555 1302 1048"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>z</th> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>4 x 0</td><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>4 x 1</td><td></td><td>4</td></tr> <tr><td>2</td><td>4 x 2</td><td></td><td>8</td></tr> <tr><td>3</td><td>4 x 3</td><td></td><td>12</td></tr> <tr><td>4</td><td>4 x 4</td><td></td><td>16</td></tr> <tr><td>5</td><td>4 x 5</td><td></td><td>20</td></tr> <tr><td>6</td><td>4 x 6</td><td></td><td>24</td></tr> <tr><td>7</td><td>4 x 7</td><td></td><td>28</td></tr> <tr><td>8</td><td>4 x 8</td><td></td><td>32</td></tr> <tr><td>9</td><td>4 x 9</td><td></td><td>36</td></tr> <tr><td>10</td><td>4 x 10</td><td></td><td>40</td></tr> <tr><td>...</td><td>...</td><td></td><td>...</td></tr> <tr><td>x</td><td>4.</td><td></td><td>y</td></tr> </tbody> </table> <p>Fonte: Galdino (2016, p. 82)</p> <p>Segundo Galdino (2016, p. 79) A sugestão davidoviana é que se inicie o processo de ensino e aprendizagem das operações básicas no contexto da reta numérica (ROSA, 2012; CRESTANI, 2013; ALVES, 2013; MATOS, 2013; HOBOLD, 2014; SILVEIRA, 2015).</p>	x	z	x	y	0	4 x 0		0	1	4 x 1		4	2	4 x 2		8	3	4 x 3		12	4	4 x 4		16	5	4 x 5		20	6	4 x 6		24	7	4 x 7		28	8	4 x 8		32	9	4 x 9		36	10	4 x 10		40	x	4.		y
x	z	x	y																																																						
0	4 x 0		0																																																						
1	4 x 1		4																																																						
2	4 x 2		8																																																						
3	4 x 3		12																																																						
4	4 x 4		16																																																						
5	4 x 5		20																																																						
6	4 x 6		24																																																						
7	4 x 7		28																																																						
8	4 x 8		32																																																						
9	4 x 9		36																																																						
10	4 x 10		40																																																						
...																																																						
x	4.		y																																																						
<p>A tarefa e orientações → professora pesquisada</p>	<p>A tarefa e orientações → proposição davidoviana</p>																																																								
<p>Tarefa: A tarefa xerocopiada é entregue as crianças e são orientadas a contar de um em um, de dois em dois e, assim sucessivamente conforme o multiplicando indicar. A professora disponibiliza de materiais concretos para uso das crianças (um kit com vários objetos, tampinhas, material dourado, fichas coloridas, dentre outros).</p> <p>Explica que para encontrar a resposta basta “contar” o numeral do círculo intermediário a quantidade de vezes que está indicado pelo numeral no círculo central.</p>	<p>Utiliza-se a explicação de Galdino (2016) para apresentar “a tabuada”. No caso a explicação refere-se ao multiplicando 4.</p> <p>Tarefa: A orientação é que existe um valor da unidade de medida intermediária, representada inicialmente por z, é a constante (quatro). A quantidade de vezes que a constante se repete é a variável independente (x). A variável y, por sua vez, depende dos valores atribuídos a x, portanto, variável dependente. A sequência que resultou da lei $4 \cdot x = y$ também é conhecida, na Matemática básica, de tabuada. E que na operação $4 \times 0 = 0$, ao tomarmos o número zero como multiplicador, o resultado, será sempre zero. Isto porque, a unidade de medida intermediária não se repete nenhuma vez, ou seja, não há formação de nenhum agrupamento (GALDINO, 2016, p.82).</p>																																																								
<p>A ação que o estudante deve realizar → na realidade pesquisada</p>	<p>A ação que o estudante deve realizar → na proposição davidoviana</p>																																																								
<p>Ações: Os estudantes compreendem a relação do multiplicando e multiplicador e realizam por vezes mentalmente (os valores menores) e com auxílio de objetos manipuláveis e riquinhos no caderno, em caso de valores maiores.</p> <p>Identificam o multiplicando como um valor fixo e alguns estudantes relacionam e abstraem que a forma de organização dos numerais (dentro dos círculos) representa a tabuada (que já estudaram na tabela linha x coluna), ou seja, identificam a tabuada.</p>	<p>Ações: O estudante realiza a construção da reta numérica e de modo a compreender que qualquer número inteiro terá seu lugar na tabuada, que ela não se limita no número 10. Pode-ser que a relação particular $4 \cdot x = y$ liberta para atribuímos qualquer valor à x. Por exemplo, para $x = 15$. Galdino (2016)</p> <p>Neste sentido, o multiplicando poderá assumir valores além dos que são expressos nas tabelas convencionais tradicionais da tabuada.</p>																																																								

Fonte: Elaboração nossa, conforme dados da pesquisa.

Para Hobold (2014, p.83) “o conceito de multiplicação faz parte do sistema conceitual no qual o número é introduzido em Davidov”. O conceito de número na reta numérica é abordado na forma literal. Trata-se de uma preparação para o conceito de multiplicação que será estudado no segundo ano escolar. E conforme visto com Galdino (2016) “a tabuada” no segundo ano não é trabalhada apenas na relação aritmética dos numerais, mas envolve a relação algébrica e geométrica.

Estudar o sistema conceitual que constituirá a tabuada se insere na proposta de Davýdov no primeiro ano escolar, incidindo nas relações de multiplicidade entre grandezas. Esse movimento faz parte do movimento conceitual do número, visto que esse conceito no primeiro ano é apresentado pelo sistema Elkonin-Davýdov a partir das relações de multiplicidade e divisibilidade entre grandezas (ROSA, 2012).

Diante da complexidade do sistema conceitual da tabuada, não é nosso intento perpassar todo o movimento proposto por Davýdov. Contudo, para aqueles que buscam o movimento completo do sistema conceitual da tabuada, no sistema Elkonin- Davýdov sugere-se a pesquisa de Hobold (2014).

Por fim, entende-se, ao estudar o manual para professores e o livro didático para o primeiro ano na proposição davidoviana, que os conceitos não são apresentados de forma desconectada uns dos outros. Isso porque, mesmo existindo uma organização dos conteúdos por ano, assim como no Brasil, os conceitos estão imersos numa rede conceitual, formando um sistema no qual um conceito contribui para a compreensão do outro. Neste sentido, Vigotski (2010) destaca a importância da sistematicidade dos conceitos científicos para tornar os estudantes conscientizados. Para Vigotski:

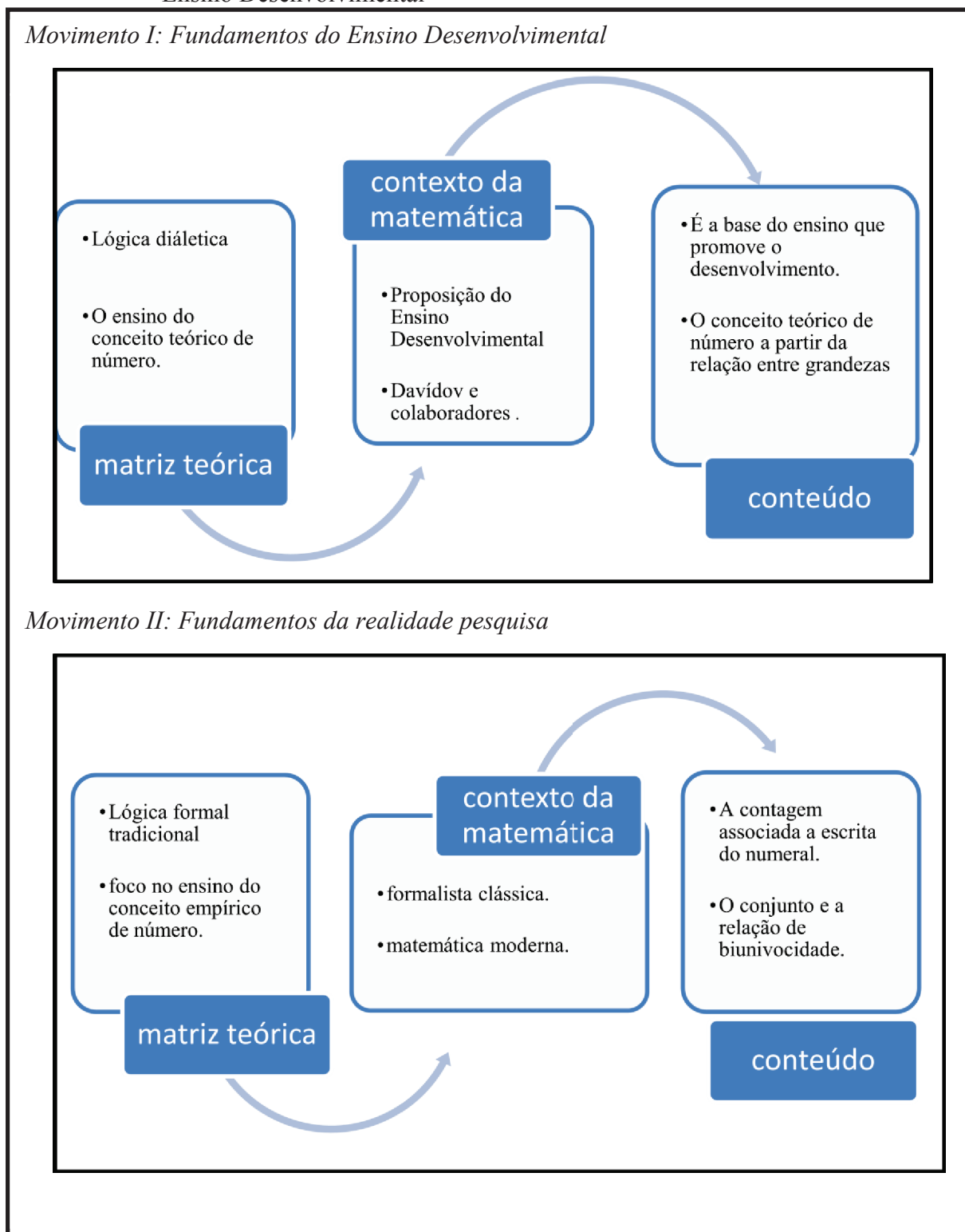
[...] a tomada de consciência dos conceitos se realiza através da formação de um sistema de conceitos, baseado em determinadas relações de generalidade, e que tal tomada de consciência dos conceitos os torna arbitrários. E, é por própria natureza que os conceitos científicos subentendem um sistema. Os conceitos científicos são os portões através dos quais a tomada de consciência penetra no reino dos conceitos infantis (VIGOTSKI, 2010, p. 295).

