

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
FACULDADE SERRA DA MESA
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
ESCOLA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES E HUMANIDADES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM EDUCAÇÃO

ELOISA APARECIDA DA SILVA ÁVILA

**A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE CÁLCULO DE VOLUME EM UMA
PROPOSTA DE ATIVIDADE NA PERSPECTIVA DO ENSINO
DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV**

GOIÂNIA

2022

ELOISA APARECIDA DA SILVA ÁVILA

**A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE CÁLCULO DE VOLUME EM UMA
PROPOSTA DE ATIVIDADE NA PERSPECTIVA DO ENSINO
DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV**

Tese apresentada à Banca Examinadora de Defesa do Programa de Pós-Graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Doutorado Interinstitucional, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Educação, sob a orientação do Prof^o Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz.

Linha de Pesquisa: Teorias da Educação e Processos Pedagógicos

Área de Concentração: Educação e Sociedade

GOIÂNIA

2022

A958f Ávila, Eloisa Aparecida da Silva

A formação do conceito de cálculo de volume em uma proposta de atividade na perspectiva do ensino desenvolvimental de Davydov / Eloisa Aparecida da Silva Ávila. -- 2022.

195 f.: il.

Texto em português, com resumo em inglês

Tese (doutorado) -- Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Escola de Formação de Professores e Humanidades, Goiânia, 2022

Inclui referências: f. 140-144.

1. Davidov, Vassily, 1930-1998. 2. Cálculo. 3. Conceitos. 4. Aprendizagem. 5. Didática. 6. Psicologia da aprendizagem. I. Aparecido de Freitas). II. Pontifícia Universidade Católica de Goiás - Programa de Pós-Graduação em Educação - 19/12/2022. III. Título.

CDU: Ed. 2007 -- 37.022:51-7



**PUC
GOIÁS**

Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa – PROPE
Coordenação de Pós-Graduação *Stricto Sensu* – CPGSS
Escola de Formação de Professores e Humanidades - EFPH

**A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE CÁLCULO DE VOLUME EM UMA
PROPOSTA DE ATIVIDADE NA PERSPECTIVA DO ENSINO
DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV**

Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação da Pontifícia
Universidade Católica de Goiás, aprovada em 19 de dezembro de 2022.

ELOISA APARECIDA DA SILVA ÁVILA

BANCA EXAMINADORA

Duelci Aparecido de Freitas Vaz

Prof^o Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz / PUC Goiás (Presidente)

Made Miranda Júnior

Prof^a Dr. Made Miranda Júnior / PUC Goiás

Leonardo Antonio Souto

Prof^o Dr. Leonardo Antonio Souto / PUC Goiás

Arianny G. Baião Malaquias

Prof^a Dr^a Arianny Grasielly Baião Malaquias / IFG

Alessandro Silva de Oliveira

Prof^o Dr. Alessandro Silva Oliveira / IFG

Prof^a Dr^a Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas / PUC Goiás (Suplente)

Prof^a Dr^a Claudia Helena dos Santos Araújo / IFG (Suplente)

*Dedico esta tese à minha família:
Milton Pereira de Ávila,
Milton Pereira de Ávila Júnior e
Bianca Silva Ávila.
Gratidão!*

AGRADECIMENTOS

A jornada foi longa até aqui e este momento é de gratidão a todas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente com este processo. Importante enfatizar que esta conquista é coletiva e será impossível nominar cada um(a) que participou deste árduo percurso. Meus agradecimentos são para todos(as) que estiveram ao meu lado, me ajudando a prosseguir, mesmo quando as condições não eram as mais favoráveis.

Ao meu esposo, meu amado, meu porto seguro, minha alegria, meu maior apoio, Milton Pereira de Ávila. Este sempre foi meu maior incentivador, quem acreditou que tudo seria possível, apesar dos obstáculos. Meu eterno agradecimento pelo amor, parceria e compreensão em todos os momentos.

Ao meu filho primogênito, Milton Pereira de Ávila Júnior, que esteve ao meu lado, me compreendendo e superando minha ausência em alguns momentos em família, devido ao trabalho e esta pesquisa. Minha gratidão será eterna por tamanho amor e incentivo.

À minha filha caçula, Bianca Silva Ávila, que desde muito pequena me acompanhou nas jornadas duplas ou triplas, dedicando meu tempo e atenção às várias frentes importantes da minha vida, sobretudo à família, ao trabalho e à pesquisa. Minha eterna gratidão pelo amor e incentivo a mim dedicados.

Agradeço ao meu pai, minha mãe, minha irmã e meus dois irmãos. Ao meu sogro e minha sogra. Eles sempre me apoiaram e proferiram palavras de incentivo, confiantes na conclusão dessa jornada de doutoramento.

Sou grata a toda equipe de trabalho, alunos(as) e amigos(as), que compartilharam muitos momentos de instabilidade, tensão e ausências, durante todo esse processo de estudos e pesquisas.

Aos professores do Programa de Mestrado e Doutorado em Educação da PUC Goiás, por tamanha dedicação em nossa formação. Foram persistentes e tiveram muito incentivo e persistência para que pudéssemos compreender a importância do rigor científico e da formação humana integral.

Às minhas amigas e colegas de curso, Cláudia Vasconcelos Bertoso Leite e Edna Guimarães Liberato, que estiveram comigo em toda caminhada, apoiando e acreditando na conclusão exitosa desta pesquisa.

Ao meu orientador Prof^o Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz, que tanto se empenhou e colaborou com o desenvolvimento e conclusão desta pesquisa. Esteve sempre disponível e com uma orientação valiosa para oferecer, colaborando com meu desenvolvimento enquanto pesquisadora e também como ser humano. Sua orientação foi crucial e suas contribuições foram muito significativas, em todo o processo de doutoramento.

Ao Instituto Federal de Goiás, instituição da qual sou servidora e que me concedeu o afastamento integral de minhas atividades para total dedicação a esta pesquisa, durante o tempo em que mais precisei.

A todos que participaram e contribuíram com minha formação, meus sinceros agradecimentos. Foi muito difícil, mas com o apoio de todos(as), conseguimos.

“Nós nos tornamos nós mesmos através dos outros” Vygotsky

RESUMO

Este trabalho, vinculado à Linha de Pesquisa Teorias da Educação e Processos Pedagógicos, do Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE da PUC Goiás, tem como principal foco investigativo, o processo de ensino-aprendizagem do conceito do cálculo de volume, fundamentando-se na teoria do ensino desenvolvimental de V. V. Davydov. A questão norteadora desta pesquisa foi: como os princípios da teoria do ensino desenvolvimental de Davydov podem contribuir para que escolares do Ensino Médio formem o conceito científico do cálculo de volume? Objetiva-se portanto: analisar as contribuições da teoria do ensino desenvolvimental para o processo de ensino-aprendizagem do conceito do cálculo de volume, para estudantes do segundo ano do Ensino Médio; analisar o percurso lógico-histórico do conceito do cálculo de volume de modo que se apreenda as relações e o movimento mental presentes nele a fim de identificar as ações mentais necessárias no planejamento e execução de uma atividade de estudo; propor um experimento didático-formativo para realização de uma atividade de estudo fundamentada nos ensinamentos da teoria do ensino desenvolvimental. Para tanto, realizou-se uma pesquisa bibliográfica de abordagem qualitativa tendo como base as obras fundamentadas na teoria histórico-cultural a partir de Vygotsky e seus seguidores, especialmente Davydov, com a teoria do ensino desenvolvimental. Foi feita uma análise das contribuições e desafios desses pressupostos, a partir da perspectiva do materialismo histórico-dialético para ampliação do debate acerca da compreensão e da organização da atividade de estudo na perspectiva desenvolvimental. O percurso enfoca o processo de ensino-aprendizagem para a formação do conceito do cálculo de volume e os elementos intervenientes do mesmo, considerando as categorias, para o conceito do cálculo de volume: transformação dos dados da tarefa na condução da identificação do princípio geral; da modelação até a transformação do modelo e o uso desse conceito como ferramenta mental. Percebeu-se que os princípios da teoria do ensino desenvolvimental de Davydov consistem em uma alternativa viável para organização e execução do ensino do conceito do cálculo de volume para turma de segundo ano do Ensino Médio. Desse modo, esta pesquisa contribuiu para mostrar um caminho alternativo possível para organização do ensino do conceito do cálculo de volume e, conseqüentemente, da Geometria, da Matemática e de outras áreas da ciência. Acredita-se que apesar das contradições existentes nesse campo, é possível realizar um processo de ensino-aprendizagem fundamentado na teoria do ensino desenvolvimental e que contribua com a formação do pensamento teórico dos escolares.

Palavras-chave: Desenvolvimento humano. Ensino-Aprendizagem. Formação de conceitos. Teoria Histórico-cultural. Cálculo de volume.

ABSTRACT

This work, linked to the Research Line Theories of Education and Pedagogical Processes, of the Graduate Program in Education – PPGE at PUC Goiás, has as its main investigative focus, the teaching-learning process of the concept of volume calculation, basing it whether on the theory of developmental teaching by V. V. Davydov. The guiding question of this research was: how can the principles of Davydov's theory of developmental teaching contribute to high school students forming the scientific concept of volume calculation? The objective is therefore: to analyze the contributions of the theory of developmental teaching to the teaching-learning process of the concept of volume calculation, for students in the second year of high school; analyze the logical-historical path of the concept of volume calculation so that the relationships and mental movement present in it can be apprehended in order to identify the necessary mental actions in the planning and execution of a study activity; propose a didactic-formative experiment to carry out a study activity based on the teachings of developmental teaching theory. To this end, a bibliographical research with a qualitative approach was carried out based on works based on the cultural-historical theory from Vygotsky and his followers, especially Davydov, with the theory of developmental teaching. An analysis was made of the contributions and challenges of these assumptions, from the perspective of historical-dialectical materialism to broaden the debate about the understanding and organization of the study activity in the developmental perspective. The route focuses on the teaching-learning process for the formation of the concept of volume calculation and its intervening elements, considering the categories, for the concept of volume calculation: transformation of task data in conducting the identification of the general principle; from modeling to transforming the model and using that concept as a mental tool. It was noticed that the principles of Davydov's theory of developmental teaching consist of a viable alternative for the organization and execution of the teaching of the concept of volume calculation for the second year of high school. Thus, this research contributed to show a possible alternative way to organize the teaching of the concept of volume calculation and, consequently, Geometry, Mathematics and other areas of science. It is believed that despite the existing contradictions in this field, it is possible to carry out a teaching-learning process based on the theory of developmental teaching and that contributes to the formation of the students' theoretical thinking.

Keywords: Human development. Teaching-Learning. Concept formation. Cultural-historical Theory. Volume calculation.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Plano de ensino para a formação do conceito de cálculo de volume.....	
.....100	
Quadro 2 – Questão 1 da Tarefa 1 do experimento didático formativo.....	104
Quadro 3 – Questão 2 da Tarefa 1 do experimento didático formativo.....	
.....105	
Quadro 4 – Questões 3 e 4 da Tarefa 1 do experimento didático formativo.....	
.....106	
Quadro 5 – Situação-problema inicial do Apêndice H - Tarefa 1.....	
.....116	
Quadro 6 – Questões iniciais e volume do paralelepípedo reto - Apêndice H – Tarefa 1.	117
Quadro 7 – Volume do paralelepípedo oblíquo - Apêndice H – Tarefa 1	
.....118	
Quadro 8 – Volume do prisma - Apêndice H – Tarefa 1.....	
....119	
Quadro 9 – Volume da pirâmide - Apêndice H – Tarefa 1.....	
.....120	
Quadro 10 – Volume do cilindro - Apêndice H – Tarefa 1.....	
.....121	
Quadro 11– Volume do cone - Apêndice H – Tarefa 1.....	
.....122	
Quadro 12– Volume da esfera - Apêndice H – Tarefa 1.....	
.....123	
Quadro 13 – Porcentagens de acertos da tarefa.....	
.....146	

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tabuleta de argila babilônica com inscrições.....	72
Figura 2 – Tabuleta Plimton 322.....	72
Figura 3 – Poliedros regulares.....	73
Figura 4 – Representação de um sólido.....	76
Figura 5 – Sólido de revolução.....	77
Figura 6 – Rede conceitual do conceito de cálculo de volume.....	90
Figura 7 – Representação literal para o cálculo do volume de alguns sólidos.....	90
Figura 8 – Algumas ciências que relacionam com a Matemática.....	91
Figura 9 – Representação do terreno.....	148
Figura 10 – Esboço do imóvel a ser construído.....	149
Figura 11 – Notícia sobre a previsão meteorológica.....	152
Figura 12 – Pluviômetro.....	152
Figura 13 – Representação do cubo com determinado volume de água.....	153
Figura 14 – Armazenamento hídrico no solo em junho de 2022.....	154
Figura 15 – “Ecovila” Beddington Zero Energy Development	156
Figura 16 – “Torre Tarumã, complexo Parque da Cidade”....	156

Figura 17– “Edifício SESC Paulista”.....	157
Figura 18– “Edifício Citicorp”.....	157
Figura 19– “Igreja do Jubileu”.....	158
Figura 20– “O Templo da Paz”.....	159
Figura 21– “Museu de Arte de Milwaukee”.....	159
Figura 22– “Novo Museu”.....	160
Figura 23– Rio Tigre e Eufrates, na região da Mesopotâmia.....	161
Figura 24– “Stonehenge”.....	162
Figura 25– “Pirâmides de Gizé”.....	163
Figura 26– “Partenon”.....	163
Figura 27– “Castelo de Bodiam”.....	164
Figura 28– “Palácio do Itamaraty”.....	164
Figura 29– “Chrysler Building”.....	165
Figura 30– “Museu de Arte Contemporânea”.....	165
Figura 31– “Torre Agora”.....	166
Figura 32– “Centro Cultural Oscar Niemeyer”.....	169
Figura 33– “Biblioteca do Centro Cultural Oscar Niemeyer”.....	170

Figura 34– Paralelepípedo com cubos na parte inferior interna.....	171
Figura 35– Paralelepípedo oblíquo.....	171
Figura 36– Paralelepípedo oblíquo e paralelepípedo reto.....	171
Figura 37– Alguns exemplos de prismas.....	172
Figura 38– Alguns exemplos de prismas retos.....	172
Figura 39– Prisma reto decomposto em pirâmides.....	173
Figura 40– “Monumento aos Direitos Humanos”.....	173
Figura 41– Cilindro reto e oblíquo.....	174
Figura 42– “Museu de Arte Contemporânea”.....	174
Figura 43– Cones.....	175
Figura 44– Cones internos ao cilindro.....	175
Figura 45– Esferas decompostas em pirâmides.....	176
Figura 46– “Palácio da Música”.....	176

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC - Base Nacional Comum Curricular da Educação Básica

IFG – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

LDB - Lei de Diretrizes e Bases

MEC – Ministério da Educação

NDR – Nível de Desenvolvimento Real

PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais

PPGE – Programa de Pós-Graduação em Educação

PUC/Goiás – Pontifícia Universidade Católica de Goiás

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

ZDR – Zona de Desenvolvimento Real

Sumário

INTRODUÇÃO.....	16
1 TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E SEUS DESDOBRAMENTOS.....	21
1.1 CONTRIBUIÇÕES DE VYGOTSKY E OS FUNDAMENTOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL.....	21
1.2 A CONTRIBUIÇÃO DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL COM O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM E A FORMAÇÃO DE CONCEITOS.....	38
1.3 OS PRINCÍPIOS DELINEADORES DA PRÁTICA PEDAGÓGICA COM FOCO NA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL.....	54
2 O LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO DE VOLUME.....	68
2.1 HISTÓRIA DO CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME.....	68
2.2 VOLUME NOS DOCUMENTOS OFICIAIS E LIVROS DIDÁTICOS.....	81
2.3 ESTUDO DO CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME SOB A ÓTICA DA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL.....	88
3 O EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO – UMA PROPOSTA DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME NA SEGUNDA SÉRIE DO ENSINO MÉDIO, SEGUNDO A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL.....	94
3.1 A ORGANIZAÇÃO DE UMA ATIVIDADE DE ESTUDO PARA A FORMAÇÃO DO CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME.....	95
3.2 O PLANEJAMENTO DE UMA ATIVIDADE DE ESTUDO PARA A FORMAÇÃO DO CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME.....	100
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	138
REFERÊNCIAS.....	140
APÊNDICE A – PORCENTAGEM DE ACERTOS EM CADA QUESTÃO E EM RELAÇÃO A TODA A TAREFA.....	146
APÊNDICE B – PLANO DA AULA 1.....	147
APÊNDICE C – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	148
APÊNDICE D – PLANO DA AULA 2.....	150
APÊNDICE E – SLIDES PARA AULA 2: MOTIVACIONAL PARA APREENDER O CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME.....	152
APÊNDICE F – SLIDES PARA AULA 2: LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO DE VOLUME.....	161

APÊNDICE G – PLANO DA AULA 3.....	167
APÊNDICE H – TAREFA 1.....	169
APÊNDICE I – PLANO DA AULA 4.....	177
APÊNDICE J – PLANO DA AULA 5.....	179
APÊNDICE K – TAREFA 2.....	182
APÊNDICE L – TAREFA 3.....	183
APÊNDICE M – PLANO DA AULA 6.....	184
APÊNDICE N – SLIDES PARA AULA 6: FORMAÇÃO DE DEFINIÇÕES DO CONCEITO DE VOLUME NO SEU LÓGICO-HISTÓRICO.....	187
APÊNDICE O – TAREFA 4.....	191
APÊNDICE P – PLANO DA AULA 7.....	192
APÊNDICE Q – TAREFA 5.....	194
APÊNDICE R – ROTEIRO PARA OBSERVAÇÃO DAS AULAS.....	195

INTRODUÇÃO

A educação é considerada um campo de disputa de ideias e interesses e muitos conflitos derivam desta situação. No Brasil, principalmente nas últimas décadas, houve um aumento expressivo das desigualdades sociais derivadas de disputas econômicas e isso reverbera em toda sociedade, sobretudo na área educacional. Muitas áreas sociais têm sofrido as consequências do modelo econômico implantado de modo ainda mais intenso ultimamente, embasado nos princípios neoliberais que permeiam desde as políticas públicas até as ações da escola.

Sobretudo nas últimas décadas, o modelo de educação pública brasileira tem se alinhado às políticas neoliberais internacionais, voltadas apenas para o acolhimento e integração social, numa perspectiva somente assistencialista, o que reforça e potencializa a exclusão social. Concordamos com Libâneo (2012), que o objetivo da escola não é somente o acolhimento social, mas que este modelo de escola é o que tem disponível para os pobres. Acreditamos, assim como este autor, que a escola precisa ter como principal finalidade o desenvolvimento intelectual, a formação humana integral e o preparo para a resolução de problemas que surgirão ao longo da vida (LIBÂNEO, 2004).

Nesse contexto, opondo-se a esse modelo de educação que é pensado para os mais pobres, sobretudo para os países em desenvolvimento¹, embasamo-nos em autores que evidenciam as contribuições da teoria e a importância do ensino para a promoção do desenvolvimento dos estudantes. Nesse ínterim, é relevante refletir sobre as atividades educativas e os processos de ensino-aprendizagem, sobretudo em formas de desenvolver intelectualmente os estudantes por meio dos conceitos científicos, em uma escola que visa a autonomia e a formação integral. Este estudo tem como foco investigativo o processo de ensino-aprendizagem do conceito científico de volume contido na ementa de Matemática do Ensino Médio. Está fundamentada nos pressupostos teóricos da teoria histórico-cultural de Vygotsky e seus desdobramentos, sobretudo na teoria do ensino desenvolvimental de V. V. Davydov.

¹ A expressão “países em desenvolvimento” é utilizada para os países que apresentam significativo crescimento econômico e social, industrialização recente e crescente, além de aumento expressivo no valor monetário dos bens produzidos (Produto Interno Bruto - PIB). São caracterizados por apresentarem Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) elevado, assim como a expectativa de vida. Pode-se citar alguns exemplos de países em desenvolvimento, segundo a Organização das Nações Unidas (ONU): Brasil, Rússia, China, África do Sul, Índia, México e Indonésia.

É extremamente relevante o estudo sobre conceitos da Matemática, uma importante ciência que abrange conceitos variados, com aplicações em várias outras áreas e na vida cotidiana. Sendo assim, ressalta-se então a importância de se apropriar da cultura por meio do estudo dos conceitos matemáticos a partir da compreensão do seu percurso lógico-histórico e dos seus aspectos sociais. Ao compreender o método lógico dedutivo, o aluno poderá compreender de modo crítico sua realidade concreta e atuar, interferindo e colaborando com o seu meio social.

A escolha da formação do conceito do cálculo de volume como objeto de estudo se deu pela possibilidade de ampliar o debate acerca do tema tão relevante e ainda promissor, com muitas possibilidades de avanços em pesquisas. Outro fator crucial e determinante foi a afinidade da pesquisadora com o mesmo, pois atua profissionalmente na docência em vários níveis há muitos anos e se identifica muito com trabalho com os jovens. Assim, a proposta de atividade para formação do conceito de volume foi elaborada como uma proposta de experimento didático-formativo² para o segundo ano do Ensino Médio.

O conceito do cálculo de volume está inserido no campo da Geometria, um dos principais ramos da Matemática e seu estudo colabora com o desenvolvimento do pensamento geométrico e matemático. No entanto, muitos discentes apresentam dificuldades na visualização, compreensão e aprendizagem de sólidos geométricos, acarretando desmotivação para participarem ativamente das aulas de matemática (KALLEF; REI, 2004). As dificuldades na aprendizagem dos discentes podem relacionar diretamente com a didática utilizada no ensino dos conceitos matemáticos. Em muitas escolas os conceitos estudados não atingem o pensamento teórico, ou seja, os discentes não se apropriam do conceito do cálculo de volume em sua totalidade. Muitas vezes os conteúdos ainda são apresentados em caráter empírico, numa relação entre abstração, generalização e conceitos numa lógica formal. Esta abordagem ainda vigente, limita o modo de pensar da matemática e, conseqüentemente, o desenvolvimento humano.

Acreditamos que esta proposta de atividade de estudo para a formação do conceito teórico do cálculo de volume possa contribuir com o debate acerca do tema, apresentando uma possibilidade de desenvolvimento do discente por meio dos conteúdos escolares, especialmente dos conceitos matemáticos. A formação do conceito do cálculo de volume pode

2 De acordo com Freitas; Libâneo (2022, p. 1): “o experimento didático formativo como microciclo de investigação origina um conhecimento didático capaz de sustentar e fortalecer a didática desenvolvimental orientada para finalidades educativas de superação das desigualdades sociais e escolares existentes no país”. Em se tratando do experimento didático formativo na perspectiva de Davydov, pode-se considerar que “consiste no estudo dos processos de transformação que propiciam novas formações psíquicas e as condições necessárias ao seu surgimento” (FREITAS; LIBÂNEO, 2022, p. 9).

desenvolver o pensamento lógico-dedutivo do aluno, contribuindo para o domínio do pensamento geral da construção mental do objeto geométrico. Desenvolve assim a dedução e generalização, que são modos específicos de pensar da ciência Matemática. É um conceito que está relacionado com outros conceitos mais amplos e de outras áreas de conhecimento, como a Engenharia, Arquitetura e a Física, por exemplo.

A partir da compreensão do núcleo base universal para a formação do conceito científico do cálculo de volume, o aluno poderá ser capaz de criticar e explicar as manifestações particulares deste, assim como relacioná-lo a outros da rede conceitual, outras áreas do conhecimento e à vida concreta. Ao se apropriar do conceito científico do cálculo de volume, o aluno aprimora suas ferramentas intelectuais e pensa geometricamente, no contexto da Matemática, com os métodos próprios desta ciência. É a mudança qualitativa do pensamento do aluno, por meio da ascensão do pensamento do abstrato ao concreto e da dedução, que vai do universal para o singular, desenvolvendo-o a partir da formação do conceito científico.

A formação de conhecimentos com uma argumentação lógico dedutiva é importante para todos os estudantes, sobretudo no ensino básico, facilitando e proporcionando uma melhor transição desses alunos para o ensino superior. Desse modo, compreender o conceito do cálculo de volume em suas contradições, avanços e rupturas é essencial para situá-lo e compreendê-lo em seu contexto social. Por meio da formação do conceito científico de volume os alunos poderão compreender os fenômenos naturais e sociais, de acordo com sua realidade social e cultural, além de se desenvolverem como seres humanos, atuantes, críticos e autônomos.

Esta pesquisa está embasada nos pressupostos teóricos e epistemológicos da teoria histórico-cultural elaborada por Vygotsky, onde considera que a aprendizagem pode ser mediada, a partir da promoção das aptidões e capacidades, promovendo assim o desenvolvimento do ser humano. Abordamos também pesquisadores que contribuíram com os desdobramentos desta teoria, como Leontiev (2001), Elkonin (1987) e Davydov (1988).

Leontiev (2004, p.94) assegura que “a consciência é o reflexo da realidade, refratada através do prisma das significações e dos conceitos linguísticos, elaborados socialmente”. Nesse entendimento, a consciência pode ser construída a partir dos aspectos materiais do indivíduo. Elkonin (1987) assevera que o desenvolvimento das ferramentas intelectuais e das capacidades humanas está condicionado a outros fatores e que não são desenvolvidos automaticamente. Davydov (1988) teoriza que o ensino precisa assegurar mudanças qualitativas e o desenvolvimento psíquico dos estudantes.

Davydov foi o pesquisador de maior destaque da terceira geração de pesquisadores da teoria histórico-cultural desenvolvendo pesquisas a partir da interpretação de Vygotsky, onde atribuiu um sentido mais pedagógico para a teoria. Segundo Freitas e Rosa (2015), Davydov aprimorou seus estudos sobre a formação de conceitos enfatizando a importância dos conceitos teóricos para o desenvolvimento das funções psicológicas dos escolares. Esta é a finalidade principal da escola, para Davydov e estes são alguns dos principais embasamentos teóricos desta pesquisa.

A questão norteadora desta pesquisa foi: como os princípios da teoria do ensino desenvolvimental de Davydov podem contribuir para que escolares³ do Ensino Médio formem o conceito científico do cálculo de volume? Considerando os pressupostos de Davydov (1988), de que o bom ensino é o que precede o desenvolvimento, busca-se nesta pesquisa, como objetivo geral, analisar as contribuições da teoria do ensino desenvolvimental para a formação do conceito científico do cálculo de volume, para estudantes do segundo ano do Ensino Médio. Busca-se como objetivos específicos: discutir as contribuições da teoria histórico-cultural e seus desdobramentos para o processo de ensino-aprendizagem e formação de conceitos; analisar o percurso lógico-histórico do conceito do cálculo de volume para que sejam apreendidas as relações que estão contidas nele, além de identificar as ações mentais necessárias para a elaboração da proposta de atividade de estudo do experimento didático-formativo; propor um experimento didático-formativo para formação do conceito do cálculo de volume na segunda série do ensino médio, de acordo com os pressupostos teóricos da teoria do ensino desenvolvimental.

Trata-se de uma pesquisa bibliográfica com abordagem qualitativa e que teve como procedimentos de coleta de dados a análise documental. Foi elaborada uma proposta de experimento didático-formativo para ser desenvolvida com estudantes da segunda série do Ensino Médio. Esta proposta de experimento consiste em uma sequência didática cujo objetivo é a formação do conceito do cálculo de volume e foi elaborada segundo os pressupostos teóricos da teoria do ensino desenvolvimental de Davydov.

O percurso metodológico para atingir o objetivo da tese inicia pela busca de produções científicas de teóricos que dialoguem sobre o tema formação de conceitos científicos e que estejam vinculadas à teoria histórico-cultural, assim como autores da educação matemática e os parâmetros nacionais. Através do trabalho destes pesquisadores sobre o processo de

3 Utilizamos o termo “escolares”, como consta nas traduções das obras de Davydov (1988). Um exemplo da utilização deste termo está em Davydov (1988, p. 175): “Quando os escolares começam a utilizar a abstração e a generalização iniciais como meios para deduzir e unir outras abstrações, eles convertem as estruturas mentais iniciais em conceito, que fixa certa ‘célula’ do objeto estudado”.

ensino-aprendizagem, esta pesquisa amplia o debate sobre a importância da vertente didática ancorada na teoria histórico-cultural e seus desdobramentos, especialmente a teoria do ensino desenvolvimental desenvolvido por Davydov. Apresenta e discute sobre as formas de apresentação nos documentos oficiais e livros didáticos. Por fim, propõe uma atividade de estudo para a formação do conceito do cálculo de volume e os elementos a ele relacionados, considerando as categorias: transformação dos dados da tarefa na condução da identificação do princípio geral; da modelação até a transformação do modelo e o uso desse conceito como ferramenta mental.

Este trabalho está apresentado em três capítulos, além da introdução e das considerações finais. No Capítulo I abordou-se sobre a teoria histórico-cultural e seus desdobramentos, apontando as contribuições de Vygotsky para esta teoria. Refletimos sobre a contribuição da teoria histórico-cultural com o processo de ensino-aprendizagem e a formação de conceitos e elencamos os princípios delineadores da prática pedagógica com foco na teoria do ensino desenvolvimental. No Capítulo II discutiu-se sobre o lógico-histórico do conceito de volume, abordando a história do conceito do cálculo de volume, o volume nos documentos oficiais e livros didáticos, focando sobretudo no estudo desse conceito à luz da teoria do ensino desenvolvimental. No Capítulo III apresentou-se uma proposta de organização do ensino-aprendizagem do conceito do cálculo de volume na segunda série do Ensino Médio, sob a ótica do ensino desenvolvimental, abordando também formas de organização e planejamento de uma atividade de estudo para a formação desse conceito.

No texto dedicado às considerações finais, são apresentadas as principais contribuições da teoria do ensino desenvolvimental de Davydov para o processo ensino-aprendizagem do conceito do cálculo de volume. Esta tese se propõe em refletir sobre como os princípios desta teoria podem contribuir com a formação desse conceito por escolares do segundo ano do Ensino Médio. Fica evidente que novos estudos podem surgir a partir deste, mas defende-se a pesquisadora defende a sua tese avistando a possibilidade de colaborar com o debate e o conhecimento ao ensino, sobretudo de Matemática.

1 TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E SEUS DESDOBRAMENTOS

Este capítulo é dedicado à apresentação da fundamentação teórica da pesquisa. Escolhemos esta teoria motivada pela compreensão de que seu aporte teórico-metodológico pode possibilitar contribuições no desenvolvimento das potencialidades dos sujeitos, na formação do pensamento teórico, na aquisição de novas habilidades de raciocínio e, conseqüentemente, no processo ensino-aprendizagem da Matemática, da Geometria e, de modo ainda mais específico, do cálculo do conceito de volume. Concordamos com este embasamento teórico, que o desenvolvimento humano depende de um desenvolvimento integral, ou seja, no âmbito da cognição, do intelecto, da personalidade, da afetividade, dentre outros e, sobretudo ao compreender que a aprendizagem escolar precede o desenvolvimento desses estudantes.

Assim, compreendemos que ao apreender esse conceito à luz da teoria do ensino desenvolvimental, o aluno também será capaz de situá-lo em várias circunstâncias cotidianas do seu contexto social, compreendendo os fenômenos naturais e sociais. Portanto, iniciamos esse capítulo abordando as contribuições de Vygotsky e os fundamentos da teoria histórico-cultural. Logo em seguida, apontamos as contribuições da teoria histórico-cultural com o processo de ensino-aprendizagem e a formação de conceitos. Ao final, elencamos os princípios delineadores da prática pedagógica com foco na teoria do ensino desenvolvimental.

1.1 CONTRIBUIÇÕES DE VYGOTSKY E OS FUNDAMENTOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Os fundamentos da teoria histórico-cultural foram elaborados por Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934) na União Soviética, na segunda década do século XX, mais especificamente em torno de 1927-1928. Constitui-se como uma vertente da Psicologia partindo do pressuposto que o homem é um ser de natureza social (MELLO, 2014). Possui tradição filosófica marxista e tem como método de compreensão o materialismo dialético. Vygotsky avança nos estudos de Karl Marx, realizados no século XIX, que levam em consideração que os homens possuem aptidões, mas não por uma vontade divina.

Vygotsky supera a ideia de Marx ao conceber que as aptidões e capacidades da criança são ilimitadas, conforme descreve Mello (2014):

Para a teoria histórico-cultural, a criança nasce com uma única potencialidade, a potencialidade para aprender potencialidades; com uma única aptidão, a aptidão para aprender aptidões; com uma única capacidade, a capacidade ilimitada de aprender e, nesse processo, desenvolver sua inteligência – que se constitui mediante a linguagem oral, a atenção, a memória, o pensamento, o controle da própria conduta, a linguagem escrita, o desenho, o cálculo – e sua personalidade – a autoestima, os valores morais e éticos, a afetividade. Em outras palavras, o ser humano não nasce humano, mas aprende a ser humano com as outras pessoas – com as gerações adultas e com as crianças mais velhas –, com as situações que vive, no momento histórico em que vive e com a cultura a que tem acesso. O ser humano é, pois, um ser histórico-cultural (MELLO, 2014, p. 136).

Para a teoria histórico-cultural, a aprendizagem deve ser mediada, a partir da promoção das aptidões e capacidades, resultando assim no desenvolvimento humano. Nesse sentido, a formação interna está intimamente relacionada com os processos externos, ou seja, a internalização dos conceitos, signos e significados depende da mediação, dos estímulos externos. Segundo Leontiev (2004, p.94), “a consciência é o reflexo da realidade, refratada através do prisma das significações e dos conceitos linguísticos, elaborados socialmente”. Desse modo, a consciência pode ser construída a partir dos aspectos materiais do indivíduo.

Nesse contexto, a consciência é formada a partir da relação entre o indivíduo e o meio social, mediatizada pela sociedade. Nas palavras de Vygotsky (1991, p. 71), “[...] a analogia básica entre signo e instrumento repousa na função mediadora que os caracteriza. Portanto, eles podem, a partir da perspectiva psicológica, ser incluídos na mesma categoria”. Então, de acordo com Vygotsky, o homem apropria-se do patrimônio histórico-cultural da humanidade através da comunicação, da interação social, que são inatas ao indivíduo, no entanto, resultam da mediação, da interação deste homem com o meio histórico-cultural, dialeticamente.

Nesse sentido, o pensamento se desenvolve partindo do interp-síquico para o intrapsíquico de acordo com o processo de mediação por meio dos signos, com os instrumentos culturais e com determinadas condições. A mediação é um conceito muito importante ancorado na teoria histórico-cultural de Vygotsky, que postula que a atividade pode ser mediada entre o sujeito e o objeto, por meio de instrumentos, que são os mediadores. Assim, de acordo com o objetivo, um indivíduo pode interagir com mais indivíduos e com o

meio social, a partir da mediação, que pode ser através da linguagem, signos ou artefatos, considerados como mediadores.

Nesta proposta, a mediação acontecerá através da linguagem, signos, símbolos e recursos tecnológicos, como computador e o *software* Geogebra. Acreditamos que esses instrumentos podem contribuir com a mediação durante a atividade de estudo proposta, colaborando com a formação do conceito científico de volume, em uma atividade de estudo elaborada na perspectiva do ensino desenvolvimental, para uma turma de alunos da segunda série do ensino médio. Consideramos que por meio desses instrumentos de mediação, os alunos poderão se apropriar do conceito científico e assim desenvolver suas ferramentas intelectuais.

Vale ressaltar que a mediação não é simplesmente a relação entre dois objetos ou pessoas que estão distantes (LENOIR, 2014). A mediação é algo complexo que, ao percorrê-lo, permite ao aluno se apropriar do conteúdo. Como asseveram Costa e Libâneo:

Segundo a lógica dialética, a mediação não se restringe às necessidades de conciliação ou simples comunicação. Mediação, na perspectiva dialética, se refere às relações estabelecidas, ou que o podem ser, e que provocam mudanças nas coisas e nos agentes envolvidos (COSTA E LIBÂNEO, 2018, p. 7).

A partir deste entendimento, considera-se que a atividade humana sempre é mediada e sempre vai mediar outras atividades. Com o uso de signos, da linguagem e das palavras, o sujeito pode transformar o mundo por meio de ferramentas, assim como desenvolver funções psicológicas superiores. Ressalta-se então que a mediação é fundamental em todas as atividades humanas, sejam estas intencionais, voluntárias ou psicológicas. É através da mediação que a relação entre o indivíduo e objeto se torna indireta, por ser mediada por um artefato, um elemento.

A aprendizagem é um exemplo de atividade mediada pela comunicação, seja por imagens, objetos e palavras. Podemos dizer que na ação coletiva da aprendizagem ocorre uma mediação semiótica⁴, ou seja, que as operações psicológicas são influenciadas conforme o meio e a forma de comunicação, como esclarece Vygotsky (1998, p.73):

4 A semiótica inclui o estudo dos signos e processos de signos, indicação, designação, semelhança, analogia, alegoria, metonímia, metáfora, simbolismo, significação e comunicação. São três os elementos fundamentais da semiótica: Sintaxe (estudo da relação entre signos e signos), Semântica (estudo das relações entre signos e objetos) e Pragmática (estudo da relação entre signo, objetos e usuários).

[...] O uso de meios artificiais – a transição para a atividade mediada – muda, fundamentalmente, todas as operações psicológicas, assim como o uso de instrumentos amplia de forma ilimitada a gama de atividades em cujo interior as novas funções psicológicas podem operar. Nesse contexto, podemos usar a lógica superior, ou comportamento superior com referência à combinação entre o instrumento e o signo na atividade psicológica.

É na interação social que está fundamentada toda ação humana, o que pressupõe a mediação, denominada por Vygotsky de sociointeracionismo. De acordo com Rego (2020, p. 42), “são os instrumentos técnicos e sistemas de signos, construídos historicamente, que fazem a mediação dos seres humanos entre si e deles com o mundo. A linguagem é um signo mediador por excelência, pois ela carrega em si os conceitos generalizados e elaborados pela cultura humana”. Nesse entendimento, o homem relaciona-se com o próprio homem e com o mundo por meio destas ferramentas auxiliares, ou seja, é uma relação mediada.

A perspectiva da mediação em Vygotsky, estabelece uma ligação indireta entre sujeito (homem) e objeto (mundo), mediada pelos elementos mediadores (ferramentas auxiliares). Importante ressaltar que a mediação é um processo complexo, não se restringindo a apenas signos e instrumentos.

Então, a atividade está vinculada ao sujeito e ao objeto pois é constitutiva das ferramentas auxiliares, dos elementos que compõem a mediação. A mediação entre sujeito e objeto está vinculada aos processos mediadores através da atividade. Segundo Vygotsky, a atividade é uma ação coletiva, mediada e que pode modificar a realidade social por meio das experiências acumuladas no percurso histórico daquela sociedade. Por meio da mediação e interação social os indivíduos aprendem e se desenvolvem a partir da orientação de indivíduos mais experientes. Assim os seres humanos modificam a natureza, aprendem e se desenvolvem, participando de atividades variadas e complexas.

Destacamos a relação entre a mediação semiótica e social com a cultura, pois à medida que o sujeito é compreendido como um ser social, inserido em uma cultura que já foi posta a este, ele pode aprimorar suas funções mentais superiores e desenvolver-se. Dizendo de outro modo, a memória, a percepção e o pensamento de um sujeito podem ser desenvolvidos por meio dos elementos mediadores, a partir das atividades coletivas e sociais, na relação com o meio, durante em toda existência, desde o seu nascimento. Outro fator importante a ser enfatizado é que esta relação traz com maior clareza a noção de pertencimento dos sujeitos sociais com a cultura na qual estão inseridos. Também porque o materialismo dialético

contribui muito com o processo de ensino-aprendizagem, quando relaciona os meios culturalmente organizados com o desenvolvimento humano.

Nesta perspectiva, a aprendizagem acontece desde o nascimento da criança e esta antecede e impulsiona o seu desenvolvimento por toda a vida. No entanto, a aprendizagem escolar tem primordial importância ao colaborar com o desenvolvimento das funções psíquicas superiores e o desenvolvimento humano. Um conceito muito importante na teoria de Vygotsky que relaciona a aprendizagem ao desenvolvimento humano é a zona de desenvolvimento proximal (Vygotsky, 1984).

Segundo Vygotsky (1984), a criança, ao estabelecer relações com outras crianças mais experientes, orientadas por um adulto, modifica uma área do seu sistema cognitivo, denominada de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Seria o caminho para formação de novas funções psíquicas superiores e desenvolvimento de processos cognitivos de maturação, proporcionando o desenvolvimento mental desse indivíduo.

A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário. Essas funções poderiam ser denominadas “brotos” do desenvolvimento e não “frutos” do desenvolvimento (VYGOTSKY, 1998, p.112).

Assim, a interação social com o adulto pode colaborar com o desenvolvimento de funções psíquicas superiores que estavam no percurso da maturação. Ressalta-se aqui a importância da educação escolar para relação de influência da aprendizagem no desenvolvimento humano. Por meio da interação social a criança pode aprender, desenvolver suas capacidades mentais e formar novas ferramentas intelectuais.

Segundo Vygotsky (1984), a Zona de Desenvolvimento Real do indivíduo tem as condições de aprendizagem e na Zona de Desenvolvimento Proximal o indivíduo se relaciona com os contextos sociais, a partir das condições que lhe são dadas, até que seja capaz de realizar uma função sozinha. De acordo com Vygotsky (1998, p.112), “o nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente”.

Ele explica que em determinados momentos a criança precisa da orientação de alguém mais experiente para realizar algumas ações ou desenvolver algumas funções mentais, que sozinhas não conseguiriam.

Quando determinamos a idade mental de uma criança usando testes, estamos quase sempre tratando do nível de desenvolvimento real. Nos estudos do desenvolvimento mental das crianças, geralmente admite-se que só é indicativo da capacidade mental das crianças aquilo que elas conseguem fazer por si mesmas (VYGOTSKY, 1998, p. 110).

Pode-se compreender então que o nível de desenvolvimento real do indivíduo é resultante dos seus ciclos de desenvolvimento anteriores. Vygotsky (1998, p.112) assegura que é “o nível de desenvolvimento das funções mentais da criança que se estabelecem como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já completados”. Vygotsky (2007) explica que é a possibilidade que o indivíduo tem de resolver problemas, dominar situações, internalizar conceitos e realizar tarefas sem o auxílio do “outro”.

No entanto, com o desenvolvimento da autonomia e independência, a criança pode gradualmente ampliar sua zona de desenvolvimento proximal, que permite a realização de algumas atividades, mas com a orientação de outra pessoa, seja um adulto ou uma criança mais experiente. Este é considerado o nível de desenvolvimento proximal, ou seja, o nível que a criança pode resolver problemas com a ajuda de um indivíduo mais experiente, mas que sozinha, não seria capaz de resolvê-los (VYGOTSKY, 2007). É nesse nível que se encontram as funções a serem desenvolvidas, pois são potencialmente possíveis.

Desse modo, possivelmente cada criança possui um desenvolvimento proximal diferente, pois este depende da sua interação com o meio social. Sobre a Zona de Desenvolvimento Proximal Vygotsky (2007) assegura que:

Ela é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (VYGOTSKY, 2007, p.97).

Portanto, no campo psicológico ocorre o confronto das ideias de modo ativo e com distintas percepções diante das situações. A partir das interações sociais, do envolvimento com as situações-problema, as crianças se apropriam dos conhecimentos, constroem funções psicológicas superiores e autonomia. Este conceito elaborado por Vygotsky constitui um dos principais fundamentos da teoria histórico-cultural e é extremamente importante pois os professores podem, a partir da análise da ZDP, elaborar e desenvolver atividades, métodos e

recursos que facilitem o processo de ensino-aprendizagem e de construção das funções psicológicas superiores por meio dos conceitos científicos.

Ao elaborar uma atividade de estudo o professor deve delinear os objetivos a serem alcançados e, a partir da análise da zona de desenvolvimento proximal, conduzir esta atividade, levando-se em consideração o que o aluno é capaz de desenvolver, com o auxílio do par mais experiente. Então, podemos compreender que cabe ao professor elaborar também uma atividade diagnóstica, priorizando sobretudo ações mentais como relembrar e sintetizar, para que seja possível revelar o que o aluno consegue encontrar a solução de modo independente e também o que ainda precisa da colaboração de companheiros mais capazes.

Outros fundamentos importantes da teoria histórico-cultural foram se desdobrando posteriormente, sendo desenvolvidos, aprimorados e refinados por Vygotsky e outros estudiosos como Alexei Nikolaevich Leontiev (1903 - 1979), Alexander Romanovich Lurya (1902 - 1977), Lydia Il'inichna Bozhovich (1908 - 1981), Alexander Vladimirovich Zaporozhets (1905 - 1981), Daniil Borisovitch Elkonin (1904 - 1984) e Piotr Iakovlevic Galperin (1902 - 1988), que se tornaram depois, seus colaboradores. Utilizando o método materialista histórico-dialético, realizaram pesquisas que avançaram nos estudos em Psicologia, para a criação de uma nova proposta de educação humanística, uma educação voltada para a práxis educativa, ou seja, uma educação que se propõe a construir uma sociedade voltada para os princípios democráticos.

Em um processo dialético, buscavam contribuir com a escola de pensamento de Vygotsky através da formação do homem como um ser social. Eles queriam tensionar para a construção da escola voltada para a proposta de educação humanística e, assim, explicar a partir dos estudos da dialética, a ciência humana e o método para atender as demandas daquele momento histórico. Segundo esta escola científica, a situação social é uma fonte de desenvolvimento humano (LEONTIEV, 1981; LURIA, 1932; PYZIREI, 1986; WERTSCH, 1985).

Desse modo, a teoria histórico-cultural traz significativas contribuições com o campo da educação, superando a dicotomia entre ensino-aprendizagem e desenvolvimento. Assim, através de um processo contínuo e mediado, a atividade de ensino-aprendizagem está interligada ao meio sociocultural e influencia diretamente na formação das funções mentais humanas. Um dos pressupostos de Vygotsky é que a instrução escolar colabora com a formação da consciência reflexiva, sendo, portanto, fundamental para a formação da consciência humana (VYGOTSKY, 2007).

Para Vygotsky a formação da consciência é uma categoria concebida a partir da construção histórico-cultural materialista e contrapõe-se à concepção de consciência metafísica e espiritual. Desse modo, a formação da consciência em Vygotsky está diametralmente oposta à formação de consciência na perspectiva universal e a-histórica, que promove quantitativamente as ferramentas intelectuais. Então, apoiado em um modelo materialista marxista, Vygotsky compreende que a formação da consciência é um fenômeno histórico, voltado para o aprimoramento das funções psicológicas superiores e que promove um salto qualitativo no pensamento.

A formação da consciência em Vygotsky está relacionada ao salto qualitativo interno, à formação do pensamento, a partir do meio externo. Ocorre um redimensionamento das funções psicológicas, que pode elevar a consciência a patamares superiores. Ele considera que este processo é lento, dependente das condições materiais em que o sujeito está inserido além da forma e conteúdo das mediações constitutivas desse processo. Compreende que esta construção ocorre a partir dos signos inseridos no meio social e que este processo está inserido na atividade humana.

De acordo com Vygotsky, a partir da atividade humana emergem novas formações psíquicas. Daí a importância da compreensão do conceito de atividade e sua relação com a formação da psique humana. É a partir da atividade que o sujeito se relaciona com o mundo, num processo dialético. Em 1930, liderados por A. N. Leontiev, pesquisadores da segunda geração de estudiosos da teoria histórico-cultural elaboraram a teoria geral da atividade psicológica. Esta teoria é embasada diretamente nas principais ideias da teoria histórico-cultural de Vygotsky, como afirma Rubstov (2015):

Algumas das ideias de Vygotsky, particularmente as referentes às condições sociais de desenvolvimento humano, foram aprofundadas por A. N. Leontiev já nos fundamentos de sua bem elaborada compreensão psicológica da atividade. Sem distorcer nada na essência da abordagem de Vygotsky sobre as condições humanas de desenvolvimento, Leontiev substituiu o termo "situação social" pela noção de "desenvolvimento da atividade" (RUBSTOV, 2015, p.2).

Leontiev colabora com os estudos iniciados por Vygotsky, onde considera a atividade uma ação mediada entre o indivíduo e o meio através de elementos e artefatos mediadores. No entanto, ele avança no conceito de mediação elaborado por Vygotsky ampliando as limitações identificadas por ele, principalmente porque a primeira geração de estudiosos focava no

indivíduo. Leontiev considera que a partir da evolução da sociedade e com a sociedade dividida devido à organização do trabalho, houve uma diferenciação também na atividade, que é considerada distinta quando se trata de uma ação individual ou uma atividade coletiva.

É importante ressaltar que a categoria trabalho mencionada anteriormente é considerada por Leontiev na perspectiva do materialismo histórico-dialético, vinculada aos pressupostos teóricos de Marx, ou seja, de trabalho como princípio educativo. Nesse entendimento, há uma relação entre educação e trabalho, que se contrapõe à relação entre capital e trabalho. Assim, os estudos de Leontiev evidenciaram a atividade de um sujeito, mas considerando as condições do trabalho coletivo. Ele assegura que “quando um membro da coletividade realiza a atividade de trabalho realiza-se também com o fim de satisfazer uma necessidade sua” (LEONTIEV, 2004, p.82).

Com Leontiev houve então uma ampliação do conceito de mediação proposto por Vygotsky, onde a ação individual se apresenta como distinta da atividade coletiva. Para Leontiev a constituição do pensamento está centrada na atividade e não apenas na mediação sócio-cultural. Ele afirma que a atividade é uma formação coletiva, com interação mútua e contínua entre o sujeito e o objeto, num contexto histórico-cultural de coletividade.

A partir do conceito de mediação proposto por Leontiev entende-se que “o conceito de atividade deu um passo estrutural à frente na medida em que focalizou complexas interpelações entre o sujeito individual e a sua comunidade” (ENGSTRÖM, 2001, p. 82). Na perspectiva de Leontiev, a atividade media a relação entre o sujeito e o objeto, que estão diametralmente opostos.

Segundo Leontiev (1978), a atividade é uma condição para a formação da consciência ao mesmo tempo é também mediada pelo reflexo desta consciência:

O reflexo da realidade surge e se desenvolve no processo de desenvolvimento dos vínculos reais dos homens cognoscentes com o mundo humano que os circunda, [...] e, por sua vez, exerce uma influência inversa sobre o desenvolvimento desses (LEONTIEV, 1978, p. 20).

Segundo o autor (LEONTIEV, 1978), há uma relação dialética entre a objetivação e a subjetivação na formação da consciência, específica do ser humano. A ampliação do conceito de mediação em Leontiev se dá também porque ele considera que a atividade representa a subjetividade dos fenômenos objetivos, à medida que este sujeito reflete e participa da

realidade e das ações. Nesse entendimento, pode-se analisar a atividade para compreensão da formação da consciência, do conhecimento científico. Em se tratando de consciência e personalidade, as autoras Santos e Asbahr (2020, p. 7), asseguram que “[...] não preexistem de nenhum modo em relação à atividade, outrossim, são engendradas na e pela atividade, sendo, dialeticamente, produto e mediação da relação ativa do sujeito na transformação de sua realidade”.

Vale ressaltar que a atividade é demandada pela investigação científica, pela busca do objeto, ou seja, o objeto é uma característica basilar da atividade. Este entendimento se apresenta como um ponto de convergência pois foi postulado por Vygotsky e reafirmado posteriormente por Leontiev. O objeto sempre está inserido na atividade, seja de modo independente, no centro da atividade ou como um produto da atividade, ou seja, como uma imagem mental.

Obrigatoriamente uma investigação científica da atividade apresenta um objeto mesmo que este não esteja evidente na atividade. Nesse sentido, o objeto é o motivo da atividade, é o fator que estimula sua realização. Devido à dinamicidade da atividade, cada ação realizada, pode adquirir um motivo novo, e, conseqüentemente, uma nova atividade, que também se altera de acordo com o desenvolvimento de cada indivíduo.

De acordo com a teoria geral da atividade, em cada estágio do desenvolvimento humano há uma atividade principal que orienta as mudanças mais importantes para o desenvolvimento psíquico. Como afirma Leontiev (2010, p.65), “a atividade principal é então a atividade cujo desenvolvimento governa as mudanças mais importantes nos processos psíquicos e nos traços psicológicos da personalidade da criança, em certo estágio de seu desenvolvimento”.

De acordo com Leontiev (2001), o desenvolvimento humano é governado pela atividade principal, que direciona as principais mudanças nos processos de desenvolvimento psíquico, social e de estágio de desenvolvimento. Porém, vale ressaltar que atividade geral não é sinônimo de atividade principal. Para que se considere atividade principal não é suficiente que esta seja mais frequente no cotidiano da criança em um determinado estágio de desenvolvimento, mas sim aquelas que revelam e distinguem outros tipos de atividade, que reorganizem os processos mentais e que modifiquem psicologicamente essa criança, sua personalidade.

Segundo Leontiev, a criança pode mudar de estágio de desenvolvimento, a partir da mudança na atividade principal. A atividade, aliada à historicidade da criança, é um dos fatores que pode incidir no seu desenvolvimento, sendo, portanto, única a cada criança,

inclusive na mudança de estágios. O conteúdo dos estágios e a sua sequência no tempo podem alterar e não acontecerem definitivamente nos indivíduos. Estão relacionados às condições históricas concretas individuais, ou seja, não é necessariamente a idade que determina o conteúdo do estágio do desenvolvimento.

Nos casos comuns, a mudança do tipo principal de atividade e transição da criança de um estágio de desenvolvimento para outro correspondem a uma necessidade interior que está surgindo, e ocorre em conexão com o fato de a criança estar enfrentando a educação com novas tarefas correspondentes a suas potencialidades em mudança e a uma nova percepção (LEONTIEV, 2010, p. 67).

Leontiev assegura então que a mudança na atividade principal ocorre de acordo com as condições que a criança está enfrentando e suas capacidades de mudança. Nesse sentido, ele afirma que nem todos os processos podem ser considerados como atividade:

Não chamamos todos os processos de atividade. Por esse termo designamos apenas aqueles processos que, realizando as relações do homem com o mundo, satisfazem uma necessidade especial correspondente a ele. [...] Por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo (LEONTIEV, 2010, p. 68).

É relevante ressaltar que para Leontiev, há uma distinção entre ação e atividade, embora considere que exista uma relação particular entre elas. Enquanto a atividade é um processo que se dirige coincidindo o motivo com o seu objetivo, a ação está inserida na atividade, mas o motivo não está direcionado ao objetivo pelo qual o levou a executá-la. No entanto, elas se conectam, como afirma Leontiev (2010):

Há uma relação particular entre atividade e ação. O motivo da atividade, sendo substituída, pode passar para o objeto (o alvo) da ação, com o resultado de que a ação é transformada em uma atividade. Este é um ponto excepcionalmente importante. Esta é a maneira pela qual surgem todas as atividades e novas relações com a realidade. Esse processo é precisamente a base psicológica concreta sobre a qual ocorrem mudanças na atividade principal e, conseqüentemente, as transições de um estágio do desenvolvimento para o outro (LEONTIEV, 2010, p.69).

Desse modo, as mudanças na atividade principal podem influenciar nas transições dos estágios. Isto se dá porque o meio em que o sujeito está inserido influencia diretamente nessas mudanças num processo dinâmico entre o sujeito e o objeto. Falando de outro modo, é a atividade que incide nas principais mudanças dos processos psíquicos do indivíduo, nos diversos estágios do seu desenvolvimento.

Uma das mudanças mais significativas no desenvolvimento da criança, especialmente na idade pré-escolar, é a sua inserção na escola onde há tarefas escolares e deveres a serem cumpridos. Esses são fatores que podem modificar as relações dessa criança com o adulto, inclusive àquelas relacionadas à comunicação (LEONTIEV, 2004). Então, na educação formal surgem as práticas educativas e as atividades de estudo, que são essenciais para o desenvolvimento cognitivo do aluno e para a apropriação de novos conhecimentos. Nesse contexto, durante este estágio é que são atribuídos os sentidos e os significados às atividades.

Na adolescência “[...] esta passagem está ligada à sua inserção nas formas de vida social que lhe são acessíveis” (LEONTIEV, 2004, p. 309). Nesse estágio, o indivíduo está inserido em um meio social mais amplo, com conexão direta a outros indivíduos e atividades sociais. Assim, pode-se atribuir à atividade principal, os motivos, as necessidades e as ações do indivíduo, desenvolvendo de modo mais acentuado o seu senso crítico. Libâneo (2004, p.13) afirma que “segundo Leontiev, cada tipo de atividade possui um conteúdo perfeitamente definido de necessidades, motivos, tarefas e ações”. Assim, a direção de cada atividade segue de acordo com os objetivos das mesmas.

A partir do conceito de atividade elaborado por Leontiev, Elkonin estrutura a periodização do desenvolvimento psicológico das atividades guia (ou atividade principal). Elkonin parte da definição dinâmica de idade, proposta por Vygotsky, onde considera que:

“[...] não há, nem pode haver algum outro critério para distinguir os períodos concretos do desenvolvimento infantil ou das idades que não as formas novas, graças as quais se pode determinar o essencial de cada idade. Entendemos por formações novas o novo tipo de estrutura da personalidade e de sua atividade, as mudanças psíquicas e sociais que se produzem pela primeira vez em cada idade e determinam, no aspecto mais importante e fundamental, da consciência da criança, sua relação com o meio, sua vida interna e externa, todo o curso de seu desenvolvimento do período dado” (VYGOTSKY, 1996, p. 254 - 255).

Assim, Elkonin agregou as contribuições de Vygotsky e Leontiev e elaborou a teoria da periodização do desenvolvimento psíquico, sistematizando-a dentro da psicologia cultural.

De acordo com os estudos de Elkonin e Leontiev, a alteração na posição ocupada pela criança no meio social altera a sua atividade, que, por consequência, provoca mudanças qualitativas no seu desenvolvimento psíquico. Elkonin (1987) ressalta então a importância do processo histórico no desenvolvimento humano.

Nesse sentido, fica impossível determinar estágios universais que padronizam todas as crianças, para todo meio social e espaço temporal em que estão inseridas. Esses pressupostos são basilares na determinação dos estágios de desenvolvimento infantil, que acontecem de forma não linear, ou seja, ocorre com avanços, rupturas e retrocessos, num processo histórico e dialético.

As condições históricas concretas exercem influência tanto sobre o conteúdo concreto de um estágio individual do desenvolvimento, como sobre o curso total do processo de desenvolvimento psíquico como um todo. [...] não é a idade da criança, enquanto tal, que determina o conteúdo de estágio do desenvolvimento; os próprios limites de idade de um estágio, pelo contrário, dependem de seu conteúdo e se alteram *pari passu* com a mudança das condições histórico-sociais (LEONTIEV, 2001, p. 55-56).

De acordo com Leontiev, a cada estágio de desenvolvimento específico da criança relaciona-se com uma atividade principal, vinculada à realidade concreta da mesma, a partir das necessidades e a idade não é o fator determinante desse processo. No entanto, o tipo de atividade guia presente em cada etapa da criança pode ser fator dominante para seu desenvolvimento psíquico.

Estas atividades principais são elos para relacioná-las com o mundo à sua volta e isto faz com que desenvolvam nelas necessidades psíquicas específicas. Segundo Leontiev (1987), é desenvolvendo esta atividade principal que acontecem as mudanças mais significativas dos processos psíquicos e especificidades da personalidade do indivíduo, independente da idade ou fase em que se encontram.

De acordo com Elkonin (1987), são seis os principais estágios de desenvolvimento que o sujeito passa, durante sua vida – comunicação emocional do bebê; atividade objetal manipulatória; jogo de papéis; atividade de estudo; comunicação íntima pessoal; atividade profissional/estudo. Desde o início da vida de uma criança as condições sociais influenciam na construção da personalidade e desenvolvimento da mesma. São os adultos que cuidam desta criança, desde a satisfação de suas funções biológicas até a inserção no meio social, no envolvimento nas atividades humanas.

A primeira atividade principal do bebê é a comunicação emocional com os adultos, que se inicia com o nascimento e segue até aproximadamente um ano de vida. A comunicação se dá por meio de vários recursos como o choro ou o sorriso que é uma forma que a criança estabelece com aqueles que se relaciona, de acordo com os motivos. Aqui são formadas as bases indispensáveis para o próximo estágio, onde ocorre uma crise na criança e estruturam os primeiros sentimentos de muitos outros que ainda virão posteriormente, mais complexos.

No segundo estágio, por volta do primeiro ano de vida, ocorre a atividade objetal manipulatória, onde são assimilados os procedimentos sociais e ações com objetos, de acordo com a experiência social desta criança. Por meio do contato e colaboração dos adultos e da linguagem, a criança manipula os objetos criados e organizados socialmente. Nesta etapa ocorre significativa evolução e domínio do pensamento, fato importante entre a criança e o objeto, mediada pela linguagem. No entanto, Elkonin (1987) assegura que a atividade principal aqui não é a linguagem pois esta medeia a compreensão da ação dos objetos, ou seja, ela é caracterizada como uma ferramenta auxiliar para compreender os objetos elaborados socialmente. Leontiev (2004, p. 256) afirma que “são os pontos de virada no desenvolvimento infantil que têm, às vezes, a forma de agudas crises”.

Na crise dos três anos é onde a criança vai descobrir que ela mesma é parte constitutiva das relações, que é uma das pessoas participantes desta relação. É a descoberta do “eu”. É a fase em que a criança altera as frases “ela quer” para “eu quero”. Desse modo, a criança já começa a conjugar o verbo na primeira pessoa, compreendendo que faz parte daquela relação. É o início também da realização das ações por conta própria, ou seja, ela quer praticar o seu novo “eu”, experienciar suas vontades e poderes de decisão. Novamente, esta criança entra em contradição com o exercício do seu eu e ascende a outra atividade.

No próximo estágio - que abrange aproximadamente de três a seis anos - ocorre o jogo de papéis, onde a atividade principal é a brincadeira, o jogo. É considerada uma das atividades guia mais importantes e que contribui significativamente para o desenvolvimento da criança, principalmente o jogo de papéis ou dramático. Elkonin dedicou atenção especial ao estudo dos jogos e sua contribuição no desenvolvimento psíquico da criança. Ele considera que a criança demonstra distintas atividades ao participar de um jogo, sejam elas psíquicas, de atenção, memória, linguagem, dentre outras.

Nesse entendimento, os jogos de papéis sociais podem colaborar para a formação da consciência da criança por ser uma atividade complexa. Por meio dessas atividades, as crianças acessam a realidade concreta dos objetos através da reprodução das ações dos adultos e suas relações com esses objetos. Como orienta Elkonin:

A importância do jogo para o desenvolvimento psíquico das crianças em idade pré-escolar é múltiplo. Seu principal significado consiste em que, graças a procedimentos peculiares (tomar para si o papel da pessoa adulta e de suas funções sócio-laborais, o caráter representativo generalizado da reprodução das ações objetais, a transferência dos significados de um objeto a outro, etc.), a criança modela no jogo as relações entre as pessoas (ELKONIN, 1987, p.118).

Quando a criança participa de um jogo ela vivencia o faz de conta e atua num jogo de papéis, experimentando novas situações, interagindo e representando vários papéis sociais. A partir dessa dramatização, ela percebe as diversas possibilidades de atuação também para uma vida adulta, transferindo o significado entre os objetos, desenvolvendo psiquicamente e fazendo abstrações, generalizações, que são primordiais para o desenvolvimento psíquico.

Nesse processo de jogar a criança adquire também o conhecimento e o respeito às regras e isto colabora com o desenvolvimento do seu autocontrole. A partir do domínio das regras, a criança aprende a dominar seu próprio comportamento, de acordo com seus objetivos, além da autodisciplina e o autoconhecimento impulsionam o seu desenvolvimento. Elkonin (1998, p.421) afirma que “[...] a evolução do jogo prepara a transição para uma fase nova, superior, do desenvolvimento psíquico, a transição para um novo período evolutivo”.

O jogo influencia a criança a compreender as suas próprias capacidades e assim, entrando em crise mais uma vez, ela é impulsionada a realizar outras atividades, a sair do faz de conta, aumentando a generalização e o grau de desenvolvimento intelectual. A mudança da idade pré-escolar para a fase escolar coincide com a mudança na atividade principal da criança. As contradições e crises que impulsionam esta criança para a mudança na atividade guia, principalmente porque está condicionada à mudança da fase da pré-escola para a escola, dos seis aos 11 anos, onde a atividade principal é o estudo.

Na escola a criança vai realizar a atividade de estudo que vai impulsionar e elevar gradativamente o seu grau de abstração e generalização, pois vai entrar em contato com o conhecimento científico, onde a atividade principal está relacionada à atividade de estudo. Consequentemente suas ferramentas intelectuais vão promovendo novos sistemas integrativos, novas funções psicológicas.

No entanto, Elkonin afirma que o desenvolvimento destas capacidades está condicionado a outros fatores e não são desenvolvidos automaticamente.

Nem todo o conhecimento recebido [...] influi sobre a formação da personalidade e na conduta da criança. Não qualquer maneira de adquirir os conhecimentos

desenvolve as capacidades intelectuais e a atividade intelectual. [...] O desenvolvimento do psiquismo não reflete de maneira automática tudo o que atua sobre a criança. O efeito dos agentes externos, a influência da educação e do ensino, dependem de como se realizam estas influências e do terreno já anteriormente formado sobre o qual recaem (ELKONIN, 1960, p. 498).

Como salienta Elkonin, não é de qualquer forma ou qualquer adulto que pode interferir no desenvolvimento da criança. Nesse sentido, é importante ressaltar que para atuar diretamente é preciso que as ações e interferências estejam de acordo com os objetivos e que as especificidades de cada criança sejam observadas, como idade, período de desenvolvimento e condições sociais, históricas e culturais. Na atividade de estudo, por exemplo, o objetivo principal é assimilação de novos conhecimentos, mas este fato se põe como fator preponderante em toda sua relação com os adultos à sua volta.

No estágio da atividade de estudo é fundamental que sejam introduzidas atividades que objetivem a apropriação dos conhecimentos científicos. Esses conhecimentos científicos vão impulsionar a formação da consciência e do pensamento teórico, colaborando assim com o desenvolvimento de outras capacidades humanas como reflexão, análise e formação de consciência crítica. Na fase da adolescência inicia outra atividade principal, que é a comunicação íntima pessoal, também como consequência de crises e contradições, que precedem o começo da próxima fase. Como assegura Facci (2004, p. 73), “a transição de uma etapa de desenvolvimento infantil para outra é caracterizada por crises. Estas surgem no limite entre duas idades e assinalam o fim de uma etapa precedente de desenvolvimento e o começo da seguinte”.

A socialização e a comunicação pessoal são determinantes para diversas mudanças na vida do adolescente. Seja no convívio familiar ou na escola, a atividade de estudo direciona e constrói a subjetividade de cada indivíduo. Davydov e Márkova (1987, p. 321) enfatizam a importância do processo de reprodução pelo indivíduo para a apropriação do conhecimento, pois “[...] procedimentos historicamente formados de transformação dos objetos da realidade circundante, dos tipos de relação em direção a isso e do processo de conversão de padrões, socialmente elaborados, em formas de ‘subjetividade’ individual”.

As mudanças são muitas e vão desde a posição que este adolescente ocupa em relação a um adulto, à sociedade até a alteração das suas forças físicas e capacidades intelectuais. Nesta relação com as demais pessoas do grupo social este adolescente busca se posicionar diante das questões sociais impostas por sua realidade pessoal e social. A atividade Profissional de Estudo foi o último período do desenvolvimento estudado por Elkonin, cujas

características são as mesmas da atividade de estudo, mas com motivos diferentes. Nesta etapa final do desenvolvimento humano ocorre com a inserção do indivíduo no mundo do trabalho, que o coloca em um novo lugar na sociedade.

Colaborando com as pesquisas acerca da atividade de estudo, Davydov (1988) aproxima o conceito de atividade principal elaborado por Leontiev ao conceito de situação social de desenvolvimento, elaborado por Vygotsky. A atividade de estudo, segundo Davydov (1988), tem como objeto o conhecimento escolar, o domínio do conhecimento teórico, enfatizando a transformação da criança. Nesse sentido, ele considera que o desenvolvimento está intimamente ligado à realidade social da criança, que se concretiza necessariamente através da atividade humana.

A atividade de estudo, realizada no interior da escola, é considerada uma atividade principal e que considera os aspectos históricos e culturais dos escolares. Através dela os alunos podem aprender os conteúdos escolares, mas, sobretudo, desenvolver suas funções psicológicas superiores como consciência, autocontrole e autorreflexão. Nesse entendimento, Davydov (1988) afirma que o ensino precisa assegurar mudanças qualitativas e o desenvolvimento psíquico dos estudantes.

Davydov (1988) concorda com Leontiev que as atividades têm definidas as necessidades, motivos, tarefas e ações. No entanto, ele considera que um fator primordial é também o desejo. Assim, ele o insere como parte constitutiva da atividade e isto altera substantivamente a estrutura inicial do entendimento acerca do conceito de atividade.

Nessa perspectiva, Davydov institui que o desejo é o fator essencial para uma necessidade, como base da atividade.

Acredito que o desejo deve ser considerado como um elemento da estrutura da atividade. [...] Necessidades e desejos compõem a base sobre a qual as emoções funcionam. [...] O termo desejo reproduz a verdadeira essência da questão: as emoções são inseparáveis de uma necessidade [...] (DAVYDOV, 1999, p. 41).

Ao definir o desejo como a base da atividade, ele modifica o entendimento que Leontiev havia formulado. Então, Davydov (1999) explica melhor sua elaboração acerca da estrutura da atividade:

Em seus trabalhos, Leontiev afirma que as ações são conectadas às necessidades e motivos. Discordo desta tese. Ações, como formações integrais, podem ser conectadas somente com necessidades baseadas em desejos – e as ações ajudam na realização de certas tarefas a partir dos motivos. [...] É esta a estrutura da atividade que tentei apresentar-lhes. [...] Os elementos são os seguintes: desejos, necessidades, emoções, tarefas, ações, motivos para as ações, meios usados para as ações, planos (perceptual, mnemônico, pensamento, criativo) – todos se referindo à cognição e, também, à vontade (DAVYDOV, 1999, p. 41).

Nesse entendimento, as emoções e a afetividade ficam estreitamente ligadas ao conhecimento. Então, as emoções humanas e as necessidades precedem à linguagem, às ações, à cognição. Relacionando com a atividade de estudo, os escolares precisam estar envolvidos, sentir desejo e emoção ao realizá-las. Assim compreenderão melhor os conteúdos escolares das disciplinas e desenvolverão suas capacidades intelectuais, como premissas para o desenvolvimento social.

1.2 A CONTRIBUIÇÃO DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL COM O PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM E A FORMAÇÃO DE CONCEITOS

O suporte teórico da teoria histórico-cultural de Vygotsky é a tradição filosófica marxista, cujo método de compreensão é o materialista dialético e são muitas as contribuições desta teoria com o processo de ensino-aprendizagem, principalmente ao relacionar os meios culturalmente organizados com o desenvolvimento humano, que se concretiza pela atividade. Nesse entendimento, a atividade mediatiza a relação do ser humano com a realidade concreta. A formação dos processos psicológicos se dá a partir da internalização da atividade, considerada como um fenômeno fundamental.

No fenômeno da internalização da atividade ocorre a mediação da linguagem e, a partir de então, os signos passam a fazer sentido, a terem um significado. De acordo com Oliveira (2002, p.35) “os signos internalizados são, como as marcas exteriores, elementos que representam objetos, eventos, situações”. Nesse sentido, as funções psíquicas superiores vão do interpessoal para o intrapessoal, do coletivo para o individual. Portanto o desenvolvimento intelectual tem sua origem nas relações sociais do indivíduo, ou seja, estão ancoradas em sua base social e cultural.

Os instrumentos e signos externos também fazem a mediação na atividade humana e são muito importantes no processo de internalização das atividades. São nestas mediações que o indivíduo relaciona mentalmente com a realidade externa, com as ações como planejar, comparar, associar, entre outras. Oliveira (2002) interpreta como Vygotsky compreende as representações mentais:

Quando trabalhamos com os processos superiores que caracterizam o funcionamento psicológico tipicamente humano, as representações mentais da realidade exterior são, na verdade, os principais mediadores a serem considerados na relação do homem com o mundo (OLIVEIRA, 2002, p.35).

Nesse entendimento, a linguagem é o principal sistema de representação simbólico da realidade e são socialmente postos ao indivíduo, desde o seu nascimento. O meio social onde este indivíduo está inserido é que organiza essa realidade concreta, que posteriormente será constitutiva dos instrumentos psicológicos deste indivíduo. São as atividades humanas vivenciadas pelo sujeito que vão formar a atividade psicológica interna, individualmente.

Luria e Leontiev foram alguns dos colaboradores de Vygotsky no projeto de construção da nova psicologia na Rússia, após a revolução e dedicaram seus estudos também à atividade humana. Assim, suas pesquisas colaboraram com os desdobramentos da teoria elaborada por Vygotsky. Segundo Leontiev (2010), é por meio das atividades humanas que o indivíduo se relaciona com o mundo. Leontiev (1981) desenvolveu a teoria da atividade humana, que dá um enfoque especial ao processo de mediação no desenvolvimento da atividade. Ele pesquisou também sobre as formas de vinculação entre os processos internos da mente à atividade humana concreta.

Nessa perspectiva, o desenvolvimento psíquico humano está relacionado com a historicidade do indivíduo e o desenvolvimento de sua atividade, seja ela aparente ou interna. Segundo Davydov (1998, p. 9), “o sujeito individual, por meio da apropriação, reproduz em si mesmo as formas histórico-sociais da atividade”. É pela atividade que o sujeito se relaciona com o mundo social e na atividade que ele interfere e transforma esse mundo, sendo também transformado por ele, numa relação dialética.

Outros estudiosos colaboraram e aprimoraram os estudos de Vygotsky, como Galperin, que pesquisou o desenvolvimento da teoria do desenvolvimento psíquico, ressaltando a importância das ações externas no surgimento e na formação das ações mentais

por meio do ensino. Elkonin estruturou a periodização do desenvolvimento humano e a aprendizagem escolar, destacando a importância da aprendizagem para o desenvolvimento psicológico humano. Esses estudos revelam que a aprendizagem escolar tem uma função primordial no desenvolvimento psíquico (VYGOTSKY, 2008).

O processo ensino-aprendizagem presente no âmbito escolar apresenta-se como essencial para o desenvolvimento das funções psíquicas que promovem mudanças qualitativas nos modos de agir e pensar de um indivíduo. Relacionando com a conjuntura educacional, pode-se assegurar que é no ambiente escolar que promove a atividade humana coletiva adequada para o desenvolvimento psíquico e a transformação pessoal, por meio das atividades de estudo (VYGOTSKY, 2008).

Daí a relevância em formação profissional, especialmente dos professores, que vão elaborar e conduzir o processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos escolares, desenvolvendo assim as funções psicológicas superiores dos alunos como atenção voluntária, memória, abstração, comportamento intencional, entre outras. Estas atividades cerebrais podem ser inicialmente vinculadas à base biológica, mas são fundamentalmente resultantes da interação do sujeito com o meio social, ou seja, é uma ação mediada por outros sujeitos. São funções constituídas com ferramentas auxiliares como signos, sendo o mais imperioso deles, a linguagem.

O professor é parte fundamental nesse processo, pois elabora e proporciona os meios para que os estudantes se apropriem dos conceitos científicos. De acordo com Vygotsky (2003), nos estudos dos conceitos científicos, que estão inseridos no processo de escolarização, encontram-se os pilares para que o ser humano construa sua consciência reflexiva. Assim, os processos psicológicos elementares são de origem biológica, enquanto as funções psicológicas superiores, de origem sociocultural.

Davydov, pesquisador de maior destaque em psicologia pedagógica da terceira geração de estudiosos da teoria histórico-cultural, desenvolveu pesquisas e avançou na interpretação de Vygotsky, atribuindo um sentido mais pedagógico para a teoria. Aprimorou seus estudos sobre a formação de conceitos, onde enfatiza a importância dos conceitos teóricos para o desenvolvimento das funções psicológicas dos escolares (FREITAS E ROSA, 2015).

Segundo Libâneo (2004, p. 14) “na base do pensamento de Davydov está a ideia-mestra de Vygotsky de que a aprendizagem e o ensino são formas universais de desenvolvimento mental”. A aprendizagem e a formação dos conceitos científicos são

construídas na atividade humana, especificamente na atividade da aprendizagem, constitutiva do meio escolar.

Como Vygotsky já havia revelado com seus estudos, a inteligência não é nata e pode ser construída, estimulada e ampliada, a partir de estímulos intencionais, voltados para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, por meio do pensamento dialético (COSTA e LIBÂNEO, 2018). Nesse sentido, Davydov (1999) assegura que:

É necessário formular o pensamento dialético em todas as etapas da educação. [...] O pensamento teórico não surge e nem se desenvolve na vida cotidiana das pessoas, ele se desenvolve somente em uma tal instrução, cujos programas se baseiam na compreensão dialética do pensamento. É exatamente este ensino que tem o caráter desenvolvimental (DAVYDOV, 1999, p. 5, 7).

A construção da inteligência e o desenvolvimento das funções psicológicas superiores também ocorre por meio da mediação. Como afirmam Costa e Libâneo (2018, p. 7):

A mediação é vista como relações que podem ser simbólicas embutidas em produtos, podem ser do pensamento a partir das relações com o conhecimento, das ações que executamos, das necessidades e desejos criados, e quaisquer outras coisas e atividades humanas porque tudo o que é humano é construído por trajetória sócio-histórica e, por essa razão, carrega significados que medeiam nossas relações com o mundo, transformando-o e transformando os homens.

A mediação docente é muito importante no desenvolvimento do conhecimento científico, mas também no desenvolvimento das capacidades intelectuais, afetivas e do pensamento dialético. Assim, Davydov (1988, p. 147) assegura que o elemento fundamental que norteia as ações de um indivíduo é o desejo: “[...] podemos dizer que a atividade tem seu próprio pré-requisito: um desejo percebido [...]”. Este elemento – o desejo – é criado durante a atividade de estudo, por meio da mediação, da interação com os elementos mediadores. Costa e Libâneo (2018, p. 11) reforçam que “Assim, é preciso que as práticas pedagógicas articulem atividades de ensino-aprendizagem em diferentes formas, por exemplo, atividades coletivas e individuais, exposição escrita e oral, e outras atividades culturais”.

Daí a importância em variar as formas de atividades, durante as práticas pedagógicas, como afirmam Costa e Libâneo (2018, p.11): “[...] é preciso que as práticas pedagógicas

articulem atividades de ensino-aprendizagem em diferentes formas, por exemplo, atividades coletivas e individuais, exposição escrita e oral, e outras atividades culturais". É nesta mediação didática que o desejo é criado, sendo esta a parte essencial de todo envolvimento do indivíduo na atividade (DAVYDOV, 1988).

Fundamentado nas pesquisas de Vygotsky, Davydov também desenvolve estudos acerca da atividade humana, destacando a atividade da aprendizagem, como afirma Libâneo (2006):

A partir dessas bases e de outros estudos conduzidos pela escola de Vygotsky, especialmente de D. Elkonin, Davydov destaca a peculiaridade da atividade da aprendizagem, entre outros tipos de atividade, cujo objetivo é o domínio do conhecimento teórico, ou seja, o domínio de símbolos e instrumentos culturais disponíveis na sociedade, obtido pela aprendizagem de conhecimentos das diversas áreas do conhecimento. Apropriar-se desses conteúdos – das ciências, das artes, da moral – significa, em última instância, apropriar-se das formas de desenvolvimento do pensamento (LIBÂNEO, 2006, p.12).

A partir do domínio do conhecimento teórico, construído por meio da aprendizagem, os alunos se apropriam dos conteúdos escolares, da cultura e desenvolvem o seu pensamento, sua consciência humana. Davydov (1988, p.54) postula que “a ‘apropriação’ e o desenvolvimento não podem atuar como dois processos independentes, pois se correlacionam como a forma e o conteúdo de um único processo de desenvolvimento humano”.

No processo de desenvolvimento psíquico, são desencadeadas várias operações psicológicas como abstração, generalização e conceito, que associadas aos conhecimentos do indivíduo, promovem o desenvolvimento humano. Nesse sentido, a atividade humana corresponde à atividade cognitiva do indivíduo. Desse modo, o desenvolvimento humano torna-se consequência das ações mentais. Estas ferramentas intelectuais são formadas, em sua maioria, no processo de construção do pensamento teórico (VYGOTSKY, 2008).

Nesse sentido, o domínio dos símbolos e a formação do pensamento teórico é suscitado pelas atividades de aprendizagem, predominantemente na escola, por meio das atividades mentais dos alunos, processadas enquanto participam das atividades escolares. Assim, Davydov enfatiza que na aprendizagem escolar o pensamento do aluno é construído cientificamente, por meio das atividades de aprendizagem. Esse pensamento científico se assemelha ao pensamento dos cientistas ao apresentar os resultados dos seus estudos e se utilizar de abstrações, generalizações e conceitos teóricos.

Nas palavras de Davydov:

Embora o pensamento das crianças tenha alguns traços em comum com o pensamento dos cientistas, artistas, filósofos da moral e teóricos do direito, os dois não são idênticos. As crianças em idade escolar não criam conceitos, imagens, valores e normas de moralidade social, mas apropriam-se deles no processo de atividade de aprendizagem. Mas, ao realizar esta atividade, as crianças executam ações mentais semelhantes às ações pelas quais estes produtos da cultura espiritual foram historicamente construídos. Em sua atividade de aprendizagem, as crianças reproduzem o processo real pelo qual os indivíduos vêm criando conceitos, imagens, valores e normas (DAVYDOV, 1998b, p. 21-22).

A educação e o ensino são considerados essenciais nesse processo de construção do pensamento científico, que promove o desenvolvimento do indivíduo. Portanto, a educação promove o desenvolvimento ou, dizendo de outro modo, o ensino precede o desenvolvimento humano. No entanto, para que os alunos se apropriem dos conteúdos científicos estudados na escola é preciso que aconteça uma mudança qualitativa nos processos cognitivos. A interiorização ocorre por meio de uma atividade psicológica interna, não somente pela interação em atividades sociais.

Assim, a aprendizagem está interligada à transformação interior, à mudança qualitativa do pensamento, que tem uma base social, cultural e histórica, que ocorre primeiro no meio externo, depois no meio interno, onde “um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal” (VYGOTSKY, 1991, p. 41).

Libâneo sintetiza esse pensamento:

É por meio dessa interação que os signos são internalizados, no processo de internalização. A reconstrução e reestruturação do objeto de estudo constituem o processo de internalização, a partir do qual se reestrutura o próprio modo de pensar dos alunos, assegurando, com isso, seu desenvolvimento (LIBÂNEO, 2006, p. 15).

A internalização foi caracterizada por Vygotsky como uma etapa fundamental para a formação de conceitos. Ele destaca que para a formação dos conceitos há três momentos importantes no desenvolvimento: pensamento sincrético, pensamento por complexos e pensamento conceitual. Para que haja uma transição em cada nível de pensamento é preciso

que haja uma evolução no significado das palavras. É um processo de desenvolvimento complexo e autêntico, que não finaliza com a aprendizagem da palavra.

Nesse sentido, Baquero (1998) interpreta o pensamento da tese de Vygotsky:

[...] lembremos que a tese básica de Vygotsky aludia então ao fato de que o *significado das palavras evolui*, constitui um autêntico processo de desenvolvimento, isto é, o desenvolvimento de um conceito, de um significado ligado a uma palavra, não acaba com a aprendizagem da palavra, na verdade, apenas começa ali. Podem se descrever formas rudimentares de construção de significados ou de conceitualização, como o pensamento sincrético, e, no outro extremo, formas de categorização e generalização avançadas. Neste último extremo, Vygotsky situava os conceitos científicos (BAQUERO, 1998, p. 56, grifos do autor).

Segundo Vygotsky (2001), o primeiro momento para a formação dos conceitos é denominado de pensamento sincrético sendo caracterizado pela estrutura plural e desordenada do objeto. A partir de formas desorganizadas de construção de significados, o sujeito inicia um processo de compilação de informações, de arranjos de pensamento, com um predominante aspecto subjetivo. Com base na subjetividade, nesta etapa, o sujeito é capaz de agrupar os objetos, mas não estabelece conexões entre eles, denominando assim de amontoado sincrético (VYGOTSKY, 2008). No pensamento sincrético não há critérios estabelecidos a partir da propriedade do objeto, mas sim a partir do subjetivo.

Vygotsky (2003) considera que na fase do pensamento por complexos é que se encontra o “embrião” que vai formar o conceito posteriormente. Nesta etapa o sujeito estabelece relações objetivas mas o desenvolvimento intelectual ainda não está formado, porque não formou a abstração teórica, o raciocínio lógico, o lógico-abstrato. Toma como base apenas a experiência imediata, real por esse motivo, ainda precisa formar a generalização⁵.

No pensamento por complexos, ocorre a abstração, mas esta ainda carece de conexões com elementos concretos e, por isso, é considerada como inferior ao pensamento conceitual. No entanto, nesta etapa culmina na formação dos pseudoconceitos, onde os indivíduos estabelecem conexões e fazem relações, mas embasados em uma lógica individual, sem que a consciência acerca do objeto esteja formada. É o ponto de ligação entre o pensamento concreto e o pensamento abstrato, ou seja, o pensamento por complexos é o último estágio da formação de conceitos (VYGOTSKY, 2008).

⁵ No pensamento por complexos, o objeto generalizado é feito pelos traços factuais diversos, vínculo com o concreto fatural. Já no conceito, o objeto generalizado é por um traço, um vínculo essencial.

Segundo Vygotsky (1934), o pensamento por complexos na criança se equipara ao pensamento conceitual nos adultos. Nas palavras de Baquero (2006, p.58), [...] tanto que a criança pode chegar a delimitar os mesmos objetos sob a denominação empregada, ainda que esta opção não esteja sustentada por um verdadeiro pensamento conceitual, mas por um pensamento por complexos”. Os pseudoconceitos, presente no pensamento por complexos são predominantemente do pensamento infantil, como afirma Vygotsky (1934):

Se os pseudoconceitos não fossem a forma predominantemente infantil, os complexos infantis evoluiriam diferenciando-se dos conceitos dos adultos, como acontece em nossas pesquisas experimentais, nas quais a criança não está limitada ao significado dado da palavra. A compreensão mútua, com o auxílio das palavras, entre a criança e os adultos seria impossível (VYGOTSKY, 1934, 150).

Ele reforça também a importância da interação para a formação dos processos interpsicológicos e intrapsicológicos no processo de desenvolvimento humano. Ocorre de modo distinto entre a criança e o adulto. A criança tem o pensamento de acordo com seu nível intelectual, dentro do que já está prescrito e do significado que já tem elaborado das palavras.

[...] dentro desse caminho prescrito, a criança pensa exatamente como corresponde a seu nível de desenvolvimento intelectual. Os adultos, ao servirem-se da linguagem para se comunicar com ela, podem determinar a direção do desenvolvimento da generalização e seu destino, ou seja, a generalização resultante. Mas não podem lhe transmitir sua forma de pensar. A criança assimila deles só os significados já elaborados das palavras; não os objetos e complexos concretos que tem que escolher por si mesma (VYGOTSKY, 1934, p. 148).

A interação do adulto com a criança pode direcionar o desenvolvimento da generalização, por meio da comunicação. No entanto, a assimilação pela criança está relacionada com os significados já construídos anteriormente por ela. Isto reforça a ideia de que o pseudoconceito está no ponto de encontro entre o pensamento por complexos e o pensamento por conceitos.

No pensamento por conceitos há um complexo movimento pois vai além da junção e da generalização de objetos distintos. Segundo Vygotsky (1934, p. 165), o conceito “em sua forma natural e desenvolvida pressupõe não apenas a união e a generalização dos elementos isolados, como também a capacidade de abstrair, de considerar separadamente esses

elementos fora das conexões reais e concretas dadas”. A formação de conceitos pressupõe desenvolvimento psíquico principalmente das potencialidades de análise e síntese, construídas a partir das generalizações.

O processo de desenvolvimento das funções psicológicas por ser complexo, como dito anteriormente, é dinâmico e não acontece de forma linear. Ele perpassa a “pirâmide conceitual” num constante movimento de “ida e volta” do geral ao particular e vice-versa.

[...] os pesquisadores passaram a interpretar o processo de formação de conceitos como um processo complexo de movimento do pensamento na pirâmide dos conceitos como um processo complexo de movimento que vai constantemente do geral ao particular e do particular ao geral (VYGOTSKY, 1934, p. 174).

Esse movimento do pensamento acontece porque ocorre uma maturação intelectual, geralmente no fim da adolescência, que proporciona uma maior capacidade de compreensão do objeto, realizando análises e sínteses. No processo de formação de conceitos, as operações mentais possibilitam analisar o objeto como um todo através da análise das partes e também no sentido inverso.

O conceito surge quando uma análise de atributos abstraídos torna a sintetizar-se, e quando a síntese abstrata assim obtida se torna forma basilar de pensamento com o qual a criança percebe e toma conhecimento da realidade que a cerca. Neste caso, o experimento mostra que o papel decisivo na formação do verdadeiro conceito cabe à palavra. E precisamente com ela que a criança orienta arbitrariamente a sua atenção para determinados atributos, com a palavra ela sintetiza, simboliza o conceito abstrato e opera com ele como lei suprema entre todas aquelas criadas pelo pensamento humano (VYGOTSKY, 2001, p.226).

A recomposição do objeto que foi decomposto para análise contribui na formação do conceito e na mudança qualitativa do pensamento à medida que o indivíduo forma a consciência. Esse conhecimento proporciona a capacidade de análise também na realidade concreta. Vygotsky (2001) assegura que esta formação da síntese abstrata é uma importante ferramenta para o pensamento humano. A interiorização do conceito teórico promove a formação do pensamento crítico, a reflexão da existência de forma mediatizada.

Davydov (1998) considera que o pensamento teórico, resultante dos processos mentais, é essencial para fazer as generalizações conceituais, bem como sua aplicação a diversas situações-problema. Como afirma Libâneo (2011):

[...] não se refere apenas às características e propriedades dos fenômenos em estudo, mas a uma ação mental peculiar pela qual se efetua uma reflexão sobre um objeto que, ao mesmo tempo, é um meio de reconstrução mental desse objeto no pensamento. Nesse sentido, pensar teoricamente é desenvolver processos mentais pelos quais chegamos aos conceitos e os transformamos em ferramentas para fazer generalizações conceituais e aplicá-las a problemas específicos (LIBÂNEO, 2011 p.94).

Nesse sentido, a partir das ações mentais construídas no processo de formação dos conceitos, o pensamento intelectual é formado, ou seja, ocorre o desenvolvimento psíquico. Libâneo (2004, p. 14) refere-se à consideração de Davydov acerca do desenvolvimento intelectual dos alunos afirmando que “para ele, a questão central da aprendizagem escolar é o desenvolvimento mental dos alunos por meio do ensino e da educação, que ocorre com a cooperação entre adultos e crianças na atividade de ensino”.

O desenvolvimento mental dos alunos, construído no processo de formação de conceitos durante a atividade escolar é uma ação mediada. Esta mediação é feita pela linguagem entre os indivíduos, que se expressa por meio de palavras. Davydov (1998) enfatiza que a generalidade abstrata de um conceito é expressa por palavras, mesmo que estas sejam limitadas. Para Marx, na perspectiva do materialismo científico (1974), a formação do pensamento teórico sobre um objeto é denominada de “concreto do pensamento”:

[...] O concreto é concreto por ser a síntese de múltiplas determinações, logo, unidade da diversidade. É por isso que ele é para o pensamento um processo de síntese, um resultado, e não um ponto de partida, apesar de ser o verdadeiro ponto de partida e, portanto, igualmente o ponto de partida da observação imediata e da representação. O primeiro passo reduziu a plenitude da representação a uma determinação abstrata; pelo segundo, as determinações abstratas conduzem à reprodução do concreto pela via do pensamento (MARX, 1974, p. 228).

Esses pressupostos teóricos embasam a afirmação de Davydov (1998) de que o movimento do pensamento do aluno no processo de formação do conceito científico vai do

abstrato ao concreto. Davydov, em suas contribuições com a aprendizagem conceitual por meio do ensino escolar, elabora um modo pelo qual o ensino possa ser estruturado.

Esse modo de organização do ensino por Davydov objetiva a condução do pensamento do aluno através da ascensão do seu pensamento, do concreto ao abstrato – “concreto do pensamento” – por meio do conhecimento. Desse modo, a formação do pensamento teórico do aluno vai contribuir com o desenvolvimento desse aluno. Mais uma vez reforça a ideia que o conhecimento precede o desenvolvimento.