Conclui-se que é imprescindível organizar o processo de ensino pelos conceitos científicos, colocando no centro da questão o sistema conceitual e, deste modo, contribuir com o desenvolvimento integral dos estudantes, pelo domínio do conceito teórico dos objetos. No caso o conceito de número, a organização do processo de ensino, na proposta de Davýdov, perpassa o movimento do geral para o particular, no qual as crianças são orientadas por um sistema de tarefas particulares para o primeiro ano. Essas tarefas promovem o

desenvolvimento da ação investigativa, sob a direção do professor e são elaboradas em torno das propriedades dos objetos e figuras, grandezas, operações com grandezas, introdução do número, reta numérica, comparação de numerais, adição e subtração de numerais, todo-partes e problemas-textos.

Nesse sentido, propiciar os meios para apropriação nos anos iniciais do conceito teórico de número, é oportunizar aos estudantes a possibilidade de desenvolverem as funções superiores que se formam na idade escolar. Isso porque “[...] a idade escolar é o período optimal de aprendizagem” (VIGOTSKI, 2010, p. 337). Para Davidov nas diversas etapas do ensino deve existir uma organização qualitativa, isso significa superar os princípios da escola tradicional, por princípios de caráter científico, ou seja, “formação das crianças já desde os primeiros anos, nas bases do pensamento teórico, que está no fundamento da atitude criativa do homem em relação à realidade” (DAVIDOV, 1987, p. 218). Por fim, construímos um quadro com as características apreendidas na realidade pesquisada pela ótica da Teoria do Ensino Desenvolvimental.

Ilustração 22 - Características da realidade pesquisada suscitadas por meio da Teoria do Ensino Desenvolvidor



Fonte: Elaboração nossa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo geral deste estudo foi compreender as peculiaridades da organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais, a fim de contribuir com os professores no desenvolvimento do seu trabalho. Os pressupostos da Teoria histórico-cultural e da Teoria do ensino desenvolvimental foram importantes na condução da pesquisa, particularmente para a compreensão de que a organização do ensino requer do professor conhecimento teórico-metodológico do conteúdo de ensino, para planejar o processo de ensino que objetiva promover o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes por meio dos conceitos científicos.

Nesse sentido, o estudo do referencial teórico e dos autores do campo da educação e da educação matemática que investigam o ensino voltado para a formação de conceitos possibilitou ampliação do conhecimento sobre a relevância da atuação do professor na organização do ensino e na possibilidade de caminhos para superação das dificuldades que os professores têm em seu trabalho, especialmente aquelas relacionadas à formação de conceitos.

A pesquisa bibliográfica, realizada no período de 2010 a 2016 com foco na organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais, revelou que os estudos fundamentados na teoria histórico-cultural, particularmente na teoria do ensino desenvolvimental, ainda não estão presentes na formação acadêmica e prática dos professores brasileiros e acessar este conhecimento possibilita modificar o quadro que se apresentou na revisão de literatura, ou seja, a ineficiência do ensino da matemática nos anos iniciais. Esse ensino, no momento atual, está voltado para a orientação das crianças por meio de aulas expositivas, de exercícios repetitivos e mecânicos propostos nos livros didáticos brasileiros.

Em relação ao conceito de número, com a revisão de literatura encontramos as pesquisas de Rosa (2012), Souza (2013) e Moya (2015). Estas mostraram que o conceito de número na proposição davidoviana é dado na relação entre grandezas, sejam elas discretas ou contínuas. As autoras mostraram que as orientações apresentadas nos livros didáticos brasileiros, para o ensino da matemática nos anos iniciais, aproximam-se do tipo de ensino chamado por Davydov de tradicional, cuja abordagem do conceito caracteriza-se apenas pela quantidade de objetos discretos, dados diretamente no limite dos números naturais em sua significação aritmética.

Resultado semelhante a este foi encontrado na pesquisa de campo realizada em duas escolas, quando buscamos compreender: que entendimento expressa o professor que ensina matemática nos anos iniciais sobre o conceito de número? Há, na organização do ensino do

conceito de número uma recorrência a metodologia de ensino próxima dos pressupostos da lógica formal tradicional? Será que os professores ensinam empiricamente? Qual a relação entre a organização, o ensino do conceito de número e o desenvolvimento do pensamento dos estudantes? Quais as tarefas organizadas para ensinar o conceito de número? Para empreender a investigação, utilizamo-nos do referencial teórico da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental.

Nossos achados de pesquisa identificaram que esse ainda é um conceito tratado como menor pelos professores, o que reforça os nossos motivos na escolha pelo estudo do conceito de número e nos mobiliza a continuar a investigação em torno deste conceito, pois, conforme afirma Davidov, “[...] o conceito de número é um dos conceitos fundamentais de todo o curso da matemática escolar” (DAVIDOV, 1988, p. 177). É importante destacar que este conceito é introduzido no primeiro ano escolar e desenvolvido durante todo o curso da escola básica, o que corresponde ao Ensino Fundamental no Brasil.

A compreensão do objeto foi possibilitada pelo método adotado na pesquisa, via instrumentos de entrevistas com as professoras e observações das aulas de matemática. A análise dos dados ocorreu subsidiada pelas categorias de conteúdo: o conceito de número pelas professoras; a organização do ensino do conceito de número pelas professoras dos anos iniciais; as tarefas propostas pelas professoras e a explicação na proposição davidoviana.

No que diz respeito ao conceito de número pelas professoras, a análise revelou que este é formado em correspondência com o processo de formação do pensamento empírico, ou seja, em um movimento que parte da identificação do aspecto sensorial do objeto para chegar a sua percepção abstrata, por um processo de generalização empírica que compõe o produto das representações e dos conceitos. Elas trabalham esse conceito por meio de uma abordagem a partir da associação entre o numeral e a quantidade, que priorizam os números naturais e a forma aritmética de lidar com este.

Com relação à organização do processo de ensino, evidenciou-se a vinculação das falas com uma concepção tradicional de educação, que concebe o método de ensino como um conjunto padronizado de procedimentos destinados a transmitir todo e qualquer conhecimento universal e sistematizado. Nas aulas observadas, verificou-se que a forma pela qual se ensina com o uso de materiais concretos (palitinhos, fichas, tampinhas) restringe a atividade cognitiva apreendida diretamente da relação entre os objetos e captada sensorialmente por procedimento particular e isolado. Desse modo, os estudantes vivenciam experiências, em relação à apropriação do conceito número, similares às aquelas que lhes foram oportunizadas na prática cotidiana antes de ingressar na escola.

E quanto às tarefas, identificamos que elas são voltadas para a escrita dos numerais, para a contagem de objetos, a memorização da sequência numérica, a criação de situações-problemas e o ensino da tabuada. Observamos que o modo de ensinar leva os estudantes a apropriações, em que o número que se escreve por último na sequência é sempre maior que o anterior. As “situações-problema” criadas pelos estudantes estão diretamente ligadas ao cotidiano. Eles variaram os objetos, mas todos estão associados aos brinquedos, à comida, aos objetos escolares e a outros itens do dia a dia. Para Davydov (1987), este ensino apresenta como conteúdo: primeiro conhecimentos apresentados em forma de abstrações verbais e segundo a cada abstração verbal, uma correlação com uma imagem sensorial.

Identificamos, durante a pesquisa de campo, indícios de várias tendências pedagógicas na organização e nas ações das docentes, fato que é explicado por Fiorentini (1995) quando diz que, geralmente, os professores apresentam características de mais de uma tendência pedagógica. Compreendemos que, mesmo com métodos de ensino e aprendizagem oscilando em algumas tendências pedagógicas (utilitarista, tradicional), ainda assim o conhecimento proposto nas tarefas e expresso na organização das ações e tarefas é condizente com o conhecimento empírico.

Para Davydov (1987), os conhecimentos empíricos se elaboram no processo de comparação dos objetos e das representações sobre eles, que permite separar as propriedades iguais, comuns e a concretização consiste em selecionar ilustrações, exemplos, que se encaixam na correspondente classe dos objetos, apoiando-se sempre nas observações; assim, eles refletem nas representações as propriedades externas dos objetos. Compreendemos que esse tipo de abordagem limita o desenvolvimento dos estudantes, trazendo dificuldades para que eles encontrem o que é essencial de um objeto ou fenômeno, sendo ele suficiente somente em casos em que o conhecimento das propriedades externas possibilite a resolução de problemas práticos (CEDRO; ROSA; MORAES, 2010).

Pelas observações e entrevistas, verificamos que a forma de organização realizada pelos professores encontra-se mediada principalmente pelo curso de formação continuada PNAIC, ofertada pelo Governo Federal. Podemos ver a ênfase sobre as questões cotidianas e vinculadas o uso do material concreto e jogos. Nas falas das professoras está bem explícito o objetivo de vincular o ensino aos materiais concretos como forma de facilitar a aprendizagem por parte dos estudantes. Outro momento em que isso também se apresenta é nos documentos (PPP e planejamento anual) que subsidiam o ensino escolar, conforme mostra um trecho retirado do plano anual da escola E “[...] as aulas serão aplicadas de forma). divertida e

significativa, com aulas expositivas, dialogadas e com registros, com uso de palitos de picolé, tampinhas, Q.V.L., jogos variados” (PLANEJAMENTO ANUAL ESCOLA E, 2017).

Por fim, retomamos algo suscitado por nós inicialmente, quando pensamos que o esclarecimento da questão pesquisada estaria relacionado aos métodos de ensino. Portanto, diante da apreensão e análise da realidade da pesquisa, concordamos com Libâneo (2011) quando diz: “o modo de lidar pedagogicamente com algo, depende do modo de lidar epistemologicamente com algo” (LIBÂNEO, 2011, p. 95), ou seja, se o conteúdo do conceito de número que as professoras têm é empírico, os métodos e procedimentos para organizarem o ensino também o são.

Assim, ao analisar as peculiaridades da organização do processo de ensino do conceito, verificamos que o conceito de número é organizado a partir do conhecimento empírico, por meio de quantidades discretas de objetos dados diretamente pelos sentidos, o que não condiz com o tipo de conceito que precisa ser desenvolvido na educação escolar (DAVÍDOV, 1988). O conceito de número ainda não é compreendido pelas professoras como um conceito fundamental para todo o curso da matemática escolar. Apesar do esforço didático pedagógico das professoras em relação ao enfrentamento da diversidade das condições de trabalho e de formação (graduação com baixo conhecimento específico, falta de momentos para planejamentos coletivos, problemas sociais e culturais das famílias/crianças, dentre outros), ainda assim, o ensino permanece voltado para o conhecimento empírico do conceito, o que cerceia as possibilidades de desenvolvimento integral dos estudantes.

Ao findar a pesquisa, os motivos para outras pesquisas se renovam. As necessidades iniciais foram supridas, mas suscitaram em nós inúmeras outras, ou seja, a compreensão do modo como os professores dos anos iniciais organizam o ensino do conceito de número fica expresso no contexto dessa dissertação. Entretanto, ao mesmo tempo, vemos apontados detalhes em relação ao trabalho das professoras que são merecedores de investigações e busca de soluções, dentre eles: uma carga horária que não disponibiliza tempo para a pesquisa e estudos no espaço escolar e a formação científica fragmentada ofertada pelos cursos de graduação, o que indica uma real necessidade de contínua formação científica por parte dos professores.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. de C. **O nascimento da matemática**. A neurofisiologia e a pré-história da matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da física, 2013.
- ARAÚJO, E. S.; MORAES, S. P. G. de. Dos princípios da pesquisa em educação como atividade. In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017, p. 47-70.
- AQUINO, O. F. A.; CUNHA, N. M. da. Concepção didática da tarefa de estudo: dois modelos de aplicação. In: BARVOSA, V. M.; MILLER, S.; MELLO, S. A. (Orgs.) **Teoria Histórico-Cultural: questões fundamentais para a educação escolar**. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2016, p. 175-201.
- BERNARDES, M. E. M. Pedagogia e mediação pedagógica. In: LIBÂNEO, J. C; ALVES, N. **Temas de pedagogia: diálogos entre didática e currículo**. São Paulo: Cortez, 2012a.
- _____. **Mediações simbólicas na atividade pedagógica: contribuições da teoria histórico-cultural para o ensino e aprendizagem**. Curitiba: CRV, 2012b.
- BRASIL, Secretaria de Educação Básica. Diretoria de apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: apresentação**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2014.
- BOHM, D. **A totalidade e a ordem implicada**. 12. ed. São Paulo: Cultrix, 1980.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgar Blucher, 1996.
- BROLEZZI, A. C. **A tensão entre o discreto e o contínuo na história da matemática e no ensino da matemática**. 1996. 95fl. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1996.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Portugal: Gradiva Edições, 1978.
- CANEZIN, M. T. O lógico e o histórico no método dialético. In: CANEZIN, M. T. **Introdução à teoria e ao método em ciências sociais**. Goiânia: Ed. UCG, 2006.
- CEDRO, W. L.; MORAES, S. P. G.; ROSA, J. E. A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática. **Revista Ciência e educação**, Bauru, v. 16, n. 2, 2010.
- CEDRO, W. L.; NASCIMENTO, C. P. Dos métodos e das metodologias em pesquisa educacionais na teoria histórico-cultural. In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017, p. 13-46.
- CUNHA, M. R. K. da. **Estudo das elaborações dos professores sobre conceito de medida em atividades de ensino**. 2008. 135fl. Tese (Doutorado em educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 2008.
- DAMAZIO, A; ROSA, J. E. da; EUZÉBIO, J. da S. O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 14, n. 1, p. 209-231, 2012.

DAVYDOV, V. V. (Ed.). **Tipos de generalización em la enseñanza**. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVIDOV, V. V. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: SHUARE, M. **La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS**. Moscú: Progreso, 1987, p. 143-155.

DAVIDOV, V. **La Enseñanza Escolar y el Desarrollo Psíquico**: investigación psicológica teórica y experimental. Tradução de Marta Shuare. Moscu: Progreso, 1988.

DAVIDOV, V.V. **Matemática, 1ª série**. Livro didático e de exercícios para os estudantes da primeira série. Moscou: MIROS, Argus, 1997.

DAVIDOV, V. Análise dos princípios didáticos da escola tradicional e dos possíveis princípios do ensino em um futuro próximo. 1987. Trad. Josélia Euzébio Rosa e Ademir Damazio. In: **Ensino desenvolvimental Ontologia**. Livro1. UFU, 2017, p. 211-222.

DECLARAÇÃO MUNDIAL SOBRE EDUCAÇÃO PARA TODOS. **Satisfação das necessidades básicas de aprendizagem** Jomtiem, 1990. UNESCO, 1998.

ELKONIN, D. B. Sobre o problema da periodização do desenvolvimento psíquico na infância. 1971. Trad. Roberto Valdés Puentes. In: **Ensino Desenvolvimental Ontologia**. Livro 1. UFU, 2017, p. 149-172.

EVES, H. **Introdução à historia da matemática**. Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Unicamp, 2007.

FERREIRA, V. A. **A formação de conceitos matemáticos nos anos iniciais**: como professores pensam e atuam com conceitos. 2013. 156f. Tese (Doutorado) - Departamento de Educação, Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2013.

FREITAS, R. A. M. M. Aprendizagem e formação de conceitos na teoria de Vasili Davydov. In: LIBÂNEO, J. C.; SUANNO, M. V. R.; LIMONTA, S. V. (Orgs.). **Concepções e práticas de ensino num mundo em mudança**. Diferentes olhares para a didática. Goiânia: CEPED/PUC GO, 2011, p. 71-84.

_____. Organização do ensino na escola contemporânea - contribuições da teoria histórico-cultural. **RCE - Revista Científica de Educação**, Inhumas, v. 1, n. 1, p. 04-20, dez. 2016.

FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, v. 4, ano 3, 1995.

GALDINO, A. N. da S. **O conhecimento matemático de estudantes do 3º ano do ensino fundamental sobre o conceito de multiplicação**: um estudo com base na teoria histórico-cultural. 2016. 112fl. Dissertação (Mestrado em educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina - UNISUL, Tubarão, 2016.

GALPERIN, P. Sobre La investigación del desarrollo intelectual del niño. In: SHUARE, M. **La psicología evolutiva y pedagógica em la URSS**. Moscú: Editorial Progreso, 1987, p. 125-143.

GAMBOA, S. S. Quantidade-qualidade: para além de um dualismo técnico e de uma dicotomia epistemológica. In: GAMBOA, Silvio Sánchez; SANTOS FILHO, José Camilo dos (Orgs). **Pesquisa educacional: qualidade-quantidade**. São Paulo: Cortez, 2009, p. 84-110.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais**. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GORBOV, B. B. O. et al. **Matemática 1-Kjiacc**. Mockba: Mnpoc - Apryc, 1997.

HOBOLD, E. S. F. **Proposições para o ensino da tabuada com base nas lógicas formal e dialética**. 2014. 199fl. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina - UNISUL. Tubarão, 2014.

IFRAH, G. **Os números: a história de uma grande invenção**. 11. ed. São Paulo: Globo, 2005.

KAMII, C. **A criança e o número**. Implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação com escolares de 4 a 6 anos. 39. ed. São Paulo: Papyrus, 2013.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, v. 123, 1978. (Coleção Perspectivas do homem).

KUENZER, A. Z. Desafios teórico-metodológicos da relação trabalho-educação e o papel social da escola. In: FRIGOTTO, G. (Org.). **Educação e crise do trabalho: perspectivas de final de século**. Petrópolis: Vozes, 1998, p. 55-75.

LANNER DE MOURA, A. R. **A medida e a criança pré-escolar**. 1995. 221 fl. Tese. (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1995.

_____. Conhecimento matemático de professores polivalentes. **Revista de Educação**, PUC-Campinas, n. 18, p. 17-23, jun. de 2005.

LENOIR, Y. Do liberalismo ao neoliberalismo: quais são os impactos para fins educacionais e disciplinares? In: LENOIR, Y., ADIGÜZEL, O.; LIBANEO, J.C.; TUPIN, F. (Orgs.) **Os objetivos educacionais educacionais: um estudo crítico de abordagens teóricas, filosóficas e ideológicas**. Sant-Lambert: edições editoriais, 2016, p. 159-280.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte, 1978.

_____. **Actividad, consciência, personalidade**. Habana, Cuba: Pueblo y Educación, 1983.

_____. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKII, L.S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 14^a edição. São Paulo: Ícone/Editora da Universidade de São Paulo, 2016, p. 59-118.

LIBÂNIO, J. C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov. **Rev. Bras. Educ.**, Rio de Janeiro, n. 27, p. 5-24, Dec. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a01>. Acesso em: 27 mar. 2018.

LIBÂNEO, J. C. **Pedagogia e pedagogos para quê?** 8. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

_____. **Didática e práticas de ensino e a abordagem da diversidade sociocultural na escola.** Endipe. Fortaleza. 2014.

_____. O ensino da Didática, das metodologias específicas e dos conteúdos específicos do ensino fundamental nos currículos dos cursos de Pedagogia. **R. Bras. Est. Pedag.**, Brasília, v. 91, n. 229, p. 562-583, set./dez. 2010.

_____. Didática na formação de professores: entre a exigência democrática de formação cultural e científica e as demandas das práticas socioculturais. In: SANTOS, A.; SUANNO, M. V. (Orgs.). **Didática e formação de professores: perspectiva autopoietica.** São Paulo: Alínea. 2013.

_____. A teoria do ensino para o desenvolvimento humano e o planejamento de ensino. **Revista educativa**, Goiânia, v. 19, n. 2, p. 353-387, maio/ago. 2016.

_____. Didática e o Trabalho Docente: a mediação didática do professor nas aulas. In: LIBÂNEO, J. C.; SUANNO, M. V. R.; LIMONTA, S. V. (Orgs.). **Concepções e práticas de ensino num mundo em mudança: diferentes olhares para a didática.** Goiânia: CEPED/Editora PUC Goiás, 2011, p. 85-100.

LIBÂNEO, J.C.; FREITAS, R. A. M. M. Vasily Vasilyevich Davydov: A escola e a formação do pensamento teórico- científico. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (Orgs.). **O ensino desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos.** Uberlândia: EDUFU, 2017, p. 331- 366.

LIMA, E. L. **Princípio da indução.** 1997. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/mat0829/A.Peano.htm>. Acesso em: 27 mar. 2018.

MARTINS, L. M. As aparências enganam: divergências entre o materialismo histórico dialético e as abordagens qualitativas de pesquisa. In: REUNIÃO DA ANPED, 29 Caxambu-MG, **Anais...** Rio de Janeiro Anped, p. 1-17, 2006.

MARX, K. **Contribuição à crítica da economia política.** 2. ed. São Paulo: Expressão Popular, 2008.

MATOS, C. F. de. **Modo de organização do ensino de matemática em cursos de pedagogia: uma reflexão a partir dos fundamentos da teoria histórico-cultural.** 2017. 139fl. Dissertação (Mestrado em educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina - UNISUL, Tubarão, 2017.

MINAYO, M. C. de S. (Org.). **Pesquisa social.** Teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

MOL, R. S. **Introdução à história da matemática.** Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013, 138p.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Org.). **Ensinar a ensinar - Didática para a escola fundamental e média**. São Paulo: Pioneira, 2001, p. 143-162.

_____. Matemática na infância. In: MIGUEIS, M. R.; AZEVEDO, M. G. **Educação matemática na infância**: abordagens e desafios. Serzedo, Vila Nova de Gaia: Gaia livro, 2007, p. 39-64.

MOURA, M. O. de et al. Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

_____. Matemática na infância. In: MIGUEIS, M. R.; AZEVEDO, M.G. **Educação matemática na infância**: abordagens e desafios. Serzedo, Vila Nova de Gaia: Gaialivro, 2007, p. 39-64.

MOURA, M. O. de; SFORNI. M. S. de F.; LOPES. A. R. L. V. A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola, 2017, p. 71-100.

MOURA, M. O.; LANNER de MOURA, A. R. **Escola**: um espaço cultural. Matemática da educação infantil: conhecer (re) criar- um modo de lidar com as dimensões do mundo. São Paulo: Diadema/Secel, 1998.

PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 2014. 317fl. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2014.

PANOSSIAN, L. M.; MORETTI. V. D.; SOUZA. F. D. de. Relação ente movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo: Loyola. 2017, p. 125-149.

ROSA, J. E. **Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar**: inter-relações dos sistemas de significações numéricas. 2012. 243 fl. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

ROSA, J. E.; SOARES, M. T. C.; DAMÁZIO, A. Conceito de número no sistema de ensino de Davydov. In: XIII CIAEM-IACME, Recife, 2011, **Anais...** Recife, 2011.

ROSA, J. E.; DAMAZIO. A. O ensino da matemática no primeiro ano escolar: uma articulação entre a proposição gepapeana e davydoviana. In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (Org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural**. São Paulo. Loyola. 2017, p. 153-182.

SFORNI, M. S. de F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino**: contribuições da Teoria da Atividade. São Paulo: JM editora, 2004.

SFORNI, M. S. de F. Aprendizagem e desenvolvimento: o papel da mediação. In: CAPELLINI, V. L. F.; MANZONI, R. (Orgs.). **Políticas públicas, práticas pedagógicas e**

ensino-aprendizagem: diferentes olhares sobre o processo educacional. 1. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008. Disponível em: <http://www.diaadia.pr.gov.br/nre/ibaiti/arquivos/File/Sforni.pdf>. Acesso em: 18 jun. 2018.

SANTOS, J. N. dos. **A construção do conceito de número natural e o uso das operações fundamentais nas séries iniciais do ensino fundamental:** uma análise conceitual. 2013. Dissertação (Mestrado em Ciência e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

SOUZA, M. B. de. **O ensino do conceito de número: objetivações nas proposições davydovianas e formalista moderna.** 2013. 180fl. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Extremo Sul Catarinense - UNESC, Criciúma, 2013.

VIGOTSKI, L. S. **Obras escogidas IV:** Incluye Paidologia del Adolescente, Problemas de la Psicología Infantil. Madrid: Visor Distribuciones, 1996.

_____. **Obras escogidas II.** 2. ed. Madrid: Centro de Publicaciones Del M.E.C. y Visor Distribuciones, 2001.

_____. **A formação social da mente.** Trad. de Neto J. C. et al. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

_____. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** São Paulo: Ícone/Editora da Universidade de São Paulo, 2016.