Para que haja o desenvolvimento psíquico do aluno através da formação de conceitos teóricos é fundamental que ele participe de uma atividade de estudo, que execute uma tarefa de estudo, com ações determinadas, específicas. Davydov (1998) afirma que as ações de aprendizagem são executadas por meio de operações e estas devem coincidir com as finalidades das tarefas de estudo. É o que Davydov intitula de condições concretas da tarefa de estudo. Nesse entendimento, a tarefa de estudo elaborada por Davydov está vinculada ao método dialético de ensino, cuja reprodução mental se assemelha ao pensamento dos cientistas.

Ao participar da atividade de estudo o aluno pode apropriar-se dos conceitos teóricos assimilando a historicidade do objeto de estudo. Por conseguinte, a elaboração e organização da atividade de estudo, por meio das tarefas de estudo devem ter uma estrutura própria, mas que tenham suas bases nos princípios da atividade humana. No entanto, Davydov (1998) orienta que a forma de apresentação dos conceitos aos alunos pode interferir no modo como o aluno vai lidar com este objeto.

O modo como esse conceito vai ser exposto deve ser distinto ao procedimento de investigação desse conceito. Libâneo (2014) interpreta o pensamento de Davydov:

Nesse sentido, de um lado, a aprendizagem escolar é estruturada conforme o método de exposição do conhecimento científico, mas, por outro, o pensamento que um aluno desenvolve na atividade de aprendizagem tem algo em comum com o pensamento de cientistas que expõem o resultado de suas pesquisas, quando se utilizam abstrações, generalizações e conceitos teóricos (LIBÂNEO, 2006, p. 15).

Segundo Davydov (1988, p. 166), os alunos vão investigar o percurso percorrido pelos cientistas ao formular o conceito científico e vão expor “os resultados de suas investigações por meio de abstrações, generalizações, e conceitos teóricos, que exercem um papel no processo de ascensão do abstrato ao concreto”. São dois processos de modo unificado, a

investigação científica e o método de pensar o objeto em suas relações, como Freitas (2016) interpreta o pensamento de Davydov (1988):

O conceito teórico de um objeto é uma unidade de dois processos: a investigação científica que possibilitou a sua descoberta e criação e as ações mentais presentes nesse processo de criação, nas quais está incorporado o método de pensar o objeto em suas relações (FREITAS, 2016, p. 393).

Desse modo, os conceitos científicos que foram produzidos pelos cientistas num processo histórico e cultural podem ser apropriados pelos alunos, como conceitos teóricos. Essa apropriação resulta da atividade de estudo, de forma elaborada, estruturada e mediada. Davydov (1988) afirma que a formação de conceitos científicos que impulsionam a formação da consciência do aluno e seu desenvolvimento mental, cognitivo e emocional, são reflexos da atividade. Então Davydov recomenda que a atividade de estudo contenha elementos específicos, de acordo com os objetivos da mesma.

Os elementos que constituem a atividade de estudo são as tarefas de estudo, as ações de aprendizagem e as ações de controle e avaliação (DAVYDOV E MÁRKOVA, 1987). As condições dadas aos alunos para a realização da tarefa devem coincidir com os objetivos desta tarefa, como afirma Davydov (1999), desse modo, a tarefa deve ser alterada assim que houver modificação nas condições dos alunos, por mais que os objetivos permaneçam os mesmos. Como aponta Davydov (1999, p.4): “se as condições para a realização do objetivo forem mudadas, embora o objetivo continue o mesmo, a tarefa é também mudada”.

A tarefa de estudo constitui o processo de ensino-aprendizagem e precisa estar direcionada para a formação dos conceitos científicos dos objetos de estudo. Os alunos devem se apropriar do conceito científico do objeto de estudo através das tarefas de estudo, denominados conteúdos escolares. Libâneo (2004, p. 15) explica que uma das ideias centrais de Davydov sobre o ensino desenvolvimental é que esta apropriação se dá por meio da “descoberta de um princípio interno do objeto, construído sob a forma de conceito teórico na atividade conjunta entre professor e alunos”.

Para que esta atividade conjunta possa propiciar as condições necessárias para a formação de conceitos e a descoberta do princípio interno (ou núcleo) do objeto, a tarefa de estudo deve conter algumas ações específicas:

[...] orientam-se a individualizar as relações gerais, os princípios guias, as ideias chave da área dada de conhecimentos, a modelar estas relações, a dominar os procedimentos de passagem das relações gerais, a sua concretização e o universo, os procedimentos de passagem do modelo ao objeto e o inverso, etc. (DAVYDOV; MÁRKOVA, 1987, p.325).

Estas ações compõem a atividade de estudo, elaborada e estruturada nos pressupostos da teoria da atividade humana de Leontiev, aprimoradas por Davydov (1999, p. 3), que enfatiza o desejo como “elemento essencial na estrutura interdisciplinar da atividade”. Segundo Costa e Libâneo (2018, p.13), “[...] o desejo de cada um pelo saber, nascido do desejo expressado e compartilhado socialmente, é construído e renovado em relação ao reconhecimento social tendo, nisto, papel primordial, o professor”. Os demais elementos da atividade humana que Davydov (1999, p.1) destaca são “as necessidades e os motivos, os objetivos, as condições e meios de seu alcance, as ações e operações”.

São esses elementos importantes da atividade de estudo que contribuem com o processo complexo de apropriação do princípio interno do objeto, denominado por Davydov (1988) de nuclear do objeto. É o movimento do pensamento sendo direcionado do geral ao concreto, ou seja, do geral para o particular, como resultado da abstração inicial, da generalização e dos conceitos teóricos. Esse processo permite ao aluno a compreensão do objeto em seu movimento, sua historicidade e suas conexões.

Tal movimento permite que o objeto seja revelado em sua essência, com suas objetividades, complexidades e contradições, atingindo como resultado mental a formação do conceito teórico. (DAVYDOV, 1998). A representação desse resultado mental é expressa através de palavras ou signos que representem de modo geral o objeto. Este modo de análise e pensamentos que contém a estrutura lógica científica, são distintos daqueles da vida cotidiana.

Aos pensamentos próprios da vida cotidiana, Davydov (1988) denomina de pensamento empírico. O pensamento empírico resulta do conhecimento empírico e representa somente uma percepção sensorial, baseada na experiência sensível. Nesta experiência foi construída uma abstração que capta a realidade, mas somente de maneira aparente, apresentando apenas as características externas, sem revelar suas relações com a realidade, mas que contribuem para organização do todo. Por esse motivo, Davydov (1988) afirma que a abstração, no pensamento empírico, é denominada de concreto sensorial ou concreto I.

No pensamento empírico também ocorre o processo que separa, por meio da comparação, algumas propriedades que se repetem em grupos de objetos, chamada de generalização. Esta generalização está relacionada com a abstração e resulta de uma

observação do material concreto, sensorial, mas é uma generalidade indeterminada, de caráter apenas lógico-formal, por não expressarem a especificidade dos conceitos científicos. Por isso são chamados de conceitos empíricos (DAVYDOV, 1988).

De outro modo, no pensamento teórico o objeto é construído em um processo complexo, que parte da abstração – relacionada à percepção – e segue para a generalização – relacionada à abstração. No pensamento teórico, a abstração não é mais o que está aparente, mas sim a compreensão da realidade e dos seus nexos, por isso é denominada de concreto II. Por isso que a abstração no pensamento teórico é distinta da abstração no conceito empírico. Como descreve Davydov (1988, p. 143), salientando que a abstração no pensamento teórico é uma “conexão historicamente simples, contraditória e essencial do concreto”. É por meio da abstração no pensamento teórico que se altera os níveis de concretude do pensamento.

Por meio da abstração pode elevar o pensamento à generalização, no pensamento teórico. Esse processo resulta da comparação, da compreensão e sua relação com a palavra, expressa de uma forma geral, mas que constitui o essencial do objeto. Este processo não é linear nem disjuntos, porém constituem a atividade de estudo.

A generalização conceitual é meio pelo qual ocorre o domínio dos símbolos, à medida que ela é posta como um instrumento para a formação do pensamento teórico, do conhecimento, do desenvolvimento. Nesse sentido, o pensamento faz o movimento no sentido da percepção, passa pela abstração e chega à generalização, no sentido do sensorial (concreto) ao pensável (abstrato), ou seja, do sensorial ao concreto pensado, que Davydov (1988) denomina de abstrato ao concreto:

No pensamento teórico, o próprio concreto aparece duas vezes: como ponto de partida da contemplação e representação, reelaboradas no conceito, e como resultado mental da reunião das abstrações. Aqui é importante ressaltar que, no fim das contas, o caráter “concreto” ou “abstrato” do conhecimento não depende de estar próximo das representações sensoriais, mas de seu próprio conteúdo objetivo. Se o fenômeno ou o objeto é examinado pelo homem independentemente de certa totalidade, como algo isolado, trata-se somente de um conhecimento abstrato, por mais detalhado e visível que seja, por mais “concretos” que sejam os exemplos que o ilustram. Ao contrário, se os fenômenos ou objeto é tomado em unidade com o todo, se é examinado na sua relação com outras manifestações, com sua essência, com a origem universal (lei), trata-se de um conhecimento concreto, mesmo que seja expresso com a ajuda dos signos e símbolos mais “abstratos” e “convencionais” (DAVYDOV, 1988, p. 163).

Por meio dos conceitos teóricos o aluno desenvolve o pensamento, compreende o objeto em seu movimento e forma conceitos científicos, possibilitando a dedução e explicação de manifestações particulares e próprias de um sistema de conceitos. Vygotsky (2007) enfatiza a importância da relação entre os conceitos científicos:

O conceito científico, por ser científico, implica certa posição no sistema dos conceitos que determina sua relação com os demais conceitos. A essência de todo conceito científico foi definida agudamente por Marx: “se a forma de manifestação e a essência das coisas coincidissem, toda ciência seria supérflua”. O conceito científico seria desnecessário se refletisse o objeto em sua manifestação externa, como faz o conceito empírico. Por isso, o conceito científico pressupõe necessariamente a existência de relações entre os conceitos, isto é, um sistema de conceitos. Neste sentido, poderíamos dizer que qualquer conceito deve ser tomado junto com todo o sistema de suas relações de generalidade, que determina seu próprio grau de generalidade, assim como uma célula deve ser tomada junto com todas as suas ramificações, através das quais se entrelaça com o tecido geral (VYGOTSKY, 2007, p. 319).

Nesta perspectiva, o conceito teórico apropriado pelo aluno por meio de uma atividade de estudo está interligado com outros conceitos e várias áreas do conhecimento, formando uma rede de conceitos que se relacionam entre si. O conteúdo escolar está ligado a outros conteúdos, seja de uma mesma matéria ou em matérias distintas. No entanto, por meio da apropriação dos conceitos científicos o aluno pode formar as ferramentas mentais que vão auxiliá-los na análise, percepção e transformação da realidade social em que está inserido, a partir da compreensão do objeto em movimento, seja pensando por meio de conceitos ou formando novos conceitos.

O conceito como ferramenta mental pode proporcionar ao aluno formas de pensamento de acordo com a ciência em questão. No caso desta pesquisa, o conceito de volume está inserido no campo da Geometria, que é um ramo da Matemática. O conceito de volume pode possibilitar ao aluno pensar matematicamente e geometricamente. O aluno pode, a partir do pensamento lógico-dedutivo, dominar o procedimento geral da construção mental do objeto geométrico, sendo capaz de deduzir e generalizar a partir da formação do conceito de volume.

Na construção do objeto volume especificamente no ensino médio, leva-se em consideração o método dedutivo e generalizante, próprio da matemática. O aluno ao formar o conceito científico de volume a partir do núcleo da base universal desse conceito, é capaz de explicar as manifestações particulares desse conceito, relacionando-o também com outros

conceitos do sistema de conceitos e com outras matérias. Desse modo, o aluno que se apropriou do conceito de volume construiu suas ferramentas intelectuais para pensar geometricamente, no contexto da Matemática, do pensamento matemático.

A partir da abstração, generalização e formação de conceitos na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental, pode-se revelar o aspecto nuclear do conceito de volume. Neste caso específico, por meio do método dedutivo e generalizante, é possível revelar a possibilidade de utilização de uma unidade de medida padrão para calcular qualquer volume. Por meio da ascensão do pensamento do abstrato ao concreto e da dedução, do singular partindo do universal, o aluno pode modificar qualitativamente seu pensamento e se desenvolver, a partir da formação do conceito de volume.

De acordo com Davydov (1988), esta é a forma do conceito teórico, que tem seu conteúdo a partir dos processos de desenvolvimento dos sistemas de medidas. O aluno vai compreender o aspecto nuclear do conceito de volume, ou seja, que a partir da utilização de uma unidade de medida padrão, será possível calcular a medida de qualquer volume, ou seja, que para expressar numericamente a medida do volume de um sólido, da medida de espaço que este ocupa, utiliza-se de uma unidade de medida padrão, para servir como referência. É a dedução das manifestações singulares da base universal do conceito de volume e a formação do pensamento lógico-dedutivo.

Desse modo, o pensamento geométrico formado a partir da forma e do conteúdo do conceito teórico de volume, o aluno vai compreender as manifestações singulares da base universal desse conceito bem como suas relações com outros objetos. Vygotsky (2001) enfatiza que a relação com objetos a partir da compreensão do conceito científico pode ser tomada em conjunto com o sistema de relações de generalidade:

Por isso o conceito científico pressupõe necessariamente outra relação com objetos, só possível no conceito, e esta outra relação com o objeto, contida no conceito científico, por sua vez pressupõe necessariamente a existência de relações entre os conceitos, ou seja, um sistema de conceitos. Desse ponto de vista, poderíamos dizer que todo conceito deve ser tomado em conjunto com todo o sistema de suas relações de generalidade, sistema esse que determina a medida de generalidade própria desse conceito [...] (VYGOTSKY, 2001, p. 294).

A partir das relações de generalidade que revela a essência do conceito teórico de volume é possível que o aluno pense teoricamente, adquira uma consciência teórica e se desenvolva. Esse pensamento teórico desenvolvido no processo de formação dos conceitos

teóricos colabora com o desenvolvimento integral do aluno seja social, cultural e historicamente. Esta modificação qualitativa no pensamento do aluno é construída com a formação do conceito de volume e também quando esse aluno pensa teoricamente, formando novos conceitos, num processo subjetivo, dialético.

Para que este processo de desenvolvimento do pensamento científico seja desencadeado, um fator essencial é a organização e a realização da atividade de estudo, que tem como objetivo a construção do pensamento teórico. No âmbito escolar, as tarefas precisam estar estruturadas em ações de aprendizagem sendo, portanto, fundamental a organização da atividade de ensino, tema que será tratado no próximo item com mais propriedade.

1.3 OS PRINCÍPIOS DELINEADORES DA PRÁTICA PEDAGÓGICA COM FOCO NA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL

Davydov (1988) concretiza o pensamento de Vygotsky no que tange à função pedagógica do ensino, especificamente, na perspectiva do ensino desenvolvimental. Libâneo (2004, p.15) descreve o pensamento de Davydov: “a função de uma proposta pedagógica é melhorar o conteúdo e os métodos de ensino e de formação, de modo a exercer uma influência positiva sobre o desenvolvimento de suas habilidades (por exemplo, seus pensamentos, desejos, etc.”. Nesse entendimento, o desenvolvimento cognitivo e o desenvolvimento do pensamento teórico devem ser os princípios delineadores das práticas pedagógicas.

O desenvolvimento humano a partir da reprodução das habilidades humanas é uma finalidade sócio-histórica da escola e deve estar diametralmente oposta ao desenvolvimento espontâneo dos alunos. Assim, as atividades precisam ser orientadas por objetivos, como afirma Davydov (1988, p.54-55):

É fato conhecido que o ensino e a educação atingem os objetivos mencionados por meio da direção competente da atividade da própria criança. Quando essa atividade é interpretada abstratamente e, mais ainda, quando o processo do desenvolvimento está vinculado da educação e do ensino, inevitavelmente surgirá algum tipo de pedocentrismo ou de contraposição entre as necessidades da “natureza” da criança e os requisitos da educação (como tem ocorrido, em numerosas ocasiões, na história do pensamento e da prática pedagógicos). Entretanto, a situação se altera substancialmente se a atividade “própria” da criança, de um lado, é compreendida

como algo que surge e se forma no processo da educação e do ensino e, de outro, se é vista no contexto da história da própria infância da criança, determinada pelas tarefas socioeconômicas da sociedade e pelos objetivos e possibilidades da educação e do ensino que a elas correspondem (DAVYDOV, 1988, p. 54-55).

Nesse entendimento, é fundamental estruturar e organizar a atividade de ensino com vistas no desenvolvimento mental humano, compreendendo a relação entre este desenvolvimento e a apropriação do patrimônio cultural. A direção da atividade escolar deve ser no sentido do exercício do pensamento teórico, desenvolvido por meio de tarefas escolares e ações de aprendizagem estruturadas. Davydov (1988) estrutura as ações de aprendizagem de modo que estas devam corresponder às finalidades da tarefa e executada por meio de operações, ou seja, por meio das condições concretas da tarefa:

- * transformação dos dados da tarefa a fim de revelar a relação universal do objeto estudado;
- * modelação da relação diferenciada em forma objetivada, gráfica ou por meio de letras;
- * transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura”;
- * construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral;
- * controle da realização das ações anteriores;
- * avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada (DAVYDOV, 1988, p. 173).

As ações de aprendizagem segundo Davydov (1998), devem objetivar a solução de problemas propostos na tarefa. O professor é uma figura extremamente importante na aprendizagem escolar pois tem a função também de preparar e planejar a atividade de estudo. Esta organização do ensino exige que o professor “[...] se detenha cuidadosamente sobre o conteúdo científico, analise sua origem e desenvolvimento no campo científico que integra, identifique as relações nele presentes, o tipo de atividade mental que ele contém e a lógica científica que o governa” (FREITAS, 2011, p. 83).

Nesse sentido, é importante que o professor se conscientize da sua função na condução cuidadosa da atividade de estudo bem como no domínio do objeto de estudo. O domínio do conteúdo a ser trabalhado é importante para que este seja apresentado aos alunos dentro de um sistema de conceitos e relacionando-o também a várias áreas do conhecimento. O professor

elabora a atividade de estudo de acordo com as exigências da atividade de estudo proposta por Davydov (1999), para a solução das tarefas de estudo, realizadas pelos alunos:

[...] uma correta organização da atividade de estudo consiste em que o professor, baseando-se na necessidade e disposição dos alunos de dominar os conhecimentos teóricos, sabe colocar para eles em um determinado material uma tarefa de estudo que pode ser resolvida pelas ações acima consideradas (com isto o professor, usando de determinados recursos, forma nos alunos a necessidade apontada, e a capacidade de receber uma tarefa de estudo e executar as ações de estudo). Neste caso, o professor ensina a disciplina correspondente em conformidade com as exigências da atividade de estudo, isto é, com o método de solução pelos alunos das tarefas de estudo (DAVYDOV, 1999, p.4).

No caso do professor de Matemática que vai trabalhar com a formação do conceito do cálculo de volume precisa compreender o modo próprio de pensar matematicamente, dominar os procedimentos de construção do conhecimento e conduzir a atividade para que se revele seu conceito nuclear, organizando a atividade conforme a proposta feita por Davydov onde “[...] o conteúdo principal da atividade de estudo é a assimilação dos procedimentos gerais da ação na esfera dos conceitos científicos” (DAVYDOV; MÁRKOVA, 1987, p.32).

Como um procedimento que antecede a formação do conceito a ser trabalhado, o professor irá relacioná-lo à rede conceitual. Ao abordar o cálculo do volume, por exemplo, é possível citar alguns conceitos que fazem parte da rede conceitual de volume como sistemas de medidas, áreas e perímetros, dentre outros. Esta rede conceitual se mantém durante a elaboração do conceito e se desdobrará em outros, a partir do entendimento desse. Desse modo o aluno vai compreender que o conceito do cálculo de volume será muito utilizado também para outras áreas da ciência.

Para o estudo do cálculo do conceito de volume o professor deve propor um problema investigativo de modo que as primeiras investidas dos alunos na sua solução os conduzam ao núcleo do conceito. Para expressar numericamente a medida do volume de um sólido, a medida de espaço que esse sólido ocupa, utiliza-se de uma unidade de medida padrão, para servir como referência. Então, a unidade de volume serve para medir, comparar uma grandeza com outra grandeza de mesma espécie. Assim, calcular o volume de um sólido, é comparar com a medida de outro volume, tomando uma unidade padrão conhecida, como unidade de medida.

Por exemplo, o volume de um paralelepípedo pode ser medido comparando uma unidade de volume padrão e, assim, o aluno, nesta experiência, perceberá que isto é

equivalente a multiplicação das dimensões. De modo dedutivo, após as ações de abstração e generalização, pode-se formar o conceito de que o cálculo de qualquer volume pode ser a partir deste núcleo conceitual.

A primeira ação de aprendizagem proposta por Davydov (1988), é a transformação dos dados da tarefa a fim de que o conceito nuclear do objeto de estudo seja revelado. É considerada uma ação mental objetual-sensorial, caracterizada pelo início da ascensão do pensamento do abstrato ao concreto. Em uma atividade de estudo formulada pelo professor que vai trabalhar o conceito de volume, precisa conter um conjunto de tarefas de aprendizagem que tenham como objetivo a formação do conceito de volume inter-relacionado com outros conceitos.

Nesse caso, é uma atribuição específica do professor a organização do conceito do cálculo de volume partindo de um processo investigativo, onde o aluno participa das situações-problema, num contexto investigativo (LIBÂNEO, 2016). Utilizando-se de aspectos da vida cotidiana do aluno, o professor propõe tarefas que associam esses aspectos com o conceito de volume. De modo dialético, o professor vai propor atividade que reproduza mentalmente o percurso que o cientista trilhou ao investigar e formular o conceito de volume.

O professor inicia orientando verbalmente aos alunos sobre o conceito de volume a ser estudado, expondo que o objetivo é a formação desse conceito e, para que isto se concretize, é importante que o aluno tenha a compreensão da sua historicidade. Durante a execução desta ação, o professor discute sobre o lógico-histórico do conceito de volume e assegura que haja interação e cooperação entre os alunos e o professor.

A tarefa precisa provocar nos estudantes a necessidade investigativa e o desejo de solucionar a situação-problema que revelou o núcleo do conceito estudado. Novamente enfatiza a necessidade do professor organizar o processo ensino-aprendizagem e conduzir as tarefas para que os alunos descubram a relação geral, essencial à aprendizagem do conceito teórico. A partir da revelação do núcleo do conceito, os alunos vão iniciar o processo de abstração, generalização e formação do conceito, que vai do geral ao particular, do aspecto nuclear às deduções das propriedades desse objeto, conduzindo para o processo de formação do conceito.

Formar o conceito científico na mente do aluno é um dos objetivos do ensino e teve início através da análise dos dados levantados no problema apresentado pelo professor. A partir da observação, inicia o processo interno de conexões que culminam no concreto real, que é a revelação da essência do objeto, do núcleo do conceito, como parte da atividade de estudo, como afirma Davydov (1999, p.3):

[...] tarefa de estudo, que é tão somente o começo do desdobramento da atividade de estudo na sua plenitude, exige dos alunos da escola uma análise das considerações de origem destes ou daqueles conhecimentos teóricos e o domínio das formas de ações generalizadas correspondentes. Em outras palavras, ao resolver a tarefa de estudo o aluno descobre no objeto sua relação de origem ou essencial.

Na perspectiva do materialismo histórico-dialético, é o início da construção do “concreto de pensamento”, ou seja, da reprodução mental do concreto sensorial, da ascensão do pensamento do abstrato ao concreto.

É o desenvolvimento intelectual que avança do geral para o particular, do intersíquico para o intrapsíquico, do coletivo para o individual. Considera-se então que o raciocínio lógico-matemático dedutivo esteja sendo conduzido a partir dessas ações de aprendizagem. As etapas seguintes das ações da atividade de estudo continuam conduzindo a mudança qualitativa no pensamento do aluno, objetivando o desenvolvimento intelectual do aluno, a partir da lógica dedutiva.

Como indica Davydov (1988), na segunda ação da tarefa de aprendizagem deve ocorrer a modelação da relação diferenciada em forma objetivada, gráfica ou por meio de letras. Por meio de um problema investigativo, o aluno vai perceber que é preciso criar um modelo para, a partir dele, resolver os problemas relacionados ao objeto de estudo.

A partir da criação desse modelo o aluno pode compreender o sistema representado nele e sua relação universal. O modelo pode ser um objeto ou uma expressão literal, ou seja, pode ser um modelo literal, gráfico ou espacial. Davydov (1988) orienta sobre essa idealização simbólico-semiótica denominada modelação:

Na ciência, a modelação é um tipo peculiar de idealização simbólico-semiótica. Na atualidade, este termo é empregado ampla e frequentemente com diferentes significados. Em nossa opinião, a mais aceitável definição deste conceito é dada por V. Shtoff. “Por modelo se compreende um sistema representado mentalmente ou realizado materialmente que, refletindo ou reproduzindo o objeto de investigação, é capaz de substituí-lo de modo que seu estudo nos dê uma nova informação sobre este objeto”. V. Shtoff distingue tipos materiais e mentais de modelos. Os primeiros permitem uma transformação objetual, os segundos, obviamente, só uma transformação mental. O primeiro tipo se divide em três subtipos: 1) modelos que refletem as particularidades espaciais dos objetos (por exemplo, maquetes); 2) modelos que tem semelhança física com o original (por exemplo, um modelo de uma represa); 3) modelos matemáticos e cibernéticos que refletem as propriedades estruturais dos objetos. Os modelos mentais dividem-se em: 1) imagens iconográficas (desenhos, globos, barras, etc.); 2) modelos semióticos (por exemplo, a fórmula da equação algébrica, etc.). os modelos semióticos requerem uma interpretação especial, sem a qual perdem a função de modelos (DAVYDOV, 1988, p.134 – 135).

Nos modelos matemáticos para formação do conceito de volume a modelação da relação na forma objetivada pode ser do tipo material e mental. No tipo material, podem ser maquetes, por exemplo, que representam os objetos espaciais refletindo suas particularidades. Mas pode ser também modelos cibernéticos que permitem a análise das propriedades estruturais dos objetos através de softwares matemáticos, por exemplo. No tipo mental, pode ser o modelo semiótico que expressa por meio de símbolos algébricos a relação principal do conceito de volume.

É nesta ação que ocorre a criação de um modelo que possua as características visuais do aspecto nuclear e permita analisá-lo, posteriormente. De todo modo, para modelação do conceito de volume, a partir de um problema investigativo inicial, o aluno deve perceber que para o cálculo do volume de um sólido geométrico é necessário uma unidade básica de medida para comparação com o sólido no qual se queira calcular. Esta é a relação nuclear que será utilizada como modelo e que o aluno deve expressar, nessa fase denominada modelação. Assim, o aluno compreende que para calcular o volume de um sólido geométrico, necessita de outra unidade de medida e que isto pode se dar de várias formas.

Nesta pesquisa, escolheu-se utilizar várias formas, dentre elas também os modelos cibernéticos associados aos modelos algébricos expressos por meio de símbolos matemáticos que, por meio da fórmula do cálculo de volume, permitem que os alunos percebam as propriedades que revelam o núcleo do conceito de volume e, assim, podem analisá-lo, posteriormente. Vale ressaltar que a proposta deste trabalho é para o uso de vários materiais concretos onde o modelo cibernético não é preponderante.

Nesse entendimento, a ação da modelação da relação colabora com o aluno no desenvolvimento de um pensamento teórico que se assemelha ao modelo de conceitos já formalizados de volume e validados pela sociedade matemática. Isto está de acordo com a orientação de Davydov (1988), de que o ensino da ciência deve orientar o pensamento do aluno de acordo com o modo próprio de pensar da ciência particular. Assim, o aluno pode construir o raciocínio lógico-dedutivo matemático, a partir do modo próprio de pensar da matemática.

Na terceira ação da tarefa de aprendizagem, Davydov (1988) orienta para a transformação do modelo da relação de modo que as propriedades do objeto sejam estudadas em sua “forma pura”. Por meio desta ação, o pensamento do aluno é conduzido para um movimento de transformação e reconstrução do modelo estabelecido na ação anterior, a ação de modelação. É interessante ressaltar que para a formação das funções mentais superiores, o aluno deve realizar as ações por meio de investigação, saindo da condição de observador.

Em síntese, nesta etapa, o aluno transforma e reconstrói o modelo e a fórmula matemática, que contém o núcleo do conceito de volume, para o estudo das propriedades dessa relação universal. O movimento do pensamento do aluno não segue de forma linear, mas de um modo complexo, em movimento, nas duas direções. É a apropriação do conceito de volume permitindo o movimento do pensamento para a transformação e reconstrução do objeto, compreendendo suas propriedades e relacionando-as com a relação universal.

O aluno ao apropriar-se do conceito de volume, por exemplo, vai perceber que o aspecto nuclear suscitado no modelo é o mesmo que será utilizado para determinar o volume de outros sólidos geométricos. É assim que o aluno percebe que pode se utilizar de uma unidade padrão para medir o volume de um cubo ou de qualquer outra forma geométrica, como pirâmides, esferas, etc. Ele compreende que é o núcleo do objeto que permite a generalização do conceito. Assim, compreende a transformação e reconstrução do modelo estabelecido, percebendo que para calcular o volume de um sólido geométrico, necessita de outra unidade de medida e que isto pode se dar de várias formas.

Esse é o processo na sua “forma pura”, destacado por Davydov (1988), porque não será influenciado pela análise dos dados da tarefa, ou seja, não terá as interferências dos traços particulares.

No começo, os alunos constroem o modelo depois ou durante a manipulação do material de um conteúdo específico. Depois, de modo inverso, eles devem tomar o modelo dado e usá-lo para realizar as manipulações apropriadas. Por exemplo, o professor escreve uma fórmula nova que conserva a designação anterior do objeto medido, mas muda a letra que designa a medida. Os alunos devem realizar as correspondentes mudanças na situação objetual e depois realizar a mediação sob as novas condições (DAVYDOV, 1988, p. 208).

Para o cálculo do volume, a transformação do modelo ou da fórmula matemática há manutenção da relação geral, do núcleo do conceito. O aluno deve perceber que novos objetos podem ser inseridos, que poderão sofrer mutações até mesmo nas fórmulas, mas que haverá uma manutenção do modelo, da essência para o cálculo do volume. Compreende que as mudanças ocorrem devido às diferenças entre os objetos, nas suas formas e fórmulas, mas o núcleo do conceito, que foi descoberto anteriormente, não se altera. Assim, o modelo que foi proposto e construído pelos alunos é analisado, manipulado e transformado, de modo que eles percebam que a sua reconstrução não modifica o conceito nuclear contido no objeto.

O mesmo deve ocorrer de modo inverso, onde durante a manipulação do material ou da fórmula, o aluno possa fazer as transformações e alterações de acordo com os dados da tarefa, realizando então as modificações apropriadas.

Então, nesta etapa da modelação, o núcleo do conceito de volume não se altera ao aluno transformar e alterar o modelo ou a fórmula matemática, por exemplo. O aspecto nuclear utilizado para o cálculo do volume de um cubo é o mesmo para o cálculo do volume de uma pirâmide ou esfera, por exemplo. O que acontece é a modelação do modelo ou da fórmula matemática utilizada, de acordo com a forma do sólido a ser considerado.

Como por exemplo, podemos citar que o aspecto nuclear do conceito de volume prevalece em todas as fases mesmo quando um prisma é decomposto em pirâmides ou quando uma esfera é dividida em centenas de pirâmides. Dependendo do nível de ensino pode-se também dividir a esfera em fusos, para facilitar a compreensão e também para reforçar as diversas maneiras de decompor um sólido. O aluno compreende que há um elo entre os conceitos científicos e, por recorrência, o aluno compreende que a transformação do modelo não altera o conceito nuclear de volume.

Mesmo realizando essas modificações, o aluno compreende que o conceito de volume é medido usando uma unidade de medida padrão, que permite calcular qualquer volume, independente do sólido geométrico em questão. É o movimento do pensamento passando do sensorial (concreto) ao abstrato (concreto pensado), ou seja, é a ascensão do pensamento, do abstrato ao concreto. É o desenvolvimento das funções psicológicas superiores que vão do interpessoal para o intrapessoal, por meio das interações sociais, históricas e culturais, ocorridas nas atividades de estudo.

Como orienta Davydov (1988, p. 208-209), a modelação reflete “as relações e as conexões essenciais ou internas do objeto, isoladas (abstraídas) por meio das correspondentes transformações”. Estas relações essenciais do objeto que são apropriadas pelos alunos permitem que o mesmo faça correspondência a partir das transformações, identificando-as do geral ao particular e vice-versa, sem modificar o aspecto nuclear do objeto. Percebem, por exemplo, que o cálculo de qualquer volume, sempre será medido usando uma unidade de medida padrão. Em síntese, o aluno compreende que mesmo transformando o modelo da relação o aspecto nuclear não é modificado.

Esse movimento do pensamento impulsiona o desenvolvimento psíquico construído a partir do desenvolvimento do pensamento teórico e colabora com a formação da personalidade do aluno. Libâneo (2004, p. 16) descreve que Davydov fez uma análise crítica do ensino tradicional, que “leva à formação do pensamento empírico, descritivo e

classificatório”. Por isso Davydov (1988) aponta para um ensino que leve em consideração o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos, por meio de um “ensino mais vivo e eficaz para a formação da personalidade” (LIBÂNEO, 2006, p. 16).

A proposta da organização do ensino na perspectiva desenvolvimental apresentada por Davydov (1988) colabora com o desenvolvimento dos alunos, por meio da educação e amplia suas possibilidades de interferência na vida social, a partir dos conhecimentos científicos. É a necessidade de ascensão do pensamento empírico para o pensamento teórico:

O pensamento teórico ajuda os estudantes a se orientarem entre as relações gerais e permite-lhes derivar dessas relações várias consequências específicas. Tal pensamento não exclui a necessidade do pensamento empírico – este tipo de pensamento deveria ser visto como um tipo de pensamento dirigido a outros tipos de tarefas (DAVYDOV, 1999, p. 10).

Na escola tradicional ensina-se o conteúdo científico, mas frequentemente forma o pensamento empírico dos alunos. Então, esta é uma proposta de superação da formação do pensamento empírico, propiciado pelo ensino tradicional, para a formação do pensamento teórico. Ele aponta que a escola tradicional não relaciona os conteúdos com a realidade concreta dos alunos. Na escola tradicional ensina-se o conteúdo científico, mas ela forma o pensamento empírico dos alunos. De outro modo, a formação do pensamento científico possibilita ao aluno a atuação no meio social, a partir dos conhecimentos escolares.

O pensamento teórico não se origina e não se desenvolve na vida cotidiana das pessoas. Ele se desenvolve em um tipo de ensino que utiliza um currículo baseado em conceitos dialéticos do pensamento. É este tipo de ensino que tem efeito desenvolvimental (DAVYDOV, 1999, p. 10).

Como orienta Libâneo (2004, p. 16): “O pensamento teórico se forma pelo domínio dos procedimentos lógicos do pensamento, que, pelo seu caráter generalizador, permite sua aplicação em vários âmbitos da aprendizagem”. Desse modo, o aluno ao formar o conceito científico de volume poderá se utilizar do patrimônio cultural do conceito de volume para solucionar problemas da sua vida cotidiana. Davydov (1988) enfatiza que durante as etapas da modelação da relação e a da transformação dos dados da tarefa, seja no aspecto inicial do

estudo ou durante a transformação, pode estar relacionada ao ensino tradicional, se considerar apenas o caráter visual.

Davydov (1988) enfatiza que a proposta apresentada na perspectiva desenvolvimental tem os aspectos basilares no ensino experimental, cujos modelos visuais possuem conexões fundamentais com o objeto, abstraídas através das suas transformações. “Entretanto, no marco do ensino experimental o caráter visual tem um conteúdo específico. Nos modelos visuais se refletem as relações e as conexões essenciais ou internas do objeto, isoladas (abstraídas) por meio das correspondentes transformações” (DAVYDOV, 1988, p. 208-209).

É importante destacar a etapa da transformação dos dados da tarefa e ratificar estas observações de Davydov, para que não realize uma tarefa de estudo da forma tradicional, sob um entendimento de que está realizando um ensino na perspectiva desenvolvimental, pois o caráter visual são distintos, de acordo com cada forma. No ensino tradicional “a prática do ensino intuitivo requer a visualização de ilustrações, figuras, objetos, mapas, esqueletos e todo um conjunto de elementos visuais necessários para causar as impressões sensoriais nos alunos” (LIBÂNEO, 1990, p. 20). No ensino desenvolvimental o aspecto visual é fundamental para se atingir a compreensão, mas “essa relação será aprendida por meio de uma representação visual (modelo) que constitui o conceito ensinado” (FERREIRA, 2016, p. 1635).

Ao analisar um modelo cibernético ou uma fórmula matemática na perspectiva do ensino desenvolvimental com o intuito de modelar a relação ou transformar os dados da tarefa para a formação do conceito de volume, por exemplo, estas orientações de Davydov precisam estar bem claras. Por isso, considera-se fundamental que se dedique uma atenção especial na apresentação desta fase.

Davydov (1988) destaca que as relações com o objeto durante a transformação dos dados é essencial para a formação da abstração, que inicia nas relações visuais. Esses modelos da relação constituem a atividade de estudo, como orienta Davydov (1988):

Os modelos são uma forma peculiar de abstração, na qual as relações essenciais do objeto estão localizadas nos enlaces visualmente perceptíveis e representadas, de elementos materiais e semióticos. Trata-se de uma unidade peculiar do singular e o geral, na qual em primeiro plano se apresenta o geral, o essencial [...] os modelos, são, ao mesmo tempo, os produtos e o meio de realização desta atividade (DAVYDOV, 1988, p. 136).

Nesta pesquisa, para formação do conceito de volume, a forma cibernética e semiótica são modelos próprios de abstração escolhidos. Considera-se que eles contenham o aspecto nuclear do objeto e também revelem as relações essenciais a partir da análise e transformação realizadas a partir do sensorial durante a realização da tarefa.

A quarta ação de aprendizagem para elaboração da tarefa proposta por Davydov (1988) é a construção do sistema de tarefas particulares, que vão se utilizar do procedimento geral para resolução das tarefas particulares. Nesta fase o aluno será desafiado a utilizar o conceito do objeto em estudo e, a partir da relação universal revelada e construída durante as etapas anteriores num processo de construção lógico-histórico com conceito, resolver os problemas da tarefa.

Esse processo de resolução de tarefas com base na construção lógico-histórica do procedimento geral do conceito constitui o sistema de tarefas particulares e permite ao aluno concretizar esse aspecto nuclear do objeto. Desse modo o concreto se estrutura no pensamento a partir do abstrato, da análise e identificação das regularidades contidas no sistema de tarefas particulares (DAVYDOV, 1988).

A atividade planejada, mediada pelo professor e fundamentada na construção do saber possibilita a resolução de tarefas constitutivas do sistema de tarefas. Ao trabalhar o conceito matemático de volume com esse dinamismo, o professor possibilita ao aluno perceber as conjecturas que estão relacionadas ao objeto. Nesse entendimento, Vaz (2012) afirma que:

Conjecturar significa que depois de perceber as relações oriundas da experimentação é possível vislumbrar propriedades, relações, resultados gerais importantes para o bom desenvolvimento do ensino da matemática. Uma vez feita a conjectura, o aluno pode enunciá-la como um resultado a ser investigado (VAZ, 2012, p. 41).

No caso, o aluno que conjecturar as relações e propriedades do conceito de volume a partir da participação dinâmica na construção do sistema de tarefas particulares, pode elevar qualitativamente seu pensamento e se desenvolver matematicamente, usando o próprio modo de pensar dessa ciência. Com esse modo dedutivo e lógico-matemático, o aluno verifica se esta conjectura que foi levantada é realmente válida. Desse modo, inicia o processo de formalização do conhecimento, ou seja, “a demonstração matemática do fato propriamente dito ou uma contra-proposição da conjectura levantada” (VAZ, 2012, p.41).

Segundo Davydov (1988), as duas últimas ações da atividade de estudo estão interligadas entre si, que são o controle das ações anteriores e a avaliação. Davydov (1999, p. 4) aponta que “O controle garante ao aluno uma execução correta das ações de estudo, e a avaliação lhe permite determinar se assimilou ou não (e em qual grau) a forma geral de solução da tarefa de estudo dada”. Assim, a tarefa de estudo elaborada de acordo com a perspectiva desenvolvimental pode formar o conceito científico do cálculo de volume nos alunos e instigar o seu pensamento para novas assimilações, em circunstâncias ainda desconhecidas.

Por meio das tarefas de estudo o aluno pode se transformar, desencadeando o exercício do pensamento científico e sendo mais atuante e com maiores condições de interferir na realidade concreta. “[...] a principal diferença entre esta e outras tarefas consiste em que sua finalidade e resultado são a transformação do próprio sujeito atuante” (DAVYDOV; MÁRKOVA, 1987, p. 324). Nesse sentido, ao participar da tarefa de estudo, o aluno pode adquirir outros conhecimentos científicos e dominar novas ações, fruto das abstrações e generalizações construídas na atividade de estudo. Este é o processo de construção do pensamento dialético dos alunos.

Nesse sentido, a ação de controle da realização das ações anteriores, propostas por Davydov (1988), permite relacionar as ações de estudo já realizadas com as condições necessárias para realização das próximas ações da tarefa. É nessa ação que se assegura as condições específicas para que a atividade de estudo “tenha todas as operações indispensáveis para que o aluno resolva com êxito a diversidade de tarefas concretas particulares” (DAVYDOV, 1988, p. 210).

Por isso, a atividade de estudo realizada na escola tem que ter como finalidade o desenvolvimento intelectual dos alunos, propiciar a estes, condições necessárias para a formação do pensamento teórico e, conseqüentemente, seu desenvolvimento. Nessa mesma concepção, Freitas (2016) ressalta a importância da organização da tarefa orientada para o desenvolvimento do pensamento teórico:

O pensamento teórico, diferentemente do pensamento empírico, se sustenta na lógica dialética e se orienta para o movimento pelo qual ocorrem as transformações do objeto, em seus diferentes aspectos. O estudo, análise e compreensão de um objeto por meio do pensamento teórico permite captar esse movimento e ultrapassar os limites da sua compreensão e explicação apenas empírica para alcançar a forma mediada e teórica. Essa forma é a que permite estabelecer a relação geral, o núcleo conceitual do objeto em estudo, revelando nele uma universalidade, mas que, ao mesmo tempo, guarda relações com suas particularidades e singularidades. Ao

pensamento teórico correspondem a abstração e a generalização teóricas (FREITAS, 2016, p. 398).

Nesse sentido, a tarefa de estudo colabora significativamente para a construção do pensamento teórico e é parte fundamental na atividade escolar, como parte essencial do processo de ensino-aprendizagem. Por isso, grande relevância da ação de avaliação da assimilação do procedimento geral como solução da tarefa de aprendizagem dada, como orienta Davydov (1988).

É por meio da ação de avaliação que se determina o grau de formação do conceito apropriado pelo aluno, como assegura Davydov (1988). Ele afirma que esta ação está intimamente ligada à ação de controle:

Há uma íntima conexão entre a ação de controle (monitoramento) e a ação de avaliação para evidenciar se [...] [o aluno está preparado] para passar a resolver uma nova tarefa de aprendizagem que exige um novo procedimento de solução (a avaliação determina, em particular, o grau de formação do modo (procedimento) geral usado na resolução da tarefa anterior). Como a nova tarefa não é completamente nova a não ser em uma parte de seus dados ou condições, os alunos podem identificar esta nova parte por meio da avaliação e, então, não somente determinar a impossibilidade de usar o modo anterior de resolver a tarefa como também identificar com que está ligada a dificuldade surgida. Como a avaliação indica a insuficiência do procedimento geral de ação de que [...] [o aluno] dispõe, orienta-a na busca de um novo procedimento geral de solução da tarefa de aprendizagem surgida e não na obtenção de um outro resultado parcial de sua solução (DAVYDOV, 1988, p. 211).

A partir da ação de controle é possível estabelecer a possibilidade de uma nova ação de estudo, assegurando assim se o aluno estará preparado ou não às condições necessárias para o desenvolvimento das novas tarefas de aprendizagem. Mesmo sendo consideradas novas tarefas, será exigido o domínio de alguns procedimentos anteriores, de alguns modos de resolução, que estão interligados. Daí a importância das ações de controle e avaliação:

As ações de aprendizagem de controle e avaliação exercem um grande papel na assimilação, pelos escolares, dos conhecimentos. O controle consiste em determinar a correspondência entre outras ações de aprendizagem e as condições e exigências da tarefa de aprendizagem. Permite aos alunos, ao mudar a composição operacional das ações, descobrir sua conexão com umas e outras peculiaridades dos dados da tarefa a ser resolvida e do resultado a ser alcançado. O monitoramento então

assegura a plenitude na composição operacional das ações e a forma correta de sua execução (DAVYDOV, 1988, p. 190).

É a partir do monitoramento dessas ações que se pode assegurar a correspondência das exigências e das ações de aprendizagem, influenciando assim no resultado esperado. Por isso que as ações de controle e avaliação devem permear todas as ações anteriores, num processo contínuo. Desse modo, o exame qualitativo desse resultado pode revelar se houve assimilação do aspecto nuclear do objeto, assimilando assim o procedimento geral da ação, ou seja, se houve a formação do conceito.

2 O LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO DE VOLUME

Neste capítulo busca-se discutir sobre o ensino da Matemática, especificamente da Geometria, a partir das produções científicas. Inicia-se com a abordagem da história do conceito do cálculo de volume e logo em seguida, de como o conceito do cálculo de volume é apresentado nos documentos oficiais e livros didáticos e como é construído o estudo do conceito do cálculo de volume sob a ótica da Teoria do Ensino Desenvolvidor.

2.1 HISTÓRIA DO CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME

O conceito do cálculo de volume dos sólidos geométricos situa-se, no ensino tradicional, dentro da Geometria, área de conhecimento, Matemática. Nesta perspectiva, a matemática é dividida em algumas áreas, como estas que foram citadas. No entanto, em Davydov, os conceitos matemáticos são trabalhados contemplando as três áreas simultaneamente, ou seja, algebricamente, geometricamente e numericamente – pelo método lógico-dedutivo, usando a álgebra através das fórmulas de volume e a ideia de número correspondendo à medida de áreas e arestas. Neste item buscou-se resgatar seu percurso lógico-histórico para melhor estruturar uma proposta de atividade de estudo. A partir da origem desse conceito será possível destacar o seu aspecto nuclear assim como suas propriedades.