_____. **A construção do pensamento e da linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 2010.

WACHOWICZ, L. A. A dialética na pesquisa em educação. **Revista Diálogo Educacional**, v. 2, n. 3, p. 171-181, jan./jun. 2001.

ГОРБОВ, С. Ф. МИКУЛИНА Г. Г.; САВЕЛЬЕВА О. В. . **Обучение математике. 1 класс: Пособие для учителей начальной школы** (Система Д.Б.Эльконина – В.В. Давыдова). 2-е ида. перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб, 2008. [**Ensino de Matemática. 1 ano: livro do professor do ensino fundamental** (sistema do D.B.Elkonin – V.V. Davidov)/ S.F.Gorbov, G.G.Mikulina, O.V.Savieliev – 3-a edição, - Moscou, VITA-PRESS, 2008.

ДАВЫДОВ, В. В. О. et al. **Математика, 1-Класс.** Москва: Мпрос - Аргус, 1997. [Davidov, V.V. **Matemática, 1ª série.** Livro didático e de exercícios para os estudantes da primeira série. Moscou: MIROS, Argus, 2008.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Teses e dissertação produzidas no Brasil no período de 2010 a 2016

<i>DESCRITOR: ATIVIDADE DO PROFESSOR</i>				
<i>TÍTULO DA PESQUISA/DATA</i>	<i>AUTOR (A)</i>	<i>PALAVRAS- CHAVE</i>	<i>TESE</i>	<i>DISSERTAÇÃO</i>
Sentidos e significados manifestos por licenciandos e pós-graduandos ao produzirem atividades de ensino de matemática na perspectiva lógico-histórica. 18/02/2015	REZENDE, JOAO PAULO	História da matemática; lógico-histórico; Educação Matemática; atividade de ensino.		x
A atividade do professor e a matemática no ensino fundamental: uma análise sócio histórica de sua estrutura e conteúdo. 28/03/2014	LEMOS, LUCAS VIEIRA	Professor. Determinantes sociais. Aprendizagem. Atividade de ensino. Matemática.		x
Formação de Professores que ensinam matemática nos anos iniciais: contribuições do programa institucional de bolsas de iniciação à docência (pibid) na ufscar. 25/02/2013	SANTOS, ROGER EDUARDO SILVA.	Professores-formação; iniciação a docência; matemática-ensino; processo formativo.		X
Conteúdo e forma na atividade de formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. 07/11/2016	ESTEVES, ANELISA KISIELEWSKI	Teoria Historico-cultural; conteúdo e forma; formação continua de professores; atividade e matemática nos anos iniciais.	x	
Professores dos anos iniciais do ensino fundamental e livros didáticos de matemática. 28/02/2013	VIEIRA, GLAUCIA MARCONDES	Narrativas de Professores; Livros Didáticos de Matemática; Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Educação Matemática	x	
¹ Professores de matemática em atividade de ensino: Uma perspectiva histórico cultural para formação docente.2007	VANESSA DIAS MORETTI	Formação de professores, Professores de matemática Teoria da atividade, Atividade de ensino, Atividade orientadora do Ensino e trabalho	x	

1. ¹ A tese não está dentro do período de investigação de teses e dissertações. Entretanto é um trabalho de extrema relevância para a pesquisa em questão. Assim sendo, passou a integrar a lista de trabalhos analisados na íntegra.

DESCRITOR: CONCEITO DE NÚMERO				
<i>TÍTULO DA PESQUISA/DATA</i>	<i>AUTOR (A)</i>	<i>PALAVRAS- CHAVE</i>	<i>TESE</i>	<i>DISSERTAÇÃO</i>
O uso de jogos do software educativo hércules e jiló no mundo da matemática na construção do conceito de número por estudantes com deficiência intelectual. 30/03/2015.	ROLIM, CRISTIANE FERREIRA MASCIANO	Deficiência intelectual, jogos, <i>software educativo</i> , conceito de número.		X
² O desenvolvimento de conceitos na proposta curricular de matemática do estado de santa catarina e na abordagem histórico-cultural: um estudo de relações	JOSÉLIA EUZÉBIO DA ROSA	Desenvolvimento de conceitos matemáticos, abordagem histórico-cultural, Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina.		X
Proposições de davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas. 24/02/2012	JOSÉLIA EUZÉBIO DA ROSA	Proposições davydovianas; número; significações aritméticas, algébricas e geométricas.	x	
Análise da aprendizagem do conceito da subtração: contribuições da teoria histórico-cultural. 08/09/2016	NILZA MARCIA MULATTI SILVA	Ensino de matemática; Desenvolvimento intelectual; Conceito da subtração; Linguagem; Teoria histórico-cultural.		
A construção do conceito de número natural e o uso das operações fundamentais nas séries iniciais do ensino fundamental: uma análise conceitual. 22/04/2013	JOELMA NOGUEIRA DOS SANTOS	Número Natural; Operações Fundamentais; Aritmética; Algoritmos; Material Dourado.		

² A dissertação é do ano de 2006; mas consta nos trabalhos analisados devido a grande relevância a nossa pesquisa.

<i>DESCRITOR: TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E/ OU PROPOSIÇÕES DAVIDOVIANAS</i>				
<i>TÍTULO DA PESQUISA/DATA</i>	<i>AUTOR (A)</i>	<i>PALAVRAS- CHAVE</i>	<i>TESE</i>	<i>DISSERTAÇÃO</i>
Estudo da reta numérica na perspectiva histórico-cultural' 10/09/2015	MATTOS, PRISCILA DE	Atividade de Ensino. Pensamento teórico. Davýdov. Números Reais. Reta Numérica.		x
Os conceitos geométricos nos dois anos iniciais do ensino fundamental na proposição de Davýdov' 17/09/2014	MAME, OSVALDO AUGUSTO CHISSONDE	Geometria, Ensino, Fundamental, Proposta, Matemática, Davýdov.		x
O ensino do conceito de número: objetivações nas proposições davydovianas e formalista moderna' 08/04/2013	BOGER, MARLENE BECKHAUSER DE SOUZA.	Matemática – Estudo e ensino. Ensino de matemática. . Número – Conceito. Proposição davydoviana. Proposição formalista moderna.		x
princípios para a organização do ensino na educação infantil na perspectiva histórico-cultural: um estudo a partir da análise da prática do professor.2014	JULIANA CAMPREGHER PASQUALINI	educação infantil, ensino, psicologia histórico-cultural, materialismo histórico-dialético, análise teórica da prática, pedagogia histórico-crítica	x	
unidade entre lógico e histórico no movimento conceitual do sistema de numeração proposta por davýdov e colaboradores para o ensino das operações da adição e subtração' 19/02/2015	SILVEIRA, GISELE MEZZARI.	Educação Matemática. Teoria Histórico-Cultural. Proposição davydoviana. Sistema de numeração. Operações de adição e subtração.		X
Necessidades emergentes na organização do ensino davydoviano para o número negativo.20/02/2015	BURIGO, LUCAS SID MONERETTO	Ensino de matemática. Proposições davydovianas. Números negativos.		x
Criança, infância e conhecimento matemático: um estudo a partir da teoria histórico-cultural. 27/02/2015	EUZEBIO, JULIANA DA SILVA	Criança. Infância. Matemática. Atividade de Ensino. Atividade de Aprendizagem. Atividade Orientadora de Ensino.		x
proposições para o ensino da tabuada com base nas lógicas formal e dialética tubarão' 05/06/2014 201	HOBOLD, EDISEIA SUETHE FAUST	Ensino fundamental, tabuada e lógica		X
Ensino do conceito de função por meio de problemas: contribuições de davydov e de majmutov	SIMONE ARIOMAR DE SOUZA	Didática. Matemática – Estudo e ensino		
O conhecimento matemático de estudantes do 3º ano do ensino fundamental sobre o conceito de multiplicação: um estudo com base na teoria histórico-cultural	ANA PAULA DA SILVA GALDINO	Educação Matemática. Conceito de multiplicação. Teoria Histórico-Cultural		
Uma análise das influências da realização da prova brasil na atividade pedagógica de professores que ensinam matemática nos anos iniciais	WÉRICA PRICYLLA DE OLIVEIRA VALERIANO	Matemática/ Atividade pedagógica. Matemática Estudo /ensino. Matemática Ensino/ Organização		