Ressalta-se que a escolha do objeto de estudo foi motivada pela afinidade da pesquisadora com o mesmo, construída em 26 anos de experiência docente, nos diversos níveis de ensino. Porém, há uma identificação maior da pesquisadora com a faixa etária dos alunos e com os conteúdos que estão no Ensino Médio, sendo este o fator determinante para definição de uma proposta de atividade com aplicação do experimento didático-formativo neste nível de ensino.

O estudo da Matemática, em especial da Geometria, é extremamente importante, especialmente em níveis de Ensino Fundamental e Ensino Médio. Para além das razões pragmáticas de que este estudo pode abranger as mais variadas aplicações desse conteúdo à vida cotidiana, é preciso ressaltar que a geometria desenvolve o raciocínio lógico do aluno, através das provas feitas por deduções lógicas. É fulcral que este estudo seja iniciado

revelando o percurso histórico assim como os aspectos sociais que são constitutivos desta área da ciência. Assim, deve ser aprofundado a partir da contextualização histórica levando-se em conta as demandas sociais que reverberam nas políticas educacionais.

A apresentação dos conceitos geométricos deve revelar a síntese do conhecimento humano nesse campo do conhecimento, que se constitui com uma herança cultural, de fundamental importância para as gerações, sobretudo as contemporâneas. O modo de pensar próprio da Matemática é extremamente importante para construção de uma sociedade com raciocínio lógico dedutivo, característico desta ciência. Assim, a formação matemática nos indivíduos por meio do modo específico e sistemático do pensamento matemático é parte essencial da formação escolar no nível básico.

A construção de um corpo de conhecimentos com argumentação lógico dedutiva nos estudantes desde os primeiros anos do ensino básico facilita e proporciona uma transição mais suave desses estudantes para o ensino superior. Como esta pesquisa trata especialmente do conceito do cálculo do volume, ressalta-se a relevância de uma abordagem que revele o percurso histórico da construção desse conceito assim como o seu contexto social, evidenciando suas contradições, avanços e rupturas.

O método dedutivo para o cálculo do volume acompanha o movimento histórico da humanidade e este aspecto deve ser amplamente discutido em sala de aula. Deve-se explicar que a humanidade se desenvolveu significativamente, sobretudo baseada na economia agrícola:

Em suma, o período de 3000 a 525 a.C. testemunhou o nascimento de uma nova civilização humana cuja centelha foi uma Revolução Agrícola. Novas sociedades baseadas na economia agrícola emergiram das névoas da Idade da Pedra nos vales dos rios Nilo, Amarelo, Indo, Tigre e Eufrates. Esses povos criaram escritas; trabalharam metais; construíram cidades; desenvolveram empiricamente a matemática básica da agrimensura, da engenharia e do comércio; e geraram classes superiores que tinham tempo bastante de lazer para se deter e considerar os mistérios da natureza. Depois de milhões de anos, afinal a humanidade tomava a trilha das realizações científicas (EVES, 1995, p. 56).

Pode-se perceber que o desenvolvimento humano a partir das novas sociedades baseadas na economia agrícola se deu também a partir do método dedutivo. Compreende-se como método dedutivo então, a forma de racionar baseada na lógica, no raciocínio dedutivo, capaz de conduzir a uma conclusão. Então, a partir de uma ideia geral, constrói-se uma conclusão específica, utilizando-se o raciocínio lógico. Esta é uma forma de pensamento

muito específica do raciocínio matemático e extremamente importante para a compreensão dos axiomas teoremas matemáticos.

Nesse sentido, a Matemática é de extrema importância, onde sua criação e desenvolvimento se deu a partir de um contexto social, da necessidade do homem em calcular área, volume e demais cálculos matemáticos. A padronização das medidas também foi uma demanda da sociedade que, com o passar do tempo, compreendeu a necessidade de uniformizar as medidas lineares, a maneira de calcular áreas, volumes e outros cálculos, a fim de equalizar as práticas comerciais. Assim, foi necessário desenvolver também um pensamento mais apurado sobre a matemática.

Por meio do percurso lógico-histórico da matemática, especificamente do cálculo do volume, é possível compreender que a experiência dialética e histórica do homem colabora para revelar os erros cometidos e busca corrigi-los por meio do conhecimento matemático. Assim, teorizando de modo mais apurado os conceitos matemáticos, foi possível perceber que para o cálculo do volume seria necessário usar uma medida padrão, obtida a partir de uma unidade básica, a partir da qual se poderia calcular qualquer volume. Este é o núcleo do conceito de volume, que se utiliza de uma unidade de medida para o cálculo do volume de qualquer objeto.

Importante ressaltar que o núcleo do conceito, que também pode ser chamado de célula germinal ou relação geral e universal do objeto é onde se encontra o aspecto central que o constitui. Por isso a importância do professor iniciar o planejamento da atividade de estudo analisando este aspecto central, geral, pois é nele que se encontra o que há de mais abrangente no conceito. Quando se utiliza uma medida padrão como unidade básica para calcular o volume, o faz pelo modo próprio da matemática de pensar, ou seja, utiliza-se do raciocínio lógico dedutivo para apropriação desse conceito científico.

Assim, ratifica-se a importância de compreender a matemática para além da memorização, ou seja, compreender pelo modo próprio de pensar desta ciência, sua importância para a formação da consciência.

Eves (1995) sintetiza o desenvolvimento matemático:

Como vimos, a ênfase inicial da matemática ocorreu na aritmética e na mensuração práticas. Uma arte especial começou a tomar corpo para o cultivo, aplicação e ensino dessa ciência prática. Nesse contexto, todavia, desenvolveram-se tendências no sentido da abstração e, até certo ponto, passou-se então a estudar a ciência por si mesma. Foi dessa maneira que a álgebra desenvolveu ao fim da aritmética e a geometria teórica originou-se da mensuração (EVES, 1995, p. 57).

Esta evolução do pensamento matemático e o estudo desta ciência pelo seu modo próprio tem significativa relevância para seu estudo e compreensão. Seu surgimento e evolução, partindo da necessidade prática até a abstração do pensamento e estudo desta ciência por si mesma marcam o seu percurso lógico-histórico. De modo mais específico, a história da geometria babilônica revela que entre 2000 a.C. e 1600 a.C. já se utilizavam de cálculos de área e volume de algumas figuras, como relata Eves (1995, p.60 e 61):

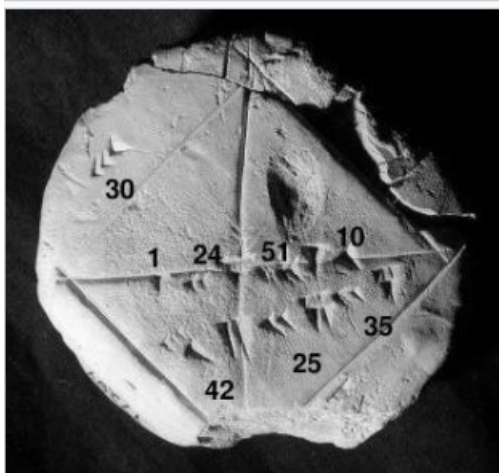
[..] deviam estar familiarizados com as regras gerais da área do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles (e talvez da área de um triângulo genérico), da área de um trapézio retângulo, do volume de um paralelepípedo reto-retângulo e, mais geralmente, do volume de um prisma reto de base trapezoidal. Considerava-se uma circunferência como o triplo de seu diâmetro e a área do círculo como um duodécimo da área do quadrado de lado igual à circunferência respectiva (regras corretas para $\pi = 3$) e se obtinha o volume de um cilindro circular reto como o produto da base pela altura. O volume de um tronco de cone e o de um tronco de pirâmide quadrangular regular eram calculados erradamente como o produto da altura pela semissoma das bases.

Eves (1995) afirma que os babilônicos desta época já conheciam cálculos básicos de área e volume de algumas figuras, mas revela também as contradições existentes nesse período. As tábulas de argila (Figura 1⁶), contendo inscrições babilônicas, que foram desterradas por volta do século XIX, apontam por exemplo que já tinham algum conhecimento sobre o cálculo de raiz quadrada de 2, com seis casas decimais. Outro exemplo é a Tabuleta Plimpton 322 (Figura 2⁷), que representa o sistema sexagesimal, criado pelos babilônicos, que empregava o princípio posicional.

6 Tabuleta de argila babilônica, contendo inscrições, onde a diagonal mostra uma aproximação da raiz quadrada de 2, com seis casas decimais: $1 + 24/60 + 51/60 + 10/60 = 1,41421296...$

7 Tabuleta Plimpton 322 é uma tabela de argila em escrita cuneiforme, com registros da matemática babilônica. Nesta está representado o sistema de numeração babilônico, que é misto pois embora os números superiores a 60 fossem escritos de acordo com o princípio posicional, os 60 números do grupo básico eram escritos nos moldes de um sistema de agrupamento simples decimal. A princípio eles não tinham um modo claro de indicar a opção “vazia” ou nula, que se conhece atualmente como o zero e, às vezes deixavam de fato um espaço vazio, o que ocasionava muita ambiguidade.

Figura 1 – Tabuleta de argila babilônica com inscrições



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica_babil%C3%B4nica#/media/Ficheiro:Ybc7289-bw.jpg

Figura 2– Tabuleta Plimpton 322



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Plimpton_322#/media/Ficheiro:Plimpton_322.jpg

O modo equivocado para o cálculo do volume de determinados objetos apresenta a necessidade do avanço que a ciência ainda precisava percorrer. Daí a importância de se estudar e compreender o percurso da matemática ao longo da história, seus avanços e contradições, num movimento dialético constante.

Nesse processo de desenvolvimento matemático, é relevante apresentar também como se deu o surgimento dos cinco poliedros regulares⁸, que são denominados de acordo com o número de faces que possuem: tetraedro, hexaedro (o cubo), octaedro, dodecaedro e icosaedro, dispostos na Figura 3.

⁸ Um poliedro se diz *regular* se suas faces são polígonos regulares congruentes e se seus ângulos poliédricos são todos congruentes (EVES, 1995, p. 114).

Figura 3 – Poliedros regulares



Fonte: elaborado pela autora

De acordo com Eves (1995, p. 114), “[...] Platão⁹, em seu *Timeu*¹⁰, apresentou uma descrição dos cinco poliedros regulares e mostrou como construir modelos desses sólidos, juntando triângulos, quadrados e pentágonos para formar suas faces”. Estes sólidos são associados a elementos encontrados na natureza como:

O tetraedro, o cubo e o octaedro se encontram na natureza como cristais, por exemplo, de sulfoantimoneto de sódio, sal comum e alúmen, respectivamente. Os outros dois não podem ocorrer na forma de cristais, mas se encontram na natureza como esqueletos de animais marinhos microscópicos chamados radiolários (EVES, 1995, p.114).

De modo recorrente, a matemática é associada ao meio social e utilizada como modo para resolução de situações que envolvem a natureza e a vida cotidiana. Como dito anteriormente, é o ponto de partida para desenvolvimento e abstração dessa ciência, principalmente pelo método postulacional, como assevera Eves (1995, p.115):

9 Platão nasceu em Atenas (ou perto) em 427 a.C., o ano da grande peste. Depois de estudar filosofia com Sócrates ali mesmo, saiu pelo mundo, em longa jornada, à procura do saber. Estudou matemática com Teodoro de Cirene nas costas da África e tornou-se amigo íntimo de Arquitas. Depois de seu retorno a Atenas por volta de 387 a.C., fundou sua famosa Academia, uma instituição orientada por propósitos sistemáticos de investigação científica e filosófica. Depois de dirigir a Academia por toda a sua vida, morreu em Atenas no ano 347 a.C., com a venerável idade de 80 anos. Quase todos os trabalhos matemáticos importantes do século IV a.C. foram feitos por amigos ou discípulos de Platão, fazendo da Academia o elo da matemática dos pitagóricos mais antigos com a da posterior e duradoura escola de Alexandria. A importância de Platão na matemática não se deve a nenhuma das descobertas que fez mas, isto sim, à sua convicção entusiástica de que o estudo da matemática fornecia o mais refinado treinamento do espírito e que, portanto, era essencial que fosse cultivado pelos filósofos e pelos que deveriam governar seu Estado ideal. Isso explica o famoso lema à entrada da Academia: Que aqui não adentrem aqueles não versados em geometria. A matemática parecia da mais alta importância a Platão devido ao seu componente lógico e à atitude espiritual abstrata gerada por seu estudo; por essa razão ela ocupava um lugar de destaque no currículo da Academia. Alguns veem nos diálogos de Platão o que poderia ser considerada a primeira tentativa séria de uma filosofia da matemática (EVES, 1995, p.132).

10 *Timeu* (em grego clássico: Τίμαιος; romaniz.: Timaios; em latim: Timaeus) é um dos diálogos de Platão, com um longo monólogo do personagem-título, escrito por volta de 360 a.C. O trabalho apresenta a especulação sobre a natureza do mundo físico e os seres humanos. (Wikipedia - [https://pt.wikipedia.org/wiki/Timeu_\(di%C3%A1logo\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/Timeu_(di%C3%A1logo))).

Em algum momento entre Tales, 600 a.C., e Euclides, 300 a.C., rematou-se a noção de discurso lógico como uma sequência de deduções rigorosas a partir de algumas suposições iniciais explicitamente enunciadas. Esse processo, o chamado *método postulacional*, tornou-se a verdadeira essência da matemática moderna; indubitavelmente, grande parte do desenvolvimento da geometria segundo esse modelo deve-se aos pitagóricos. Sem dúvida uma das maiores contribuições dos gregos primitivos foi o desenvolvimento desse método de raciocínio postulacional.

Como dito por Eves (1995), esse método de raciocínio postulacional é uma grande contribuição dos gregos à Matemática. Fundamentado também nesse modo de pensar próprio da matemática é que se utiliza de uma medida padrão¹¹ para calcular o volume de qualquer sólido geométrico. Assim, uma teoria matemática surge a partir da interação de dois fatores: “o conjunto de postulados constitui a base da qual a teoria brota e a lógica proporciona as regras pelas quais essa base pode se expandir para transformar-se num corpo de teoremas” (EVES, 1995, p.668, 669).

Segundo Eves (1995), este percurso acarretou o que denomina-se atualmente de lógica matemática, cujas proposições são representadas por fórmulas, carregadas de significados e esvaziadas de ambiguidades:

Embora os gregos antigos tivessem desenvolvido consideravelmente a lógica formal e Aristóteles (384-322 a.C.) tivesse sistematizado o material resultante, esse trabalho pioneiro foi levado a efeito totalmente com o uso da linguagem corrente. Os matemáticos da atualidade entenderam que seria uma tarefa praticamente inútil, tendo em conta as preocupações modernas, continuar abordando a lógica dessa maneira. A fim de que essa matéria pudesse ser estudada com o caráter mais científico necessário, era necessário introduzir-se uma linguagem simbólica. A concretização desse intento resultou no que se chama hoje de *lógica simbólica* ou *lógica matemática*. Na lógica simbólica representam-se as várias relações entre proposições, classes, etc., por fórmulas cujos significados estão livres das ambiguidades tão comuns à linguagem corrente. Torna-se então possível desenvolver a matéria a partir de um conjunto inicial de fórmulas de acordo com certas regras de transformação formal claramente prescritas, de maneira muito parecida com o desenvolvimento de um tópico de álgebra, as vantagens da linguagem simbólica sobre a linguagem corrente no que se refere à facilidade de entendimento e brevidade são enormes (EVES, 1995, p.669).

Nesse sentido, a linguagem corrente colabora facilitando com a síntese e o entendimento matemático. Esta linguagem foi construída com o passar do tempo, a partir de experimentos e pesquisas matemáticas. Como exemplo de um fato muito relevante para o

11 A padronização das unidades de medida foi uma necessidade emergente do crescimento das transações comerciais. O Sistema Métrico Decimal surgiu a partir da década de 1790, acabando com a confusão de pesos e medidas e colaborando com a expansão econômica.

cálculo de áreas e volumes é o primeiro método que se utilizou no cálculo integral, sendo considerado o fundamento de um processo essencial no cálculo infinitesimal. Atualmente é conhecido como método de exaustão, criado por Eudoxo de Cnido (408-355 a.C.). Este método foi usado e posteriormente aperfeiçoado por Euclides (300 a.C.) e também por Arquimedes de Siracusa (287-212 a.C.). Neste método, aceita-se que é possível subdividir uma grandeza indefinidamente, ou seja, uma grandeza é constituída por um número muito grande de partes indivisíveis.

Pelo método da exaustão considera-se que dadas duas grandezas não nulas é possível encontrar um número que seja um múltiplo de qualquer delas que seja maior que a outra, como descreve na proposição: *Se de uma grandeza qualquer se subtrai uma parte não menor que sua metade do resto novamente subtrai-se uma parte não menor que sua metade, e assim por diante, se chegará por fim a uma grandeza menor que qualquer outra predeterminada da mesma espécie.* De acordo com Boyer (1995), Arquimedes usou o método da exaustão para encontrar áreas e volumes, numa versão primitiva do cálculo integral. Este fato é muito relevante porque destaca a importância deste método para a matemática antiga, além de colaborar com o desenvolvimento do cálculo e das pesquisas matemáticas da atualidade.

Em suma, a partir da história do surgimento e desenvolvimento da matemática, pode-se perceber o seu percurso e evolução, repletos de contradições, avanços e retrocessos. Daí a relevância da exposição de uma ideia intuitiva para esse cálculo, de acordo com o modo próprio de pensar matemático. A apropriação desse conceito se dá a partir da compreensão desse movimento histórico do homem a partir da necessidade de uniformizar a maneira de calcular volume.

Esta necessidade de uniformização do modo de calcular o volume dos sólidos geométricos passa pela equalização das práticas comerciais, pelo desenvolvimento cultural e humano em geral. Há uma necessidade cada vez maior em desenvolver um pensamento apurado sobre os diversos conceitos, sobretudo o de volume. Assim, esse desenvolvimento do pensamento geométrico é aprimorado a partir das experiências dialética e histórica do homem, ou seja, seu pensamento vai aprimorando, matematizando.

Os princípios basilares da construção do pensamento geométrico, sobretudo para formação do conceito do cálculo de volume, se dão também a partir do corpo de conhecimento matemático constitutivo de um sistema lógico dedutivo específico e definido, a partir de axiomas ou postulados¹². A construção das ideias iniciais desse conceito pode ser de

¹² *Axioma* ou *postulado* é uma propriedade imposta como verdadeira. O método axiomático é amplamente utilizado na Matemática e é considerado uma das características fundamentais desta ciência (MUNIZ NETO, 2013, p.2).

forma intuitiva, encaminhando o percurso do pensamento para a evidência do núcleo do conceito, ou seja, a necessidade em uniformizar a maneira de calcular volume universal, de qualquer sólido. Segundo Muniz Neto (2013, p. 392), “intuitivamente, o volume de um sólido é a medida do espaço que ele ocupa”. Para expressar numericamente a medida do volume de um sólido, ou seja, da medida de espaço que esse sólido ocupa, utiliza-se de uma unidade de medida padrão, para servir como referência.

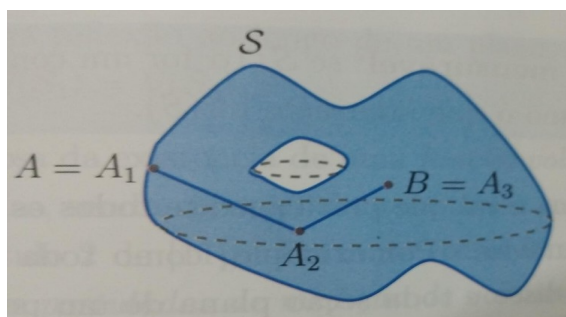
Imperioso neste momento trazer à baila a definição matemática de sólido, de acordo com Muniz Neto (2013, p. 392):

Um sólido é um conjunto S de pontos do espaço satisfazendo as seguintes condições:

- (a) S é fechado, limitado e tem interior não vazio.
- (b) Para todos $A, B \in S$, existe uma poligonal $A_1, A_2 \dots A_k$ ligando $A = A_1$ a $B = A_k$ e contida em $\text{Int}(S) \cup \{A, B\}$.

A Figura 4 representa um sólido, conforme a definição acima.

Figura 4 - Representação de um sólido



Fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.393

De modo intuitivo, a partir do item (b) da definição, pode-se garantir que todo sólido tem um único pedaço, como representado na Figura 4. De igual modo, pode-se intuitivamente concluir que os poliedros convexos¹³ e bolas fechadas são exemplos de sólidos. Alguns sólidos são mais relevantes e comumente estudados como o prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, entre outros.

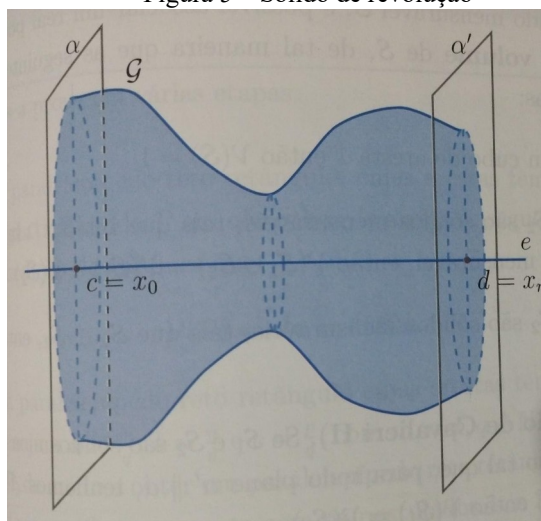
¹³ Poliedro Convexo é uma região R do plano onde todos os pontos $A, B \in R$, tiver $AB \subset R$. Caso contrário, diz-se que R é uma região não convexa (MUNIZ NETO, 2013, p.10).

De acordo com Muniz Neto (2013, p.393), “todo sólido de revolução é um sólido” e é importante destacar também que os sólidos de revolução¹⁴

possuem eixo e e região fechada, limitada do espaço com fronteira em um cilindro de revolução, como uma união da porção uma superfície de revolução de eixo e delimitada por dois planos $\alpha, \alpha' \perp e$, com discos delimitados pelos círculos de interseção de α, α' com a superfície de revolução em questão (MUNIZ NETO, 2013, p. 392-393).

A Figura 5 representa um sólido de revolução, de acordo com a definição acima.

Figura 5 – Sólido de revolução



Fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.393

Como os sólidos de revolução também são sólidos, como exposto anteriormente, uma condição suficiente para a mensurabilidade de um sólido está na definição do Princípio de Cavalieri I¹⁵: “um sólido S é mensurável se $S \cap \alpha$ for um conjunto de área mensurável, para todo plano α que intersecte $\text{Int}(S)$ ” (MUNIZ NETO, 2013, p. 394). Nessa linha de raciocínio, pode-se afirmar que prismas, pirâmides, cilindros, cones, esferas, entre outros, são sólidos mensuráveis.

14 A superfície ou sólido de revolução de eixo e e geratriz G é o conjunto $S(e;G)$ dos pontos do espaço, obtidos pela rotação de G em torno de e , de tal forma que, para $x \in (a,b)$, o ponto $(x,f(x)) \in G$ descreve o círculo de raio $f(x)$, centrado no ponto de e com abscissa x e contido no plano que passa por x e é perpendicular a e .

15 Francesco Bonaventura Cavalieri (1598 - 1647), matemático e astrônomo italiano, discípulo de Galileu. Nasceu em Milão, na Itália e dedicou seus estudos em astronomia, trigonometria esférica e cálculo logarítmico, sendo considerado um dos precursores do cálculo integral.

No entanto, o conceito de volume foi elaborado ao longo do percurso histórico, após o desenvolvimento do pensamento matemático mais apurado, necessário para resolução de problemas do cotidiano, como por exemplo, das práticas comerciais, das demandas no trato com as terras, com a agricultura, arquitetura, engenharia, dentre outras. Com a necessidade de equalização das práticas comerciais, ficou evidente que seria necessário também uniformizar o cálculo do volume. Daí então concluiu-se que é possível associar a cada volume de um sólido, um número real positivo. Para tanto, é necessário satisfazer as cinco condições, como estrutura Muniz Neto (2013, p. 394):

- 1) Se S é um cubo de aresta 1 então $V(S) = 1$.
- 2) Se S_1 e S_2 são sólidos mensuráveis, tais que $\text{Int}(S_1) \cap \text{Int}(S_2) = \emptyset$ e S_1 e S_2 é mensurável, então $V(S_1 \cup S_2) = V(S_1) + V(S_2)$.
- 3) Se S_1 e S_2 são sólidos mensuráveis, tais que $S_1 \subset S_2$, então $V(S_1) \leq V(S_2)$.
- 4) (Princípio de Cavalieri II). Se S_1 e S_2 são sólidos mensuráveis e α é um plano tal que, para todo plano $\alpha' \parallel \alpha$, tenhamos $A(S_1 \cap \alpha') = A(S_2 \cap \alpha')$ então $V(S_1) = V(S_2)$.
- 5) Se S_1 é um sólido mensurável, e S_2 puder ser obtido de S_1 por meio de uma translação ao longo de um vetor, uma rotação ao longo de um eixo ou uma reflexão ao longo de um plano, então S_2 também é mensurável e $V(S_1) = V(S_2)$.

Como resultado destas condições apontadas por Muniz Neto (2013), foram estruturados os cálculos dos volumes de todos os sólidos que são amplamente estudados nos diversos níveis de estudo atualmente. Pode-se daí afirmar que a unidade de medida padrão é o cubo cuja aresta é uma unidade de medida (cubo de aresta 1). No entanto, em muitos casos são apresentados aos discentes somente a síntese do pensamento matemático para o cálculo do volume. De outro modo, o percurso didático elaborado por Davydov (1988) indica a organização das atividades de estudo de acordo com as características específicas do conteúdo a ser estudado, porém levando-se em consideração o seu movimento mental e sua lógica específica.

Outros livros do Ensino Médio apresentam a definição de volume de outro modo. Dolce; Pompeo (2013) definem volume de sólido como sendo:

Volume de um sólido ou medida do sólido é um número real positivo associado ao sólido de forma que:

- 1º) sólidos congruentes têm volumes iguais;
- 2º) se um sólido S é a reunião de dois sólidos S_1 e S_2 que não têm pontos interiores comuns, então o volume de S é a soma dos volumes de S_1 com S_2 .

Os sólidos são medidos por uma unidade que, em geral, é um cubo. Assim, o

volume desse cubo é 1. Se sua aresta medir 1 cm (um centímetro), seu volume será 1 cm³ (um centímetro cúbico). Se sua aresta medir 1 m, seu volume será 1 m³. (DOLCE; POMPEO, 2013, p. 148).

Esta linguagem utilizada por Dolce; Pompeo (2013) pode ser compreendida pelos alunos de modo ainda mais fácil, quando se compara com a definição apresentada anteriormente, por Muniz Neto (2013). No entanto, acredita-se que ambas são importantes para discussão e percepção dos diferentes modos de apresentação em livros didáticos, sobretudo neste trabalho. Para colaborar com a discussão, apresenta-se também a colocação de Lima *et. al.* (2006), acerca da construção dos sólidos, no livro para o segundo ano do Ensino Médio:

A maior parte dos livros didáticos para o 2º grau adia a apresentação dos sólidos clássicos (prismas, pirâmides, esfera, etc) para mais tarde, quando se ensina a calcular áreas e volumes desses sólidos. Nada impede, no entanto, que eles sejam apresentados mais cedo, de modo a colaborar na fixação dos conceitos fundamentais, já que exemplos muito mais ricos de situações envolvendo pontos, retas e planos podem ser elaborados com seu auxílio (LIMA *et. al.*, 2006, p.173).

Como exposto por Lima *et. al.* (2006), de modo intuitivo, é possível apresentar os sólidos clássicos aos alunos mesmo antes do processo de ensino-aprendizagem do cálculo do volume desses sólidos. Retoma-se, portanto, os princípios da teoria do ensino desenvolvimental, sobretudo para a formação do cálculo de volume.

Segundo Davydov (1988) o caminho para o movimento mental e sua lógica específica deve ser implementado pelo professor, de modo correspondente às especificidades de cada conteúdo a ser estudado, realizando uma análise lógica e histórica do mesmo. Isto se dá para que possam ser identificadas as relações específicas, o percurso mental e o lógico-histórico próprio de cada conteúdo. Freitas (2011, p.83) explica que é muito importante que o professor crie “[...] ações necessárias ao aluno para que reproduza criativamente o conceito, tornando-o uma ‘ferramenta’ própria”.

A partir dessas ações, o professor pode delinear quais serão os princípios gerais a serem considerados para estruturação da atividade, percebendo as relações fundamentais que definem o objeto, suas propriedades, assim como sua relação universal ou seu conceito nuclear. Todas estas etapas do planejamento são importantes para que se estruture,

fundamentado na perspectiva do ensino desenvolvimental, o planejamento das atividades e tarefas de estudo, constitutivas do processo de ensino-aprendizagem, objetivando a formação de conceitos científicos.

Nesse entendimento, o estudo do lógico-histórico do conceito do cálculo de volume é condição fundamental para que os alunos se apropriem desse conceito científico. A compreensão do pensamento que os cientistas se utilizaram para formular tal conhecimento e estruturar esse conceito, é uma premissa essencial. Então, para elaboração de uma atividade de estudo na perspectiva desenvolvimental para formação do conceito do cálculo de volume, é preciso que o professor “analise sua origem e desenvolvimento no campo científico que integra, identifique as relações nele presentes, o tipo de movimento mental que ele contém e a lógica científica que governa” (FREITAS, 2011, p.83).

Para que seja evidenciado o movimento lógico-histórico desse conceito e, posteriormente, a sua apropriação, é recomendado que o professor estruture a atividade de estudo e proponha tarefas que conduzem à compreensão das relações conceituais que o permeiam. Davydov (1988, p. 167) assegura que os alunos podem se apropriar dos conceitos científicos se, “com a ajuda dos professores, analisam o conteúdo do material curricular e identificam nele a relação geral principal [...]”. As relações conceituais e estruturais do conceito do cálculo de volume se dá iniciando a partir da análise desses procedimentos lógicos e investigativos até a revelação da sua relação universal.

Como aponta Sousa (2017), a abordagem do contexto histórico e a generalização sobre o tema são muito importantes pois facilitam a compreensão do aluno sobre o desenvolvimento histórico e dialético do objeto. Concordamos com Peres (2010, p. 20) que “faz-se necessário, na organização do ensino, considerar a história do desenvolvimento da geometria para entender suas conotações diferentes em períodos distintos de seu desenvolvimento”. Em se tratando da formação do conceito de cálculo do volume, o seu movimento lógico histórico pode colaborar na revelação do conceito nuclear além de contribuir para a apreensão daqueles que estão na sua rede conceitual. Pode contribuir também na compreensão do desenvolvimento da Geometria Plana até a Geometria Espacial, revelando os aspectos essenciais desta transição.

2.2 VOLUME NOS DOCUMENTOS OFICIAIS E LIVROS DIDÁTICOS

O conceito de volume é apresentado em vários documentos oficiais do Governo Federal, como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1998), a Base Nacional Comum Curricular da Educação Básica – BNCC (BRASIL, 2016), assim como nos livros didáticos. Nestes documentos há orientações de como trabalhar com este conceito, indicação das séries em que é estudado e também indicação de distintas formas de exploração para melhor compreensão e entendimento do mesmo.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, o conceito de volume é abordado no terceiro Ciclo, nos blocos que estudam o Espaço e Forma e no das Grandezas e Medidas. Em Espaço e Forma, está inserido no tema que trata das relações entre figuras espaciais. No bloco Grandezas e Medidas, o mesmo é abordado ao estudar as diferentes grandezas como massa, capacidade, superfície, entre outras, explorando o sistema de medidas.

Os PCNs já apontam para o uso de padronização de unidades de medida, para resolução de situações-problema.

Por meio de situações-problema, extraídas dos contextos práticos em que essas grandezas se encontram – como a arquitetura, nas artes, nos esportes, na culinária, nas atividades comerciais e na leitura de mapas, plantas e croquis – evidenciam-se para os alunos as aplicações práticas da Matemática e a necessidade de contar com unidades padronizadas e com sistemas comuns de medida e também a necessidade de encontrar estimativas plausíveis (BRASIL, 1998, p. 69).

Reforça, portanto, a necessidade de resolver os mais variados problemas da vida cotidiana, por meio de estimativas, utilizando-se uma unidade de medida padrão, aplicada por meio do raciocínio lógico, da interpretação, da proporcionalidade e da investigação, nas diversas situações. Em muitos cálculos de volume, por exemplo, o resultado é um número irracional. Orienta, portanto, para o encaminhamento do ensino pautado na resolução de problemas que demandam a compreensão e utilização do conteúdo estudado, porém, sem o uso necessariamente de fórmulas matemáticas, que, muitas vezes, levam a uma memorização, sem o entendimento do processo matemático.

É um alerta também para importância da articulação desse conteúdo com outros já estudados anteriormente e até mesmo com conteúdos e conceitos pertencentes a outras disciplinas, mas que estejam interligados, que se intersectam.

Além de fornecer os contextos práticos para a realização da atividade matemática é importante pensar nas Grandezas e Medidas como um bloco que possibilita férteis articulações com os outros blocos de conteúdos, uma vez que seu estudo está fortemente conectado com o estudo da Geometria e com os diferentes tipos de números (BRASIL, 1998, p. 69).

A articulação do conceito de volume com o estudo da Geometria, a Álgebra, a Aritmética e outras áreas, fica explícita, uma vez que esses conceitos se entrelaçam e são constitutivos de uma mesma rede conceitual. Em Davydov, há essa concepção, trabalhando um conceito articulando as três áreas da matemática. Esta relação se estreita à medida que se aproxima do término da última etapa da Educação Básica, o Ensino Médio.

Nesse sentido, a Lei de Diretrizes e Bases – LDB/96 e a Resolução do Conselho Nacional de Educação CNE/98, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, determinam também os princípios, fundamentos e procedimentos da educação básica, apontam para a ampliação e aprofundamento do ensino, especialmente do Ensino Médio. Assim, os PCNs do Ensino Médio, na Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, apontam que:

Nessa nova etapa, em que já se pode contar com uma maior maturidade do aluno, os objetivos educacionais podem passar a ter maior ambição formativa, tanto em termos da natureza das informações tratadas, dos procedimentos e atitudes envolvidas, como em termos das habilidades e competências e dos valores desenvolvidos.

Mais amplamente integrado à vida comunitária, o estudante da escola de nível médio já tem condições de compreender e desenvolver consciência mais plena de suas responsabilidades e direitos, juntamente com o aprendizado disciplinar. No nível médio, esses objetivos envolvem, de um lado, o aprofundamento dos saberes disciplinares em Biologia, Física, Química e Matemática, com procedimentos científicos pertinentes aos seus objetos de estudo, com metas formativas particulares, até mesmo com tratamentos didáticos específicos (BRASIL, 2002, p. 6).

Além da relação intrínseca entre as diversas áreas do conhecimento, o estudo de um conteúdo deve contemplar além da função formativa, do conhecimento escolar e, sobretudo, a compreensão e o desenvolvimento da consciência do aluno, a partir de uma formação humana crítica. O ensino deve contemplar os procedimentos científicos e tecnológicos do conceito estudado, além de promover o desenvolvimento do aluno por meio da formação desse conceito. Que o aluno, a partir desse conhecimento, do entendimento do procedimento científico utilizado naquele objeto de estudo possa interferir e participar ativamente na vida material, opinando e se envolvendo em diversas áreas, de forma contextualizada e consciente (FREITAS, 2016).

Cotidianamente, há circunstâncias em que se utiliza diretamente a Matemática, seja como linguagem ou como ciência e, sendo assim, ela é especialmente importante. Compreendê-la como linguagem e entender a sua universalidade de expressão é fundamental para uma atuação mais ativa e dinâmica, especialmente na vida contemporânea. O desenvolvimento da consciência, da aprendizagem e do raciocínio lógico-matemático de modo mais aprofundado e abstrato é extremamente relevante, principalmente quando se articula com outras áreas, à tecnologia e à vida diária. Nesse sentido, a Matemática, como ciência, tem seus processos específicos para demonstração dos seus conceitos, formalizando, relacionando e generalizando seus teoremas, fenômenos e formas de compreensão da sociedade (VAZ, 2012). Assim, é através da Matemática que são estruturados também o raciocínio dedutivo e o pensamento, essenciais nas diversas atividades humanas.

A pertinente presença da Matemática no desenvolvimento de competências essenciais, envolvendo habilidades de caráter gráfico, geométrico, algébrico, estatístico, probabilístico, é claramente expressa nos objetivos educacionais da Resolução CNE/98 (BRASIL, 2002, p. 9).

Nos PCNs do Ensino Médio há um direcionamento para que a escola, os professores e toda a comunidade em geral tenham como um dos principais objetivos o desenvolvimento e a promoção da aprendizagem dos alunos com foco na promoção social dos mesmos. Que esses alunos possam contribuir socialmente, de modo crítico e consciente, no desenvolvimento de toda a sociedade, a partir do conhecimento científico, do modo de compreensão dos conceitos estudados. Que eles se desenvolvam e, a partir deles, de suas motivações e interferências, promovam o desenvolvimento de outras pessoas também.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (BRASIL, 2002, p. 40).

Assim, fica ratificada a importância de uma abordagem na perspectiva desenvolvimental, ou seja, com fins no desenvolvimento humano integral do aluno, na sua formação científica e também crítica, de conceitos científicos e sua aplicação na vida cotidiana. O texto fica próximo ao que está na Base Nacional Comum Curricular – BNCC, da Educação Básica, que reconhece a Matemática e seu modo próprio de ciência hipotético-dedutiva, para compreensão, demonstração e interpretação dos fenômenos. No entanto, é preciso deixar claro que posicionamos de modo crítico à BNCC, pois consideramos que ela penaliza as classes mais marginalizadas da nossa sociedade com relação ao acesso aos conhecimentos científicos, pois contempla as áreas da linguagem e da matemática em detrimento das outras áreas.

Como exemplo, podemos citar que as disciplinas de Química e Física terão suas cargas horárias reduzidas e podem até ser matérias optativas futuramente. Este fato contraria a teoria do ensino desenvolvimental de Davydov, que tem como um de seus principais pressupostos o acesso ao conhecimento teórico-científico para todos os alunos que frequentam a escola, não importando a sua classe social. Além disso, a BNCC não contribui com o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno pela lógica dialética. Nosso entendimento é de que a BNCC forma no aluno um pensamento utilitarista, o que está diametralmente oposto ao ensino para a formação humana, em todas as suas dimensões.

No entanto, segundo a BNCC (2016), a partir do Ensino Fundamental, a Matemática deve ser trabalhada partindo de observações empíricas da realidade material.

No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a

partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental (BRASIL, 2016, p. 265).

Para melhor articular as cinco unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística) do Ensino Fundamental, a BNCC reuniu as principais ideias, consideradas fundamentais, para organização do raciocínio lógico e do pensamento matemático: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Assim, a BNCC traça alguns propósitos para que os alunos desenvolvam suas habilidades relacionadas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas matemáticos. “A BNCC da área da Matemática e suas Tecnologias propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental” (BRASIL, 2016, p. 527).

No Ensino Médio, a BNCC continua com foco também na “construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos” (BRASIL, 2016, pág. 528). O uso dos recursos tecnológicos corrobora no estímulo e no desenvolvimento do pensamento matemático. “Além disso, a BNCC propõe que os estudantes utilizem tecnologias, como calculadoras e planilhas eletrônicas, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental” (BRASIL, 2016, p. 528).

O uso de tecnologias é muito importante nesse processo, também no Ensino Médio, como destaca a BNCC:

Nesse contexto, destaca-se ainda a importância do recurso as tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, ligado na etapa anterior (BRASIL, 2016, p. 528).

O uso de tecnologias no ensino de matemática na perspectiva do ensino desenvolvimental pode contribuir com o processo de ensino-aprendizagem, como importantes elementos de mediação pedagógica. O processo de ensino-aprendizagem dos conceitos científicos matemáticos pode ser tecnologicamente mediado durante a atividade de estudo. Alguns recursos como *softwares* são mais acessíveis, como por exemplo, o Geogebra. Ele pode colaborar com a atividade de estudo proposta pelo professor, mediando o processo de

compreensão do modo específico e sistemático do pensamento matemático, parte essencial da formação escolar no ensino básico.

O Geogebra é escolhido como sugestão porque é um *software* de *download* livre, de fácil acesso e manuseio. Possui a versão como aplicativo e *on-line*, ambos gratuitos. Com ele é possível obter o esboço de gráficos no plano (2D) e no espaço (3D). Apresentam simultaneamente os gráficos e as funções algébricas, podendo ser utilizado em atividades de estudo para todos os níveis de ensino e conteúdos, como geometria, álgebra, estudo dos gráficos e funções, estatística, cálculo, dentre outros. São fatores que inseridos em uma atividade de estudo mediada pelas tecnologias, elaborada pelo professor, na perspectiva do ensino desenvolvimental, podem contribuir para despertar o interesse do aluno pela busca e construção do conhecimento matemático e do desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo, que é característico desta ciência.

É importante ressaltar a relevância dos recursos tecnológicos como mediação pedagógica e seu papel na atividade educativa, no entanto, é preciso reforçar também que a tecnologia jamais será o centro do processo de ensino-aprendizagem pois o trabalho docente é que ocupa o lugar essencial na atividade educativa. Não se pode associar diretamente a tecnologia ao trabalho docente, mas sim ponderar o uso da tecnologia como elemento de mediação que contribui com as atividades educativas, impulsionando também a motivação discente. Vaz (2012, p. 40) afirma que as ferramentas tecnológicas articulam o “[...] processo ensino-aprendizagem, passando de um modelo baseado na informação para um modelo fundamentado na construção do saber”.

Compreender os fenômenos da vida cotidiana e interpretá-los à luz das ciências exatas e suas tecnologias é um grande diferencial para o desenvolvimento do aluno e também da sociedade em que ele está inserido. Nesta linha de raciocínio, destacamos que o enfoque desta pesquisa surge como uma proposta que reforça a necessidade da formação do conceito do cálculo de volume voltada para o desenvolvimento do aluno em todas as suas dimensões. Nesse sentido, reforçamos que esta pesquisa está alinhada a uma perspectiva crítica, vinculada aos pressupostos teóricos da teoria histórico-cultural de Vygotsky e, portanto, temos um posicionamento crítico também à BNCC.

Apesar de a BNCC indicar o currículo, enunciando os conteúdos e estabelecer os objetivos, indicando as competências esperadas, acreditamos que a didática e a autonomia do professor, que não estão previstas no currículo, são também extremamente importantes. Este documento normativo deixa a entender que é um currículo autonomizado, mas compreendemos que trata-se de um currículo instrumental, que visa apenas resultados

imediatos. Esta ideia fica evidente especialmente quando ela estabelece as habilidades relacionadas aos conhecimentos e conteúdos e relaciona-os às competências individuais. Compreendemos que isto é um indicativo de que a preocupação é sobretudo com as avaliações em larga escala.

No entanto, ao examinar os escritos no documento normativo, percebe-se que ele indicia as redes de ensino, escolas e educadores, relacionando-o ao desenvolvimento da educação:

[...] a BNCC integra a política nacional da Educação Básica e vai contribuir para o alinhamento de outras políticas e ações, em âmbito federal, estadual e municipal, referentes à formação de professores, à avaliação, à elaboração de conteúdos educacionais e aos critérios para a oferta de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da educação (BRASIL, 2016, p.9).

Reforçamos nossa compreensão de que a BNCC não foi escrita segundo os pressupostos teóricos da teoria histórico-cultural. Assim, temos críticas a esta forma de organização, sobretudo os princípios aos quais estão vinculados. Acreditamos que trata-se de atender aos institutos internacionais e seus instrumentos de avaliação em larga escala. Outro ponto que relaciona a preocupação com estas avaliações em larga escala é que neste documento normativo são indicadas também as atividades para os professores. Em nossa compreensão isto reforça a ideia hegemônica defendida pelo modo capitalista, que visa formação de mão de obra para o aumento da produtividade. Concordamos com Libâneo (2019) quando ele afirma que:

A crítica mais contundente a essa noção de currículo é que ele é um dispositivo de poder que busca controlar e/ou regular a vida, no sentido de estabelecer quais conhecimentos e habilidades são essenciais para a preparação para a cidadania e para o trabalho. Legisladores e especialistas responsáveis pela elaboração dessa proposta curricular acreditam que, uma vez existindo um currículo prescrito, fica resolvida a qualidade de ensino ou mudando-se o currículo, muda-se a escola. Por isso, prescreve-se no currículo tudo o que o professor precisa fazer (LIBÂNEO, 2019, p.19).

Acreditamos que é preciso que os professores compreendam a importância de lutar por uma escola que visa a formação humana integral, com vistas no desenvolvimento humano em

todas as suas dimensões, que tenha finalidades educativas de amplo desenvolvimento humano e que o conhecimento científico preceda esse desenvolvimento. Apontamos para ampliação deste debate e para união dos esforços em busca da discussão acerca das finalidades educativas escolares. É preciso vislumbrar a elaboração de critérios para o aumento na qualidade do ensino aliado à formação humana, mas que não estejam alinhados aos princípios dos organismos internacionais e ao modo capitalista vigente.

No próximo tópico discutiremos sobre a formação do conceito do cálculo de volume na perspectiva do ensino desenvolvimental. Defendemos que o conhecimento científico precede o desenvolvimento humano e que as finalidades educativas escolares precisam ser bem definidas, com vistas no aumento qualitativo da aprendizagem do aluno.

2.3 ESTUDO DO CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME SOB A ÓTICA DA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL

O conceito do cálculo de volume é construído a partir da historicidade do mesmo, percorrendo desde o surgimento e desenvolvimento até a complexidade das contradições desse desenvolvimento. É no exame desse percurso histórico do conceito de volume que foi criado social e historicamente que o aspecto nuclear é desvendado. Davydov (1988, p. 148) assegura que “[...] a essência da coisa pode ser revelada só no exame do processo do desenvolvimento de tal coisa. A essência existe só passando por uns e outros fenômenos”. Em se tratando do cálculo de volume, é preciso fazer a construção histórica do sistema de medidas, para que se revele o núcleo do conceito do cálculo de volume, que se calcula a partir de uma medida padrão. Assim, pode-se determinar a essência universal desse objeto por meio do pensamento matemático a partir da ontogênese.

É organizar o processo de ensino-aprendizagem da formação do conceito de volume objetivando a construção do pensamento científico e utilizando-se das normas específicas da própria matemática. Não se trata apenas de expor os fatos históricos, mas sim conduzir o pensamento do aluno num processo crítico, reflexivo, de modo dialético.

Nesse sentido, este trabalho reúne vários aspectos epistemológicos, pedagógicos e socioculturais de modo que o conceito de volume seja apropriado pelo aluno a partir da compreensão da sua historicidade. É apreender esse processo histórico do conceito de modo dialético, com as relações e contradições que constituem esse objeto. Nessa construção do

pensamento teórico que se apropria do conceito de volume a partir do conceito desenvolvido social e culturalmente.

É por meio da atividade de ensino que o lógico-histórico pode contribuir na construção do pensamento dos sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem. A partir desse movimento no pensamento dos sujeitos, que as verdades relativas são reveladas e reconstruídas, de modo dialético. Daí a importância da historicidade para melhor compreensão da realidade a qual estão inseridos. Assim, na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental, antes de elaborar o plano de ensino, o professor deve realizar uma análise do conteúdo segundo os aspectos lógicos e históricos.

Esta análise é importante porque a partir dela será possível relacionar a lógica científica presente no objeto de estudo assim como o movimento mental contido nele. Estes aspectos são muito importantes em todo o conteúdo e em todas as áreas do conhecimento. No caso do conceito de volume, a partir da análise do movimento lógico-histórico, o professor vai elaborar ações objetivando a reprodução criativa do conceito pelo aluno, de modo que este se transforme em uma ferramenta específica, ou seja, forme o conceito teórico.

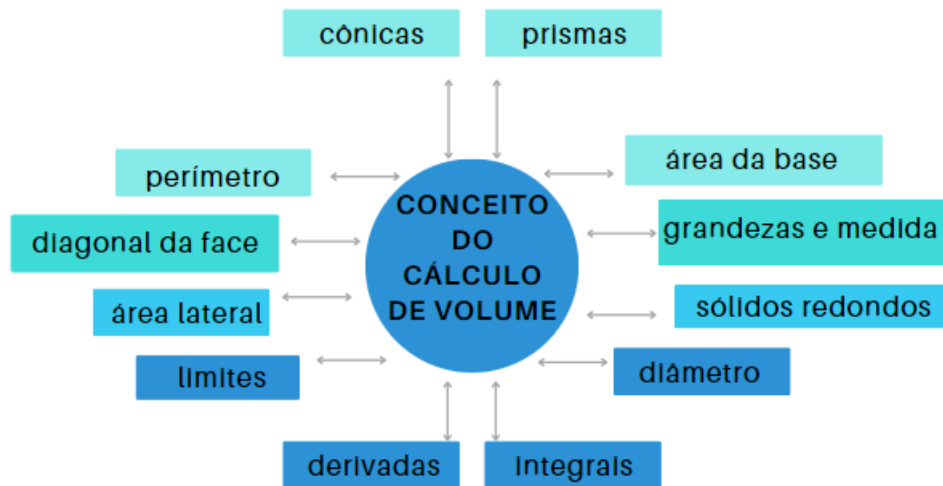
Como assevera Freitas (2016, p. 406), parafraseando pesquisadores de referência:

Algumas condições prévias são importantes para a estruturação da atividade de estudo tais como análise do conteúdo, mobilização de motivos, necessidades, desejo de aprender, caráter investigativo da organização da atividade de estudo (DAVYDOV, 1988; LOMPSCHER, 1999; HEDEGAARD, 2022; HEDEGAARD e CHAIKLIN, 2005).

Em outro momento, Freitas (2011, p.73) também assegura que o conceito teórico somente será construído a partir da apropriação “[...] dos procedimentos lógicos e investigativos com os quais os pesquisadores trabalham ao formular o conhecimento do objeto”. Então para a apropriação do conceito de volume é fundamental que se aproprie primeiro do seu lógico-histórico. Isto deve ser evidente nas atividades investigativas que integram as atividades de estudo.

Outro fator importante é a apresentação da rede conceitual do cálculo de volume, para que o aluno possa compreender que este está interligado a outros conceitos matemáticos. Na Figura 6 estão alguns exemplos de outros conceitos que relacionam-se com o conceito do cálculo de volume.

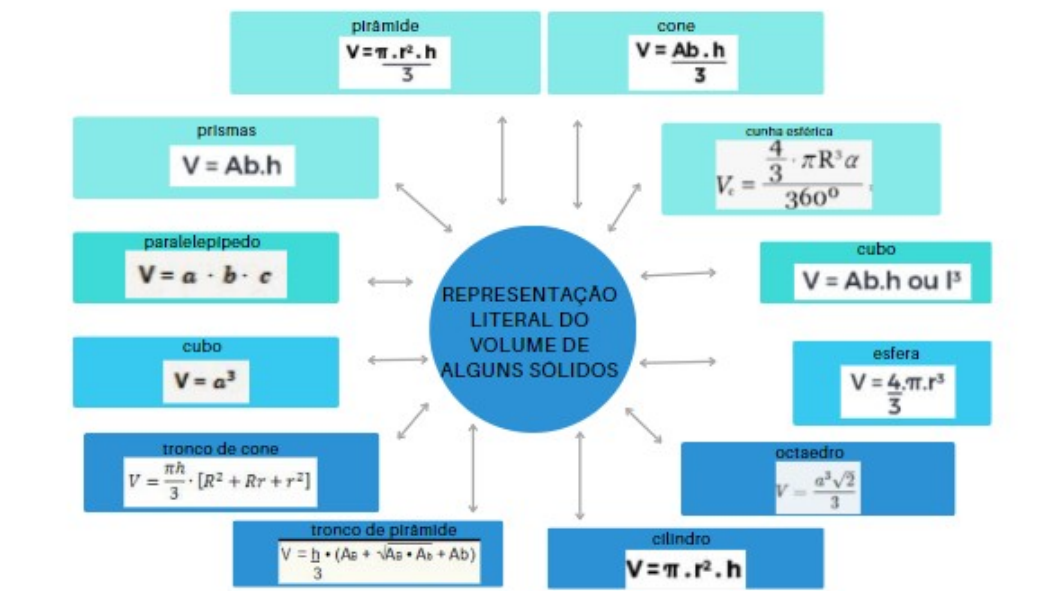
Figura 6 – Rede conceitual do conceito de cálculo de volume



Fonte: elaborado pela autora

As fórmulas matemáticas podem ser consideradas como uma representação literal do conceito. A representação literal para o cálculo do volume de alguns sólidos estão representadas na Figura 7.

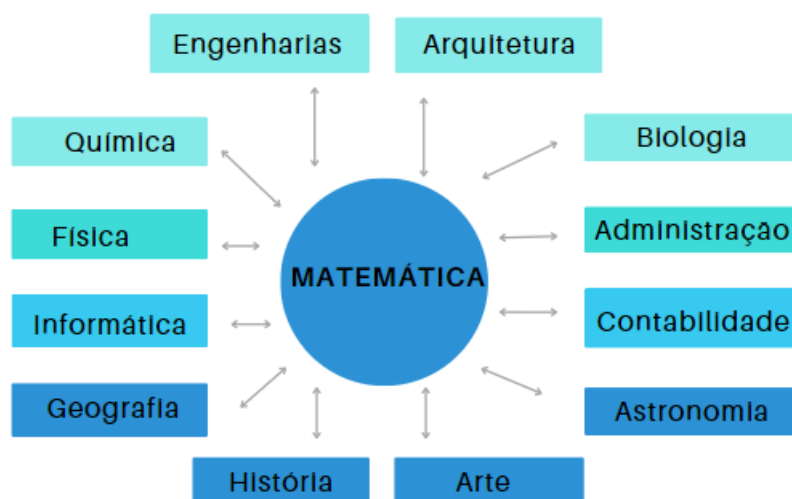
Figura 7 – Representação literal para o cálculo do volume de alguns sólidos



Fonte: Elaborado pela autora

Imperioso enfatizar a importância dos conceitos correlatos e que os mesmos estão inseridos em uma rede de conceitos que também estão vinculados a outras ciências. O conceito de volume está relacionado com conceitos de outros objetos como por exemplo, diagonais, áreas, troncos, grandeza e medida, entre outros. De modo mais aprofundado, pode-se chegar ao conceito de integral dupla e tripla que relaciona-se, conseqüentemente, em outras ciências, como a Física, Engenharias, Arquitetura, Astronomia, dentre outras, como está representado na Figura 8.

Figura 8 – Algumas ciências que relacionam com a Matemática



Fonte: Elaborado pela autora

É importante que seja apresentado ao aluno a rede conceitual a qual está relacionado o objeto de estudo bem como sua aplicação a diversas áreas do conhecimento e também na vida cotidiana. Davydov (1988) enfatiza a importância das relações dos conteúdos presentes nas atividades de estudo com o desenvolvimento humano, por meio dos conceitos científicos. Baseado nesses estudos de Vygotsky e de Davydov, M. Hedegaard e Chaiklin (2005) aborda também sobre o Ensino Radical-Local cuja metodologia está baseada no duplo movimento no ensino.

Estes estudos apontam para a relevância da relação entre os conceitos científicos e os conceitos cotidianos, acarretando o desenvolvimento do pensamento teórico-dialético. Hedegaard e Chaiklin (2005, p. 40) asseguram que esta metodologia objetiva “criar uma integração entre o conhecimento espontâneo da criança trazido de casa e da comunidade e o conhecimento do conteúdo apresentado na escola tal como prescrito nas matérias escolares e

nos planos curriculares”. Seus estudos apontam que esse duplo movimento no pensamento permite a utilização destes conteúdos escolares na vida prática.

Silva e Libâneo (2021, p. 706) sintetizam três ideias-chave do ensino e aprendizagem radical-local:

[...] primeira, a combinação das relações conceituais básicas (conceito nuclear) do conteúdo com a situação de vida das crianças; segunda, a integração do conhecimento acadêmico com o conhecimento local de modo a transformar com qualidade os conceitos cotidianos das crianças e, terceira, a possibilidade de o conhecimento acadêmico ser usado na prática local das crianças. A partir dessas ideias-chave, o ensino-aprendizagem radical-local combina os seguintes elementos: o modelo conceitual como expressão de relações básicas, assim como forma de atuar nos motivos e na capacidade de formular perguntas e despertar o interesse pela elaboração de respostas por parte do aluno; o entendimento do escopo do conteúdo; a relação entre interesse e motivos com problemas, conflitos e contrastes na aprendizagem de conceitos cotidianos e científicos; o desenvolvimento de motivos combinado ao desenvolvimento e à formação de capacidades nos alunos; por fim, o duplo movimento no ensino.

Estas ideias-chave devem ser levadas em consideração sobretudo quando o professor elaborar a atividade de estudo, ao pensar as situações-problema que serão propostas nas tarefas. Nestes processos devem conter as ações que mobilizarão os motivos das crianças, revelando as contradições existentes no objeto de estudo e relacionando com sua vida local. Este processo pode promover o aprimoramento das ferramentas intelectuais e conduzir o pensamento para reflexões mais aprofundadas à medida que participam ativamente da investigação para solução dos problemas propostos.

Nesse entendimento a atividade de estudo pode promover a apropriação do conceito científico através do conhecimento teórico além de proporcionar meios para reflexões e atuação na vida prática desse estudante. Ao formar o conceito científico de volume, o aluno será capaz de calcular o volume de uma figura geométrica em geral, com o uso de uma unidade de medida padrão. Ele poderá utilizar-se deste conhecimento para o cálculo do volume da caixa d'água, de uma piscina ou de uma caçamba de caminhão, para transportar areia, por exemplo. No entanto, para a formação do conceito do cálculo de volume na perspectiva desenvolvimental, pode-se utilizar de várias ferramentas pedagógicas e diversas propostas de atividades, elaboradas e executadas com este objetivo.

A compreensão desse conceito de volume permite sua inserção na rede de conceitos assim como seu elo com outras ciências, mas também permite interferir em sua vida local, por

meio desses conhecimentos adquiridos. Daí a sua importância científica e sua contribuição com a formação e o desenvolvimento do sujeito. É possível encontrar outras pesquisas sobre a formação de conceitos, sobretudo envolvendo conteúdos matemáticos. Citamos como exemplo, Pereira (2016), que estudou as contribuições da teoria do ensino desenvolvimental na formação do conceito de volume dos sólidos geométricos: cubo, paralelepípedo e pirâmide por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Apresentaram como principais resultados, que a organização do ensino é parte importante no desenvolvimento cognitivo dos discentes. Desenvolveram um site destinado para professores de matemática da primeira fase do Ensino Fundamental, para apresentar o estudo e auxiliá-los a desenvolver atividades educativas voltadas para a formação de conceitos matemáticos na perspectiva do ensino desenvolvimental.

A formação do conceito científico do cálculo de volume conduz o aluno de um conceito elementar do ensino básico até ao conceito utilizado no nível superior. Desse modo, há um considerável salto qualitativo no seu desenvolvimento psíquico. No entanto, é importante salientar que o estudo desse conceito na perspectiva do ensino desenvolvimental compreende um processo baseado no movimento do pensamento, que ocorre de forma dialética, não linear. É um processo que está inserido em uma atividade humana complexa, constitutiva de acertos, erros e que demanda uma organização e uma reorganização contínua desse processo, acompanhando o movimento da realidade material. Assim, formar esse conceito na perspectiva desenvolvimental pode contribuir com a formação de um modo de pensar que promove o desenvolvimento, aprimorando as ferramentas psicológicas superiores por meio do desenvolvimento da consciência.

3 O EXPERIMENTO DIDÁTICO-FORMATIVO – UMA PROPOSTA DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME NA SEGUNDA SÉRIE DO ENSINO MÉDIO, SEGUNDO A TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL

O método que se utiliza da intervenção didática por meio de um experimento didático-formativo é considerado por Davydov (1988) uma forma de intervenção ativa objetivando a modelação do objeto de estudo e novas formações mentais:

O método do experimento formativo tem como característica a intervenção ativa do pesquisador nos processos mentais que ele estuda. A realização do experimento formativo pressupõe a projeção e modelação do conteúdo de novas formações mentais a serem constituídas, dos meios psicológicos e pedagógicos e das vias de sua formação. Na investigação dos caminhos para realizar esta projeção (modelo) no processo do trabalho de aprendizagem cognitiva [...] pode-se estudar também as condições e as leis de origem, de gênese das novas formações mentais correspondentes (DAVYDOV, p. 187-188).

Este método de pesquisa tem seus princípios basilares na organização e reorganização do ensino bem como das suas ações, objetivando o desenvolvimento das ferramentas intelectuais dos alunos (DAVYDOV, 1988). Nesse entendimento, esta pesquisa elabora uma proposta para a organização de um experimento didático-formativo com vistas na formação do conceito de volume, para a segunda série do Ensino Médio, à luz da teoria do ensino desenvolvimental. Neste trabalho trata-se apenas de uma proposta, cujo objetivo a priori era para ser executada. No entanto, com o advento da pandemia da Covid-19 e com o distanciamento social, não foi possível ser executada. Mantivemos a proposta elaborada, mas não será aplicada nesse período de doutoramento, ou seja, será aplicada em outro estágio de estudos, posteriormente.

Neste capítulo está descrito como um professor pode elaborar um experimento didático formativo a partir da organização de uma atividade de estudo para a formação do conceito do cálculo de volume. É uma proposta para alunos de uma escola pública situada na cidade de Goiânia, Goiás. Foi elaborada em um primeiro momento com o intuito de ser aplicada ainda durante o processo de doutoramento. No entanto, devido a suspensão das aulas

presenciais e a necessidade do distanciamento social como medida para evitar a transmissão do vírus da Covid-19, não houve tempo hábil para aplicação deste.

Logo em seguida será abordado sobre o planejamento de uma atividade de estudo para a formação do conceito do cálculo de volume e, posteriormente, os procedimentos metodológicos para transformação dos dados da tarefa na condução e identificação do princípio geral e também da modelação até a transformação do modelo e o uso desse conceito como ferramenta mental.

3.1 A ORGANIZAÇÃO DE UMA ATIVIDADE DE ESTUDO PARA A FORMAÇÃO DO CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME

A atividade de estudo organizada para fins de formação do conceito de volume tem como objetivo geral a compreensão desse conceito de forma ampla, apropriando-se não apenas da sua estrutura, mas também relacionando-o com a vida material objetiva. Desse modo, espera-se que a partir da compreensão do conceito científico do cálculo de volume, o aluno desenvolva sua autonomia, sua consciência crítica e que tenha possibilidades reais de intervenção nas questões sociais, ambientais, éticas, econômicas, dentre outras. Espera-se que haja um salto qualitativo na formação das funções mentais superiores, por meio do aprimoramento das suas ferramentas intelectuais, a partir da compreensão da Matemática pelo modo próprio desta ciência.

A compreensão do percurso lógico-histórico do conceito de volume, das suas contradições e transformações são fatores essenciais para articulação deste com outros conceitos, situando-o em uma rede conceitual e em diversas áreas do conhecimento. Portanto, a organização da atividade à luz da teoria do ensino desenvolvimental proposto por Davydov (1988) propõe tarefas que possibilitem aos estudantes um movimento constante de pensamento que vai do coletivo ao individual, do geral para o particular e do abstrato ao concreto.

Assim, ao formarem o conceito de volume, os alunos vão compreender o modo próprio de operar da Matemática, o método lógico-dedutivo, além de utilizar-se dele para compreensão também de outras ciências e suas relações com a sociedade. Considerando os ensinamentos de Davydov (1988) para a formação do pensamento científico, ao propor uma atividade de estudo o professor deve iniciar dos princípios gerais desta área do

conhecimento para depois abordar os aspectos particulares. Por meio de uma ação investigativa os alunos devem descobrir a relação geral do objeto de estudo para depois perceber suas manifestações específicas, particulares. No caso desta pesquisa, para formação do conceito de volume, o aluno tem que compreender, num processo criativo da matemática que para calcular o volume de um objeto precisa de outro objeto, de uma unidade de medida padrão. Nesse entendimento, é ensinar a matemática pelo modo próprio de pensar da matemática.

É a formação da consciência pela forma de pensar de uma ciência, como no caso desta pesquisa, em matemática, se dá para além da memorização. A partir da apropriação do conceito científico do cálculo de volume, por exemplo, o aluno deve ser capaz de fazer a contextualização e aplicação deste conhecimento em sua vida cotidiana, seja reproduzindo o modo próprio dos cientistas pensarem ou criando novas possibilidades a partir das experiências reais. Ao compreender o cálculo do volume de um paralelepípedo, por exemplo, ele poderá ser capaz de calcular também o cálculo do cubo, do prisma, pirâmide e assim por diante. Diante dos problemas que se apresentarem na vida material e que envolvam o raciocínio lógico dedutivo, sobretudo para o cálculo do volume, esse aluno poderá interferir e contribuir com a solução dos mesmos.

A apreensão desse conceito permite que ele contribua socialmente, atuando de modo autônomo e crítico em várias circunstâncias da sociedade, como calcular a quantidade de água em determinado recipiente, de concreto necessários para construção de uma pilastra, dentre outros exemplos. Desse modo, ele compreende que há uma universalização da maneira de calcular o volume e que isto é importante dentre outras coisas, para equalizar as práticas sociais, comerciais além do desenvolvimento humano e cultural.

Esta compreensão é uma ação mental denominada de pensamento teórico, no qual está inserido um conjunto de características, propriedades e procedimentos que são deduzidos de uma relação geral do objeto de estudo. Nesse entendimento, Libâneo (2008, p. 61) orienta que “[...] pensar teoricamente é desenvolver processos mentais pelos quais chegamos aos conceitos e os transformamos em ferramentas para fazer generalizações conceituais e aplicá-las a problemas específicos”.

Assim, a estrutura da proposta para a aprendizagem do conceito do cálculo de volume é composta de ações que formam as tarefas a serem realizadas pelos alunos, como propõe Davydov (1988). Por meio de um processo investigativo, os alunos compreendem o modo de criação do conceito de volume elaborado pelos cientistas, seu percurso lógico-histórico e o reproduzem em diversas circunstâncias da sua vida material. Isto acontece quando o professor

propõe tarefas que conduzem os estudantes num movimento do pensamento do abstrato ao concreto, do geral para o específico, de modo dialético. Neste experimento propõe-se tarefas que objetivam a construção desse percurso lógico-histórico bem como a reprodução desse conhecimento em várias situações-problema.

Importante ressaltar que as tarefas de estudo propostas no experimento didático-formativo desta pesquisa objetivam a formação do pensamento teórico do conceito do cálculo de volume. É uma proposta para a superação do pensamento empírico e a formação do pensamento teórico, elevando qualitativamente a consciência do estudante. Esta formação do conceito colabora com sua formação e desenvolvimento de forma completa, integral, considerando as várias dimensões do ser humano, seja social, cultural, espiritual e histórica.

Davydov (1988, p. 148) assegura que “[...] a essência da coisa pode ser revelada só no exame do processo do desenvolvimento de tal coisa”. Nesse entendimento, propomos uma atividade de estudo por meio de situações-problema que permita ao aluno o conhecimento da historicidade do conceito de volume, bem como seu surgimento e desenvolvimento. É preciso articular a apresentação do lógico-histórico com os pressupostos da teoria do ensino desenvolvimental, num movimento dialético do pensamento, sem que se torne apenas apresentação do percurso histórico. É através desta atividade, que o aluno vai ter a oportunidade de conhecer as contradições existentes e refletir sobre a essência e complexidade desse conceito dentro do sistema de conceitos já existente na sua consciência.

É extremamente importante iniciar pela avaliação diagnóstica, com uso de instrumentos que sejam capazes de revelar o conhecimento acerca do nível de conhecimento dos alunos sobre o conceito de volume, ou seja, os níveis de desenvolvimento real e a zona de desenvolvimento proximal, além de avaliar se os alunos possuem os pré-requisitos para estudar o conceito de volume (VYGOTSKY, 1991). Na proposta de experimento didático-formativo, utilizou-se uma prova individual e escrita, como um instrumento de avaliação. Esta tarefa tem como objetivo compreender a zona de desenvolvimento real dos estudantes e utilizar o conhecimento empírico que eles já possuem, possibilitando, a partir deles, a formação do conhecimento teórico.

De acordo com Vygotsky (1991), o que está presente na zona de desenvolvimento proximal pode estar posteriormente na zona de desenvolvimento real, se houver a mediação de um adulto ou companheiros mais experientes. Por isto, a importância da compreensão dos resultados apresentados na avaliação diagnóstica bem como os conhecimentos empíricos e teóricos já formados no pensamento dos alunos.

Davydov (1988) assegura que o conhecimento empírico apresenta-se quando o aluno identifica e compara apenas os dados sensoriais, externos do objeto de estudo, enquanto o conhecimento teórico permite a análise sem o objeto real pois já o possui de forma refletida, em sua essência. No entanto, é importante destacar que o pensamento empírico é muito importante e pode ser modificado em pensamento teórico através da organização de uma atividade de estudo.

Para uma melhor elaboração da atividade de estudo na perspectiva desenvolvimental, é importante também analisar o contexto socioeconômico do estudante, para melhor compreender os seus aspectos e características específicas, sobretudo do contexto socioeconômico. A partir disso, inicia-se a fase de elaboração de um plano de ensino objetivando a formação do conceito de volume, conforme a proposta de Davydov (1988). Relevante reforçar que o processo de ensino-aprendizagem deve conter também a metodologia do duplo movimento no ensino, através de “tarefas, projetos, exercícios e questões que são baseados nas relações gerais do modelo nuclear, incorporando ao mesmo tempo as formas das crianças de formular questões e os seus interesses na substância específica das atividades realizadas” (HEDEGAARD; CHAIKLIN, 2005, p.71).

Desse modo, por meio de situações-problema os alunos participam da construção do seu conhecimento, de forma ativa, como orientam Davydov (1988), Hedegaard e Chaiklin (2005), Libâneo (2016), Freitas (2016):

[...] no início das atividades, é o professor que planeja e se responsabiliza pela organização e condução das ações didáticas e tarefas de estudo. À medida que o trabalho vai se desenvolvendo, as crianças vão sendo orientadas a se responsabilizar pelas atividades relacionadas com a apreensão das relações conceituais do objeto de estudo e a modelação do núcleo do conceito. Realçam, também, que o professor precisa sempre reavaliar seu planejamento inicial à medida que vai acompanhando o desempenho dos alunos em relação às tarefas e observando mudanças qualitativas em suas operações mentais (SILVA; LIBÂNEO, 2021, p. 710).

Como asseguram os autores, o professor faz o planejamento e elaboração da atividade de estudo, o aluno participa ativamente do processo de ensino-aprendizagem, mas é preciso planejar constantemente, reavaliando a ideia inicial, conforme o desenvolvimento dos alunos das tarefas, além de aplicar inicialmente, uma avaliação diagnóstica.

Através da avaliação diagnóstica é possível perceber os conceitos que os alunos já possuem, revelando sua zona de desenvolvimento real. Por meio de situações-problema é

possível revelar o que compõe o sistema de conceitos dos alunos, no que tange aos conceitos presentes na rede conceitual, como perímetro e área. A avaliação diagnóstica desta proposta de experimento didático-formativo está disposta no Apêndice C.

O processo de avaliação diagnóstica deve ocorrer em duas aulas. No primeiro dia de aula será aplicada a avaliação diagnóstica, onde são apresentadas duas situações-problema e o aluno necessita entrar em atividade, participar do processo de investigação para apresentar as soluções. Os conteúdos desta avaliação diagnóstica são perímetro e área. Ao resolver individualmente e sem consulta a qualquer tipo de material didático, o aluno apresentará soluções com base no seu nível de conhecimento, revelando assim o seu nível de desenvolvimento real. A resolução das questões precisa ser monitorada pelo professor como forma de avaliar o procedimento e as questões devem ser corrigidas, discutindo os resultados com a turma.

Em cada questão deve-se fazer a leitura minuciosa dos dados, articulando os conceitos e situando-os na rede conceitual, de modo a captar os indícios do nível de desenvolvimento real da turma, bem como sua formação teórica dos conceitos. A fim de compreender melhor este nível de conhecimento, os acertos das questões devem ser identificados separadamente, evidenciando os acertos dos alunos em cada questão e sua porcentagem em relação a toda tarefa.

De acordo com os acertos dos discentes em cada questão, o professor identifica se os alunos encontram-se em níveis muito distintos quanto à formação dos conceitos e, durante a correção da atividade no quadro, em sala, como na sugestão proposta, no Apêndice A. Assim, o professor pode compreender melhor o modo que eles pensaram ao resolverem a situação-problema e identificar as possíveis causas dos erros cometidos no decorrer da resolução. Esta é uma possibilidade de iniciar o movimento do pensamento dos alunos, elevando-os do conhecimento empírico à abstração, citado por Davydov (1988).

Após a análise desses resultados é revelado o nível de conhecimento da turma sobre o conteúdo em estudo. Observando a porcentagem de acertos dos discentes em cada questão, é possível perceber qual seu nível de conhecimento em relação aos conceitos de perímetro, área e volume. Analisando a porcentagem de acertos de cada discente em toda a tarefa, pode-se compreender em que nível está a turma.

3.2 O PLANEJAMENTO DE UMA ATIVIDADE DE ESTUDO PARA A FORMAÇÃO DO CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME

De acordo com o diagnóstico do nível de desenvolvimento real dos alunos, com vistas no desenvolvimento das suas ferramentas intelectuais, com base no raciocínio lógico-dedutivo, propomos um experimento didático-formativo. Como esta proposta é na perspectiva do ensino desenvolvimental, considera-se então que a formação do conceito científico do cálculo de volume tenha um movimento do pensamento no sentido do coletivo para o individual, do geral para o particular, num processo não-linear de apropriação da essência desse conceito.

A atividade de estudo será considerada como um método de estudo à medida que ela proporciona ao aluno a possibilidade de assimilação dos procedimentos relacionados aos conceitos científicos. No entanto, a atividade de estudo é considerada também como um método de pesquisa da formação e desenvolvimento das ações mentais dos estudantes, a partir da compreensão e realização das tarefas de estudo. Desse modo, num processo dialético, a atividade de estudo pode colaborar com o desenvolvimento dos alunos, que realizando as tarefas de estudo, podem formar conceitos teóricos.

Com o intuito de formar o conceito do cálculo de volume, foi elaborado o Plano de Ensino, conforme mostra o Quadro 1.

Quadro 1 – Plano de ensino para a formação do conceito de cálculo de volume.

PLANO DE ENSINO			
Nível de Ensino: Educação Básica – Ensino Médio Série: 2º Ano Disciplina: Matemática Conceito: Volume Nº de aulas: 14 aulas de 45 minutos cada			
Objetivo Geral: Formar o conceito teórico do cálculo de volume, cujo princípio geral é o cálculo da medida do espaço que este sólido ocupa no espaço, utilizando-se uma unidade de medida padrão, já conhecida, para servir como referência.			
Conteúdos	Objetivos Específicos Desenvolver as ações mentais:	Nº de aulas	Desenvolvimento Metodológico
Pré-requisitos necessários à formação do conceito do cálculo de volume: perímetro e	Relembrar os conceitos de	02	Aplicar a avaliação diagnóstica (Apêndice C): diagnosticar o nível de desenvolvimento real dos discentes.

área.	perímetro e área.		
Pré-requisitos necessários à formação do conceito de volume: perímetro e área. Movimento lógico-histórico do conceito de volume.	Identificar a relação geral do conceito de cálculo de volume. Relembrar os conceitos estudados anteriormente. Refletir sobre a importância desse estudo. Relacionar este conceito com outros, da rede conceitual. Criticar o processo de construção do conceito, revelando as contradições, recuos e avanços.	02	Resolver a avaliação diagnóstica com a turma. Conversar sobre o percurso lógico-histórico do conceito do cálculo de volume (Apêndices E e F). Ação: transformação dos dados da tarefa.
Conceito de volume.	Observar o núcleo do conceito. Comparar a construção do sistema de tarefas particulares. Analisar o procedimento geral descoberto. Identificar a relação geral do conceito. Sintetizar o pensamento matemático utilizado. Criticar o processo de construção do conceito, revelando as contradições, recuos e avanços.	02	Aplicar a Tarefa 1 (Apêndice H). Ação: transformação dos dados da tarefa.
Conceito de volume.	Observar o núcleo do conceito. Comparar a construção do sistema de tarefas particulares. Analisar as transformações dos dados da tarefa.	02	Corrigir a Tarefa 1 (Apêndice H). Ação: transformação dos dados da tarefa.

	Relembrar os conceitos estudados anteriormente. Identificar as características do objeto de estudo. Sintetizar o pensamento utilizado no procedimento geral. Criticar o processo de construção do conceito, revelando as contradições, recuos e avanços.		
Conceito de volume.	Observar o núcleo do conceito. Comparar a construção do sistema de tarefas particulares. Analisar as transformações dos dados da tarefa. Identificar a relação geral do conceito de cálculo de volume. Sintetizar o pensamento utilizado no cálculo do conceito de volume. Criticar o processo de construção do conceito, revelando as contradições, recuos e avanços.	02	Aplicar e corrigir a Tarefa 2 (Apêndice K). Ação: identificação da relação universal. Aplicar e corrigir a questão 1 da Tarefa 3 (Apêndice L). Ação: modelação da relação universal. Aplicar e corrigir a questão 2 da Tarefa 3 (Apêndice L). Ação: transformação do modelo.
Lógico-histórico do conceito de volume. Conceito de volume.	Refletir sobre a importância desse estudo.	02	Conversar sobre as formalizações das definições do conceito de volume a partir do seu desenvolvimento lógico-histórico (Apêndice N). Ação: realização de tarefas particulares. Aplicar e corrigir as questões 1 a 3 da Tarefa 4 (Apêndice O). Ação: realização de tarefas particulares.

	Comparar a construção do sistema de tarefas particulares. Aplicar o conceito do cálculo de volume em diversas situações. Distinguir as formas de calcular o volume. Generalizar o procedimento geral utilizado.		Aplicar e corrigir a questão 4 da Tarefa 4 (Apêndice O). Ações: controle da realização das ações anteriores e avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada.
Conceito de volume	Refletir sobre a importância desse estudo. Aplicar o conceito do cálculo de volume em diversas situações. Generalizar o procedimento geral utilizado.	02	Aplicar e corrigir a questão 5 da Tarefa 4 (Apêndice O). Ações: controle da realização das ações anteriores e avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada. Aplicar a Tarefa 5 (Apêndice Q). Ação: verificação da aprendizagem por parte do professor.
Observação: Em todas as aulas executar o controle e avaliação contínua do processo de formação do conceito por parte do professor.			

Fonte: Elaborado pela autora.

Devido à complexidade do processo de ensino-aprendizagem segundo a proposta de Davydov (1988), serão especificados os procedimentos de cada etapa, bem como os aspectos constitutivos dos planos de aula.

A Aula 1 (Apêndice B) objetiva perceber os conceitos empíricos existentes sobre o pré-requisito do conceito do cálculo de volume bem como sua ligação ao sistema de conceitos. Espera-se revelar o conhecimento do aluno nos conteúdos de semelhança de triângulos, proporção, Teorema de Pitágoras, relações métricas, perímetro, área e volume, dentre outros, revelando o seu nível de desenvolvimento real. A seguir apresenta-se o plano da aula 1 para melhor compreensão da proposta:

Conteúdo:

Pré-requisitos necessários à formação do conceito do cálculo de volume: relações métricas entre polígonos, álgebra elementar, geometria plana, números reais, perímetro e área.

Objetivo: Perceber os conceitos empíricos e teóricos existentes sobre o conceito de volume

bem como sua ligação ao sistema de conceitos do aluno nos conteúdos de perímetro, área e volume, revelando o seu nível de desenvolvimento real.

Metodologia:

Priorizando a ação mental relembrar, o professor deverá:

- * Aplicar a tarefa avaliativa diagnóstica (Apêndice C), onde o aluno responderá individualmente e sem consulta.
- * Explicar aos alunos a importância da avaliação diagnóstica para compreender sobre o seu nível de desenvolvimento nos conteúdos vinculados ao conteúdo da matemática que será estudada, e, portanto, não será atribuída uma nota.

Avaliação: A avaliação será através da correção quali-quantitativa de cada uma das questões que compõem a tarefa avaliativa.

Nesta aula serão trabalhados os conteúdos que são pré-requisitos necessários à formação do conceito do cálculo de volume, que são perímetro e área. Priorizando a ação mental relembrar, o professor aplicará a tarefa avaliativa diagnóstica, onde o aluno responderá individualmente e sem consulta.

É importante que o professor explique aos alunos a importância desta avaliação diagnóstica para que o professor compreenda seu nível de desenvolvimento em conteúdos vinculados ao conteúdo que será estudado, além de enfatizar que não será atribuída uma nota a esta avaliação. Durante esta aula o professor avalia o procedimento através da correção quali-quantitativa de cada uma das questões que compõem esta tarefa, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 - Questão 1 da Tarefa 1 do experimento didático formativo

1. José construiu uma casa em um terreno de formato quadrangular regular que possui 20 m de frente. Para maior privacidade, ele deseja cercar todo o terreno com muros nas laterais e na parte do fundo, mas com grade e portões, na parte da frente.

a) Quantos metros de muro José vai precisar construir em seu terreno?

b) Quantos metros de cerca serão construídos ao todo, incluindo também a parte com grade e portões?

Fonte: Elaborado pela autora.

A primeira questão da avaliação diagnóstica está relacionada ao conceito de perímetro, que está presente na rede conceitual. Ao solicitar que os alunos respondam quantos metros de muro José vai precisar construir para cercar seu terreno, espera-se que eles percebam que a figura geométrica resultante do enunciado é um quadrado, com 20 m de lado, ou seja, compreendam que a quantidade de muro que será construída nas laterais e na parte do fundo é

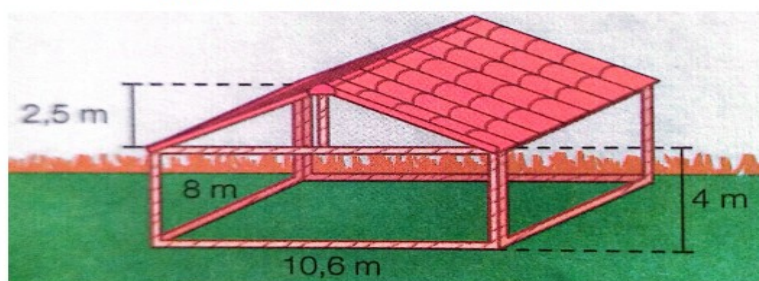
o triplo de 20 m. Ao perguntar a metragem total, incluindo a parte com grade e portões, espera-se que eles apliquem o conceito de perímetro, pois a resposta será a soma da medida de todos os lados desse quadrado.

No Quadro 3 apresenta a segunda questão da Tarefa 1 do experimento didático formativo onde espera-se que os alunos tenham o conceito de área já formados.

Quadro 3 - Questão 2 da Tarefa 1 do experimento didático formativo

2- O proprietário de um imóvel deseja construir uma estrutura para armazenar o estoque de sua empresa de papéis recicláveis, de acordo com a figura representada abaixo. As paredes serão construídas em alvenaria, mas as portas e janelas serão de madeira. Imagine que você é o engenheiro responsável pela obra e precisa apresentar uma resposta aos questionamentos deste cliente:

Figura 10 – Esboço do imóvel a ser construído



Fonte: SOUZA, 2016

- Qual será área ocupada por este imóvel?
- Determine quantos metros quadrados de madeira serão necessários para construção das portas e janelas.
- Quantos metros quadrados de alvenaria serão construídos?

Fonte: Elaborado pela autora.

A segunda questão da avaliação diagnóstica está relacionada aos conteúdos de área e volume. Através de uma situação-problema, instiga os alunos a realizar cálculos de área, pois quando questiona sobre a ocupação total do imóvel espera-se que eles deduzam que a resposta é o produto entre as medidas dos lados. De modo análogo, ao apresentar os dados no enunciado do problema que apenas as portas e janelas serão de madeira e informar as medidas das dimensões das mesmas, espera-se que eles possam calcular a quantidade de madeira que serão necessárias para a construção destas. Ao perguntar quantos metros quadrados de alvenaria serão construídos, espera-se que os alunos relacionem com a área das laterais, frente e fundo do imóvel.

No Quadro 4 apresenta a terceira e a quarta questão da Tarefa 1 do experimento didático formativo onde espera-se que os alunos possam responder a partir dos conceitos já formados de área e volume.

Quadro 4 – Questões 3 e 4 da Tarefa 1 do experimento didático formativo

3- Os moradores da cidade de Uruaçu reivindicaram ao prefeito a construção de uma quadra pública retangular em um terreno do Setor Sul. O prefeito atendeu à solicitação, porém devido às restrições orçamentárias houve a imposição de que poderiam gastar, no máximo, 180 m de tela para cercá-la. Com o intuito de construir a maior quadra possível, atendendo às restrições impostas, quais as medidas que deverão ser propostas pelos moradores, para as medidas dos lados dessa quadra?

4- Será construída uma praça em um terreno circular com raio medindo 5 m. Sabendo-se que seja plantar grama em toda a praça, para instalação de brinquedos infantis e aparelhos de ginástica ao ar livre, calcule a quantidade de m^2 de grama são necessários comprar. Ao redor da praça, será assentada uma guia do tipo meio-fio. Determine quantos metros de meio-fio serão necessários para esse projeto.

Fonte: Elaborado pela autora.

A terceira questão relaciona os conhecimentos de Perímetro e área pois ao impor restrições de que a quantidade máxima para cercar a quadra retangular será de 180 m, espera-se que os alunos deduzam que este valor corresponde ao perímetro do retângulo. Espera-se também que o aluno relacione as duas grandezas, trazendo outros conceitos como funções, por exemplo. No entanto, os alunos precisam também realizar cálculos de área ao propor a maior medida dos lados dessa quadra, que nesse caso será um quadrado de lados medindo 45 m.

A quarta questão da avaliação diagnóstica está relacionada com a área e o perímetro do círculo. Durante o experimento didático formativo são propostas atividades que envolvem este conhecimento como volume do cilindro, por exemplo. Espera-se que os discentes relacionem o cálculo da área do círculo com o raio desse círculo, que foi dado no problema, ou seja, que saibam calcular a quantidade de grama a ser adquirida, como pede no problema. Do mesmo modo que espera-se que saibam calcular o perímetro desse círculo, ou seja, o comprimento da guia tipo meio-fio, como explica no enunciado da questão.

Desse modo, por meio desta avaliação espera-se que seja possível perceber os conceitos empíricos que os alunos já possuem sobre perímetro e área, que estão presentes na rede de conceitos do aluno. Assim, espera-se que por meio da correção quali-quantitativa destas questões da tarefa seja revelado o nível de desenvolvimento real dos alunos. Então o professor pode conduzir o processo de formação do conceito do cálculo de volume de modo ainda mais específico, sanando as dúvidas existentes e controlando as atividades a serem desenvolvidas nas próximas aulas.

Conforme proposta elaborada por Davydov, a primeira ação da tarefa de estudo tem como objetivo a transformação dos dados da tarefa na condução da identificação da relação geral do objeto estudado e deve ser iniciada a partir da proposição de um problema. Os alunos devem ser instigados a resolver este problema por meio de informações e dados apresentados no enunciado deste. Por meio de uma análise minuciosa em busca da relação universal do conceito estudado, como afirma Freitas:

A atividade de estudo se inicia pela apresentação de um problema a ser resolvido pelos alunos e introduzido na primeira ação da tarefa. O problema pode ser na forma de pergunta, jogo, algo a ser realizado pelo aluno, um caso, etc. Os alunos precisam reunir as informações e dados presentes no problema examiná-los para em busca da relação universal do objeto, destacando o núcleo dessa relação com base genética e fonte de todas as suas características e peculiaridades. Essa análise representa o primeiro momento do processo de formação do conceito (FREITAS, 2016, p. 412).

O primeiro e importante momento desta ação para a formação do conceito científico do cálculo de volume é a análise das informações, em busca do núcleo do conceito, considerada a relação geral desse objeto. É a partir desta relação geral, base do conceito, que o aluno vai analisar as suas características e especificidades.

Logo em seguida, inicia o procedimento metodológico da modelação da relação universal do conceito do cálculo de volume. O principal objetivo desta ação é a construção de um modelo universal que representa a relação geral que foi descoberta na ação anterior. Davydov (1988) orienta que os alunos vão se dedicar nesta ação em busca desse modelo geral que será utilizado posteriormente em análises das características ou peculiaridades deste objeto. Freitas (2016) orienta que:

O modelo pode ser expresso em forma literal, gráfica ou objetivada. Modelar a relação universal põe os alunos em um processo simultâneo de criação e de reprodução da relação universal. Para eles consiste em criar algo para representar a relação, no entanto eles estarão reproduzindo algo que já foi historicamente criado pelos pesquisadores tratando-se, portanto, de uma recriação (FREITAS, 2016, p. 412).

Para modelação do conceito de volume pode ser utilizada uma fórmula matemática, uma forma gráfica ou um objeto cibernético, por exemplo. Como ressalta Freitas (2017), quando o aluno está reproduzindo algo ele recria o que já foi historicamente criado. Para a modelação da relação universal do conceito do cálculo de volume, o professor poderá propor ao aluno a utilização também do material dourado para construção de cubos e paralelepípedos, por exemplo. Depois, podem representá-los por meio de desenhos, gráficos ou utilizando algum *software* matemático.

Nesta proposta de atividade os alunos utilizarão o *software* Geogebra. No entanto, sabemos que existem muitas escolas que não possuem laboratório de informática, não possui estrutura com variados recursos tecnológicos. Reforçamos que o professor poderá utilizar-se também de outros recursos, como exemplificados anteriormente. Importante ressaltar que esses recursos são elementos de mediação pedagógica e que se apresentam de várias formas, de acordo com a disponibilidade de materiais e a criatividade do professor em utilizá-los.

Os discentes podem se sentir mais estimulados ao participarem de uma atividade de estudo mediada por tecnologias e isto pode reverberar no êxito da atividade de estudo, presente no processo pedagógico. Os instrumentos mediadores desta atividade podem ser variados, como nesse caso, o uso do *software* Geogebra, pois a tecnologia se apresenta como uma possibilidade para impulsionar também esta motivação discente.

Os professores que se utilizam destes recursos nas atividades durante as aulas podem se sentir mais empolgados diante da proposta de um modelo de construção do saber e não somente baseado na informação. Vaz (2012, p. 40) assevera que as ferramentas tecnológicas possibilitam a articulação do “[...] processo ensino-aprendizagem, passando de um modelo baseado na informação para um modelo fundamentado na construção do saber”. Assim, o uso do *software* pode se apresentar como um elemento de mediação do saber e contribuir para a autonomia da construção do saber pelo próprio aluno.

Esta autonomia se dá pela compreensão do pensamento matemático, pelo aprimoramento das ferramentas intelectuais e devido ao salto qualitativo na formação da consciência. Os elementos de mediação contribuem com a formação desta consciência, à

medida que facilitam também na compreensão da relação universal do conceito do cálculo de volume.

Na ação de transformação do modelo da relação universal que caracteriza o conceito científico do cálculo de volume o aluno vai transformar o modelo criado na relação universal do conceito de volume para estudar suas propriedades de uma forma concreta, considerada como “forma pura” (FREITAS, 2016).

Portanto, serve como uma base para os alunos realizarem deduções a partir da relação universal quando estiverem solucionando diversas outras tarefas em que o objeto é apresentado em situações particulares. A introdução de mudanças no modelo consiste em introduzir alterações na relação geral universal, ou nos elementos que a compõem, de modo que altera-se o núcleo dessa relação e, consequentemente, o resultado (FREITAS, 2016, p.413).

É a possibilidade do estudo para além da forma abstrata, ou seja, é quando os alunos compreendem as várias formas particulares e propriedades da relação geral do objeto.

Na ação de construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas utilizando o procedimento geral do conceito científico do cálculo de volume, os alunos participam do sistema de tarefas particulares que apresentam em sua base, o procedimento geral do conceito de volume assim como sua relação com as especificidades. Estas tarefas particulares são formas distintas de apresentar a tarefa inicial com variações onde os alunos possam, a partir destas particularidades, identificar a presença da relação geral.