<i>DESCRITOR: MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS</i>				
<i>TÍTULO DA PESQUISA/DATA</i>	<i>AUTOR (A)</i>	<i>PALAVRAS- CHAVE</i>	<i>TESE</i>	<i>DISSERTAÇÃO</i>
Uso de jogos no ensino e aprendizagem de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: levantamento de teses e dissertações' 12/09/2013	LAMERA, NATIELE SILVA.	Jogos; Anos iniciais do Ensino Fundamental; Ensino e Aprendizagem de Matemática.		X
Sinais de resistência: o ensino de matemática no contexto da atividade docente nos anos iniciais do ensino fundamental' 15/12/2016	SOUSA, LUCIANA PEREIRA DE			X
Ações de estudo em atividade de formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais' 08/12/2015	ANA PAULA GLADCHEFF	atividade orientadora de ensino, Teoria Histórico-cultural, Atividade de ensino da matemática, Atividade de formação continuada; Observatorio de educação.	x	
O aprendizado da matemática no ensino fundamental: um estudo com uma turma do 2º ano' 15/02/2016	CAETANO, FERNANDA APARECIDA	Ensinar e aprender matemática. Anos iniciais do ensino fundamental. Atividade de ensino. Mediação pedagógica.		x
A avaliação do movimento de ensinar e aprender matemática nos anos iniciais do ensino fundamental' 04/07/2014	GARCEZ, DIAINE SUSARA DA SILVA	Avaliação, educação matemática nos anos iniciais, organização do ensino e atividade orientadora de ensino.		x

<i>DESCRIPTOR: TEORIA DA ATIVIDADE NO CONTEXTO DA MATEMÁTICA</i>				
<i>TÍTULO DA PESQUISA/DATA</i>	<i>AUTOR (A)</i>	<i>PALAVRAS- CHAVE</i>	<i>TESE</i>	<i>DISSERTAÇÃO</i>
A teoria da atividade na análise de episódios de ensino de matemática para alunos com surdez' 24/05/2013	VIANA, FLAVIA ROLDAN.	Teoria da Atividade; Formação de professores; Ensino de Matemática; Surdez		x
Motivos para envolvimento em tarefas investigativas em aulas de matemática à luz da teoria da atividade: um estudo com alunos do ensino fundamental' 15/12/2014	TORISU, EDMILSON MINORU	Matemática; ensino fundamental e motivos.	x	
O currículo de formação ampliada em educação física e a teoria da atividade de ensino' 26/05/2014	SILVANO, SIRLEIA	Currículo de caráter ampliado. Educação física escolar. Atividade de ensino. Formação omnilateral.		x
O professor de física em formação: seus motivos, ações e sentidos. 12/06/2015	CASTRO. BEATRIZ APARECIDA CAPRIOGLIO DE	Teoria histórico-cultural , Formação inicial do professor, estágio supervisionado, sentido, Licenciatura em física	X	
O desenvolvimento do pensamento teórico de uma professora principiante de matemática no processo educativo	CAMILLE BORDIN BOTKE MILANI	Teoria histórico-cultural – Atividade pedagógica – Professor principiante - Desenvolvimento do pensamento teórico – Investigação da própria prática.		

<i>DESCRIPTOR : ORGANIZAÇÃO DO ENSINO E /OU PENSAMENTO TEÓRICO</i>				
<i>TÍTULO DA PESQUISA/DATA</i>	<i>AUTOR (A)</i>	<i>PALAVRAS- CHAVE</i>	<i>TESE</i>	<i>DISSERTAÇÃO</i>

Organização do ensino de matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico: uma reflexão a partir do conceito de divisão' 18/02/2016	CRESTANI, SANDRA	Modo de organização do ensino. Conceito de divisão. Pensamento teórico. Ensino desenvolvimental. Davýdov		x
A organização do ensino de matemática no primeiro ano do ensino fundamental ribeirão preto 2013' 02/08/2013	CATANANTE, INGRID THAIS	Teoria Histórico-Cultural; organização do ensino educação matemática		x
Futuros professores e a organização o ensino: o clube de matemática como espaço de aprendizagem da docência' 16/09/2013	FRAGA, LAURA PIPPI.	Educação matemática; apropriação da docência; anos iniciais do ensino fundamental		x
Organização do ensino pré-escolar: o que dizem as pesquisas da teoria histórico-cultural?' 21/02/2014	GRACILIANO, ELIANA CLAUDIA.	Pré-escola; Teoria Histórico-Cultural; Desenvolvimento Infantil; Trabalho Educativo		x
Princípios para a organização do ensino de matemática no primeiro ano do ensino fundamental' 23/04/2015	MOYA, PAULA TAMYRIS	Ensino de Matemática; 1º ano; Teoria histórico-cultural; Organização do Ensino		x
Organização do ensino da matemática na educação infantil: análise com fundamentos histórico-cultural da proposta de uma rede municipal de ensino' 29/11/2016	ARAUJO, MARLOVA NEUMANN	Educação Infantil, Teoria Histórico-Cultural. Organização do ensino. Matemática.		x
O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para a constituição do objeto do ensino da álgebra. 2014	MARIA LUCIA PANOSSIAN	Movimento histórico e lógico, objeto do ensino, atividade do pensamento teórico, álgebra.	x	
A atividade orientadora de ensino como organizadora do trabalho docente em matemática: a experiência do clube de matemática na formação de professores dos anos iniciais' 14/06/2013	BOROWSKY, HALANA GARCEZ.	Teoria Histórico-Cultural. Organização do ensino. Formação de professores, Clube da matemática. Atividade orientadora de ensino		x
Atividade orientadora de ensino de geometrias na perspectiva lógico-histórica: unidade entre ensino e aprendizagem na formação inicial de professores de matemática' 23/07/2015	SANTOS, TALITA SECORUN DOS	Professores - formação inicial.. Leont'ev, Geometrias não euclidianas. Teoria da atividade. Matemática – História.		x
Clube de matemática: palco de transformação dos motivos da atividade de estudo.17/11/2014	DOUGLAS AIRES DA SILVA	Motivo; atividade de estudo; teoria da atividade; teoria histórico-cultural.		

APÊNDICE B - Artigos científicos publicados no Brasil no período de 2010 a 2016

Nº	Autor (es)	Título	Periódico	Ano
1	BOROWSKY, MARAFIGA, LOPES, TOMAZZETTI.	Infância e Matemática: aprendendo sobre medidas de comprimento.	Educação Matemática	2016
2	BURIGO e DAMAZIO.	O número negativo na proposição de ensino davydoviana: necessidades para a sua introdução .	Revista Eletrônica de Educação (São Carlos)	2016
3	CATANANTE e ARAUJO.	O jogo na atividade pedagógica: implicações para a organização do ensino de matemática no primeiro ano.	Educ. Matem. Pesq.,	2013
4	CATANANTE e ARAUJO.	Os limites do cotidiano no ensino da matemática para a formação de conceitos Científicos.	Revista do Programa de Pós Graduação em Educação	2014
5	CEDRO, MORAES e ROSA.	A Atividade de Ensino e o Desenvolvimento do Pensamento Teórico em Matemática	Ciência e Educação (UNESP)	2010
6	SANTOS e SOUZA	Aprendendo a medir: uma experiência de ensino de Matemática.	Educação em Rede	2012
7	CEDRO, ARAUJO e RIBEIRO.	Brincando com a matemática e aprendendo o Princípio fundamental da Contagem	Educação Matemática em Revista	2015
8	DAMAZIO, CARDOSO e SANTOS.	Organização do ensino da matemática no sistema de ensino Elkonin-Davidov.	Revista Electrónica de Investigación y Docencia.	2014
9	DAMAZIO, ROSA, PEREIRA e BANHARA.	A concepção de álgebra na proposição de Davydov para o ensino de número.	POIÉSIS - Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação (Unisul).	2012
10	DAMAZIO, ROSA e EUZEBIO.	O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas.	Educação matemática pesquisa (impresso)	2012
11	DAMAZIO.	O Processo de Elaboração do Conceito de Potenciação de Números Fracionários: uma abordagem histórico-Cultural	Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro.	2011
12	DAMAZIO e HOFFMANN.	O jogo nas proposições davydovianas para o ensino da matemática.	Teoria e Prática da Educação	2015
13	ESTEVEES e SOUZA.	Números Decimais na Sala de Aula: os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica.	Revista Eletrônica de Educação (São Carlos).	2012
14	LANNER DE MOURA e MARCO.	O conceito matemático (re) significado no contexto da atividade de ensino na formação inicial de professores.	Contexto & Educação	2010
15	LEMOS e DAMAZIO.	Uma análise sócio-histórica do conteúdo e estrutura da atividade de ensino.	Línguas & letras (online)	2014
16	LOPES, ARAÚJO, CEDRO e MOURA.	Trabalho coletivo e organização do ensino de matemática: princípios e práticas.	Zetetiké	2016
17	MARCO e LANNER DE MOURA.	Atividades de Ensino e a Significação da Atividade Pedagógica por Futuros Professores de Matemática.	Revista de Ensino de Ciências e Matemática (rencima)	2016
18	MORAES e LACANALLO.	A leitura em matemática: uma importante ação no processo de apropriação dos Conceitos.	Revista HISTEDBR On-line	2011

19	MORAES e VIGNOTO.	O ensino de matemática nos primeiros anos de escolarização: uma análise sobre os cadernos dos escolares.	Teoria e Prática da Educação	2013
20	MORETTI.	O problema lógico-histórico: aprendizagem conceitual e formação de professores de matemática.	Poiésis	2014
21	MORETTI e MOURA.	Professores de matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente.	Ciência e Educação (UNESP. Impresso)	2011
22	OLIVEIRA e CEDRO.	O ensino de matemática nos anos iniciais: o brincar e a atividade de estudo no clube de matemática.	Rev. Teoria e Prática da Educação	2015
23	ROSA, DAMAZIO e ALVES.	Adição e subtração em Davydov.	Boletim Gepem (online)	2013
24	ROSA e DAMAZIO.	Movimento conceitual proposto por Davýdov e colaboradores para o ensino.	Educativa (Goiânia. Online)	2016
25	ROSA e HOBOLD.	Movimento entre abstrato e concreto na proposição davydoviana para o ensino de multiplicação.	Inter-ação (UFG. Online)	2016
26	ROSA e DAMAZIO.	O ensino do conceito de número: uma leitura com base em Davydov.		2012
27	ROSA e FLORES.	O movimento conceitual da tabuada na história virtual luer e seu foguete.	Teoria e Prática da Educação	2015
28	ROSA, DAMAZIO e SILVEIRA.	O Sistema de Numeração nas Tarefas Propostas por Davýdov e seus Colaboradores para o Ensino de Matemática.	Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso)	2014
29	ROSA, DAMAZIO e CRESTANI.	Os conceitos de divisão e multiplicação nas proposições de ensino elaboradas por Davydov e seus colaboradores.	Educação matemática pesquisa (online)	2014
30	ROSA, DAMAZIO e GOULARTE.	Proposição de Davýdov e colaboradores para introdução ao ensino do conceito de fração.	Unión (San Cristobal de La Laguna)	2016
31	ROSA, HOBOLD, CORREA e INACIO.	Relações entre as Proposições para o Ensino do Conceito de Fração com base no Ensino Tradicional e na Teoria Histórico-Cultural.	Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática	2013
32	SOUSA.	O ensino de Matemática da Educação Básica na perspectiva lógico-histórica	Perspectiva da Educação Matemática	2014
33	SOUSA e GUILLEN.	Reflexões sobre percepções de crianças do 1º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de número.	Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática	2013

APÊNDICE C - Termo de Consentimento da Pesquisa Empírica



Goianira, 31 de julho de 2017.
Senhora: Eliete Gonçalves Lopes

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS ESCOLA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES E HUMANIDADES MESTRADO EM EDUCAÇÃO

TERMO DE CONSENTIMENTO

Prezada Secretária Municipal de Educação, Cultura, Desporto e Lazer de Goianira-Goiás.

Solicito por meio deste a sua colaboração para realização de uma pesquisa empírica em duas escolas que estão sob sua responsabilidade. Sendo a escolha das escolas efetivadas com base na maior e menor nota do último ano de aferição do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica). A pesquisa intitulada “**Organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais do ensino fundamental: Uma análise histórico-cultural**” tem como objetivo *investigar o modo como as professoras organizam o processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais do ensino fundamental*. O presente estudo será realizado nos meses de agosto a novembro de 2017, nos dias e horários que forem combinados com os professores e gestores das unidades escolares. A pesquisa será realizada por meio de observação das turmas investigadas, questionários e entrevistas com professores, registros escritos e fotográficos. Destaca-se que a realização deste estudo é condição para a pesquisadora concluir o curso de Mestrado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás.

Ao final da pesquisa, a pesquisadora se coloca a disposição da instituição para socializar os resultados da mesma. Afirmo desde já que a identidade dos participantes será mantida em absoluto sigilo, e os dados obtidos durante a pesquisa serão utilizados para fins didáticos, de pesquisa e divulgação do conhecimento científico.

Desde já agradeço a colaboração.

Pesquisadora Professora Orientador

De acordo: _____
Assinatura e carimbo da Secretária Municipal de Educação de Goianira

APÊNDICE D - Termo de autorização de uso de imagem e depoimentos**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
ESCOLA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES E HUMANIDADES
MESTRADO EM EDUCAÇÃO****TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS**

Eu _____, depois de conhecer e compreender os objetivos desta pesquisa, AUTORIZO, através do presente termo, a pesquisadora **Márcia Amélia Guimarães** do projeto de pesquisa intitulado “**Organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais do ensino fundamental: Uma análise histórico-cultural.**” a realizar as fotos de atividades que se façam necessárias e/ou a utilizar depoimentos (professoras). Ao mesmo tempo, libero a utilização destas fotos e/ou depoimentos para fins científicos e de estudos, em favor da pesquisa, acima especificados, obedecendo ao que está previsto nas Leis que resguardam os direitos das crianças e adolescentes (Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA, Lei N.º 8.069/ 1990).

Goianira , ___ de _____ de 2017.

Professor (a) Regente

Diretor (a) da Unidade escolar

APÊNDICE E - Termo de consentimento livre e esclarecimento
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIMENTO

Professor (a)

Você é convidado a participar da pesquisa que tem por finalidade analisar a **Organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais do ensino fundamental: Uma análise histórico-cultural**.

O levantamento das informações será realizado por meio de entrevista individual com professor, questionários e observações em sala de aula.

O registro das informações, nome e identidade dos professores (a) participantes da pesquisa será mantido em sigilo. Garantindo a confidencialidade e privacidade às informações coletadas. Afirmo desde já, que os dados obtidos durante a pesquisa serão utilizados para fins didáticos, de pesquisa e divulgação de conhecimento científico.

O presente estudo será realizado nos meses de agosto à novembro, nos dias e horários combinados previamente com os professores. Destaca-se que a realização desta pesquisa empírica é condição para que a pesquisadora conclua o curso de Mestrado em Educação na Pontifícia Universidade Católica de Goiás.

Ao final, após a dissertação escrita e aprovada, a pesquisadora se coloca a disposição da instituição para socializar os resultados da pesquisa.

Obrigada pela colaboração.

Pesquisadora Responsável

Assinatura da Orientadora da pesquisa –PUC-GO
Doutora: Beatriz Aparecida Zanata

APÊNDICE F - Termo de anuência

Declaro que li o termo de consentimento livre e esclarecimento referente à pesquisa empírica que será desenvolvida pela pesquisadora Márcia Amélia Guimarães. Declaro também, que todas as dúvidas foram esclarecidas e que participo como colaborador (a) voluntario (a).

Escola E ou G

Data: _____

Professor (a) (sujeito da pesquisa): _____

Assinatura: _____

Telefone para contato: _____

Pesquisadora: Márcia Amélia Guimarães
Email- marciaaguima@yahoo.com.br
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO EM EDUCAÇÃO

APÊNDICE G - Roteiro da entrevista com professores

ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA REALIZADA COM PROFESSORAS.

PESQUISA INTITULADA: **Organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Uma análise histórico-cultural.** (gravada e posteriormente transcrita na íntegra).

Conceito de número

- 1- Quais os documentos, livros, recursos didáticos você utiliza na organização do ensino do conceito de número?
- 2- No seu entendimento o que é número?
- 3- Poderia falar sobre sua compreensão acerca do que é um “conceito”?
- 4- Dentre os conceitos da matemática está o de grandeza. Como você compreende esse conceito?
- 5- Como você relaciona este conceito com o conceito de números?

Organização do ensino

- 6- Como você ensina os conceitos matemáticos? Poderia exemplificar?
- 7- Por que você ensina assim? Já ensinou de outra forma?
- 8- O que você considera essencial na organização do ensino para promover a aprendizagem por parte dos estudantes.

APÊNDICE H - Roteiro da observação da aula

Organização das tarefas

- * Procedimento didático tipos de tarefas, proposta pela professora;
- * Modos de ensino, quais as necessidades criadas nas tarefas;
- * Conteúdo e operação mental esperada pelo professor e realizada pelo estudante;
- * Formas de organização dos recursos didáticos na sala de aula
- * Orientação didática

Contexto da sala de aula

- * Organização da sala de aula pelo professor;
- * Relacionamento entre estudante e estudante, professora e estudante;
- * Relação do conteúdo com aprendizagem do estudante;
- * A forma da realização das tarefas (copiar e responder, dialogar sobre o assunto...);

APÊNDICE I - Questionário para as professoras

COLETA DE DADOS DA PESQUISA INTITULADA: Organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais do ensino fundamental: Uma análise histórico-cultural.

Pesquisadora: Márcia Amélia Guimarães

Orientadora da pesquisa: Beatriz Aparecida Zanatta

INSTITUIÇÃO: _____

NOME DO (A) PARTICIPANTE: _____

I - CARACTERIZAÇÃO DO PARTICIPANTE

I.A Escola(s) em que trabalha atualmente:

I.A.1 _____

I.A.2 _____

I.B - Categoria (pode ser marcada mais de uma):

Professor de Língua Portuguesa

Professor de Matemática

Professor de Ciências

Coordenador Pedagógico

Diretor da Escola

I.C - Idade:

menos de 20

20-30

31-40

41-50

51-60

mais de 60

I.D - Sexo: Masculino Feminino

II - FORMAÇÃO PROFISSIONAL

Registre a seguir os cursos que realizou, há quantos anos concluiu e o tipo de instituição em que foi realizado.