Nesta ação, os alunos resolvem várias tarefas tendo como base a relação geral universal e seu vínculo com relações particulares. As tarefas são variantes da tarefa inicial e os alunos identificam em cada uma delas a presença da relação universal como se fosse o procedimento geral para pensar e analisar o objeto em todas as situações reais e concretas (FREITAS, 2016, p. 414).

Desse modo, o aluno analisa o conceito de volume a partir do procedimento geral, mas identifica nele as propriedades, bem como as situações reais e concretas de aplicação.

A partir da ação de controle ou monitoramento das ações anteriores e avaliação, o professor atua com menos interferência nas ações de modo que os alunos adquiram maior autonomia nas atividades de estudo. Cabe ao professor assegurar que o aluno esteja realizando

corretamente as ações e executando as operações, de acordo com os objetivos e as condições que foram dadas. Nesse sentido, o professor conduz o monitoramento de modo que os alunos por si próprios, a partir da reflexão sobre o conteúdo e suas ações, verifica se houve a relação entre a solução do problema e o que foi pedido pela tarefa. Freitas (2016) assegura que:

O monitoramento permite aos alunos verificarem se estão assimilando a relação geral como procedimento geral de solução do problema, bem como contrastarem o resultado das suas ações com os objetivos definidos, verificando a correspondência entre eles e relacionando com sua aprendizagem. O controle consiste em um exame qualitativo substancial do resultado da aprendizagem em comparação com o objetivo do ensino e, nesse sentido, equivale à avaliação dos alunos por si próprios, tendo como referência o conteúdo de suas ações, examinando seus fundamentos e verificando a correspondência com o que pede a tarefa. Os alunos realizam uma reflexão consciente e crítica sobre sua atividade de estudo, pensam sobre suas ações mentais e visando reorganizá-las, se necessário (FREITAS, 2016, p. 414-415).

Na ação da verificação da aprendizagem por parte do professor, o experimento didático-formativo é um método de pesquisa que contribui para mudanças qualitativas no pensamento dos alunos que participam deste processo, realizando as tarefas de estudo que foram organizadas e desenvolvidas com o objetivo da formação do conceito científico. Freitas (2007, p. 11) assegura que “a investigação resulta em um conhecimento que busca explicar o objeto estudado (funções psicológicas), buscando também resultar em mudança qualitativa do sujeito”. Concordamos com Freitas na compreensão de que este método de investigação pode revelar as mudanças qualitativas no pensamento do sujeito participante desta.

Nesta linha de raciocínio, este método de pesquisa possibilita a análise da aprendizagem quanto à formação do conceito de volume, compreendendo seu movimento lógico-histórico e contextualizando-o nos dias atuais. Consideramos que o experimento didático-formativo elaborado e desenvolvido segundo os pressupostos teóricos da teoria do ensino desenvolvimental formulada por Davydov (1988) colabora com o sujeito para apropriação desses conhecimentos e aquisição de atos e operações mentais. Como explica Freitas (2007):

No experimento didático, o que se busca é a explicação histórica das mudanças qualitativas no pensamento do sujeito, mudanças estas que são investigadas como uma cadeia complexa de processos inseparáveis de aprendizado, decorrentes da realização de uma tarefa proposta no experimento e contida no modo como este se encontra organizado. A tarefa proposta e os passos da tarefa estão ancorados em um

determinado conceito científico a ser aprendido. A organização desses passos está ancorada em princípios teóricos da teoria histórico-cultural e da teoria do ensino desenvolvimental. Esses passos, ao serem cumpridos pelos sujeitos participantes exigem determinado movimento do pensamento, movimento este que pode resultar em mudanças na sua qualidade em relação ao conteúdo da tarefa, ou seja, o conceito científico. Em outras palavras: no decorrer do experimento acontece aquisição de atos mentais, atos esses que contribuem para reorganizar o pensamento, as operações mentais realizadas pelo sujeito (FREITAS, 2007, p.11).

Através do experimento didático-formativo como método de investigação apresenta-se como adequado para impulsionar o desenvolvimento dos alunos e analisar o salto qualitativo no desenvolvimento das funções psicológicas superiores, como consequência da internalização dos conceitos teóricos. Desse modo, como assegura Davydov (1988, p. 188), é um “método de educação e ensino experimentais que impulsiona o desenvolvimento”. Assim, pode ocorrer a ascensão do pensamento no sentido do abstrato ao concreto, num processo dialético.

Nesta proposta de experimento, durante a ação mental da transformação dos dados da tarefa para que seja revelada a relação universal do conceito do cálculo de volume, considera-se que tem um caminho longo a percorrer, que inicia de forma objetual-sensorial, no movimento de ascensão do pensamento, do abstrato ao concreto. Este movimento começa com a análise lógico-histórica do conceito do cálculo do volume, proposto na Aula 2 (Apêndice D), onde será apresentado aos alunos a importância e necessidade do conceito de cálculo de volume para a Matemática, para outras ciências e também para a vida concreta. Para melhor visualização apresenta-se o plano da aula 2:

Conteúdo:

- Pré-requisitos necessários à formação do conceito do cálculo de volume: perímetro e área.
- Desenvolvimento lógico-histórico do conceito do cálculo de volume.

Objetivos:

- * Identificar o nível de desenvolvimento do aluno em relação ao conteúdo de perímetro, área e volume, observando sua zona de desenvolvimento real e apreendendo o nível da zona de desenvolvimento proximal dos alunos, a fim de realizar as interferências necessárias.
- * Refletir, através do desenvolvimento lógico-histórico, para compreensão da relevância do conceito de volume.
- * Relacionar os modos de compreensão dos cientistas matemáticos com aqueles

utilizados pelos que estudam a matemática, atualmente.

* Transformar os dados da tarefa por meio das atividades sobre o lógico-histórico do conceito de volume.

Metodologia:

* Resolver a avaliação diagnóstica com a turma.

Por meio das ações mentais de relembrar, refletir e relacionar, resolver cada questão da tarefa avaliação diagnóstica (Apêndice C), percebendo as dificuldades reveladas e sanando as dúvidas, interferindo assim na zona de desenvolvimento proximal dos alunos.

Através das ações de relacionar, criticar e refletir, conversar com os alunos para melhor compreender sua forma de pensar, identificando os nexos já constituídos na rede conceitual bem como atuar nos nexos que ainda precisam ser solidificados, para o desenvolvimento do seu pensamento teórico do conceito do cálculo de volume.

* Conversar sobre o lógico-histórico do conceito do cálculo de volume.

Ação a ser desenvolvida: transformação dos dados da tarefa.

Priorizando as ações mentais de identificar e relacionar, apresentar com o auxílio do Datashow, um slide motivacional para apreender o conceito do cálculo de volume (Apêndice E) e, logo em seguida, o slide contendo o lógico-histórico do conceito de volume (Apêndice F).

Utilizando-se das ações mentais de refletir e criticar, conversar com os alunos e apresentar a importância e necessidade do conceito do cálculo de volume para a Matemática, para outras ciências e também para a vida concreta.

Por meio da ação mental relacionar, conduzir o pensamento dos alunos para compreensão do impacto social do desenvolvimento do conceito do cálculo de volume para a Matemática e para a vida social.

* Controlar a condução das atividades, percebendo e interferindo quando necessário, de acordo com os objetivos da aula, discutindo os erros e acertos dos alunos durante as tarefas.

Avaliação:

* A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele irá refletir sobre as condições de desenvolvimento de uma unidade de medida padrão para o cálculo do volume e expor sua compreensão acerca do movimento lógico-histórico do conceito de volume.

* A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação

do desenvolvimento lógico-histórico do conceito de volume.

A proposta é que nesta Aula 2 (Apêndice D), o professor apresenta um slide para apreender o conceito do cálculo de volume (Apêndice E), instigando os alunos ao desejo de aprender este conceito. É um slide onde questionará sobre as informações veiculadas em noticiários a respeito das previsões meteorológicas e a forma como chegaram àquela conclusão. Será abordado no slide também sobre o aparelho utilizado para medir a lâmina de água gerada pela chuva, relacionando com o cálculo do volume. Mesmo que não seja possível levar um pluviômetro para o manuseio deste aparelho por parte dos alunos, acreditamos que seja importante apresentá-lo no slide para melhor entendimento deste.

Seguindo esta linha de raciocínio, no slide também será apresentado a figura de um mapa do Brasil que apresenta os dados de armazenamento hídrico no solo, relacionando esta informação a outras consequências como as condições de vida no planeta e o impacto desta circunstância na vida dos seres vivos e nos fenômenos naturais, como aquecimento global, por exemplo. Será discutido em sala também como determinadas ações, aliadas aos recursos tecnológicos podem contribuir para o desenvolvimento de projetos arquitetônicos que utilizam os sistemas inteligentes, como propostas para construção de cidades inteligentes, objetivando maior eficiência no consumo de energia, no controle de gases e segurança entre outros benefícios que contribuem com a sobrevivência do ser humano na Terra.

À medida que forem apresentadas as imagens de locais e técnicas estas serão relacionadas com o conteúdo estudado, explicando como o conceito de volume de água e de materiais, assim como os demais conceitos presentes na rede conceitual, como perímetro, área, grandezas, números, entre outros, além de serem abordadas as vantagens da implantação desse sistema e os desafios ainda existentes nesse campo.

Logo em seguida será apresentado um texto contendo o lógico-histórico do conceito de volume (Apêndice F). Por meio da apresentação de imagens como a da Mesopotâmia, expondo a região do Rio Tigre e Eufrates, local onde houve grande desenvolvimento da humanidade por volta dos anos 3000 a.C. Será enfatizado que nesse período houve o nascimento de uma civilização humana e que a Matemática foi criada a partir da necessidade humana de uniformizar a maneira de calcular que fosse universal, ou seja, a Matemática contribuiu para o desenvolvimento e equalização das práticas comerciais.

Nesse contexto, instigar os estudantes a refletir sobre o conceito de volume, seu percurso histórico, questionando a importância de aprender matemática e apontando as contribuições desta ciência em outros campos. Serão apresentados a seguir exemplos de

projetos arquitetônicos que foram executados ao longo da história da humanidade, desde a era mais antiga até os tempos atuais, apresentando características distintas, de acordo com o período, as condições materiais da época e a cultura em que estavam inseridos. Desse modo, espera-se que os alunos reflitam, através do desenvolvimento lógico-histórico desse conceito e percebam a relevância do impacto social do desenvolvimento do conceito do cálculo de volume para a Matemática e para a vida social.

A seguir, o plano da aula 3, que também está exposto ao final, no Apêndice G:

Conteúdo:

- Conceito de volume.

Objetivos:

* Transformar os dados da tarefa por meio da resolução das situações-problema propostas.

Metodologia:

* Resolver problemas particulares.

Desenvolver a ação: transformação dos dados da tarefa.

Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, resolver cada questão da tarefa 1 (Apêndice H).

* Conversar com os alunos sobre a importância da participação e envolvimento deles na atividade proposta para que seja formado o conceito de volume.

* Formar grupos de quatro alunos para que eles possam discutir entre si a melhor estratégia para solucionar os problemas apresentados na Tarefa 1 (Apêndice H) e que após a discussão no grupo, eles apresentarão as respostas.

* Entregar uma folha com a Tarefa 1 para cada aluno e uma folha de respostas por grupo.

* Acompanhar o desenvolvimento das atividades em cada grupo, observando e mediando o processo, conduzindo o questionamento e desafiando o pensamento para formação do conceito de volume.

* Recolher a folha de respostas por grupo.

* Por meio da ação mental relacionar, conduzir o pensamento dos alunos para compreensão do impacto social do desenvolvimento do conceito de volume para a Matemática e para a vida social.

* Controlar a condução das atividades, percebendo e interferindo quando necessário, de acordo com os objetivos da aula, discutindo os erros e acertos dos alunos durante as

tarefas.

Avaliação:

* A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele determinará o grau de formação do procedimento geral usado na resolução da tarefa.

* A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do procedimento geral de resolução da tarefa.

Para o estudo do cálculo de volume propomos a situação-problema (Problema 1 – Apêndice H – Tarefa 1), com o intuito de desafiar o pensamento dos alunos para a formação desse conceito, como apresentado no Quadro 4. Através do diálogo e da apresentação da importância da participação e envolvimento dos alunos na resolução das atividades, foi exposto este problema e optou-se por apresentá-lo envolvendo uma aplicação social, presente na comunidade em que estão inseridos para que possam compreender a importância da apropriação do conceito de volume. Considera-se uma forma de compreensão crítica do meio em que estão e assim interferirem no mesmo.

Escolhe-se este projeto arquitetônico pois é uma construção que está no estado de Goiás, é contemporânea e os alunos terão a oportunidade de conhecê-la pessoalmente, ou seja, é possível despertar ainda mais o desejo de aprender o conceito de volume, sabendo que poderá ser utilizado em várias circunstâncias da vida social e que esta foi uma delas.

Primeiramente foi apresentada uma pequena biografia de Oscar Niemeyer, que foi o responsável pelo projeto. Apresentaram também as características da construção, como a área ocupada, a que se destina cada edifício e algumas especificidades de projetos arquitetônicos. Logo em seguida, sugere que o aluno entre em atividade, imaginando que é o arquiteto responsável pela construção de uma obra destas, levando-o à necessidade de compreender a importância da formação do conceito de volume e suas aplicações.

Quadro 5 – Situação-problema inicial do Apêndice H - Tarefa 1

Problema 1- Oscar Niemeyer tem formação acadêmica como Engenheiro-Arquiteto, sendo considerado um dos nomes mais importantes da arquitetura moderna brasileira e mundial, por seus projetos caracterizados pela inovação, arrojo, curvas, linhas, traços precisos, exploração de recursos e materiais naturais, como iluminação e mármore. Ele viveu 104 anos, projetou mais de 600 obras e faleceu em 2012, deixando um legado de obras espalhadas pelo mundo. Uma das obras projetadas por ele foi o “Centro Cultural Oscar Niemeyer” (Figura 32), em Goiânia, Goiás, inaugurado em 2006. São 26 mil metros quadrados que compõe a Esplanada da Cultura, destinada a exposições, apresentações artísticas, eventos e shows.

Figura 32- “Centro Cultural Oscar Niemeyer”



Fonte: <https://sagresonline.com.br/wp-content/uploads/2017/04/ccon.jpg>

Os edifícios são volumes geométricos de concreto onde a biblioteca é uma caixa de vidro com fachada fumê, que contrasta com o prédio branco, uma semiesfera, que abriga o Museu de Arte Contemporânea e o Palácio da Música. O edifício em forma de pirâmide triangular vermelha é o Monumento aos Direitos Humanos.

Nos projetos arquitetônicos é preciso calcular a área de cada parte a ser construída, das paredes laterais, do custo da mão de obra, a quantidade de areia e de concreto a ser utilizado em cada edifício e em obra toda, por exemplo.

Imagine que você é o arquiteto responsável pela construção desta obra e precisa responder aos seguintes problemas durante a construção desses edifícios:

Fonte: Elaborado pela autora

Logo em seguida questiona, conduzindo o pensamento dos alunos para que identifiquem as diferentes figuras geométricas presentes nessa obra, ou seja, o conhecimento empírico faz parte da experiência, como é apresentado no Quadro 6.

Quadro 6 – Questões iniciais e volume do paralelepípedo reto - Apêndice H – Tarefa 1

a) Observando os prédios do Centro Cultural Oscar Niemeyer, quais figuras podemos identificar?

b) Um paralelepípedo é um sólido geométrico que possui faces formadas por paralelogramos. Qual desses prédios representam o paralelepípedo? Sua face é formada por qual(is) figura(s) geométrica(s)?

c) Vamos supor que o comprimento, largura e altura do prédio da Biblioteca do Centro Cultural Oscar Niemeyer (Figura 33) seja aproximadamente 100 m, 20 m e 50 m, respectivamente. Qual o volume desse sólido?

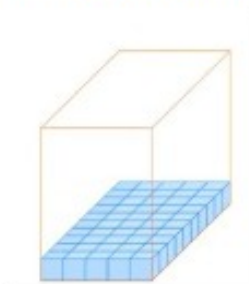
Figura 33- “Biblioteca do Centro Cultural Oscar Niemeyer”



Fonte: <https://www.curtanais.com.br/goiania/centro-cultural-oscar-niemeyer-conheca-o-local-que-tem-movimentado-a-cultura-e-as-artes-em-goiania>

d) Se desejássemos cobrir toda a parte inferior da Biblioteca do Centro Cultural Oscar Niemeyer com cubos de 1m de lado, como na figura abaixo, quantos cubos seriam necessários?

Figura 34 – Paralelepípedo com cubos na parte inferior interna



Fonte: elaborado pela autora

e) Quantos cubos de 1 m de lado cabem dentro da Biblioteca do Centro Cultural Oscar Niemeyer?

Fonte: Elaborado pela autora

Espera-se que esta atividade contribua com a transformação dos dados da tarefa a fim de revelar o conceito nuclear do conceito de volume. Espera-se que eles compreendam a definição do conceito de paralelepípedo e também que para o cálculo de volume é preciso de uma unidade de medida padrão e, a partir dela, é possível calcular o volume do paralelepípedo. Esse raciocínio lógico é o método que pode ser utilizado para calcular qualquer volume, ou seja, é o que permite a generalização do conceito do cálculo de volume. Ao final, acredita-se que os alunos vão perceber que para calcular o volume de qualquer paralelepípedo basta fazer o produto entre suas dimensões.

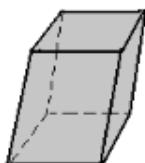
Esta proposta pode ser ainda mais interessante se a escola tiver a possibilidade de proporcionar uma visita técnica dos estudantes ao Centro Cultural Oscar Niemeyer, em Goiânia. Sabemos que nem toda instituição tem estrutura financeira ou condições de proporcionar este momento aos discentes. Por esse motivo deixamos apenas como sugestão e também apresentamos imagens para que os possam representar este monumento arquitetônico.

Logo em seguida, apresenta figuras de paralelepípedo oblíquo, como no Quadro 7.

Quadro 7 – Volume do paralelepípedo oblíquo - Apêndice H – Tarefa 1

f) Em um paralelepípedo oblíquo a aresta lateral não forma um ângulo de 90° com sua base, como na Figura 35:

Figura 35 – Paralelepípedo oblíquo

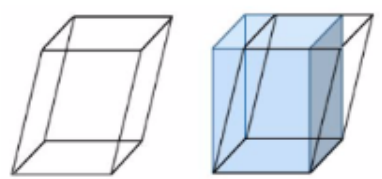


Fonte: elaborado pela autora

g) Sabendo que suas dimensões da base são 3 m e 4 m, que sua altura é 10 m, quantos cubos de 1 m de lado cabem na parte inferior desse paralelepípedo?

h) Quantos cubos de 1 m de lado cabem dentro desse paralelepípedo retângulo?

Figura 36 – Paralelepípedo oblíquo e paralelepípedo reto



Fonte: elaborado pela autora

Fonte: Elaborado pela autora

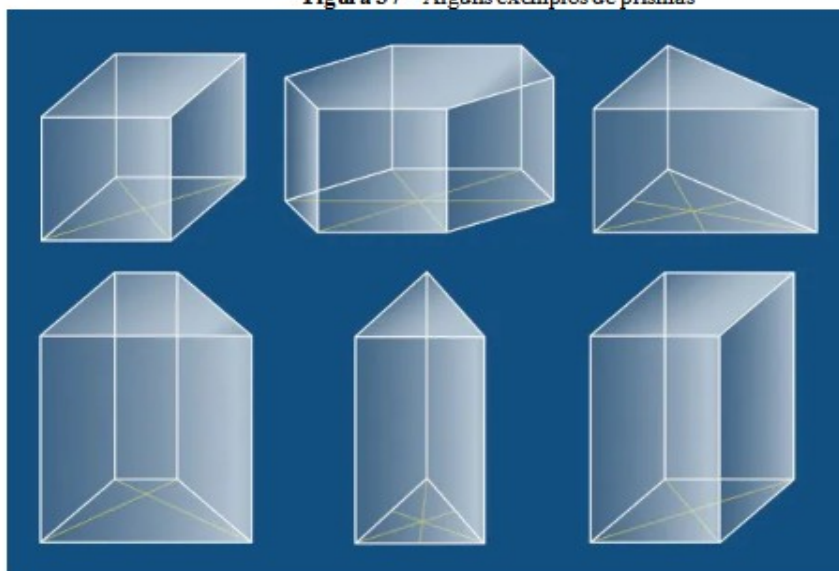
Nestes problemas são apresentadas as características do paralelepípedo oblíquo e os dados conduzem o pensamento dos alunos para dedução, pela lógica matemática que para o cálculo do volume desta figura, o conceito nuclear permanece o mesmo.

As atividades propostas a seguir objetivam a construção do pensamento lógico dedutivo próprio da matemática. Desse modo, são dadas as características e exemplos dos prismas, como demonstra o Quadro 8:

Quadro 8 – Volume do prisma - Apêndice H – Tarefa 1

- i) Os prismas são sólidos geométricos que possuem duas bases congruentes formadas por polígonos e faces laterais formadas por paralelogramos. Eles podem ter base triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal, dentre outras. Na Figura 37 tem alguns exemplos de prismas.

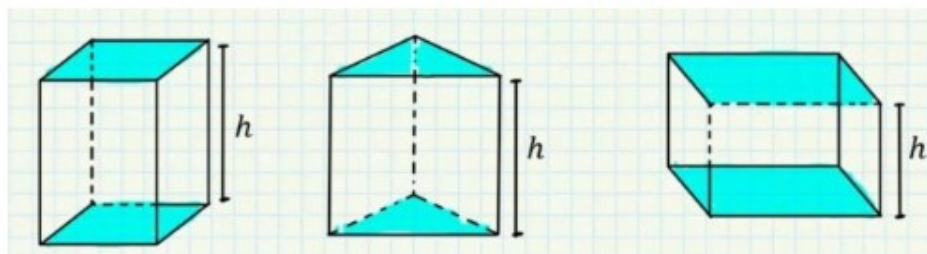
Figura 37 – Alguns exemplos de prismas



Fonte: Elaborado pela autora

- j) Qual o procedimento que deve ser feito para determinar a quantidade de cubos que podem ser colocados dentro de cada um dos prismas abaixo?

Figura 38 – Alguns exemplos de prismas retos



Fonte: Elaborado pela autora

Fonte: Elaborado pela autora

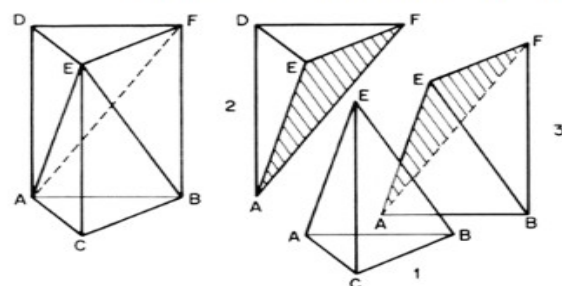
Ao questionar o procedimento para determinar a quantidade de cubos que podem ser colocados dentro de cada um dos prismas, espera-se que os alunos identifiquem a relação universal do conceito do cálculo de volume. Desse modo, percebam que calculando a área do polígono da base de cada prisma e multiplicando pela altura do mesmo, obterá o volume deste prisma. É um procedimento lógico, onde o aluno vai perceber que qualquer prisma pode ser decomposto em prismas triangulares e que pode calcular volume de figuras particulares da relação geral do conceito do cálculo de volume. De modo análogo, qualquer prisma triangular pode ser decomposto em pirâmides triangulares de mesmo volume.

Após este procedimento, são apresentadas figuras de poliedros com bases triangulares aos alunos e como estas podem ser decompostas em pirâmides, como no Problema 2, conforme o Quadro 9:

Quadro 9 – Volume da pirâmide - Apêndice H – Tarefa 1

Problema 2 – As pirâmides são poliedros formados por bases triangulares e um polígono em sua base.

Figura 39 – Prisma reto decomposto em pirâmides



Fonte: Elaborado pela autora

O prédio do Monumento aos Direitos Humanos (Figura 40) tem a base triangular.

Figura 40 - “Monumento aos Direitos Humanos”



Fonte: <https://www.curtamais.com.br/goiania/centro-cultural-oscar-niemeyer-conheca-o-local-que-tem-movimentado-a-cultura-e-as-artes-em-goiania>

a) Como é o procedimento para o cálculo do volume do Monumento aos Direitos Humanos?

Fonte: Elaborado pela autora

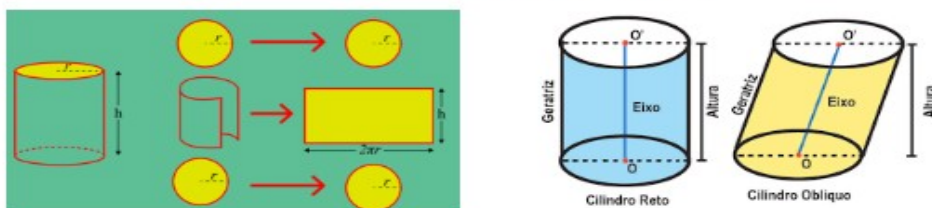
Desse modo, espera-se que os alunos compreendam que o cálculo do volume da pirâmide é um terço do cálculo do volume de um prisma de base triangular. Dizendo de outra forma, espera-se que o aluno possa compreender que um prisma pode ser decomposto em três pirâmides. Assim, o volume da pirâmide é um terço da área do triângulo da base multiplicado pela altura. Este problema foi relacionado também com o Monumento aos Direitos Humanos, que é um dos edifícios já citado anteriormente. Em todo exercício é feito o controle do processo ensino-aprendizagem, questionando o procedimento do cálculo do volume de cada figura.

Em seguida, o exercício mostra uma figura do cilindro e suas características, como apresenta o Quadro 10:

Quadro 10 – Volume do cilindro - Apêndice H – Tarefa 1

b) O cilindro é um sólido geométrico composto por duas bases circulares. Se as geratrizes do cilindro forem perpendiculares à base, o cilindro é reto. Se as geratrizes do cilindro não forem perpendiculares à base, o cilindro é oblíquo.

Figura 41 – Cilindro Reto e oblíquo



Fonte: Elaborado pela autora

- c) Qual o procedimento que podemos adotar para o cálculo do volume do cilindro reto?
- d) Qual o procedimento para o cálculo do volume do cilindro oblíquo?
- e) Como é o procedimento para calcular a área da base da construção do Museu de Arte Contemporânea (Figura 42)?

Figura 42- "Museu de Arte Contemporânea"



Fonte: <https://www.curtamais.com.br/goiania/centro-cultural-oscar-niemeyer-conheca-o-local-que-tem-movimentado-a-cultura-e-as-artes-em-goiania>

Fonte: Elaborado pela autora

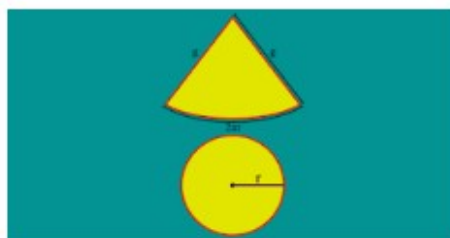
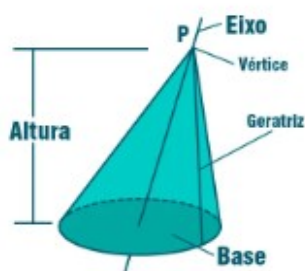
Neste exercício são abordadas as características do cilindro reto e oblíquo, bem como a sua planificação. O pensamento lógico dedutivo do aluno é conduzido para a compreensão de que o cálculo do volume do cilindro é obtido pelo produto entre a área do círculo da base e a altura desse sólido. Como a base do cilindro é um círculo, a área é calculada por $\pi.r^2$. Como o volume do cilindro é calculado pelo produto entre a área da base e a altura, pode-se representar como $\pi.r^2.h$. O exercício também relaciona com a construção do Museu de Arte Contemporânea, ou seja, com um dos edifícios do projeto arquitetônico de Oscar Niemeyer.

O Quadro 11 apresenta o cone de revolução que tem um círculo como base:

Quadro 11– Volume do cone - Apêndice H – Tarefa 1

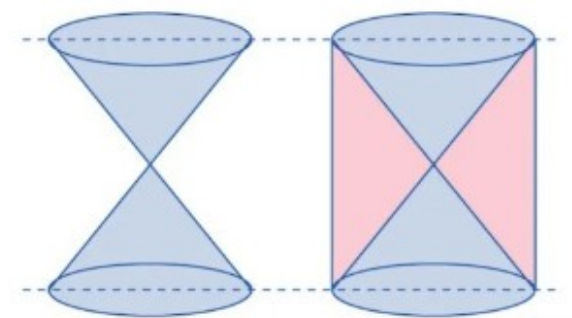
f) O cone é um sólido de revolução que tem um círculo como base.

Figura 43 - Cone



Fonte: Elaborado pela autora

Figura 44 – Cones internos ao cilindro



Fonte: Elaborado pela autora

g) Qual o procedimento que podemos adotar para o cálculo do volume do cone?

Fonte: Elaborado pela autora

Apresentando a planificação do cone e explicando que o mesmo é um sólido de revolução, que tem um círculo como base, espera-se que os alunos compreendam, por meio do modo próprio de pensar da matemática. Pode-se reforçar também esse entendimento através do pensamento lógico e mostrar a relação entre as figuras, ou seja, da clépsidra, que é a ligação entre dois cones pelos respectivos vértices, cujas bases ficam paralelas. Ao serem questionados sobre o procedimento que podemos adotar para o cálculo do volume do cone, espera-se que os alunos percebam que o mesmo também é um terço do produto do círculo da base pela altura desse cone. Como a base do cone tem raio de mesma medida do raio do círculo, a área dessa base é calculada por $\pi.r^2$. Como o volume do cone é $1/3$ (um terço) do volume do cilindro, pode ser calculado então por $1/3$ (um terço) do produto entre a área da base e a altura, ou seja, pode-se representar como $1/3 \cdot \pi.r^2.h$.

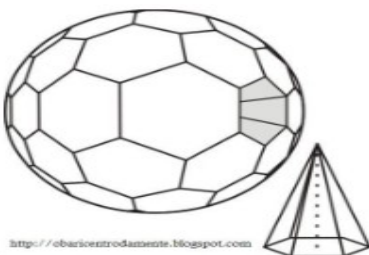
Enfim, espera-se que o aluno compreenda que o procedimento para o cálculo do volume do cone é o mesmo para o cálculo do volume da pirâmide.

Logo em seguida, como apresenta o Quadro 12, será abordado sobre a esfera:

Quadro 12– Volume da esfera - Apêndice H – Tarefa 1

h) A esfera é um sólido limitado por uma superfície esférica fechada e que tem todos os seus pontos à mesma distância de um ponto interior.

Figura 45 – Esfera decomposta em pirâmides



Fonte: <http://obarcenrodamente.blogspot.com>

Fonte: www.obarcenrodamente.blogspot.com

i) Como deve ser o procedimento para o cálculo do volume da esfera?

j) Como é o procedimento para o cálculo do volume total do Palácio da Música (Figura 46).

Figura 46 - “Palácio da Música”



Fonte: <https://www.custamais.com.br/goiania/centro-cultural-oscar-niemeyer-conheca-o-local-que-tem-movimentado-a-cultura-e-as-artes-em-goiania>

Ao questionar os alunos sobre o procedimento para o cálculo do volume da esfera espera-se que eles compreendam que é a soma dos volumes das pirâmides em que a esfera foi subdividida. Independente do polígono da base desta pirâmide, o procedimento será da mesma forma. Sabe-se que o volume da pirâmide é um terço do valor da área da base multiplicado pela altura. O aluno deve compreender também que a medida da altura dessa pirâmide será a mesma medida do raio da esfera. Então:

$$V_{\text{esfera}} = 1/3 \cdot (Ab_1 \cdot h + Ab_2 \cdot h + \dots + Ab_n \cdot h)$$

$$V_{\text{esfera}} = 1/3 \cdot h \cdot (Ab_1 + Ab_2 + \dots + Ab_n)$$

Mas $h = r$, então

$$V_{\text{esfera}} = 1/3 \cdot r \cdot (Ab_1 + Ab_2 + \dots + Ab_n)$$

No entanto, $(Ab_1 + Ab_2 + \dots + Ab_n)$ é a área da esfera, que equivale a $4\pi^2$.

$$V_{\text{esfera}} = 1/3 \cdot r \cdot 4\pi^2$$

$$V_{\text{esfera}} = 4\pi^3/3$$

No entanto, é possível demonstrar também que o volume da esfera é o mesmo que o volume da anticlepsidra, que são os dois cones internos a um cilindro equilátero (Figura 44), com raio r e altura $2r$. Então, do cilindro retira-se dois cones, que é o mesmo valor do volume da esfera. A demonstração segue um percurso distinto deste anterior, mas o resultado é o mesmo.

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{anticlepsidra}} = V_{\text{cilindro}} - 2 \cdot V_{\text{cone}}$$

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{anticlepsidra}} = \pi \cdot r^2 \cdot h_{\text{cilindro}} - 2 \cdot 1/3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_{\text{cone}}$$

Mas, como o cilindro é equilátero, a altura desse cilindro é $2r$, ou seja, $h_{\text{cilindro}} = 2r$.

Mas, a altura do cone é a metade da altura do cilindro, ou seja, $h_{\text{cone}} = r$

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{anticlepsidra}} = \pi \cdot r^2 \cdot 2r - 2 \cdot 1/3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot r$$

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{anticlepsidra}} = 2\pi \cdot r^3 - 2/3 \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{anticlepsidra}} = (6\pi \cdot r^3 - 2\pi \cdot r^3) / 3$$

$$V_{\text{esfera}} = 4\pi^3/3$$

Assim, pode-se concluir que o modelo pode emergir em todas as etapas e é possível relacioná-lo com o núcleo conceitual elaborado no início do experimento. Finalizando, pode-se perceber que o núcleo do conceito do cálculo de volume pode ser utilizado para calcular o volume de qualquer sólido.

A seguir o plano da aula 4, como consta no Apêndice I:

Conteúdo:

- Conceito de volume.

Objetivos:

- * Transformar os dados da tarefa por meio da resolução das situações-problema propostas.

Metodologia:

- * Resolver problemas particulares.

Desenvolver a ação: transformação dos dados da tarefa.

Por meio das ações mentais de relembrar, observar, comparar, analisar e identificar, conversar sobre as atividades já realizadas, enfatizando a importância de saber sobre o conceito de perímetro, área e volume, bem como compreender as aplicações desse conceito na vida cotidiana, assim como foi demonstrado no desenvolvimento do lógico-histórico desse conceito.

- * Corrigir a Tarefa 1 (Apêndice H).

Desenvolver a ação: transformação dos dados da tarefa.

- Por meio das ações mentais de analisar, identificar, sintetizar e criticar, solicitar que um componente de cada grupo escreva no quadro as respostas das perguntas do Problema 1, explicando o modo como pensaram para resolvê-las. Comparar com as respostas apresentadas pelos colegas, corrigindo os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja mudança qualitativa no grau de formação do procedimento geral usado para resolução da tarefa.

- Por meio das ações mentais de analisar, identificar, sintetizar e criticar, solicitar que um componente de cada grupo mostre para os demais grupos, a resolução feita na folha de respostas, dos Problemas 2 e 3, explicando o modo como pensaram para resolvê-las. Comparar com as respostas apresentadas pelos colegas, corrigindo os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja mudança qualitativa no grau de formação do procedimento geral usado para resolução da tarefa.

- * Acompanhar o desenvolvimento das atividades em cada grupo, observando e mediando o processo, conduzindo o questionamento e desafiando o pensamento para formação do conceito de volume.

- * Por meio da ação mental relacionar, conduzir o pensamento dos alunos para compreensão do impacto social do desenvolvimento do conceito de volume para a Matemática e para a vida social.

- * Controlar a condução das atividades, percebendo e interferindo quando necessário, de acordo com os objetivos da aula, discutindo os erros e acertos dos alunos durante as tarefas.

Avaliação:

* A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele determinará o grau de formação do procedimento geral usado na resolução da tarefa.

* A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do procedimento geral de resolução da tarefa.

Espera-se que esta atividade de estudo contribua com a reflexão dos escolares acerca do seu contexto social, colaborando com a formação do seu pensamento crítico sobretudo através da exposição das contradições existentes. Ao formar o pensamento crítico, compreenderão também o impacto social desse conceito. Assim, destaca-se a importância da aprendizagem escolar para o desenvolvimento psíquico. Assim como assegura Vygotsky (1991), os estudos dos conceitos científicos são as bases para a construção da consciência reflexiva, para a formação das funções psicológicas superiores e para o desenvolvimento humano.

A seguir o plano da aula 5, como consta no Apêndice J:

Conteúdo:

- Conceito de volume.

Objetivos:

- * Identificar a relação geral do conceito de volume.
- * Criar um modelo gráfico que possibilita a conceituação de volume.
- * Transformar o modelo gráfico aprimorando-o, para que seja desvelado o conceito de volume.

Metodologia:

* Identificar a relação universal.

Desenvolver a ação: identificação da relação universal.

*Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, propor a realização da Tarefa 2 (Apêndice K).

- Distribuir a Tarefa 2 (Apêndice K), solicitando que cada aluno responda individualmente a Questão 1. Entregar uma folha para a resposta desta questão e recolhê-la à medida que forem terminando de responder.

- Solicitar que um aluno responda no quadro a resposta dele para a Questão 1 e

perguntar para a turma se alguém respondeu de modo diferente. Solicitar que todos os alunos que tiveram divergência nas respostas, vá ao quadro e deixe registrado também o modo como respondeu esta questão.

- Corrigir os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja mudança qualitativa para identificação da relação universal. Comparar com as respostas apresentadas pelos colegas e induzir o pensamento dos alunos para refletir e criticar o que está sendo escrito, formulando suas próprias conclusões.

- * Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, solicitar que cada aluno responda individualmente a Questão 2 da Tarefa 2 (Apêndice K). Entregar uma folha para a resposta desta Questão 2 e recolhê-la à medida que forem terminando de responder. Nesta questão, cada aluno terá que registrar as condições listadas na Questão 1 que foi amplamente discutida em sala recentemente.

- * Modelar a relação universal.

Desenvolver a ação: modelação da relação universal.

- * Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, propor a realização da Tarefa 3 (Apêndice L).

- Dividir a turma em grupos de quatro alunos, preferencialmente os mesmos que já desenvolveram juntos anteriormente a atividade da Tarefa 1.

- Distribuir a Tarefa 3 (Apêndice L), solicitando que respondam apenas a Questão 1.

- Distribuir papel cartaz e canetinha aos grupos e solicitar que escrevam as respostas, para apresentar para a turma, quando terminarem.

- Fixar os cartazes no quadro e pedir que um componente de cada grupo apresente a solução elaborada. Repetir o procedimento até que todos os grupos se apresentem, comparando as respostas com os grupos que já apresentaram, enfatizando os pontos de convergência e divergência em cada resposta. Comparar com as respostas apresentadas por todos os grupos, corrigindo os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja modelação da relação universal durante a resolução da tarefa. Conferir se houve rigor matemático na escrita do modelo da relação universal.

- * Transformar a relação universal.

Desenvolver a ação: Transformação do modelo.

- * Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, conversar com a turma sobre a importância do rigor matemático para formulação do modelo assim como dos símbolos e padronização da linguagem universal matemática, utilizando-se das questões já respondidas na atividade anterior e também direcionando para formulação de um novo

modelo, de acordo com a modificação das condições dadas.

- Distribuir a cada aluno uma folha para que registrem a resposta da Questão 2 - Tarefa 3 (Apêndice L), solicitando que façam individualmente.

- Solicitar que cada aluno leia sua resposta em voz alta para a turma e durante esse processo, corrigir os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja mudança qualitativa transformação da relação universal. Comparar com as respostas apresentadas pelos colegas e induzir o pensamento dos alunos para refletir sobre a transformação do modelo e assimilação do procedimento geral de resolução da tarefa.

- * Acompanhar o desenvolvimento das atividades em cada grupo, observando e mediando o processo, conduzindo o questionamento e desafiando o pensamento para formação do conceito de volume.

- * Por meio da ação mental relacionar, conduzir o pensamento dos alunos para compreensão do impacto social do desenvolvimento do conceito de volume para a Matemática e para a vida social.

- * Controlar a condução das atividades, percebendo e interferindo quando necessário, de acordo com os objetivos da aula, discutindo os erros e acertos dos alunos durante as tarefas.

Avaliação:

- * A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele determinará o grau de formação do procedimento geral usado na resolução da tarefa.

- * A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do procedimento geral de resolução da tarefa, ou seja, se está havendo a formação do conceito.

A aprendizagem é uma forma universal de desenvolvimento humano (LIBÂNEO, 2004). Nas atividades de estudo os conceitos científicos são apropriados à medida que ocorre o desenvolvimento, num processo único (DAVYDOV, 1988). De acordo com Davydov (1988), à medida que ocorre o desenvolvimento psíquico acontece também várias operações psicológicas, como por exemplo, a abstração, a generalização e a formação do conceito. Todas estas operações estão intimamente ligadas ao indivíduo e contribuem para seu desenvolvimento humano. Desse modo, espera-se que os escolares possam desenvolver-se a partir da participação e envolvimento nesta proposta de atividade.

As questões sugeridas do Apêndice K – Tarefa 2, estão expostas abaixo para melhor visualização:

Questão 1- Analise as respostas dos Problemas 1, 2 e 3 da Tarefa 1. Qual a relação geral que foi utilizada para resolução de todos os problemas, independente da forma geométrica do edifício construído?

Questão 2 – A Questão 1 foi amplamente discutida em sala de aula e foi enfatizada a modelação da relação universal, comum em todas as respostas. Reescreva as propriedades comuns presentes em todos os problemas resolvidos em sala.

A partir destas questões, espera-se que os escolares possam desencadear várias operações psicológicas correspondentes às suas atividades cognitivas. Estas ações podem promover o desenvolvimento humano à medida que aprimoram as ferramentas intelectuais e constroem o pensamento teórico. Por meio das ações propostas nestas atividades é possível que ocorra um movimento no pensamento, a partir da análise e discussão, compreendendo e generalizando, desenvolvendo-se também intelectualmente. Como afirma Vygotsky (1934), a formação do conceito não é apenas a junção e generalização de elementos isolados, mas a capacidade de abstração dos elementos externos às condições concretas apresentadas.

Do mesmo modo, as questões do Apêndice L – Tarefa 3, estão dispostas abaixo, facilitando a leitura:

Questão 1- Todas os Problemas apresentados na Tarefa 1 envolvem o cálculo do volume. Na Tarefa 2, foram discutidas as transformações e a modelação da relação universal. Desenvolva um texto que pode ser considerado como conceituação de volume, considerando a relação universal como formalização do conteúdo.

Questão 2 – A Questão 1 discutida em sala de aula e foi enfatizada a modelação da relação universal. Reescreva seu texto matemático conceituando volume.

Reforçando a ideia de que o bom ensino é aquele que precede o desenvolvimento humano é que foram propostas estas atividades. Compreende-se que a participação dos escolares nestas atividades pode contribuir para a apropriação dos conceitos teóricos. A análise e assimilação da historicidade e do movimento lógico-histórico do conceito do cálculo de volume pode formar o pensamento psíquico desses escolares. Compreende-se que Davydov (1988) afirma que a apropriação ocorre por meio da descoberta do núcleo do conceito, do princípio interno do objeto, construído de modo coletivo, entre professor e alunos. Assim, o movimento do pensamento se dará do abstrato ao concreto, do geral para o

particular, como consequência da abstração que ocorreu ao início do processo, passando pela generalização e a formação do conceito teórico.

Apresenta-se abaixo, o Apêndice M, que trata da aula 6:

Conteúdo:

- Lógico-histórico do conceito de volume.
- Conceito de volume.

Objetivos:

- * Refletir sobre a formalização do conceito de volume com o percurso histórico.
- * Realizar tarefas particulares.
- * Aplicar o conceito de volume em diversas situações do cotidiano.

Metodologia:

* Conversar sobre as formalizações das definições do conceito de volume a partir do seu desenvolvimento lógico-histórico, como discutido nas atividades anteriores.

Desenvolver a ação: realização de tarefas particulares.

- Por meio das ações mentais observar, refletir, comparar e analisar, dialogar sobre as atividades realizadas nas aulas anteriores, sobretudo da Tarefa 1 (Apêndice H), da transformação dos dados na Tarefa 2 (Apêndice K), da modelação da relação universal e da transformação do modelo. Relembrar os textos matemáticos que foram criados por eles para conceituar volume.

* Por meio das ações mentais de distinguir, comparar e generalizar, formalizar as definições do conceito de volume no seu lógico-histórico.

Desenvolver a ação: realização de tarefas particulares.

- Apresentar, com o auxílio do datashow, o conceito de volume escrito por alguns matemáticos, ao longo da história da humanidade (Apêndice N), refletindo sobre seu desenvolvimento histórico.

* Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, propor a realização da Tarefa 4 (Apêndice O), desenvolvendo a ação de realização de tarefas particulares.

- Conduzir a turma até o laboratório de informática, onde o software Geogebra já esteja instalado nas máquinas.

- Dividir a turma em grupos de quatro alunos, preferencialmente os mesmos que já desenvolveram juntos as atividades anteriores.

- Solicitar que resolvam as questões 1, 2 e 3, da Tarefa 4 (Apêndice O). Comparar com as respostas apresentadas por todos os grupos, corrigindo os erros cometidos pelos alunos e

interferir, quando necessário, para que haja a realização de tarefas particulares.

* Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, solicitar que os alunos respondam a questão 4 da Tarefa 4 (Apêndice O).

Desenvolver a ação: controle da realização das ações anteriores e avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada.

- Comparar com as respostas apresentadas pelos colegas e discutir com a turma o procedimento utilizado pelo grupo para a resolução apresentada.

* Acompanhar o desenvolvimento das atividades em cada grupo, observando e mediando o processo, conduzindo o questionamento e desafiando o pensamento para formação do conceito de volume.

* Por meio da ação mental relacionar, conduzir o pensamento dos alunos para compreensão do impacto social do desenvolvimento do conceito de volume para a Matemática e para a vida social.

* Controlar a condução das atividades, percebendo e interferindo quando necessário, de acordo com os objetivos da aula, discutindo os erros e acertos dos alunos durante as tarefas.

Avaliação:

* A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele determinará o grau de formação do procedimento geral usado na resolução da tarefa.