II. A - Ensino Médio (pode ser marcada mais de uma alternativa)

Tipo de Instituição em que estudou:

Pública

Particular

Ano de Conclusão: _____

II. B – Ensino superior

a) Nome do curso: _____

Concluído há _____ anos

Tipo de Instituição:

Universidade Pública Federal

Universidade Pública Estadual

Universidade Particular

Faculdade Pública

Faculdade Particular

Outra (Especificar): _____

III. B.3. Especialização:

Se possuir mais de 3 cursos, selecionar os 3 que considera mais relevantes para sua atuação docente

a) Nome do curso : _____

Concluído há _____ anos

Tipo de Instituição:

- Universidade Pública Federal
- Universidade Pública Estadual
- Universidade Particular
- Faculdade Pública
- Faculdade Particular
- Outra (Especificar): _____

II.B.4 Mestrado em: _____

Concluído há _____ anos

Tipo de Instituição:

- Universidade Pública Federal
- Universidade Pública Estadual
- Universidade Particular

II.B.5 () Doutorado em: _____

Concluído há _____ anos

Tipo de Instituição:

- Universidade Pública Federal
- Universidade Pública Estadual
- Universidade Particular

III - ATUAÇÃO PROFISSIONAL COMO PROFESSOR

Marque a seguir o número de anos de sua atuação como professor em cada um dos níveis de ensino

III. A. Ensino Fundamental primeira fase

- menos de 2 anos
- 2 a 5 anos
- 6 a 10 anos
- 11 a 15 anos
- 16 a 20 anos
- 21 a 25 anos
- mais de 25 anos

III.B Ensino Fundamental segunda fase:

- menos de 2 anos
- 2 a 5 anos
- 6 a 10 anos
- 11 a 15 anos
- 16 a 20 anos
- 21 a 25 anos
- mais de 25 anos

III.B. Ensino Médio:

- menos de 2 anos

- 2 a 5 anos
- 6 a 10 anos
- 11 a 15 anos
- 16 a 20 anos
- 21 a 25 anos
- mais de 25 anos

III.C . Total de anos de magistério na educação básica

- menos de 2 anos
- 2 a 5 anos
- 6 a 10 anos
- 11 a 15 anos
- 16 a 20 anos
- 21 a 25 anos
- mais de 25 anos

III. D – CARGOS OCUPADOS

Informe os cargos já ocupados durante sua trajetória profissional nessa escola

III.D.1 – Cargo: _____
Tempo em anos: _____

III.D.2 – Cargo: _____
Tempo em anos: _____

IV - ATUALIZAÇÃO / FORMAÇÃO CONTINUADA

IV. A - Cursos de atualização ou aperfeiçoamento na área em que atua:

Registre os cursos de atualização ou aperfeiçoamento que realizou nos últimos 3 anos e se foi promovido pela rede de ensino em que trabalha ou se foi por conta própria.

Curso 1: _____
Promovido pela rede de ensino ()
Realizado por conta própria ()

Curso2: _____
Promovido pela rede de ensino ()
Realizado por conta própria ()

Curso3: _____
Promovido pela rede de ensino ()
Realizado por conta própria ()

IV.B – Registre sua participação em congressos, encontros, seminários, simpósios e outros eventos na área em que atua e se foi com apoio da rede de ensino em que trabalha ou por conta própria

Evento 1 : _____
Promovido pela rede de ensino ()

Realizado por conta própria ()

Evento 2 : _____

Promovido pela rede de ensino ()

Realizado por conta própria ()

Evento 3 : _____

Promovido pela rede de ensino ()

Realizado por conta própria ()

2016:

Evento 1 : _____

Promovido pela rede de ensino ()

Realizado por conta própria ()

Evento 2 : _____

Promovido pela rede de ensino ()

Realizado por conta própria ()

Evento 5 : _____

Promovido pela rede de ensino ()

Realizado por conta própria ()

2015:

Evento 1 : _____

Promovido pela rede de ensino ()

Realizado por conta própria ()

Evento 2 : _____

Promovido pela rede de ensino ()

Realizado por conta própria ()

Evento 3 : _____

Promovido pela rede de ensino ()

Realizado por conta própria ()

V - CONDIÇÕES DE TRABALHO

V.1 – Tipo de vínculo de trabalho nesta escola:

() Professor concursado

() Professor com contrato temporário

V.2 – Classificação na carreira:

() P1

() P2

() P3

() P4

V.3 – Carga horária semanal de trabalho em horas-aula

a) nesta escola: _____ horas-aula

b) em outras escolas (públicas ou não): _____ horas-aula

V.4 – Remuneração salarial em reais na rede municipal (salário bruto)

- até 999,99
- 1000 a 1999,99
- 2000 a 2999,99
- 3000 a 3999,99
- 4000 a 4999,99
- 5000 acima
- prefiro não informar

V.5 – Número médio de alunos em sala de aula nesta escola:

- até 20
- 21 a 30
- 31 a 40
- mais de 40

VI – Outras informações

Registre aqui outras informações que julgar relevantes:

APÊNDICE J - Roteiro de observação da unidade escolar e dos documentos da escola
 (PPP, PLANO ANUAL DA DISCIPLINA E MATRIZES CURRICULARES)
PARTE DA APREENSÃO DE DADOS DA PESQUISA INTITULADA: Organização do processo de ensino do conceito de número nos anos iniciais do ensino fundamental: Uma análise histórico-cultural.

1. Informações no PPP e pessoalmente junto ao coordenador e//ou diretor da Unidade Escolar:

Região: _____ Bairro: _____

Endereço: _____

Classificação do bairro quanto às classes sociais (percepção baseada nos indicadores de classe do

IBGE) _____

Estimativa de faixa salarial dos moradores deste bairro:

Classe A: Acima de R\$9.745,00 ()

Classe B: de R\$7.475,00 a R\$9.745,00 ()

Classe C: de R\$ 1.734 a R\$7.475,00 ()

Classe D: de R\$1.085,00 a R\$1.734,00 ()

Classe E: de R\$0,00 a de R\$1.085,00 ()

2. Terreno-

área: _____

Localização no bairro: _____

Área comercial: _____

Área

residencial: _____

Acessibilidade (transporte público e acesso para pessoas com deficiência) calçadas, trânsito, ruas asfaltadas, condições de sinalização, praças e outros espaços/instituições (igreja, creches, supermercados, etc.) próximos à escola:

EDIFICAÇÃO

1. Quantidade, discriminação e descrição das edificações que compõem a escola (tipo de edificação: placa, alvenaria, etc.)

2. Distâncias entre as edificações (adequadas, muito próximas ou muito distante) e disposição, por ex., quadras, salas de aula, cantina, refeitório, etc.

3. Salas de aulas, salas da administração, salas ambiente especiais.

4. Banheiros para alunos, professores, funcionários (observar acessibilidade) em boas condições de uso e em número suficiente:

Cozinha/cantina/refeitório:

pátio (coberto, aberto, tipo de piso):

Quadra esportiva:

Biblioteca:

Sala dos professores

Salas destinadas à administração e coordenação da escola

Equipamentos recursos e materiais de uso coletivo

1. **Laboratórios:** discriminação, descrição, estado de conservação, uso e funcionamento (disponibilidade, horários, limitação para uso) se há um professor/funcionário “preparado/qualificado/capacitado/formado” responsável.

2. **Biblioteca:** descrição, observando a dimensão espacial, mobiliário, quantidade de títulos por área de conhecimento, forma de acesso pelos alunos à biblioteca, como é utilizada professor/funcionário responsável e quais professores utilizam com mais frequência.

3. **Equipamentos, recursos e materiais audiovisuais e de multimídias:** quantidades e condições de uso (datashows, aparelhos de som, aparelhos de dvd, televisores)

Dados Quantitativos (pessoal)

Numero de professores: _____

Numero de alunos (total): _____

Caracterização e formas de atuação da Coordenação Pedagógica (assistência pedagógica aos professores? Acompanhamento direto na sala de aula? Ações de educação continuada? Trabalho com alunos? Reuniões de estudo? Planejamento conjunto?); Projeto pedagógico, planos de ensino (como funciona?) e Livros didáticos (como funciona?).

Assistência aos alunos (orientação do estudo, normas, modo de resolver conflitos, assistência a alunos com dificuldades escolares, formas de organização entre os alunos.)

Procedimentos de Avaliação da escola, do trabalho dos professores.

Práticas Socioculturais e Institucionais

Ambiente geral da escola (organização da escola como espaço educativo, clima organizacional).