* A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do procedimento geral de resolução da tarefa, ou seja, se está havendo a formação do conceito.

O Apêndice N apresenta o desenvolvimento do conceito de volumetria. Importante ressaltar que durante todas as aulas preocupou-se em apresentar o movimento lógico-histórico do conceito do cálculo de volume. Concordamos com os pressupostos de Davydov (1988) que quando o escolar participa da atividade de estudo ele pode se apropriar dos conceitos teóricos e assimilar a historicidade do objeto de estudo. Estruturando a atividade de estudo e associando ao período em que este estudante se encontra, segundo a periodização do desenvolvimento estruturada por Elkonin, destacamos a importância desse conceito para os dias atuais assim como seu desenvolvimento ao longo do percurso histórico.

Espera-se que esta proposta de atividade de estudo, elaborada segundo os pressupostos teóricos do ensino desenvolvimental possa se apresentar como uma possibilidade de mudança qualitativa na aprendizagem dos alunos assim como contribuir para que a aprendizagem promova o desenvolvimento psicológico humano. Retomamos os ensinamentos de Vygotsky (2003), que reforçam a importância do estudo dos conceitos científicos, pois estes estão inseridos no processo de escolarização, sendo, portanto, basilares para que os seres humanos construam sua consciência reflexiva.

Nesse sentido, ao apresentar os slides do Apêndice N, pretende-se também refletir sobre o início da matemática com os babilônios (2000 a.C. a 1600 a. C.), indicando os cálculos que já tinham conhecimento e também apresentando que alguns destes, faziam de modo equivocado. Indicamos inclusive que este fato histórico está presente na tábula em Yale, onde faz menção também ao volume de troncos de pirâmide. Apresentamos também fatos que foram encontrados em Kahun, nos papiros Moscou e Rhin, por volta de 1950 a.C., onde já fazem mensuração correta para o cálculo de áreas de terras e volumes de grãos.

Reforçamos que estes são fatos importantes e que devem ser discutidos com toda a turma, apresentando o movimento do pensamento e suas contradições, ao longo do tempo. Neste mesmo anexo, propomos também o debate sobre os sólidos de Platão e também sobre o fato da descoberta que duas áreas ou dois volumes, P e Q, se dizem congruentes por adição se podem ser decompostos em pares correspondentes de partes congruentes. Foi elaborado um percurso histórico apontando os principais fatos que podem conduzir o pensamento do aluno para a compreensão da importância do estudo desse conceito.

Espera-se que esta atividade possa contribuir para o movimento do pensamento dos alunos, direcionando do abstrato ao concreto, do geral ao particular. Assim, de acordo com o arcabouço teórico a que estamos vinculados, o aluno poderá formar o conceito do cálculo de volume a partir da abstração geral, da generalização e dos conceitos teóricos. É o processo que poderá permitir ao aluno que compreenda o objeto em seu movimento, compreendendo sua historicidade e suas conexões. Reforçamos então que estamos propondo uma atividade de estudo vinculada a ideia de que o conhecimento precede o desenvolvimento.

Estamos de acordo com as orientações de Davydov (1988), que o desenvolvimento promove a autonomia e o pensamento crítico. Então, este estudante que apreendeu o princípio geral desse conceito, poderá interferir no seu modo de lidar com este objeto no dia a dia. Compreendemos que a formação desse conceito teórico do cálculo de volume colabora com o desenvolvimento integral do aluno, seja social, cultural e historicamente. Nesse sentido, quando elaboramos os slides do Apêndice N, preocupamos em apresentar os principais fatos

que são considerados como marcos históricos e que interferem até os dias atuais em nossa vida cotidiana.

Nesse sentido, citamos e propomos a discussão em sala de aula, sobre as contribuições de Joham Kepler (1571-1630), Henry Perigal (1873) e H. E. Dudeney (1857 – 1930), inclusive de Leonardo da Vinci (1452 – 1519) para o cálculo de áreas e volumes. Indicamos também a relação desse conceitos com outras áreas do conhecimento como Física e Astronomia. Referenciamos o enciclopedista grego Herão (150 a.C. - 250 d.C.), que dedicou seus trabalhos sobre problemas de mensuração, inclusive em sua obra muito importante intitulada “A Métrica”, composta pelos Livros I, II e III. Abordamos sobre as contribuições de Bonaventura Cavalieri (1598 – 1647), Arquimedes (287 – 212 a.C.), dentre outros estudiosos. Indicamos que a partir de todo percurso histórico apresentado, atualmente aceita-se de modo intuitivo que o volume de um sólido é uma medida do espaço que ele ocupa. No entanto, para que este espaço seja expressado numericamente, é preciso de uma unidade de medida que sirva como referência, que é o sistema métrico utilizado atualmente.

O sistema métrico é muito importante não somente nas aplicações matemáticas, mas também na padronização para as atividades comerciais, na medição de comprimentos, áreas, volumes. Reforçamos que utilizando-se a unidade de comprimento é possível facilitar as unidades de outras grandezas. Assim, acreditamos que esta reflexão contribui para a formação do pensamento crítico e que contribui para o desenvolvimento mental dos estudantes. Compreendemos os ensinamentos de Davydov que, vinculado ao pensamento de Vygotsky, indica que a aprendizagem e a formação de conceitos científicos são construídas na atividade humana, especificamente na atividade da aprendizagem, constitutiva do meio escolar.

É no meio escolar que se encontra a atividade de estudo, que deve se propor ao exercício do pensamento teórico, que será desenvolvido a partir das tarefas escolares, por meio das ações de aprendizagem estruturadas, elaboradas e executadas pelos professores. Por isso reforçamos a importância do professor na condução da atividade de estudo. Este professor precisa dominar o conteúdo a ser trabalhado, ter domínio e preocupar em apresentá-lo aos alunos, dentro de um sistema de conceitos, relacionando-o também a várias áreas do conhecimento. A compreensão desse conceito está relacionada também com o entendimento da sua historicidade, por isso que o professor inicia orientando verbalmente os alunos sobre o objeto de estudo e expõe que o objetivo é a formação desse conceito.

Apresenta-se abaixo o Apêndice O – Tarefa 4, para melhor visualização e acompanhamento da discussão, pelo leitor:

Questão 1- No Problema 1 da Tarefa 1 foram realizadas tarefas particulares para o

cálculo de área e volume. Qual foi o procedimento geral utilizado em todos esses cálculos?

Questão 2- Com o uso do software Geogebra refaça o Problema 2 da Tarefa 1. Analise a representação dos edifícios em um plano bidimensional e explique como pode ser usado o procedimento geral para resolução desta tarefa em particular?

Questão 3- Com o uso do software Geogebra refaça o Problema 3 da Tarefa 1. Analise a representação dos edifícios em um plano tridimensional e explique como pode ser usado o procedimento geral para resolução desta tarefa em particular?

Questão 4- Compare e analise os cálculos de área o volume da questão 1 e também a representação dos edifícios em um plano bidimensional e no plano tridimensional. Explique o que há em comum na resolução desses casos particulares.

Questão 5 – Utilizando o software Geogebra, represente um edifício que tenha o formato de um prisma hexagonal e explique como é o procedimento para o cálculo do volume total desse edifício.

A partir do envolvimento e participação dos escolares nestas atividades, espera-se que estes possam desenvolver-se integralmente, seja social, cultural e historicamente. Por este motivo que as atividades foram estruturadas, elaboradas e propostas em direção à formação do conceito científico. As tarefas escolares foram propostas foram estruturadas objetivando o exercício desse pensamento teórico.

A seguir, o Apêndice P, do plano da aula 7, para melhor visualização:

Conteúdo:

- Conceito de volume.

Objetivos:

* Refletir sobre as formas de apresentação do volume.

* Aplicar o conceito de volume em diversas situações do cotidiano.

Metodologia:

* Resolver a questão 5 da Tarefa 4 (Apêndice O).

Desenvolver a ação: controle da realização das ações anteriores e avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada, por meio da modelação com o Geogebra.

- Por meio das ações mentais observar, refletir, comparar e analisar, propor que realizem a questão 5 da Tarefa 4, utilizando o software Geogebra, no Laboratório de Informática.

* Por meio das ações mentais de comparar e generalizar, resolver a verificação da

aprendizagem (Apêndice Q).

Desenvolver a ação: verificação da aprendizagem do conceito de volume.

- Aplicar a Tarefa 5 (Apêndice Q) e solicitar que os alunos respondam individualmente e sem consulta.

Avaliação:

* A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele determina qualitativamente o grau de formação do procedimento geral do conceito de volume usado na resolução da tarefa.

* A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do procedimento geral de resolução da tarefa, ou seja, se está havendo a formação do conceito.

Ressalta-se que o professor tem um papel fundamental para a aprendizagem escolar, pois ele quem organiza e conduz a atividade de estudo. É por meio das ações cuidadosas do professor que os escolares relacionam com o conceito estudado, assim como com outras áreas do conhecimento. Desse modo estas atividades foram propostas segundo as orientações de Davydov (1988), mas de acordo com a lógica científica da Matemática.

Como disposto no Apêndice Q, da tarefa 5 propõe duas questões:

Questão 1- Esboce um sólido geométrico e mostre como pode ser calculado seu volume.

Questão 2- Explique o princípio geral utilizado para o cálculo do volume desse sólido.

Durante o desenvolvimento da atividade de estudo o professor conduz as ações e o movimento no pensamento dos alunos, que são do interpessoal para o intrapessoal, a partir das interações sociais, históricas e culturais, que ocorrem nas atividades de estudo. Por isso que as atividades de estudo que são realizadas na escola precisam ter como finalidade o desenvolvimento intelectual dos alunos, objetivando proporcionar a estes as condições necessárias para a formação do conceito teórico e, conseqüentemente, seu desenvolvimento. Estas atividades são mediadas por elementos de mediação como signo, símbolos, entre outros elementos de mediação. Os recursos tecnológicos se apresentam como uma possibilidade de mediação e, nesta proposta, indicamos uma possibilidade através do *software* Geogebra.

Um fator relevante e que precisa ser esclarecido é que alguns fatores influenciaram na escolha da indicação do uso do *software* Geogebra, como por exemplo, a gratuidade e o fácil

manuseio deste. Este pode auxiliar na construção de figuras e também na avaliação das propriedades destas figuras, além de contribuir para fazer as conjecturas e justificativas, sobretudo no raciocínio lógico-matemático. Ele apresenta uma tela principal que permite construir figuras e arrastá-las, mantendo o vínculo desde a construção das mesmas. Isto facilita muito o trabalho, principalmente comparando-se a construções realizadas manualmente, utilizando-se papel, régua, compasso e transferidor. Outro fator relevante para o uso de um recurso tecnológico como este *software* é a precisão no esboço de um gráfico e a sua visualização, por exemplo, permitindo sua movimentação, como ampliação, redução, rotação e translação.

Importante enfatizar que é preciso que o professor conheça esses recursos tecnológicos que serão utilizados e verifique se estes estão disponíveis na escola. No entanto, mesmo com o conhecimento destas possibilidades de uso aplicadas à educação, não implica que somente o uso destes garante que terão benefícios ou que serão elementos mediadores da aprendizagem. É preciso, sobretudo, que o mesmo esteja a serviço das ações e objetivos propostos e que sejam monitoradas constantemente pelo professor. Outro fator importante para refletir é que esta proposta apresenta uma sugestão do uso deste *software*, mas se o professor não dispuser desta ferramenta, não inviabiliza a proposta de atividade de estudo, utilizando-se outros recursos, como a régua, papel, compasso e transferidor.

As propostas de atividades foram organizadas de acordo com as características específicas do conteúdo conceito do cálculo de volume, conforme indica a organização do percurso didático elaborado por Davydov (1988). Nestas atividades foram consideradas o movimento mental e sua lógica específica, propiciando aos escolares as ações necessárias para a reprodução do conteúdo com criatividade, tornando-o uma ‘ferramenta própria’. Foi feita uma análise da origem deste conceito científico assim como seu desenvolvimento no campo científico que integra, identificando nele o movimento mental e a lógica científica que o governa (FREITAS, 2011).

O presente trabalho não pretende exaurir toda a teoria que o embasa, mas buscou discutir as principais contribuições da mesma para a formação do conceito de volume. Propôs uma atividade de estudo, constitutiva de um experimento didático-formativo, apresentando e discutindo formas de elaboração de tarefas de estudo que impulsionam o desenvolvimento dos alunos. Acreditamos que seja muito relevante propor novas pesquisas, principalmente no sentido de executar e discutir os resultados da proposta da atividade de estudo apresentada.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo analisar as contribuições da teoria do ensino desenvolvimental para o processo de ensino-aprendizagem do conceito do cálculo de volume para estudantes do segundo ano do Ensino Médio. O problema que norteou a realização desta pesquisa foi: “como os princípios da teoria do ensino desenvolvimental de Davydov podem contribuir para que escolares do Ensino Médio formem o conceito científico do cálculo de volume?”.

A metodologia de pesquisa utilizada foi bibliográfica de abordagem qualitativa e teve como base as obras fundamentadas na teoria histórico-cultural a partir de Vygotsky e seus seguidores, especialmente Davydov, com a teoria do ensino desenvolvimental. A partir da análise das contribuições e desafios desses pressupostos, numa perspectiva do materialismo histórico-dialético foi ampliado o debate acerca da compreensão e da proposta de organização de uma atividade de estudo na perspectiva desenvolvimental.

O percurso metodológico teve como foco o processo de ensino-aprendizagem para formação do conceito do cálculo de volume e os elementos intervenientes deste, levando em consideração as categorias para o conceito do cálculo de volume: transformação dos dados da tarefa na condução da identificação do princípio geral; da modelação até a transformação do modelo e o uso desse conceito como ferramenta mental. Ao longo deste trabalho, descreveu-se uma investigação com o intuito de verificar a possibilidade da utilização de uma metodologia de ensino para o conteúdo de cálculo de volume, vinculado à disciplina de Matemática. Apresentou-se uma proposta para formação e desenvolvimento de um pensamento teórico que possa ser utilizado em outras áreas do conhecimento e também na vida social dos alunos.

Foi realizada também uma análise do lógico-histórico do conceito do cálculo de volume a fim de desvelar o aspecto nuclear desse conceito. Foi proposto um experimento didático-formativo para uma turma do segundo ano do Ensino Médio, fundamentado nas orientações de Davydov. Percebeu-se que os princípios da teoria do ensino desenvolvimental de Davydov consistem em uma alternativa viável para organização e execução do ensino do conceito do cálculo de volume para essas turmas. Desse modo, esta pesquisa contribuiu para mostrar um caminho alternativo possível para uma organização do ensino desse conceito.

O conceito teórico do cálculo do volume, quando apreendido e interiorizado pelos escolares podem se transformar em ferramentas mentais para pensar a Matemática em todos

os seus ramos, como a Geometria, Trigonometria, Álgebra, Cálculo, entre outros. Percebeu-se também que esses princípios podem contribuir para organização também de outros conceitos de Geometria, da Matemática e também de outras áreas da ciência. Pode contribuir também para assimilar conteúdos e formar outros conceitos pertencentes a esta rede conceitual pois amplia o campo de atuação do pensamento do aluno, permitindo o movimento do pensamento do geral para o particular, do intra para o interpessoal. Assim, ele poderá utilizar o conceito do cálculo de volume para soluções de problemas sociais, cotidianos e específicos, num duplo movimento do pensamento.

Portanto, defendemos que a teoria do ensino desenvolvimental de Davydov representa, para o ensino de Matemática no contexto da educação escolar, uma possibilidade para transformar a vida concreta dos estudantes, proporcionando maiores condições de desenvolvimento intelectual, afetivo, moral e cognitivo. Acreditamos que uma atividade de estudo elaborada e executada segundo as orientações de Davydov, com o aporte teórico da teoria histórico-cultural, contribui com a formação da consciência dos estudantes por meio do conceito teórico, ampliando assim sua capacidade de pensar e atuar criticamente. Desse modo, contribui também para a formação de uma sociedade com menos desigualdades sociais.

Acredita-se que apesar das contradições que existem nesse campo, ainda é possível realizar um processo de ensino-aprendizagem que seja fundamentado na teoria do ensino desenvolvimental e que esta possa contribuir com a formação do pensamento teórico dos escolares. Assim, foi possível perceber que existem muitas possibilidades de pesquisas futuras a partir desta e que podem envolver os desdobramentos do conceito do cálculo de volume. Pode-se ainda propor a criação de materiais didáticos que contribuam com a disciplina de Matemática e que contribuam com os professores, apoiando na elaboração e execução de aulas fundamentadas na teoria do ensino desenvolvimental.

REFERÊNCIAS

BAQUERO, Ricardo. Vygotsky e a aprendizagem escolar. Tradução Ernani F. da Fonseca Rosa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Conselho Nacional de Secretaria de Educação. Brasília: Distrito Federal, 2016. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em 30 de julho de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

BOYER, C. B. Cálculo – tópicos de história da matemática para uso em sala de aula. São Paulo: Atual Editora Ltda, 1995, v.6.

COSTA, R. L. da e LIBÂNEO, J. C. EDUCAÇÃO PROFISSIONAL TÉCNICA A DISTÂNCIA: A MEDIAÇÃO DOCENTE E AS POSSIBILIDADES DE FORMAÇÃO. Educação em Revista [online]. 2018, v. 34 [Acessado 21 Maio 2022], e180600. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/0102-4698180600>>. Epub 01 Mar 2018. ISSN 1982-6621. <https://doi.org/10.1590/0102-4698180600>.

DAVYDOV, V. V. Tipos de generalización en la enseñanza. 3 ed. Trad. M. Shuare. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVYDOV, V.; MÁRKOVA, A. La concepción de la actividad de estudio de los escolares. In: SHUARE, Marta (comp.). *La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS*. Antología. Moscú: Editorial Progreso, 1987, p.316-337.

DAVYDOV, V. V. Problemas do ensino desenvolvimental: a experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Moscou: Editora Progresso, 1988. Trad. de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas para o uso didático na disciplina de Didática na perspectiva histórico-cultural do PPGE da Universidade Católica de Goiás.

DAVYDOV, V. V. Uma nova abordagem para a interpretação da estrutura e do conteúdo da atividade. Tradução de José Carlos Libâneo a partir do texto: “A new approach to the interpretation of activity structure and content”. In: Hedegard, Mariane e Jensen Uffe Juul. *Activity theory and social practice: cultural-historical approaches*. Aarhus (Dinamarca), Aarhus University Press, 1999.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. Fundamentos de matemática elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.

ELKONIN, D.B. Característica general del desarrollo psíquico de los niños. In: SMIRNOV, A.A. e cols. (orgs). Psicología. México: Grijalbo, 1960.

ELKONIN, D. Sobre el problema de la periodización del desarrollo psíquico en la infancia. In: DAVIDOV, V. SHUARE, M. La psicología evolutiva e pedagógica en la URSS. URSS: Editorial Progreso, 1987.

ENGESTRÖM, Y. Aprendizagem expansiva: por uma reconceitualização pela teoria da atividade. In: ILLERIS, K. (org.). Teorias contemporâneas da aprendizagem. Porto Alegre: Penso, 2001a. p.68-90.

EVES, H. W. Introdução à História da Matemática. Unicamp, 1995.

FACCI, M. G. D. A periodização do desenvolvimento psicológico individual na perspectiva de Leontiev, Elkonin e Vygotsky. Cad. CEDES [internet]. 2004 Apr;24(Cad. CEDES, 2004 24(62)). Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0101-32622004000100005>.

FERREIRA, M. M. O ensino desenvolvimental e seus desafios para a formação de professores: um relato de experiência no ensino do letramento acadêmico em inglês. Fórum Linguístico, v. 13, n. 4, p. 1632 – 1653, 2016.

FREITAS, R. A. M. M. *Teoria Histórico-Cultural e Pesquisa: o Experimento Didático como Procedimento Formativo*. Texto de uso restrito para orientação de projetos de pesquisa de alunos vinculados ao Grupo de Estudos sobre Teoria Histórico-Cultural, da Linha de Pesquisa Teorias da Educação e Processos Pedagógicos, do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Católica de Goiás. Goiânia, 2007.

FREITAS, R. A. M. M. Aprendizagem e formação de conceitos na teoria de Vasili Davydov. In: LIBÂNEO, José Carlos; SUANNO, Marilza Vanessa Rosa; LIMONTA, Sandra Valéria (Org.). *Concepções e práticas de ensino num mundo em mudança*. Diferentes olhares para a Didática. Goiânia: CEPED/Editora PUC Goiás, 2011, p. 71-84.

FREITAS, Raquel Aparecida Marra Madeira; ROSA, Sandra Valéria Limonta. Ensino Desenvolvimental: contribuições à superação do dilema da didática. Educação & Realidade, Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 613- 620 627, abr./jun. 2015.

FREITAS, Raquel Aparecida Marra Madeira. Formação de conceitos na aprendizagem escolar e atividade de estudo como forma básica para organização do ensino. Educativa, Goiânia, v. 19, n. 2, p. 388-418, mai./ago. 2016.

FREITAS, R. A. M. da M. Teoria histórico-cultural, educação escolar e didática. Educativa, Goiânia, v. 19, n. 2, p. 346-352, 2016.

FREITAS, R. A.; LIBÂNEO, J. C. O experimento didático formativo na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental. Educação e Pesquisa, v. 48, 2022, p. 1-19.

HEDEGAARD, M.; CHAIKLIN, S. Radical-local teaching and learning: a cultural-historical approach. Aarhus: University Press, 2005.

HEDEGAARD, M. A zona de desenvolvimento proximal como base para o ensino. In: DANIELS, H. (Org.). Uma introdução a Vygotsky. São Paulo: Loyola, 2002, p. 199 - 228.

KALLEF, A. M.; REI, D. M. Varetas, canudos, arestas e ... sólidos geométricos. In: Explorando o Ensino da Matemática – Atividades vol. 2. Brasília, MEC 2004, capítulo 25, p. 115 – 119.

LENOIR, Y. Les médiations au cœur des pratiques d’enseignement-apprentissage: une approche dialectique: Des fondements à leur actualisation en classe éléments pour une théorie de l’intervention éducative. Longueuil: Group éditions éditeurs. 2014.

LEONTIEV, A. N. Actividad, consciencia y personalidad. Buenos Aires: Ediciones Ciencias del Hombre, 1978.

LEONTIEV A.N. The Problem of Activity in Psychology. The Concept of Activity in Soviet Psychology. New York, 1981, pp. 140—162.

LEONTIEV, A.N. El desarrollo psíquico del niño en la edad preescolar. In: DAVIDOV, V; SHUARE, M. (Org.). *La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS* (antologia). Moscou: Progreso, 1987. p. 57-70.

LEONTIEV, A. N. Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar. In: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A.; LEONTIEV, A. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. 9 ed. São Paulo: Ícone/Edusp, 2001.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Trad. Rubens Eduardo Frias. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.

LEONTIEV, Alexey. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKII, Lev S; LURIA, Alexander. N.; LEONTIEV, Alexey N. *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem*. Trad. Maria da Pena Villalobos. – 11 ed., São Paulo: Ícone, 2010, p. 59-83.

LIBÂNEO, J. C. Pedagogia tradicional: notas introdutórias. Texto digitado, 1990.

LIBÂNEO, J. C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a teoria histórico-cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davydov. Revista Brasileira de Educação [online]. 2004, n. 27 [Acessado 5 Janeiro 2022], pp. 5-24. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1413-24782004000300002>>. Epub 21 Set2006. ISSN 1809-449X. <https://doi.org/10.1590/S1413-24782004000300002>.

LIBÂNEO, J. C. Didática e epistemologia: para além do embate entre a didática e as didáticas específicas. In: VEIGA, Ilma P. A.; D’ÁVILA, Cristina (orgs.). *Profissão docente: novos sentidos, novas perspectivas*. Campinas: Papirus Editora, 2008.

LIBÂNEO, J. C. Didática e trabalho docente: a mediação didática do professor nas aulas. In: LIBANEIO, J. C.; SUANNO, M. V. R.; LIMONTA, S. V. (Org.). *Concepções e práticas de*

ensino num mundo em mudanças: diferentes olhares para a didática. Goiânia: CEPED/EditoraPUC Goiás, 2011.

LIBÂNEO, J. C. A teoria do ensino para o desenvolvimento humano e o planejamento de ensino. *Educativa*, Goiânia, v. 19, n. 2, p. 353-387, maio/ago. 2016.

LIBÂNEO, J. C. Finalidades educativas escolares em disputa, currículo e didática. Em defesa do direito à educação escolar: didática, currículo e políticas educacionais em debate. Goiânia: CEPED/Espaço Acadêmico, p. 33-57, 2019.

LIMA, E. L. et. al., *A Matemática do Ensino Médio, Volume 2*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

LOMPSCHER, J. Learning activity and its formation: ascending from the abstract to the concret. In: HEDEGAARD, M.; LOMPSCHER, J. (Ed.). *Learning activity and development*. Aarhus (Dinamarca): Aarhus University Press, 1999.

LURIA A.R. *The Nature of Human Conflicts*. New York: Liveright, 1932.

MELLO, Suely Amaral. A escola de Vygotsky. In: CARRARA, Kester (org.). *Introdução à Psicologia da Educação: seis abordagens*. 1 ed, São Paulo: Avercamp, 2004 (9ª reimpressão 2014). p. 135-154.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. *Geometria / Coleção PROFMAT*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

OLIVEIRA, Marta Kohl. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico* 4. ed. São Paulo: Scipione, 2002.

PERES, T. F. C. *Volume de Sólidos Geométricos um Experimento de Ensino Baseado na Teoria de V. V. Davydov*. Dissertação (Programa de Pós-Graduação STRICTO SENSU em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia-GO. 148 f. 2010.

PEREIRA, N. C. S. *Formação do conceito de volume no 5º ano do ensino fundamental: um experimento didático formativo baseado na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental*. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG, Jataí – Goiás. 202 f. 2016.

PRESTES, Z. R.; TUNES, E.; NASCIMENTO, R. Lev Semionovitch Vigotski: um estudo da vida e da obra do criador da Psicologia Histórico-Cultural In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. V. (orgs.). *Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos*. Uberlândia, EDUFU, 2013.

PYZIREI A. A. *Cultural-historical theory of L.S. Vygotsky and Contemporary Psychology*. Moscow, 1986. 117 p.

REGO, Teresa Cristina. *Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação*. 25. ed. - Petrópolis, RJ: Vozes, 7.impressão, 2020.

RUBTSOV, V. V. A escola científica histórico-cultural: as questões trazidas por L. S. Vygotsky. In: *Cultural-Historical Psychology*, 2015. Vol. 12, 3, pp. 4-8.

SANTOS, M. A.; ASBAHR, F. S. F. A teoria da atividade de A. N. Leontiev: uma síntese a partir de suas principais obras. In: *Revista Brasileira da Pesquisa Sócio-Histórico-Cultural e da Atividade - Brazilian Journal of Socio-Historical-Cultural Theory and Activity Research*. Vol. 2, 2, p.1-23, 2020.

SILVA, E.; LIBÂNEO, J. C. . Atividade de estudo e desenvolvimento humano: a metodologia do duplo movimento no ensino. *Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, [S. l.], v. 5, n. 3, p. 700 – 725, 2021. DOI: 10.14393/OBv5n3.a2021-59160. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/59160>. Acesso em: 21 jul. 2022.

SOUSA, E. R. As contribuições do ensino desenvolvimental de Davydov para o ensino de geometria euclidiana no curso de licenciatura em matemática. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG, Jataí – Goiás. 124 f. 2017.

WERTSCH J.V. (ed.) *Culture, Communication and Vygotskian Perspectives*. Cambridge, 1985.

VAZ, D. A. F. Experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando Investigação Matemática com o Geogebra. *Educativa*, Goiânia, v. 15, n. 1, 2012, p. 39-51.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

VIGOTSKI, L. S. Internalização das funções psicológicas superiores. In: VIGOTSKI, L. S. *Formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 4ª ed. 1991.

VYGOTSKI, L. *Pensamiento y habla*. Tradução de Alejandro Ariel González. Buenos Aires: Colihue, 2007.

VYGOTSKI, L. S. El problema de la edad. In: *Obras Escogidas IV: Psicología infantil* (pp. 251-276). Madrid: Visor. 1932-1934/1996.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 6 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998, 191p.

VYGOTSKY, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VYGOTSKI, L. *Pensamiento y habla*. Tradução de Alejandro Ariel González. Buenos Aires: Colihue, 2007.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

APÊNDICES

**APÊNDICE A – PORCENTAGEM DE ACERTOS EM CADA QUESTÃO E EM
RELAÇÃO A TODA A TAREFA**

Quadro 13 – Porcentagens de acertos da tarefa

Discentes	% de acertos de cada questão			% de acertos de toda a tarefa
	Perímetro	Área	Volume	
A1				
A2				
...				
An				

Fonte: elaborado pela autora

APÊNDICE B – PLANO DA AULA 1

Aula 1: __/ __/ __

horário: __ às __

Série: 2. Ano do E.M.

Conteúdo:

Pré-requisitos necessários à formação do conceito do cálculo de volume: relações métricas entre polígonos, álgebra elementar, geometria plana, números reais, perímetro e área.

Objetivo: Perceber os conceitos empíricos e teóricos existentes sobre o conceito de volume bem como sua ligação ao sistema de conceitos do aluno nos conteúdos de perímetro, área e volume, revelando o seu nível de desenvolvimento real.

Metodologia:

Priorizando a ação mental relembrar, o professor deverá:

- * Aplicar a tarefa avaliativa diagnóstica (Apêndice C), onde o aluno responderá individualmente e sem consulta.

- * Explicar aos alunos a importância da avaliação diagnóstica para compreender sobre o seu nível de desenvolvimento nos conteúdos vinculados ao conteúdo da matemática que será estudada, e, portanto, não será atribuída uma nota.

Avaliação: A avaliação será através da correção quali-quantitativa (analisando de forma quantitativa e qualitativa), de cada uma das questões que compõem a tarefa avaliativa.

Referências:

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. Geometria / Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

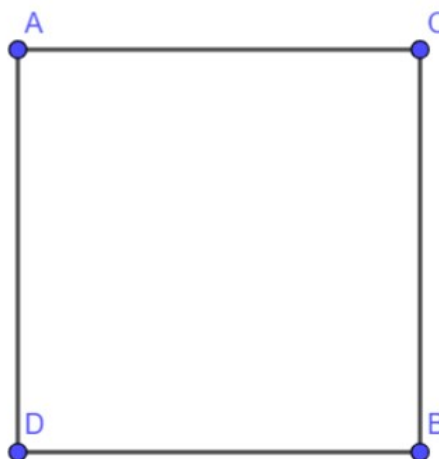
APÊNDICE C – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Nome: _____

1- José construiu uma casa em um terreno de formato quadrangular regular que possui 20 m de frente. Para maior privacidade, ele deseja cercar todo o terreno com muros nas laterais e na parte do fundo, mas com grade e portões, na parte da frente.

- a) Quantos metros de muro José vai precisar construir em seu terreno?
- b) Quantos metros de cerca serão construídos ao todo, incluindo também a parte com grade e portões?

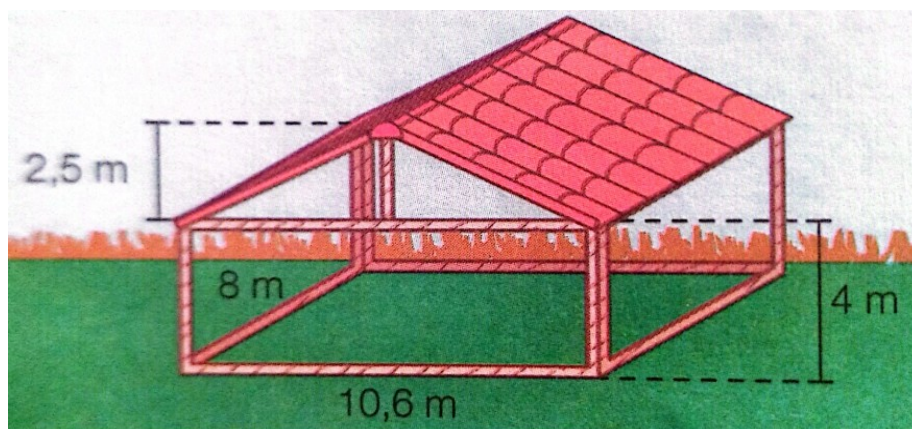
Figura 9 – Representação do terreno



Fonte: elaborado pela autora

2- O proprietário de um imóvel deseja construir uma estrutura para armazenar o estoque de sua empresa de papéis recicláveis, de acordo com a figura representada abaixo. As paredes serão construídas em alvenaria, mas as portas e janelas serão de madeira. Em cada uma das laterais deste imóvel terá uma janela de 1 m^2 cada e na parte da frente, haverá apenas uma porta de 3 m^2 . Na parte do fundo não haverá porta nem janelas. Imagine que você é o engenheiro responsável pela obra e precisa apresentar uma resposta aos questionamentos deste cliente:

Figura 10 – Esboço do imóvel a ser construído



Fonte: SOUZA, 2016

a) Qual será a área ocupada por este imóvel?

b) Determine quantos metros quadrados de madeira serão necessários para construção das portas e janelas.

c) Quantos metros quadrados de alvenaria serão construídos?

3- Os moradores da cidade de Uruaçu reivindicaram ao prefeito a construção de uma quadra pública retangular em um terreno do Setor Sul. O prefeito atendeu à solicitação, porém devido às restrições orçamentárias houve a imposição de que poderiam gastar, no máximo, 180 m de tela para cercá-la. Com o intuito de construir a maior quadra possível, atendendo às restrições impostas, quais as medidas que deverão ser propostas pelos moradores, para as medidas dos lados dessa quadra?

4- Será construída uma praça em um terreno circular com raio medindo 5 m. Sabendo-se que seja plantar grama em toda a praça, para instalação de brinquedos infantis e aparelhos de ginástica ao ar livre, calcule a quantidade de m^2 de grama são necessários comprar. Ao redor da praça, será assentada uma guia do tipo meio-fio. Determine quantos metros de meio-fio serão necessários para esse projeto.

APÊNDICE D – PLANO DA AULA 2

Aula 2: __/ __/ __

horário: __ às __

Série: 2. Ano do E.M.

Conteúdo:

- Pré-requisitos necessários à formação do conceito do cálculo de volume: perímetro e área.
- Desenvolvimento lógico-histórico do conceito do cálculo de volume.

Objetivos:

- * Identificar o nível de desenvolvimento do aluno em relação ao conteúdo de perímetro, área e volume, observando sua zona de desenvolvimento real e apreendendo o nível da zona de desenvolvimento proximal dos alunos, a fim de realizar as interferências necessárias.
- * Refletir, através do desenvolvimento lógico-histórico, para compreensão da relevância do conceito de volume.
- * Relacionar os modos de compreensão dos cientistas matemáticos com aqueles utilizados pelos que estudam a matemática, atualmente.
- * Transformar os dados da tarefa por meio das atividades sobre o lógico-histórico do conceito de volume.

Metodologia:

- * Resolver a avaliação diagnóstica com a turma.

Por meio das ações mentais de relembrar, refletir e relacionar, resolver cada questão da tarefa avaliação diagnóstica (Apêndice C), percebendo as dificuldades reveladas e sanando as dúvidas, interferindo assim na zona de desenvolvimento proximal dos alunos.

Através das ações de relacionar, criticar e refletir, conversar com os alunos para melhor compreender sua forma de pensar, identificando os nexos já constituídos na rede conceitual bem como atuar nos nexos que ainda precisam ser solidificados, para o desenvolvimento do seu pensamento teórico do conceito do cálculo de volume.

- * Conversar sobre o lógico-histórico do conceito do cálculo de volume.

Priorizando as ações mentais de identificar e relacionar, apresentar com o auxílio do Datashow, um slide motivacional para apreender o conceito do cálculo de volume (Apêndice E) e, logo em seguida, o slide contendo o lógico-histórico do conceito de volume (Apêndice F).

Utilizando-se das ações mentais de refletir e criticar, conversar com os alunos e apresentar a importância e necessidade do conceito do cálculo de volume para a Matemática, para outras ciências e também para a vida concreta.

Por meio da ação mental relacionar, conduzir o pensamento dos alunos para compreensão do impacto social do desenvolvimento do conceito do cálculo de volume para a Matemática e para a vida social.

- * Controlar a condução das atividades, percebendo e interferindo quando necessário, de acordo com os objetivos da aula, discutindo os erros e acertos dos alunos durante as tarefas.

Avaliação:

- * A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele irá refletir sobre as condições de desenvolvimento de uma unidade de medida padrão para o cálculo do volume e expor sua compreensão acerca do movimento lógico-histórico do conceito de volume.

- * A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do desenvolvimento lógico-histórico do conceito de volume.

Referências:

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. Geometria / Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

APÊNDICE E – SLIDES PARA AULA 2: MOTIVACIONAL PARA APREENDER O CONCEITO DO CÁLCULO DE VOLUME

- 1- Quem já viu uma previsão meteorológica em algum noticiário ou aplicativo de celular?
- 2- Você já ouviu falar sobre o volume de chuva em determinada região?
- 3- O que compreende sobre a notícia veiculada no Portal G1, em 05/04/2022:

Figura 11 – Notícia sobre a previsão meteorológica

Chuvas com volume recorde no Brasil são alerta de novo padrão do clima, dizem cientistas

Em pouco mais de três meses, várias chuvas acima da média foram registradas pelo país.

Por Jornal Nacional

05/04/2022 23h14 · Atualizado há 5 meses



Fonte: <https://g1.globo.com/jornal-nacional/noticia/2022/04/05/chuvas-com-volume-recorde-no-brasil-sao-alerta-de-novo-padrao-do-clima-dizem-cientistas.ghtml>

- 4- Você sabe como é calculado o volume de chuva e qual aparelho é utilizado?

Figura 12 – Pluviômetro

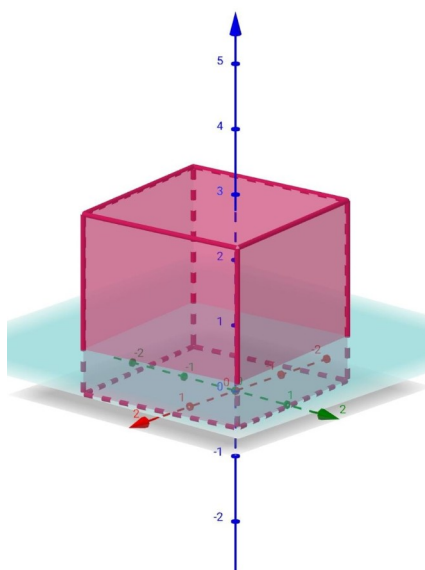


Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/calculo-volume-chuvas.htm>

O pluviômetro é um aparelho meteorológico destinado a medir, em milímetros, a altura da lâmina d'água gerada pela chuva que ocorreu numa área de 1m^2 . É usado para medir a quantidade de chuva que ocorre em determinada região. Os dados podem ser utilizados também para comparação com áreas distintas e observar as transformações climáticas ocorridas em várias regiões do país e do mundo.

5- O que significa dizer que choveu 100 mm em uma determinada região?

Figura 13- Representação do cubo com determinado volume de água



Fonte: Elaborado pela autora

Questionar:

Afinal...

O que é o volume?

Onde posso usar esse conhecimento?

Desde quando se utiliza?

Citar alguns exemplos:

1- Quando você ouve uma previsão meteorológica em algum noticiário ou aplicativo de celular, você está recebendo a informação também de qual o índice pluviométrico de certa região, ou seja, qual a quantidade de chuva que vai cair naquela região, naquele período.

Vários setores da economia local se utilizam desta informação, como a pecuária, a agricultura, por exemplo. É importante também para conhecimento sobre possíveis casos emergenciais como oscilação brusca de temperatura, possíveis desabamentos, deslizamentos de terra, inundações, tempestades, maremoto, tornados, dentre outros.

Figura 14- Armazenamento hídrico no solo em junho de 2022



Fonte: <https://portal.inmet.gov.br/boletinsagro#>

2- Mas, o que significa quando ouvimos, por exemplo, que o índice pluviométrico em certa região foi de 20 mm na semana? Significa que se tivéssemos um reservatório de água naquela região, em formato quadrangular regular com 1m de lado, o nível da água atingiria a altura de 20 mm.

3- Quando alguém ouve dizer que o efeito estufa tem ocasionado consequências para a vida do planeta Terra porque está impactando no aquecimento global, geralmente ouve-se também que é preciso realizar algumas ações para redução climática global. Muitos são os compromissos firmado em encontros internacionais, como por exemplo a conferência das Nações Unidas sobre as mudanças climáticas de 2021 – COP 26, onde os países ratificam as metas e definem ações para a emergência climática global, como o “Pacto Climático de Glasgow”, que visa reduzir a temperatura média do planeta em 1,5°C.

Importante ressaltar que não é o único caminho, mas a tecnologia pode contribuir com ações para geoprocessamento, monitoramento e controle e automação de sistemas inteligentes de casas, edifícios projetados e novos projetos para edifícios antigos e em processo de

obsolescência. Uma das propostas é a construção de cidades inteligentes, que não visam apenas a utilização desses sistemas inteligentes mas sim o uso de tecnologias para a construção de projetos de cidade que tenham mais eficiência no consumo de energia, no controle de emissão de gases e segurança entre outros benefícios, contribuindo com a sobrevivência do ser humano na Terra.

- Alguns exemplos são os sistemas de iluminação, circulação de ar e climatização automáticas, de acordo com as condições locais; sistema para fechamento de janelas, de acordo com a previsão de chuva ou por sensores. Utilização da nanotecnologia para conectar dispositivos à internet por meio de tecnologia *wireless* (sem fio), que podem ser acionados por meio de *tablet* ou *smartphone*.

- Podem ser construídas casas estrategicamente posicionadas para captarem maior quantidade de energia solar, que podem ser usadas para o aquecimento de água para piscina, chuveiros, etc. Casas com sistema de captação de água da chuva para reutilização como hortas ou limpeza de áreas externas. São soluções sustentáveis que estimulam a redução na emissão de carbono, conscientizando também para mudanças de atitudes como aderir a transportes públicos, bicicletas ou caminhadas.

- Apesar de muitas vantagens, os desafios ainda existem, sobretudo quando se trata de elevado custo para implantação desses sistemas, além da instabilidade na rede elétrica e na conexão à internet em muitas regiões do Brasil.

- A seguir algumas imagens de locais e técnicas de eficiência energética para redução de gás carbono na natureza. Na Figura 15, a “Ecovila” Beddington Zero Energy Development, que é uma ecovila com cem casas ao sul de Londres, que usa técnicas de eficiência energética para criar uma “comunidade com emissão zero”. Na Figura 16, a “Torre Tarumã, complexo Parque da Cidade”, um edifício de 36 andares, construído em 2015, localizado em um polo econômico da cidade de São Paulo, é considerado o empreendimento mais sustentável da América Latina, sendo um dos primeiros edifícios brasileiros considerados como sustentáveis, inteligentes e salubres. O “Edifício SESC Paulista” – Figura 17, localizado na Avenida Paulista, em São Paulo, é um exemplo de projeto construído na década de 1970 e reestruturado na década de 2010 para inserção de tecnologia através de sistema de gestão centralizado, automatizado e remoto, para gerir todo o edifício de forma abrangente. A Figura 18 mostra mais um exemplo de prédio inteligente e sustentável, que é o “Edifício Citicorp”, localizado em Nova York, inaugurado em 1977, mundialmente reconhecido também por sua cobertura inclinada, projetada para captação de energia solar,

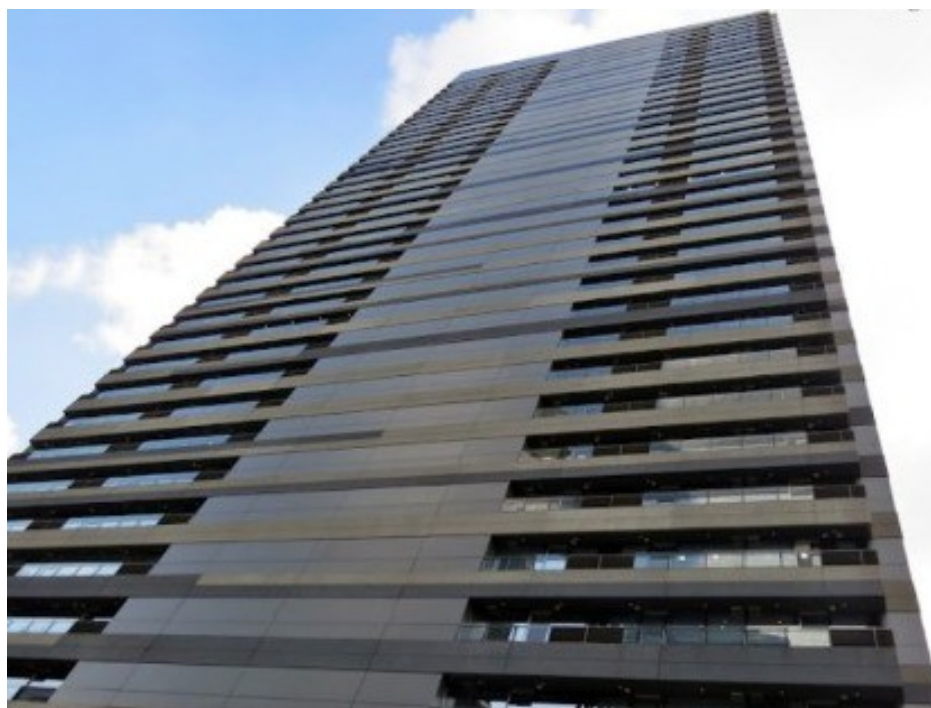
conta com uma estrutura perimetral que distribui a carga e a pressão dos ventos em todo envoltório externo e não apenas nos quatro pontos singulares.

Figura 15- “Ecovila” Beddington Zero Energy Development



Fonte: Chance, 2007

Figura 16 - “Torre Tarumã, complexo Parque da Cidade”



Fonte: Cardozo Júnior, 2017

Figura 17- “Edifício SESC Paulista”



Fonte: Ferreira, 2020

Figura 18-“Edifício Citicorp”



Fonte: Ferreira, 2020

- Estes são alguns exemplos de contribuição da tecnologia contribuindo com projetos arquitetônicos considerados inteligentes. Mas onde entra o conceito matemático de volumes nesses projetos? Onde posso usar esses conhecimentos? Dentre vários exemplos, vamos citar os profissionais que vão atuar no projeto, como engenheiros e arquitetos precisam elaborar os croquis, calculando as dimensões e formas além de levarem em consideração os materiais e suas propriedades específicas, ou seja, projetar e solucionar os problemas a fim de executar o projeto arquitetônico do seu cliente. Nesse processo, esses profissionais precisam ter conhecimento da quantidade de material a ser utilizado em cada forma desta obra. É preciso calcular com exatidão, por exemplo, o volume de massa de concreto, de acordo com a forma de objeto a ser construído.

- A seguir alguns exemplos de projetos arquitetônicos de renome mundial e que foram essenciais o uso dos cálculos de volume em todas as etapas. Na Figura 19, a “Igreja do Jubileu”, projetada em 1996, localizada em Roma, na Itália, possui paredes de cimento especial com dióxido de titânio, que contribui para a despoluição do ar. Na Figura 20 “O Templo da Paz”, localizado em Curitiba, no Brasil, foi construído em 2002 e destaca-se por sua singularidade de formas, constituído pela forma de um poliedro vedado por vidros. Na Figura 21, o “Museu de Arte de Milwaukee”, localizado nos Estados Unidos, construído na década de 1995, possui formas ousadas. Na Figura 22, o “Novo Museu”, construído em 2002, está localizado em Curitiba - Paraná, no Brasil, foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer, possui rampa sinuosa e formas completamente opostas.

Figura 19- “Igreja do Jubileu”



Fonte: RIBEIRO e LIMA, 2007

Figura 20- “O Templo da Paz”



Fonte: RIBEIRO e LIMA, 2007

Figura 21- “Museu de Arte de Milwaukee”



Fonte: RIBEIRO e LIMA, 2007

Figura 22- “Novo Museu”



Fonte: RIBEIRO e LIMA, 2007

APÊNDICE F – SLIDES PARA AULA 2: LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO DE VOLUME

Histórico do conceito de volume

Com o desenvolvimento da humanidade, desde os anos 3000 a.C., sobretudo com a Revolução Agrícola e o nascimento de uma nova civilização humana, emergiram sociedades baseadas na economia agrícola, sobretudo nos vales dos rios Tigre e Eufrates, na região da Mesopotâmia (Figura 23). A Matemática foi criada a partir da necessidade humana de uniformizar a maneira de calcular que fosse universal, para equalizar as práticas comerciais. Desse modo, foram desenvolvendo também os cálculos de área e volume, juntamente com os demais cálculos matemáticos. As construções também necessitavam do cálculo de volume nos projetos arquitetônicos e estão sendo cada vez mais utilizados até os dias de hoje.

Figura 23- Rio Tigre e Eufrates, na região da Mesopotâmia



Fonte: <https://www.historiajaragua.com.br/2018/07/ishtar-tigreeufrates.html>

- É importante refletir sobre o conceito de volume, seu percurso histórico e questionar: Desde quando se utiliza? Na era contemporânea, ainda se utiliza o conceito de volume nos projetos arquitetônicos, por exemplo, da mesma forma que se utilizava no início da civilização humana? Vamos ver mais alguns exemplos de projetos arquitetônicos de várias

épocas e que precisam dos cálculos de volume em sua elaboração e construção. Na Figura 24, a “Stonehenge” planície de Salisbury, na Inglaterra, uma estrutura de aproximadamente 3000 anos a.C., representa uma estrutura complexa, construída na era neolítica. Na Figura 25, as “Pirâmides de Gizé”, construída no Egito Antigo é um dos monumentos mais famosos do mundo, construída por volta de 2.700 anos a.C.. A Figura 26, o “Partenon”, é um dos maiores importantes edifícios da Grécia e Roma antigas, construídos a partir de princípios matemáticos de simetria e proporção com perfeição, sendo construído entre 447 a.C. e 438 a.C., na cidade de Atenas. Na Figura 27: “Castelo de Bodiam”, localizado na Inglaterra, construído no século XIV, na Idade Média, caracterizado por muralhas e influências religiosas. Na Figura 28, o “Palácio do Itamaraty”, construído na década de 1850 no Rio de Janeiro representa a arquitetura neoclássica, onde os arquitetos e construtores se inspiravam nos edifícios milimetricamente proporcionais da Grécia e Roma antigas para criar edifícios. Na Figura 29, o “Chrysler Building”, um arranha-céu construído em Nova York, na década de 1930, representa a arquitetura moderna, com formas mais simples e eliminação de ornamentos. Na Figura 30, o “Museu de Arte Contemporânea”, construído em Niterói, no Rio de Janeiro, na década de 1990, foi projetado pelo engenheiro e arquiteto contemporâneo brasileiro mais importante: Oscar Niemeyer. A arquitetura Contemporânea privilegia o minimalismo além da integração ao meio ambiente e aproveitamento de materiais aliados ao uso da tecnologia. Na Figura 31, a “Torre Agora”, um arranha-céu luxuoso no Taiwan, construído na década de 2010 é um exemplo de arquitetura verde, característica da arquitetura contemporânea, voltada para garantir eficiência energética e o aproveitamento de materiais sustentáveis, combinando saúde e clima, com a redução de emissão de gases poluentes.

Figura 24- “Stonehenge”



Fonte: <https://pt.khanacademy.org/humanities/prehistoric-art/neolithicart/neolithic-art-beginners-guide/a/the-neolithic-revolution>

Figura 25- “Pirâmides de Gizé”



Fonte: <https://conhecimentocientifico.com/piramides-de-gize/>

Figura 26- “Partenon”



Fonte: <https://archtrends.com/blog/arquitetura-grega/>

Figura 27- “Castelo de Bodiam”



Fonte: https://stringfixer.com/pt/Medieval_architecture

Figura 28- “Palácio do Itamaraty”



Fonte: <https://laart.art.br/blog/arquitetura-neoclassica-no-brasil/>

Figura 29- “Chrysler Building”



Fonte: <https://www.skyscrapercenter.com/company/2062>

Figura 30- “Museu de Arte Contemporânea”



Fonte: <https://www.todamateria.com.br/arquitetura-contemporanea/>

Figura 31- “Torre Agora”



Fonte: <https://territoriosecreto.com.br/a-impressionante-torre-rotativa-de-vincent-callebaut-com-23-000-arvores-arbustos-e-plantas-em-sua-fachada/>

APÊNDICE G – PLANO DA AULA 3

Aula 3: __/ __/ __

horário: __ às __

Série: 2. Ano do E.M.

Conteúdo:

- Conceito de volume.

Objetivos:

* Transformar os dados da tarefa por meio da resolução das situações-problema propostas.

Metodologia:

* Resolver problemas particulares.

Desenvolver a ação: transformação dos dados da tarefa.

Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, resolver cada questão da tarefa 1 (Apêndice H).

* Conversar com os alunos sobre a importância da participação e envolvimento deles na atividade proposta para que seja formado o conceito de volume.

* Formar grupos de quatro alunos para que eles possam discutir entre si a melhor estratégia para solucionar os problemas apresentados na Tarefa 1 (Apêndice H) e que após a discussão no grupo, eles apresentarão as respostas.

* Entregar uma folha com a Tarefa 1 para cada aluno e uma folha de respostas por grupo.

* Acompanhar o desenvolvimento das atividades em cada grupo, observando e mediando o processo, conduzindo o questionamento e desafiando o pensamento para formação do conceito de volume.

- * Recolher a folha de respostas por grupo.

- * Por meio da ação mental relacionar, conduzir o pensamento dos alunos para compreensão do impacto social do desenvolvimento do conceito de volume para a Matemática e para a vida social.

- * Controlar a condução das atividades, percebendo e interferindo quando necessário, de acordo com os objetivos da aula, discutindo os erros e acertos dos alunos durante as tarefas.

Avaliação:

- * A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele determinará o grau de formação do procedimento geral usado na resolução da tarefa.

- * A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do procedimento geral de resolução da tarefa.

Referências:

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. Geometria / Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

APÊNDICE H – TAREFA 1

Nomes: _____ Grupo N.: _____

Problema 1- Oscar Niemeyer tem formação acadêmica como Engenheiro-Arquiteto, sendo considerado um dos nomes mais importantes da arquitetura moderna brasileira e mundial, por seus projetos caracterizados pela inovação, arrojo, curvas, linhas, traços precisos, exploração de recursos e materiais naturais, como iluminação e mármore. Ele viveu 104 anos, projetou mais de 600 obras e faleceu em 2012, deixando um legado de obras espalhadas pelo mundo. Uma das obras projetadas por ele foi o “Centro Cultural Oscar Niemeyer” (Figura 32), em Goiânia, Goiás, inaugurado em 2006. São 26 mil metros quadrados que compõe a Esplanada da Cultura, destinada a exposições, apresentações artísticas, eventos e shows.

Figura 32- “Centro Cultural Oscar Niemeyer”



Fonte: <https://sagresonline.com.br/wp-content/uploads/2017/04/ccon.jpg>

Os edifícios são volumes geométricos de concreto onde a biblioteca é uma caixa de vidro com fachada fumê, que contrasta com o prédio branco, uma semiesfera, que abriga o Museu de Arte Contemporânea e o Palácio da Música. O edifício em forma de pirâmide triangular vermelha é o Monumento aos Direitos Humanos.

Nos projetos arquitetônicos é preciso calcular a área de cada parte a ser construída, das paredes laterais, do custo da mão de obra, a quantidade de areia e de concreto a ser utilizado em cada edifício e em obra toda, por exemplo.

Imagine que você é o arquiteto responsável pela construção desta obra e precisa responder aos seguintes problemas durante a construção desses edifícios:

a) Observando os prédios do Centro Cultural Oscar Niemeyer, quais figuras podemos identificar?

b) Um paralelepípedo é um sólido geométrico que possui faces formadas por paralelogramos. Qual desses prédios representam o paralelepípedo? Sua face é formada por qual(is) figura(s) geométrica(s)?

c) Vamos supor que o comprimento, largura e altura do prédio da Biblioteca do Centro Cultural Oscar Niemeyer (Figura 33) seja aproximadamente 100 m, 20 m e 50 m, respectivamente. Qual o volume desse sólido?

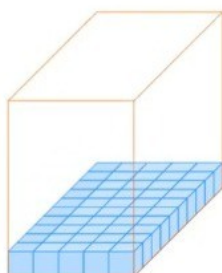
Figura 33- “Biblioteca do Centro Cultural Oscar Niemeyer”



Fonte: <https://www.curtamais.com.br/goiania/centro-cultural-oscar-niemeyer-conheca-o-local-que-tem-movimentado-a-cultura-e-as-artes-em-goiania>

d) Se desejássemos cobrir toda a parte inferior da Biblioteca do Centro Cultural Oscar Niemeyer com cubos de 1m de lado, como na figura abaixo, quantos cubos seriam necessários?

Figura 34 – Paralelepípedo com cubos na parte inferior interna

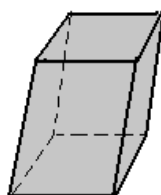


Fonte: elaborado pela autora

e) Quantos cubos de 1 m de lado cabem dentro da Biblioteca do Centro Cultural Oscar Niemeyer?

f) Em um paralelepípedo oblíquo a aresta lateral não forma um ângulo de 90. com sua base, como na Figura 35:

Figura 35 – Paralelepípedo oblíquo

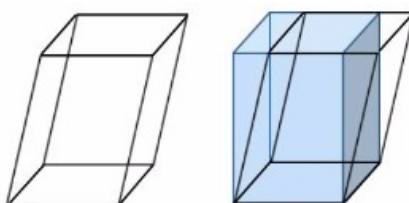


Fonte: elaborado pela autora

g) Sabendo que suas dimensões da base são 3 m e 4 m, que sua altura é 10 m, quantos cubos de 1 m de lado cabem na parte inferior desse paralelepípedo?

h) Quantos cubos de 1 m de lado cabem dentro desse paralelepípedo retângulo?

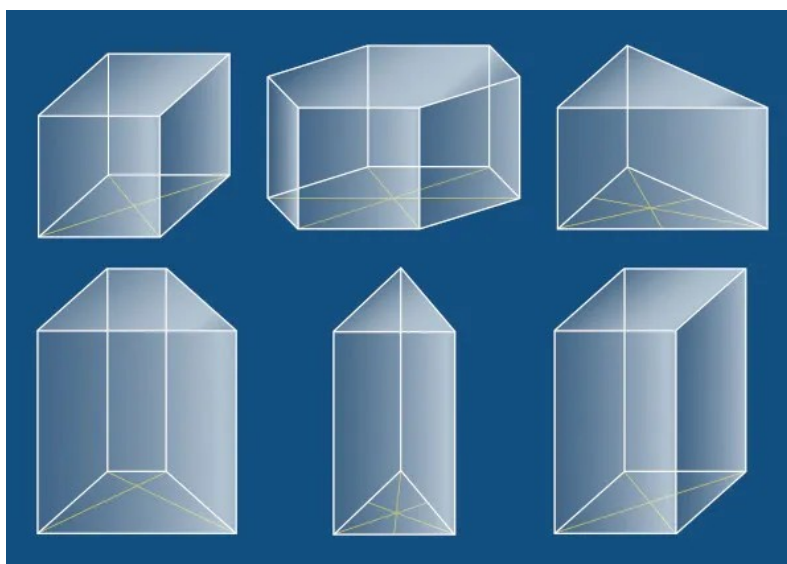
Figura 36 – Paralelepípedo oblíquo e paralelepípedo reto



Fonte: elaborado pela autora

i) Os prismas são sólidos geométricos que possuem duas bases congruentes formadas por polígonos e faces laterais formadas por paralelogramos. Eles podem ter base triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal, dentre outras. Na Figura 37 tem alguns exemplos de prismas.

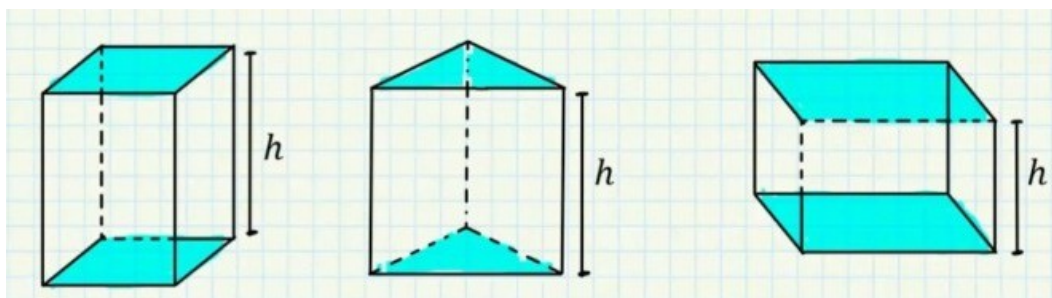
Figura 37 – Alguns exemplos de prismas



Fonte: Elaborado pela autora

j) Qual o procedimento que deve ser feito para determinar a quantidade de cubos que podem ser colocados dentro de cada um dos prismas abaixo?

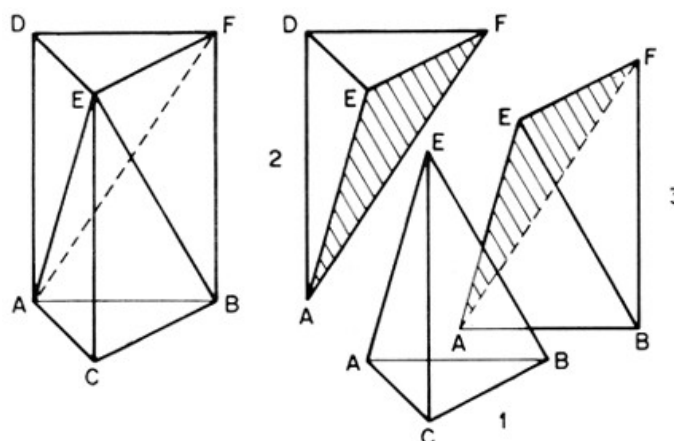
Figura 38 – Alguns exemplos de prismas retos



Fonte: Elaborado pela autora

Problema 2 - As pirâmides são poliedros formados por bases triangulares e um polígono em sua base.

Figura 39 – Prisma reto decomposto em pirâmides



Fonte: Elaborado pela autora

- O prédio do Monumento aos Direitos Humanos (Figura 40) tem a base triangular.

Figura 40- “Monumento aos Direitos Humanos”

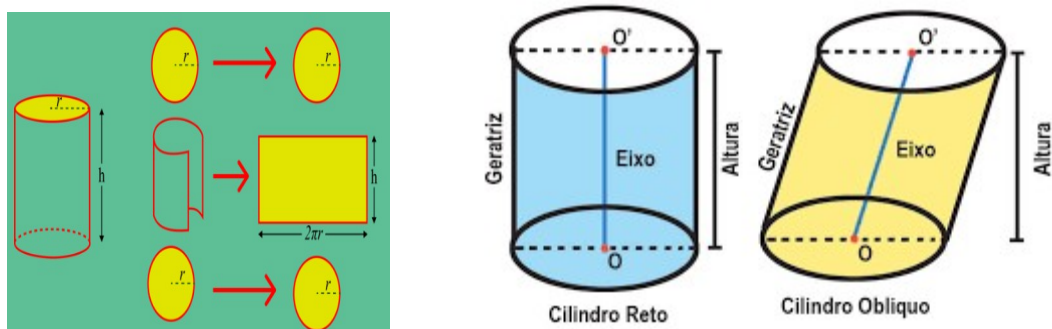


Fonte: <https://www.curtamais.com.br/goiania/centro-cultural-oscar-niemeyer-conheca-o-local-que-tem-movimentado-a-cultura-e-as-artes-em-goiania>

a) Como é o procedimento para o cálculo do volume do Monumento aos Direitos Humanos?

b) O cilindro é um sólido geométrico composto por duas bases circulares. Se as geratrizes do cilindro forem perpendiculares à base, o cilindro é reto. Se as geratrizes do cilindro não forem perpendiculares à base, o cilindro é oblíquo.

Figura 41 – Cilindro reto e oblíquo



Fonte: Elaborado pela autora

- c) Qual o procedimento que podemos adotar para o cálculo do volume do cilindro reto?
- d) Qual o procedimento para o cálculo do volume do cilindro oblíquo?
- e) Como é o procedimento para calcular a área da base da construção do Museu de Arte Contemporânea (Figura 42)?

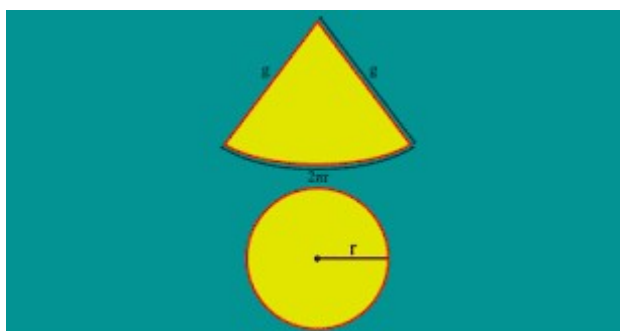
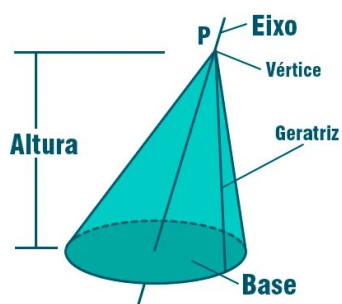
Figura 42- “Museu de Arte Contemporânea”



Fonte: <https://www.curtamais.com.br/goiania/centro-cultural-oscar-niemeyer-conheca-o-local-que-tem-movimentado-a-cultura-e-as-artes-em-goiania>

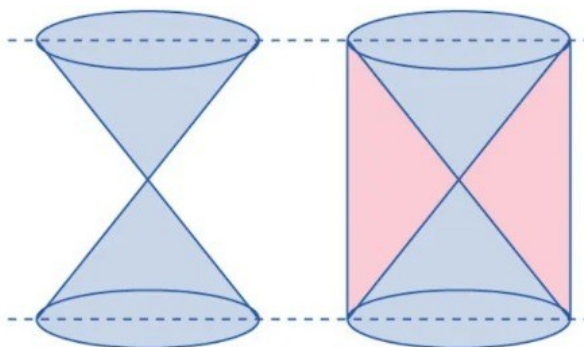
- f) O cone é um sólido de revolução que tem um círculo como base.

Figura 43 – Cones



Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br/amp/matematica/cone.htm>

Figura 44 – Cones internos ao cilindro

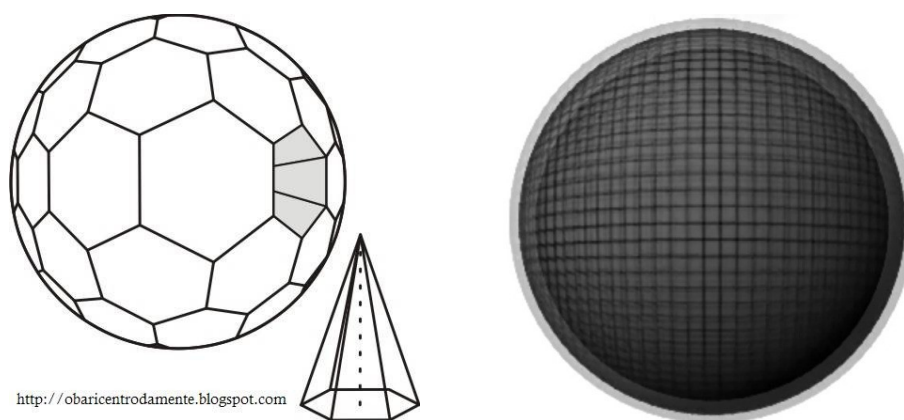


Fonte: <https://www.preparaenem.com/amp/matematica/principio-de-cavalieri.htm>

g) Qual o procedimento que podemos adotar para o cálculo do volume do cone?

h) A esfera é um sólido limitado por uma superfície esférica fechada e que tem todos os seus pontos à mesma distância de um ponto interior.

Figura 45 – Esferas decompostas em pirâmides

Fonte: [www.obaricentrodamente.blogspot.com](http://obaricentrodamente.blogspot.com)

- i) Como deve ser o procedimento para o cálculo do volume da esfera?
- j) Como é o procedimento para o cálculo do volume total do Palácio da Música (Figura 46).

Figura 46 - “Palácio da Música”



Fonte: <https://www.curtamais.com.br/goiania/centro-cultural-oscar-niemeyer-conheca-o-local-que-tem-movimentado-a-cultura-e-as-artes-em-goiania>

APÊNDICE I – PLANO DA AULA 4

Aula 4: ____ / ____ / ____

horário: ____ às ____

Série: 2. Ano do E.M.

Conteúdo:

- Conceito de volume.

Objetivos:

* Transformar os dados da tarefa por meio da resolução das situações-problema propostas.

Metodologia:

* Resolver problemas particulares.

Desenvolver a ação: transformação dos dados da tarefa.

Por meio das ações mentais de relembrar, observar, comparar, analisar e identificar, conversar sobre as atividades já realizadas, enfatizando a importância de saber sobre o conceito de perímetro, área e volume, bem como compreender as aplicações desse conceito na vida cotidiana, assim como foi demonstrado no desenvolvimento do lógico-histórico desse conceito.

* Corrigir a Tarefa 1 (Apêndice H).

Desenvolver a ação: transformação dos dados da tarefa.

- Por meio das ações mentais de analisar, identificar, sintetizar e criticar, solicitar que um componente de cada grupo escreva no quadro as respostas das perguntas do Problema 1, explicando o modo como pensaram para resolvê-las. Comparar com as respostas apresentadas pelos colegas, corrigindo os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja mudança qualitativa no grau de formação do procedimento geral usado para resolução da tarefa.

- Por meio das ações mentais de analisar, identificar, sintetizar e criticar, solicitar que um componente de cada grupo mostre para os demais grupos, a resolução feita na folha de respostas, dos Problemas 2 e 3, explicando o modo como pensaram para resolvê-las.

Comparar com as respostas apresentadas pelos colegas, corrigindo os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja mudança qualitativa no grau de formação do procedimento geral usado para resolução da tarefa.

* Acompanhar o desenvolvimento das atividades em cada grupo, observando e mediando o processo, conduzindo o questionamento e desafiando o pensamento para formação do conceito de volume.

* Por meio da ação mental relacionar, conduzir o pensamento dos alunos para compreensão do impacto social do desenvolvimento do conceito de volume para a Matemática e para a vida social.

* Controlar a condução das atividades, percebendo e interferindo quando necessário, de acordo com os objetivos da aula, discutindo os erros e acertos dos alunos durante as tarefas.

Avaliação:

* A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele determinará o grau de formação do procedimento geral usado na resolução da tarefa.

* A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do procedimento geral de resolução da tarefa.

Referências:

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. Geometria / Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

APÊNDICE J – PLANO DA AULA 5

Aula 5: __/ __/ __

horário: __ às __

Série: 2. Ano do E.M.

Conteúdo:

- Conceito de volume.

Objetivos:

- * Identificar a relação geral do conceito de volume.
- * Criar um modelo gráfico que possibilita a conceituação de volume.
- * Transformar o modelo gráfico aprimorando-o, para que seja desvelado o conceito de volume.

Metodologia:

- * Identificar a relação universal.

Desenvolver a ação: identificação da relação universal.

*Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, propor a realização da Tarefa 2 (Apêndice K).

- Distribuir a Tarefa 2 (Apêndice K), solicitando que cada aluno responda individualmente a Questão 1. Entregar uma folha para a resposta desta questão e recolhê-la à medida que forem terminando de responder.

- Solicitar que um aluno responda no quadro a resposta dele para a Questão 1 e perguntar para a turma se alguém respondeu de modo diferente. Solicitar que todos os alunos que tiveram divergência nas respostas, vá ao quadro e deixe registrado também o modo como respondeu esta questão.

- Corrigir os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja mudança qualitativa para identificação da relação universal. Comparar com as respostas apresentadas pelos colegas e induzir o pensamento dos alunos para refletir e criticar o que está sendo escrito, formulando suas próprias conclusões.

* Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, solicitar que cada aluno responda individualmente a Questão 2 da Tarefa 2 (Apêndice K). Entregar uma folha para a resposta desta Questão 2 e recolhê-la à medida que forem terminando de responder. Nesta questão, cada aluno terá que registrar as condições listadas na Questão 1 que foi amplamente discutida em sala recentemente.

* Modelar a relação universal.

Desenvolver a ação: modelação da relação universal.

* Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, propor a realização da Tarefa 3 (Apêndice L).

- Dividir a turma em grupos de quatro alunos, preferencialmente os mesmos que já desenvolveram juntos anteriormente a atividade da Tarefa 1.

- Distribuir a Tarefa 3 (Apêndice L), solicitando que respondam apenas a Questão 1.

- Distribuir papel cartaz e canetinha aos grupos e solicitar que escrevam as respostas, para apresentar para a turma, quando terminarem.

- Fixar os cartazes no quadro e pedir que um componente de cada grupo apresente a solução elaborada. Repetir o procedimento até que todos os grupos se apresentem, comparando as respostas com os grupos que já apresentaram, enfatizando os pontos de convergência e divergência em cada resposta. Comparar com as respostas apresentadas por todos os grupos, corrigindo os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja modelação da relação universal durante a resolução da tarefa. Conferir se houve rigor matemático na escrita do modelo da relação universal.

* Transformar a relação universal.

Desenvolver a ação: Transformação do modelo.

* Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, conversar com a turma sobre a importância do rigor matemático para formulação do modelo assim como dos símbolos e padronização da linguagem universal matemática, utilizando-se das questões já respondidas na atividade anterior e também direcionando para formulação de um novo modelo, de acordo com a modificação das condições dadas.

- Distribuir a cada aluno uma folha para que registrem a resposta da Questão 2 - Tarefa 3 (Apêndice L), solicitando que façam individualmente.

- Solicitar que cada aluno leia sua resposta em voz alta para a turma e durante esse processo, corrigir os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja mudança qualitativa transformação da relação universal. Comparar com as respostas apresentadas pelos colegas e induzir o pensamento dos alunos para refletir sobre a transformação do modelo e assimilação do procedimento geral de resolução da tarefa.

* Acompanhar o desenvolvimento das atividades em cada grupo, observando e mediando o processo, conduzindo o questionamento e desafiando o pensamento para formação do conceito de volume.

* Por meio da ação mental relacionar, conduzir o pensamento dos alunos para compreensão do impacto social do desenvolvimento do conceito de volume para a Matemática e para a vida social.

* Controlar a condução das atividades, percebendo e interferindo quando necessário, de acordo com os objetivos da aula, discutindo os erros e acertos dos alunos durante as tarefas.

Avaliação:

* A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele determinará o grau de formação do procedimento geral usado na resolução da tarefa.

* A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do procedimento geral de resolução da tarefa, ou seja, se está havendo a formação do conceito.

Referências:

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. Geometria / Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

APÊNDICE K – TAREFA 2

Nomes: _____ Grupo n.: _____

Questão 1- Analise as respostas dos Problemas 1, 2 e 3 da Tarefa 1. Qual a relação geral que foi utilizada para resolução de todos os problemas, independente da forma geométrica do edifício construído?

Questão 2 – A Questão 1 foi amplamente discutida em sala de aula e foi enfatizada a modelação da relação universal, comum em todas as respostas. Reescreva as propriedades comuns presentes em todos os problemas resolvidos em sala.

APÊNDICE L – TAREFA 3

Nomes: _____ Grupo n.: _____

Questão 1- Todas os Problemas apresentados na Tarefa 1 envolvem o cálculo do volume. Na Tarefa 2, foram discutidas as transformações e a modelação da relação universal. Desenvolva um texto que pode ser considerado como conceituação de volume, considerando a relação universal como formalização do conteúdo.

Questão 2 – A Questão 1 discutida em sala de aula e foi enfatizada a modelação da relação universal. Reescreva seu texto matemático conceituando volume.

APÊNDICE M – PLANO DA AULA 6

Aula 6: __/ __/ __

horário: __ às __

Série: 2. Ano do E.M.

Conteúdo:

- Lógico-histórico do conceito de volume.
- Conceito de volume.

Objetivos:

- * Refletir sobre a formalização do conceito de volume com o percurso histórico.
- * Realizar tarefas particulares.
- * Aplicar o conceito de volume em diversas situações do cotidiano.

Metodologia:

* Conversar sobre as formalizações das definições do conceito de volume a partir do seu desenvolvimento lógico-histórico, como discutido nas atividades anteriores.

Desenvolver a ação: realização de tarefas particulares.

- Por meio das ações mentais observar, refletir, comparar e analisar, dialogar sobre as atividades realizadas nas aulas anteriores, sobretudo da Tarefa 1 (Apêndice H), da transformação dos dados na Tarefa 2 (Apêndice K), da modelação da relação universal e da transformação do modelo. Relembrar os textos matemáticos que foram criados por eles para conceituar volume.

* Por meio das ações mentais de distinguir, comparar e generalizar, formalizar as definições do conceito de volume no seu lógico-histórico.

Desenvolver a ação: realização de tarefas particulares.

- Apresentar, com o auxílio do datashow, o conceito de volume escrito por alguns matemáticos, ao longo da história da humanidade (Apêndice N), refletindo sobre seu desenvolvimento histórico.

* Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, propor a realização da Tarefa 4 (Apêndice O), desenvolvendo a ação de realização de tarefas particulares.

- Conduzir a turma até o laboratório de informática, onde o software Geogebra já esteja instalado nas máquinas.

- Dividir a turma em grupos de quatro alunos, preferencialmente os mesmos que já desenvolveram juntos as atividades anteriores.

- Solicitar que resolvam as questões 1, 2 e 3, da Tarefa 4 (Apêndice O). Comparar com as respostas apresentadas por todos os grupos, corrigindo os erros cometidos pelos alunos e interferir, quando necessário, para que haja a realização de tarefas particulares.

* Por meio das ações mentais de observar, comparar, analisar e identificar, solicitar que os alunos respondam a questão 4 da Tarefa 4 (Apêndice O).

Desenvolver a ação: controle da realização das ações anteriores e avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada.

- Comparar com as respostas apresentadas pelos colegas e discutir com a turma o procedimento utilizado pelo grupo para a resolução apresentada.

* Acompanhar o desenvolvimento das atividades em cada grupo, observando e mediando o processo, conduzindo o questionamento e desafiando o pensamento para formação do conceito de volume.

* Por meio da ação mental relacionar, conduzir o pensamento dos alunos para compreensão do impacto social do desenvolvimento do conceito de volume para a Matemática e para a vida social.

* Controlar a condução das atividades, percebendo e interferindo quando necessário, de acordo com os objetivos da aula, discutindo os erros e acertos dos alunos durante as tarefas.

Avaliação:

* A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele determinará o grau de formação do procedimento geral usado na resolução da tarefa.

* A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do procedimento geral de resolução da tarefa, ou seja, se está havendo a formação do conceito.

Referências:

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. Geometria / Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

APÊNDICE N – SLIDES PARA AULA 6: FORMAÇÃO DE DEFINIÇÕES DO CONCEITO DE VOLUME NO SEU LÓGICO-HISTÓRICO

Os babilônios (2000 a.C. a 1600 a. C.) eram familiarizados com diversos cálculos de área e com o cálculo do volume de um paralelepípedo reto-retângulo e prisma reto de base trapezoidal. Calculavam-se o volume de cilindro circular reto, de tronco de cone e de pirâmide quadrangular regular, mas alguns desses cálculos eram feitos erradamente pelo produto da altura pela semissoma das bases. Há registros em uma tábula em Yale, provavelmente dos anos 1600 a.C., em que aparece uma equação cúbica geral na discussão de volumes de troncos de uma pirâmide.

Nos papiros Moscou e Rhind, que data por volta de 1650 a.C., encontrado em Kahun, com símbolos egípcios, onde decorrem fórmulas de mensuração necessárias para o cálculo de áreas de terras e volumes de grãos. Há registros no papiro Moscou de um exemplo correto da fórmula do volume de um tronco de pirâmide de base quadrangular. $V = (1 : 3)h (a^2 + ab + b^2)$, de altura h , onde a e b são lados da base.

Johann Kepler (1571-1630) era um matemático, astrônomo e numerologista explicou as associações de Timeu de Platão aos cinco poliedros regulares, denominados sólidos de Platão: tetraedro, octaedro, icosaedro, cubo e dodecaedro. Segundo Kepler, Platão intuitivamente assumiu que, desses sólidos, o tetraedro abarca o menor volume para sua superfície, ao passo que o icosaedro, o maior.

Henry Perigal (1873) e H. E. Dudeney (1857 – 1930), provaram que duas áreas ou dois volumes, P e Q , se dizem congruentes por adição se podem ser decompostos em pares correspondentes de partes congruentes. P e Q se dizem congruentes por subtração quando se podem somar a eles pares correspondentes de partes congruentes de modo a resultarem duas novas figuras congruentes por adição. Uma demonstração do teorema de Pitágoras fazendo uso da congruência por subtração diz ter sido idealizada por Leonardo da Vinci (1452-1519).

Em 1901, Max Dehn (1878 – 1958) mostrou que dois volumes poliedros iguais não são necessariamente congruentes seja por adição como por subtração. Em particular, é

impossível decompor um tetraedro regular em partes poliedrais que possam ser reaguntadas de modo a formar um cubo.

Estima-se que o matemático Herão de Alexandria viveu de 150 a.C a 250 d.C., que se destacou em matemática e física, que é costume apresentá-lo como enciclopedista dessas áreas. Herão era um egípcio com formação grega. Uma parte de seus trabalhos era sobre problemas de mensuração e o mais importante é intitulado “A Métrica”, composta por três livros. O Livro I ocupa-se da medida da área dos quadrados, retângulos, triângulos, trapézios, vários outros quadriláteros particulares, polígonos regulares desde o triângulo equilátero até o dodecágono regular, círculos e seus segmentos, elipses, segmentos parabólicos e da superfície de cilindros, cones, esferas e zonas esféricas. O Livro II ocupa-se da mensuração de volumes de cones, cilindros, paralelepípedos, prismas, pirâmides, troncos de cones e de pirâmides, esferas, segmentos esféricos, toros (anéis cilíndricos), os cinco sólidos regulares e alguns prismatoides. O Livro III aborda o problema da divisão de certas áreas e volumes em partes que estão entre si numa razão dada.

No final do século III d.C., cerca de 500 anos depois de Apolônio, surgiu um grande geômetra, sucessor de Euclides, Arquimedes e Apolônio, o Pappus de Alexandria. Tem um trabalho muito relevante dele, que é sua *Coleção matemática*, considerada um guia da geometria da época, seguida de comentários, proposições originais, aprimoramentos, extensões e notas históricas. Era dividida em oito livros, dos quais perderam-se o primeiro e parte do segundo. No Livro V ele discute sobre a isoperimetria, ou seja, a comparação de áreas de figuras que são limitadas por perímetros iguais e de volumes de sólidos que são limitados por áreas iguais.

Johann Kepler nasceu em 1571, na Alemanha, um astrônomo que aprofundou seus estudos sobre o movimento dos planetas em torno do Sol. Ele fez uma aplicação prática dos estudos das cônicas e suas propriedades, elaborados pelos gregos há 1800 anos para satisfazer seus pruridos intelectuais, para demonstrar as leis sobre a mecânica celeste moderna. Kepler, como um dos precursores do cálculo, recorreu a uma forma tosca para encontrar as áreas envolvidas em sua segunda lei dos movimentos planetários assim como utilizou um processo de integração tosco para achar os volumes de 93 sólidos obtidos pela rotação de segmentos de secções cônicas em torno de um eixo de seu plano. Kepler considerava uma circunferência como um polígono regular de número infinito de lados, sendo esses, bases de um triângulo

cujos vértices são o centro da circunferência. Assim, a área do círculo correspondente fica dividida numa infinidade de triângulos delgados, todos de altura igual ao raio do círculo. Então a área de cada um desses triângulos delgados é o semi-produto de sua base por sua altura e a área do círculo é o semi-produto da circunferência pelo raio. De modo análogo ele considerou a esfera como constituída de uma infinidade de pirâmides delgadas de vértice comum no centro da esfera, onde o volume desta esfera é um terço do produto de sua superfície pelo raio. Ele também dedicou-se em rever alguns precários métodos de calcular volumes de barris de vinho usados em seu tempo e, assim, possivelmente, tenha influenciado Cavalieri, que deu um passo à frente no cálculo infinitesimal com seu método dos indivisíveis.

Bonaventura Cavalieri nasceu em 1598, na Itália, dedicou-se à matemática, óptica e astronomia. Sua obra mais famosa é o tratado *Geometria indivisibilibus*, que apresenta seu *método dos indivisíveis*, cujas raízes remontam a Demócrito (410 a.C.) e Arquimedes (287-212 a.C.), mas com motivação direta nas tentativas de Kepler de encontrar certas áreas e certos volumes. Os princípios de Cavalieri representam ferramentas poderosas para o cálculo de áreas e volumes e sua base intuitiva pode facilmente tornar-se rigorosa com o cálculo integral moderno, sendo capaz de resolver muitos problemas de mensuração que normalmente requerem técnicas avançadas de cálculo. Exposto de modo bem simplificado, Cavalieri concluiu que se dois sólidos de mesma altura foram seccionados paralelamente ao plano de apoio, formam figuras planas iguais, esses sólidos têm o mesmo volume.

Gilles Persone de Roberval, um francês nascido na década de 1600, foi um geômetra e físico muito competente e empregou com sucesso o método dos indivisíveis para determinar muitas áreas, volumes e centroides.

Evangelista Torricelli, um italiano nascido também na década de 1600, geômetra e físico, notou em 1641 que uma área infinita, se submetida a uma rotação em torno de um eixo de seu plano, pode às vezes fornecer um sólido de revolução de volume finito.

Demócrito (410 a.C.) já tinha conhecimento de que o volume de uma pirâmide qualquer é um terço do volume do prisma de mesma base e mesma altura. Eudoxo (370 a.C.) fez a demonstração desse fato usando o método de exaustão, que admite que uma grandeza possa ser subdividida indefinidamente e sua base é a proposição. Ele assumiu que o volume

do cone pode ser subdividido indefinidamente mas o conjunto dessas secções é contável, argumentando que se duas pirâmides de bases equivalentes e alturas iguais são seccionadas por planos paralelos às bases, há a divisão das alturas numa mesma razão, então as secções correspondentes assim formadas são equivalentes. Então as pirâmides que contêm o mesmo número infinito de secções planas equivalentes, devem ter volumes iguais. Este é um exemplo primitivo do chamado *método dos indivisíveis* de Cavalieri.

Arquimedes, matemático, físico e inventor grego (287 – 212 a.C.), escreveu *O método*, um tratado enviado em forma de carta a Eratóstenes, escrito num pergaminho, no século X e dedicou-se à resolução de problemas de volumes e áreas. Em *O método* continha o método Arquimedes: para determinar uma área ou um volume, corte a região correspondente num número muito grande de tiras planas ou de fatias paralelas finas e (mentalmente) pendure esses pedaços numa das extremidades de uma alavanca dada, de tal maneira a estabelecer o equilíbrio com uma figura de área ou volume e centroide conhecidos. Com esse método, Arquimedes descobriu a fórmula do volume da esfera.

Atualmente, aceita-se que, intuitivamente, o volume de um sólido é uma medida do espaço que ele ocupa. Assim, dois sólidos disjuntos têm volume igual à soma dos volumes ocupados por cada um deles. Para expressar numericamente essa medida de espaço ocupado, precisa-se de uma unidade de medida que sirva como referência, que é o sistema métrico utilizado atualmente.

O sistema métrico é extremamente importante nas aplicações matemáticas, sobretudo na medição de comprimentos, áreas e volumes, tendo como unidade a de comprimento, facilitando unidades para as demais grandezas. No século XVIII foi criado o sistema métrico decimal padrão, simples, preciso e científico, utilizado atualmente no mundo todo. Antes disso havia um caótico sistema de pesos e medidas não científicas, como a unidade de comprimento de um minuto de circunferência da Terra; um pêndulo que marcava metades de segundo como unidade de comprimento, que correspondia à distância do ombro à ponta do dedo médio esticado de uma pessoa adulta; um pêndulo que marcava segundos ao nível do mar e a 45° de latitude, como uma unidade de comprimento que corresponde a 6 milímetros menos que o metro, utilizado atualmente.

APÊNDICE O – TAREFA 4

Nomes: _____ Grupo n.: _____

Questão 1- No Problema 1 da Tarefa 1 foram realizadas tarefas particulares para o cálculo de área e volume. Qual foi o procedimento geral utilizado em todos esses cálculos?

Questão 2- Com o uso do software Geogebra refaça o Problema 2 da Tarefa 1. Analise a representação dos edifícios em um plano bidimensional e explique como pode ser usado o procedimento geral para resolução desta tarefa em particular?

Questão 3- Com o uso do software Geogebra refaça o Problema 3 da Tarefa 1. Analise a representação dos edifícios em um plano tridimensional e explique como pode ser usado o procedimento geral para resolução desta tarefa em particular?

Questão 4- Compare e analise os cálculos de área o volume da questão 1 e também a representação dos edifícios em um plano bidimensional e no plano tridimensional. Explique o que há em comum na resolução desses casos particulares.

Questão 5 – Utilizando o software Geogebra, represente um edifício que tenha o formato de um prisma hexagonal e explique como é o procedimento para o cálculo do volume total desse edifício.

APÊNDICE P – PLANO DA AULA 7

Aula 7: __/ __/ __

horário: __ às __

Série: 2. Ano do E.M.

Conteúdo:

- Conceito de volume.

Objetivos:

- * Refletir sobre as formas de apresentação do volume.
- * Aplicar o conceito de volume em diversas situações do cotidiano.

Metodologia:

- * Resolver a questão 5 da Tarefa 4 (Apêndice O).

Desenvolver a ação: controle da realização das ações anteriores e avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada, por meio da modelação com o Geogebra.

- Por meio das ações mentais observar, refletir, comparar e analisar, propor que realizem a questão 5 da Tarefa 4, utilizando o software Geogebra, no Laboratório de Informática.

* Por meio das ações mentais de comparar e generalizar, resolver a verificação da aprendizagem (Apêndice Q).

Desenvolver a ação: verificação da aprendizagem do conceito de volume.

- Aplicar a Tarefa 5 (Apêndice Q) e solicitar que os alunos respondam individualmente e sem consulta.

Avaliação:

* A avaliação por parte do aluno será por meio de uma autoavaliação, onde ele determina qualitativamente o grau de formação do procedimento geral do conceito de volume usado na resolução da tarefa.

* A avaliação por parte do professor será por meio da observação na participação e envolvimento dos alunos na atividade de estudo, verificando se está ocorrendo a apropriação do procedimento geral de resolução da tarefa, ou seja, se está havendo a formação do conceito.

Referências:

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. Geometria / Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

APÊNDICE Q – TAREFA 5

Nome: _____

Questão 1- Esboce um sólido geométrico e mostre como pode ser calculado seu volume.

Questão 2- Explique o princípio geral utilizado para o cálculo do volume desse sólido.

APÊNDICE R – ROTEIRO PARA OBSERVAÇÃO DAS AULAS

Contexto da sala de aula

1. Interação entre os alunos e entre os alunos e o professor.
2. Comportamento dos alunos durante a aula: atenção, interesse, cumprimento de regras, respeito entre os alunos, polidez, gentileza, cortesia, etc.
3. Assuntos que os alunos levantam durante as aulas referentes ao seu contexto sociocultural e ao seu conhecimento cotidiano.
4. Relatos da experiência do aluno com o conteúdo da aprendizagem.
5. Presença/ausência das condições materiais necessárias para as aulas.
6. Outros aspectos relevantes.

Ações de ensino do professor

1. Aplicação do plano de ensino.
2. Formas de interação com os alunos.
3. Mediações didáticas que o professor promove: instrumentos utilizados para se colocar entre o aluno e o conhecimento a ser aprendido.
4. Presença/ausência das condições materiais necessárias para as aulas.
5. Outros aspectos relevantes.

Ações de aprendizagem dos alunos

1. Envolvimento e participação dos alunos na atividade de aprendizagem.
2. Comentários favoráveis ou desfavoráveis acerca do conteúdo e sua aprendizagem.
3. Capacidade de formular perguntas e de expor o seu pensamento.
4. Movimento do conhecimento indo do interpessoal para o intrapessoal.
5. Capacidade de realização das tarefas.
6. Mediação cognitiva: desenvolvimento de ações mentais.
7. Indícios de formação do conceito: ascensão do pensamento indo do concreto empírico ao abstrato e depois ao concreto pensado.
8. Outros aspectos relevantes.